

Assignment: Set 1.3 (1-6, 11-16, 23, 24)	Assigned: 2020-08-28	Due: <++>
--	----------------------	-----------

Question 1-2: if matrix expression is defined, give the result's size.

$$\begin{array}{ccccc} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} \\ (4 \times 5) & (4 \times 5) & (5 \times 2) & (4 \times 2) & (5 \times 4) \end{array}$$

1(a) BA

$$(4 \times 5)(4 \times 5)$$

Not defined

1(b) AB^T

$$(4 \times 5)(4 \times 5)^T$$

$$(4 \times 5)(5 \times 4)$$

(4×4)

1(c) $AC + D$

$$(4 \times 5)(5 \times 2) + (4 \times 2)$$

$$(4 \times 2) + (4 \times 2)$$

(4×2)

1(d) $E(AC)$

$$(5 \times 4)((4 \times 5)(5 \times 2))$$

$$(5 \times 4)(4 \times 2)$$

(5×2)

1(e) $A - 3E^T$

$$(4 \times 5) - 3(5 \times 4)^T$$

$$(4 \times 5) - 3(4 \times 5)$$

$$(4 \times 5) - (4 \times 5)$$

(4×5)

1(f) $E(5B + A)$

$$(5 \times 4)(5(4 \times 5) + (4 \times 5))$$

$$(5 \times 4)(4 \times 5)$$

(5×5)

2(a) CD^T

$$(5 \times 2)(4 \times 2)^T$$

$$(5 \times 2)(2 \times 4)$$

$$\boxed{(5 \times 4)}$$

2(b) DC

$$(4 \times 2)(5 \times 2)$$

$$\boxed{\text{not defined}}$$

2(c) $BC - 3D$

$$(4 \times 5)(5 \times 2) - 3(4 \times 2)$$

$$(4 \times 2) - (4 \times 2)$$

$$\boxed{(4 \times 2)}$$

2(d) $D^T(BE)$

$$(4 \times 2)^T((4 \times 5)(5 \times 4))$$

$$(2 \times 4)((4 \times 5)(5 \times 4))$$

$$(2 \times 4)(4 \times 4)$$

$$\boxed{(2 \times 4)}$$

2(e) $B^TD + ED$

$$(4 \times 5)^T(4 \times 2) + (5 \times 4)(4 \times 2)$$

$$(5 \times 4)(4 \times 2) + (5 \times 4)(4 \times 2)$$

$$(5 \times 2) + (5 \times 2)$$

$$\boxed{(5 \times 2)}$$

2(f) $BA^T + D$

$$(4 \times 5)(4 \times 5)^T + (4 \times 2)$$

$$(4 \times 5)(5 \times 4) + (4 \times 2)$$

$$(4 \times 4) + (4 \times 2)$$

$$\boxed{\text{not defined}}$$

Question 3-6: compute the expression if it is defined.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3(a) $D + E$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}}$$

3(b) $D - E$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}$$

3(c) $5A$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$5 \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ -5 & 10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}}$$

3(d) $-7C$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$-7 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -7 & -28 & -14 \\ -21 & -7 & -35 \end{bmatrix}}$$

3(e) $2B - C$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \boxed{\text{not defined}}$$

3(f) $4E - 2D$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 24 & 4 & 12 \\ -4 & 4 & 8 \\ 16 & 4 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -10 & -4 \\ 2 & 0 & -2 \\ -6 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 22 & -6 & 16 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}}$$

3(g) $-3(D+2E)$

$$\begin{aligned}
D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\
-3 \left[\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right] = \\
-3 \left[\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix} \right] = \\
-3 \begin{bmatrix} 13 & 7 & 8 \\ -3 & 2 & 5 \\ 11 & 4 & 10 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ 9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

3(h) $A - A$

$$\begin{aligned}
A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

3(i) $tr(D)$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
tr(D) &= D_{11} + D_{22} + D_{33} \\
&= 1 + 0 + 4 \\
&= \boxed{5}
\end{aligned}$$

3(j) $tr(D-3E)$

$$\begin{aligned}
D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\
D - 3E = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\
= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 \end{bmatrix} \\
Z = \begin{bmatrix} -17 & & \\ & -3 & \\ & & -5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
tr(Z) &= Z_{11} + Z_{22} + Z_{33} \\
&= \boxed{-25}
\end{aligned}$$

3(k) $4\text{tr}(7B)$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$4\text{tr}\left(7\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\right) =$$

$$4\text{tr}\left(\begin{bmatrix} 28 & -7 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}\right) =$$

$$4(28 + 14) = \boxed{168}$$

3(l) $\text{tr}(A)$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{tr}(3 \times 2) = \boxed{\text{not defined}}$$

4(a) $2A^T + C$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$2\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}}$$

4(b) $D^T - E^T$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}$$

4(c) $(D - E)^T$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right)^T &= \\ \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T &= \\ \boxed{\begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

4(d) $B^T + 5C^T$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(2 \times 2)^T + 5(2 \times 3)^T =$$

$$(2 \times 2) + (3 \times 2) =$$

not defined

4(e) $\frac{1}{2}C^T - \frac{1}{4}A$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} &= \\ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} &= \\ \boxed{\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4} & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{9}{4} \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

4(f) $B - B^T$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^T &= \\ \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} &= \\ \boxed{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

4(g) $2E^T - 3D^T$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & 2 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - 3 \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T = \\ & 2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix} = \\ & \boxed{\begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

