知的学習システム第3回レポート

1930099 服部 凌典

電気通信大学 大学院情報理工学研究科 情報学専攻

1. 課題1

フーリエ級数展開は

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx) \tag{1}$$

である．ここで，

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx \ \text{x} \tag{2}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx \ \text{x} \tag{3}$$

である．(1) 式を展開すると，

$$\begin{aligned} f(x) = \\ &\frac{a_0}{2} + \{(a_1 \cos x + b_1 \sin x) \\ &+ (a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x) + \cdots + \} \end{aligned} \tag{4}$$

となり，

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{w}_k \boldsymbol{\phi_k}(x) \tag{5}$$

と表せる．ただし，$\boldsymbol{w}_k = (a_k, b_k)$, $\boldsymbol{\phi_k}(x) = (\cos kx, \sin kx)^{\mathrm{T}}$ とする．よって，フーリエ級数展開は線形回帰基底モデルである．

2. 課題2

与式の対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \ln p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{w}, \beta) = \\ &\ln N(y_1|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}(x_1), \beta^{-1}) \\ &+ \ln N(y_2|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}(x_2), \beta^{-1}) \\ &+ \cdots + \ln N(y_n|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}(x_n), \beta^{-1}) \\ &= \sum_{k=1}^{N} \ln N(y_n|\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi}(x_n), \beta^{-1}) \end{aligned} \tag{6}$$

である．また，対数尤度関数の勾配は

$$\begin{aligned} \nabla \ln p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{w}, \beta) = \\ &\sum_{k=1}^{N} y_n \boldsymbol{\phi}(x_n)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \left(\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{\phi}(x_n)\boldsymbol{\phi}(x_n)^{\mathrm{T}} \right) \\ &= \boldsymbol{0}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{7}$$

である．

表 1: N と M に対応する MSE

	10	100	1000
2	0.85	0.63	0.62
4	0.85	0.63	0.62
8	0.85	0.63	0.62

3. 課題3

関数を $f(x) = 10 * (x - 0.5)^2$ と定め，サンプルル点 $N = \{100, 1000, 10000\}$, 基底関数の個数を $M = \{2, 4, 8\}$, $s = 2$, $\beta^{-1} = 0.7$ として実験する．評価方法として平均二乗誤差 (MSE) を用いる．表 1 にそれぞれのサンプルでの MSE を示す．表 1 から，mse はデータセットの個数が多くなるにつれて低くなり，元の関数に回帰モデルが近づくことを確認している．一方で，基底関数の個数による mse の変化は見受けられなかった．