Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра Математической Физики

Отчёт

«Исследование устойчивости стационарных состояний нелинейных систем второго порядка. Построение параметрического портрета системы. Автоколебания и множественность стационарных решений.»

Выполнила:
студентка 601 группы
Рыкова Галина Максимовна

Москва, 2017

Рассматривается автокаталитическая химическая реакция, происходящая на поверхности катализатора и основанную на кинетической схеме Ленгмюра-Хиншельвуда:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= k_1 z - k_{-1}x - k_3^0(1-y)^{\alpha}xy, \\ \frac{dy}{dt} &= k_2 z^2 - k_{-2}y^2 - k_3^0(1-y)^{\alpha}xy, \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $z = 1 - x - y$ - концентрация свободных мест.

$$\begin{aligned} &0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, \\ &0 \le x + y \le 1 \end{aligned} \tag{2}$$

Базовый набор параметров: $\alpha = 16; k_1 = 0,03; k_{-1} = 0,01; k_{-2} = 0,01; k_3^0 = 10; k_2 = 0,05$.

Однопараметрический анализ по k_2

Стационарные состояния удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{aligned} k_1 z - k_{-1}x - k_3^0(1-y)^{\alpha}xy = 0, \\ k_2 z^2 - k_{-2}y^2 - k_3^0(1-y)^{\alpha}xy = 0, \end{aligned} \tag{3}$$

Из первого уравнения (3) выразим переменную через и подставим во второе уравнение (3).Из получившегося уравнения выразим параметр k_2 через остальные параметры и переменную . Пробегая с некоторым шагом весь диапазон значений переменной от 0 до 1, по полученным формулам найдем соответствующие значения переменной и параметра k_2. Для исследования устойчивости стационарных решений, найдем элементы матрицы Якоби и вычислим ее след и определитель на стационаре. Отслеживая смены знака якобиана системы (3) на стационарном решении, мы находим точки бифуркации.

Двухпараметрический анализ по (k_1, k_2)

На плоскости параметров (k_1, k_2) построит параметрический портрет системы: проведем линии кратности и нейтральности. Дописав для системы стационаров условие вырожденности матрица Якоби, получим линию кратности. А если допишем к системе стационаров условие равенства нулю следа матрицы Якобы, получим линию нейтральности. На рисунке 13 показана эволюция решения стартовавшего из точки (0.3, 0.25), находящейся внутри предельного цикла, при базовых параметрах. Решение выходит на колебательный режим.