4(h) $(2E^T - 3D^T)^T$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \left(2 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - 3 \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T \right)^T = \\ & \left(2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \right)^T = \\ & \left(\begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix} \right)^T = \\ & \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}^T = \\ & \boxed{\begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

4(i) $(CD)E$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 1-4+6 & 5+0+4 & 2+4+8 \\ 3-1+15 & 15+0+10 & 6+1+20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 3 & 9 & 14 \\ 17 & 25 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 18-9+56 & 3+9+14 & 9+18+42 \\ 102-25+108 & 17+25+27 & 51+50+81 \end{bmatrix} = \\
& \boxed{\begin{bmatrix} 65 & 26 & 69 \\ 185 & 69 & 182 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

4(j) $C(BA)$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(2 \times 3)((2 \times 2)(3 \times 2)) = \boxed{\text{not defined}}$$

4(k) $tr(DE^T)$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$tr \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T \right) =$$

$$tr \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \right) =$$

$$tr \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$(1+0+4) = \boxed{5}$$

4(l) $tr(BC)$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$tr \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right) =$$

$$tr(2 \times 2)(2 \times 3) =$$

$$tr(2 \times 3) = \boxed{\text{not defined}}$$

5(a) AB

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 1+2 \\ 4 & -1+2 \end{bmatrix} = \\ & \boxed{\begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

5(b) BA

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(2 \times 2)(3 \times 2) = \boxed{\text{not defined}}$$

5(c) $(3E)D$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \left(3 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 18-3+27 & 90+0+18 & 36+3+36 \\ -3-3+18 & -15+0+12 & -6+3+24 \\ 12-3+18 & 60+0+18 & 24+3+36 \end{bmatrix} = \\ & \boxed{\begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 27 & 78 & 63 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

5(d) $(AB)C$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 12-9 & 48-3 & 24-15 \\ -4+15 & -16+5 & -8+25 \\ 4+3 & 16+1 & 8+5 \end{bmatrix} = \\
& \boxed{\begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 11 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

5(e) $A(BC)$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right) = \\
& \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 3 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix} = \\
& \boxed{\begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

5(f) CC^T

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T = \\
& \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 1+16+4 & 3+4+10 \\ 3+4+10 & 9+1+15 \end{bmatrix} = \\
& \boxed{\begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 25 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

5(g) $(DA)^T$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)^T &= \\
\begin{bmatrix} 3-5+2 & 10+2 \\ -3+1 & 1 \\ 9-2+4 & 4+4 \end{bmatrix}^T &= \\
\begin{bmatrix} 0 & 12 \\ -2 & 1 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}^T &= \\
\boxed{\begin{bmatrix} 0 & -2 & 11 \\ 12 & 1 & 8 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

5(h) $(C^T B)A^T$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T &= \\
\left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} &= \\
\begin{bmatrix} 4 & -1+6 \\ 16 & -4+2 \\ 8 & -2+10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} &= \\
\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 16 & -2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} &= \\
\begin{bmatrix} 12 & -4+10 & 4+5 \\ 48 & -16-4 & 16-2 \\ 24 & -8+16 & 8+8 \end{bmatrix} &= \\
\boxed{\begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 48 & -20 & 14 \\ 24 & 8 & 16 \end{bmatrix}}
\end{aligned}$$

5(i) $\text{tr}(DD^T)$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \operatorname{tr} \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T \right) = \\
& \operatorname{tr} \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \right) = \\
& \operatorname{tr} \begin{bmatrix} 1+25+4 & -1+2 & 3+10+8 \\ -1+2 & 1+1 & -3+4 \\ 3+10+8 & -3+4 & 9+4+16 \end{bmatrix} = \\
& \operatorname{tr} \begin{bmatrix} 30 & 1 & 21 \\ 1 & 2 & 1 \\ 21 & 1 & 29 \end{bmatrix} = \\
& (30 + 2 + 29) = \boxed{61}
\end{aligned}$$

5(j) $\operatorname{tr}(4E^T - D)$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \operatorname{tr} \left(4 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) = \\
& \operatorname{tr} \left(4 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) = \\
& \operatorname{tr} \left(\begin{bmatrix} 24 & -4 & 16 \\ 4 & 4 & 4 \\ 12 & 8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) = \\
& \operatorname{tr} \begin{bmatrix} 23 & & \\ & 4 & \\ & & 8 \end{bmatrix} = \\
& (23 + 4 + 8) = \boxed{35}
\end{aligned}$$

5(k) $\operatorname{tr}(C^T A^T + 2E^T)$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T + 2 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T \right) = \\
& \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \right) = \\
& \text{tr} \left(\begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 12 & -2 & 5 \\ 6 & 8 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} \right) = \\
& \text{tr} \begin{bmatrix} 15 & & \\ & 0 & \\ & & 13 \end{bmatrix} = \\
& (15 + 13) = \boxed{28}
\end{aligned}$$

5(l) $\text{tr}((EC^T)^T A)$

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\
& \text{tr} \left(\left(\left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T \right)^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right) = \\
& \text{tr} \left(\left(\left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right) = \\
& \text{tr} \left(\left(\left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right) =
\end{aligned}$$

6(a) $(2D^T - E)A$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

6(b) $(4B)C + 2B$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

6(c) $(-AC)^T + 5D^T$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

6(d) $(BA^T - 2C)^T$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

6(e) $B^T(CC^T - A^TA)$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

6(f) $D^TE^T - (ED)^T$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$