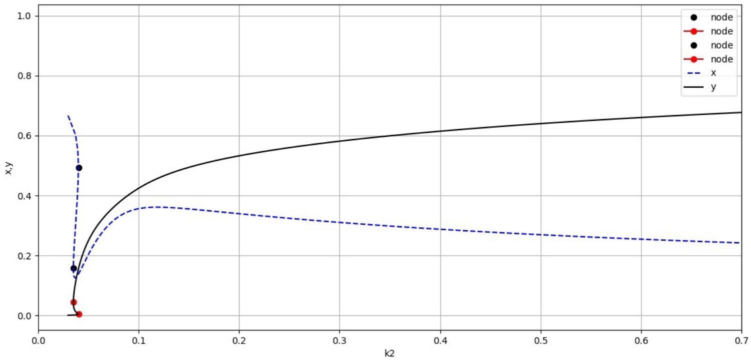

Рис. 1: Однопараметрический анализ при $\alpha = 10$

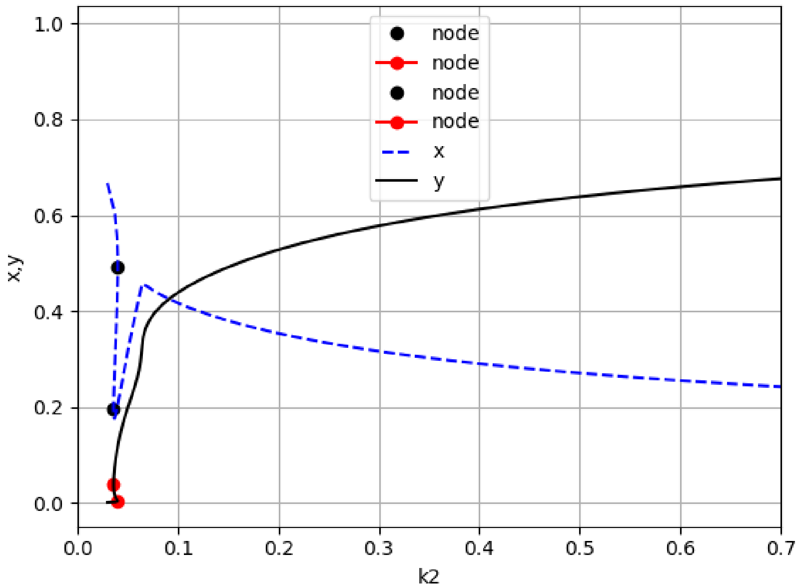

Рис. 2: Однопараметрический анализ при $\alpha = 15$

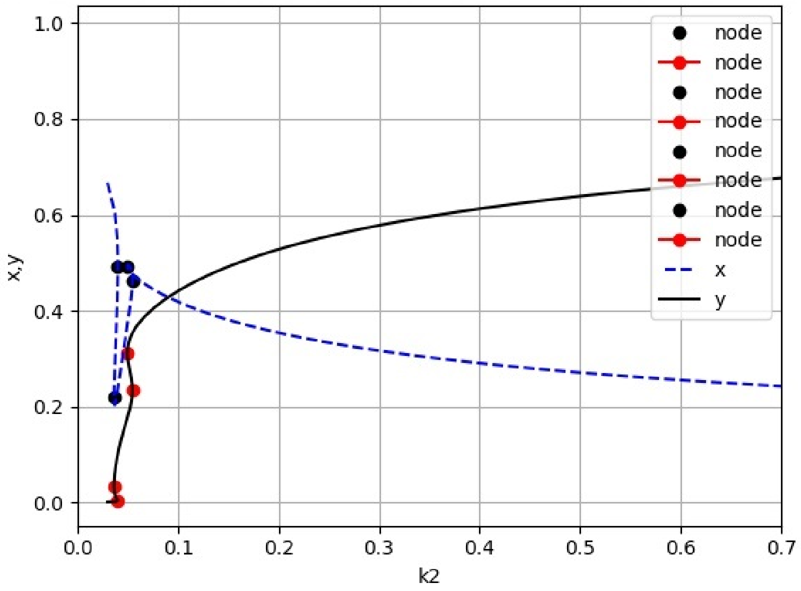

Рис. 3: Однопараметрический анализ при $\alpha = 18$

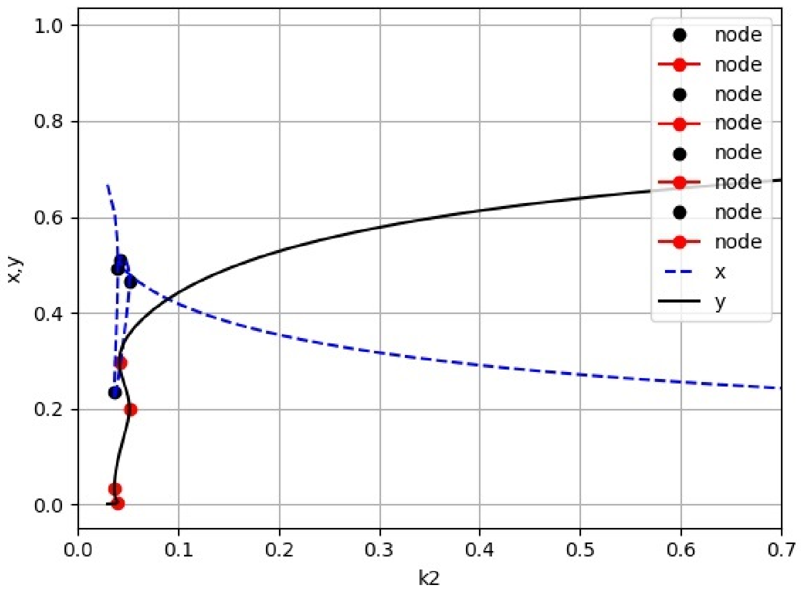

Рис. 4: Однопараметрический анализ при $\alpha = 20$

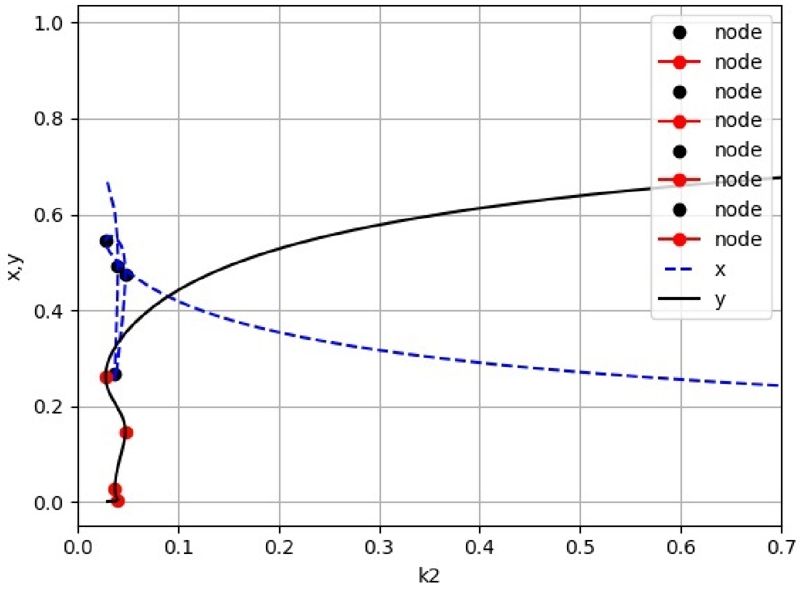

Рис. 5: Однопараметрический анализ при $\alpha = 25$

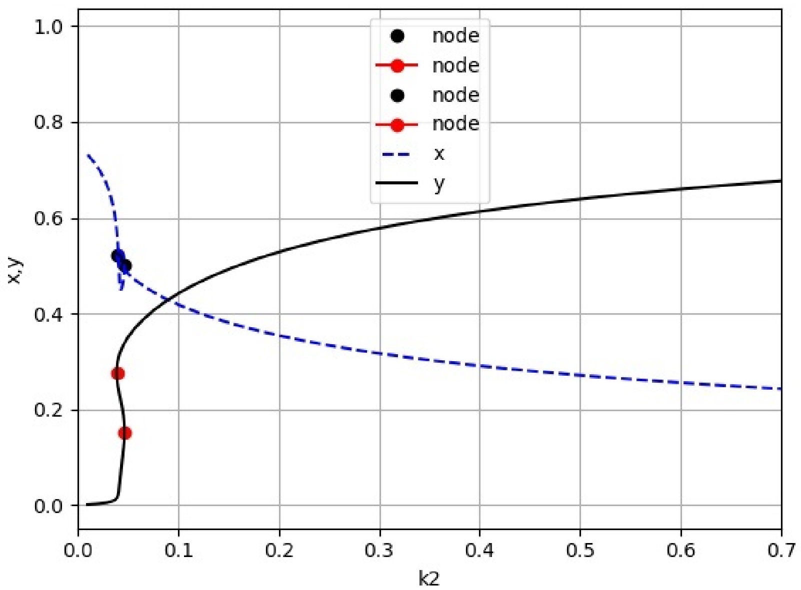

Рис. 6: Однопараметрический анализ при $k_3^0 = 1$

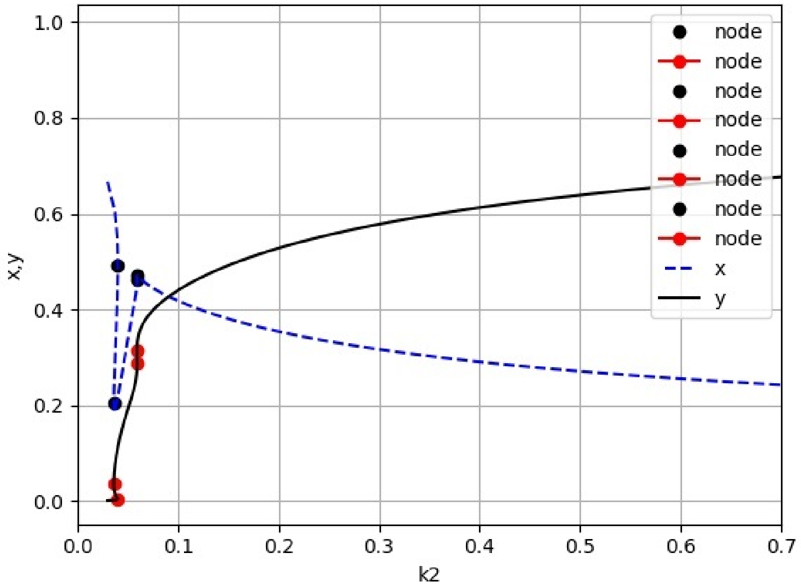

Рис. 7: Однопараметрический анализ при $k_3^0 = 5$

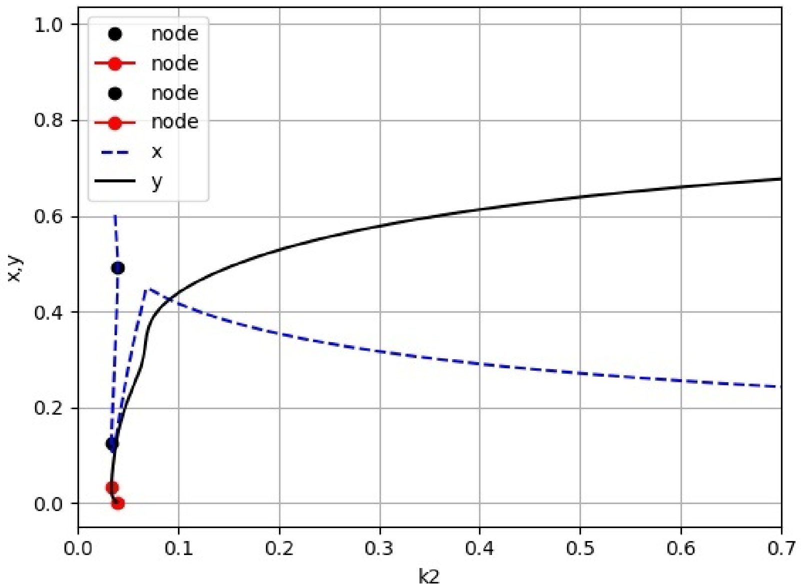

Рис. 8: Однопараметрический анализ при $k_3^0 = 10$

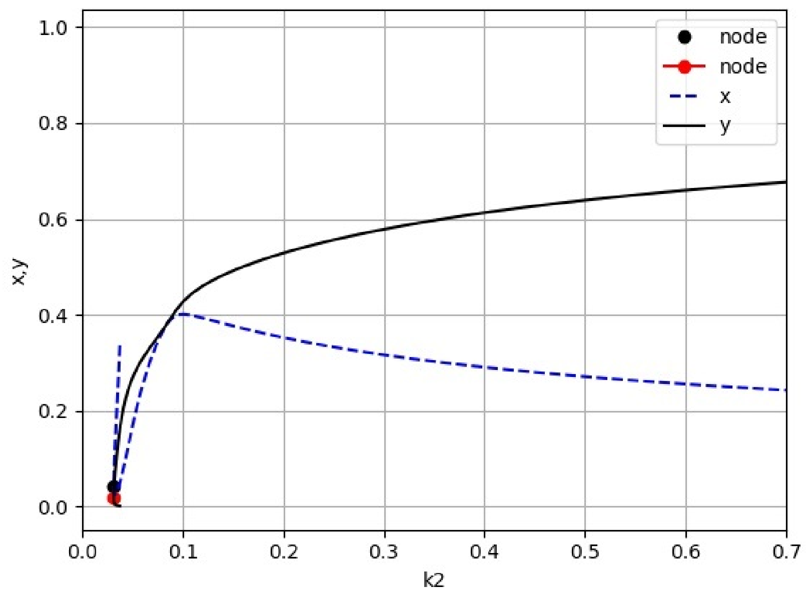

Рис. 9: Однопараметрический анализ при $k_3^0 = 50$

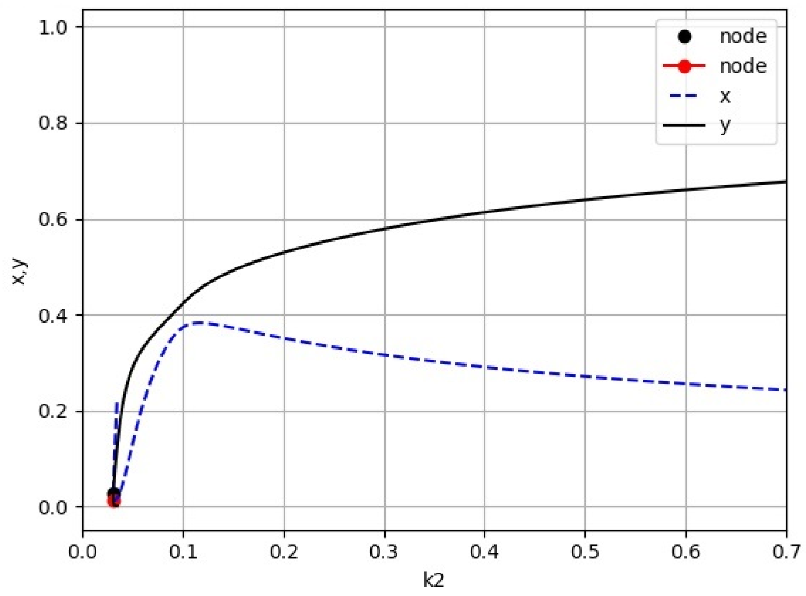

Рис. 10: Однопараметрический анализ при $k_3^0 = 100$

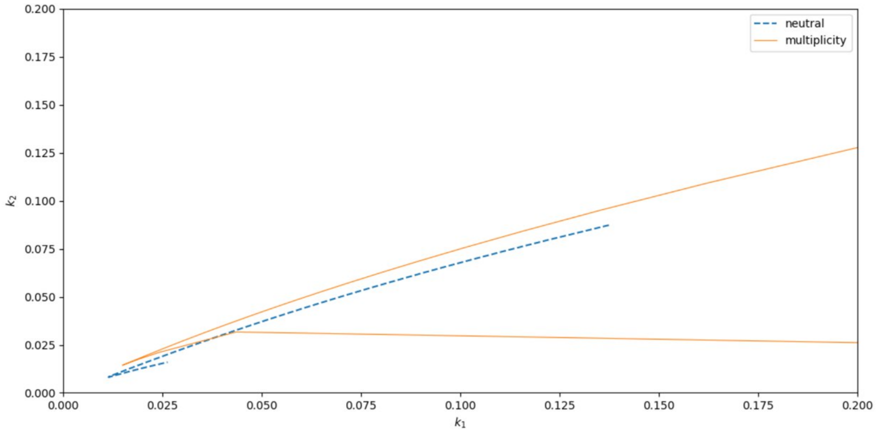

Рис. 11: Двухпараметрический анализ. Параметрический портрет системы.

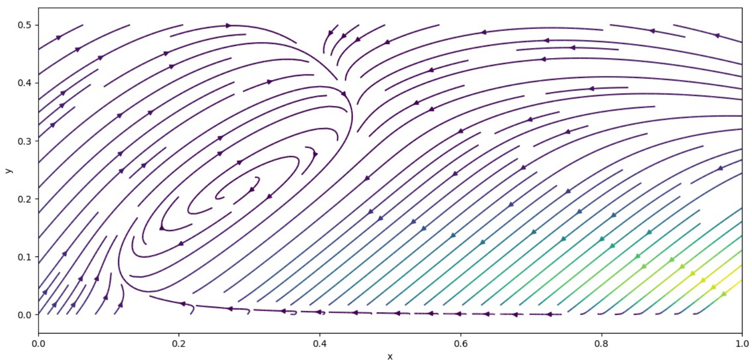

Рис. 12: Двухпараметрический анализ. Фазовый портрет .

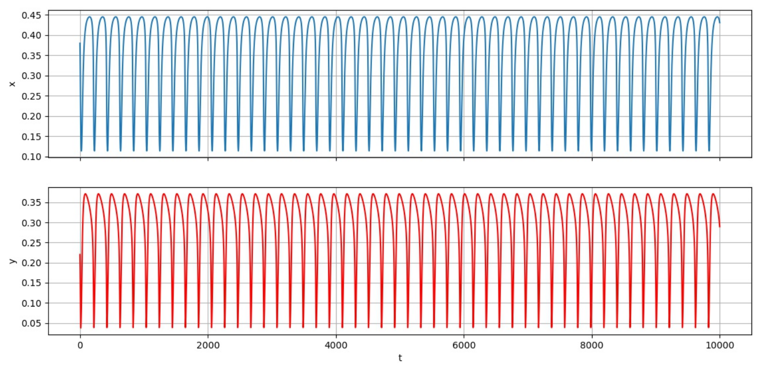

Рис. 13: Двухпараметрический анализ. Автоколебания $x(t)$ и $y(t)$.