

13:00–14:30. A4 用紙 (両面自筆書き込み) のみ持ち込み可. 使用可能な解答用紙は 1 枚のみ.
携帯電話, タブレット等は電源を切ってカバンの中にする.

採点終了次第, 講義 web ページにて, 得点分布, 講評などを掲載する.

採点結果を知りたい場合は, 解答用紙右上「評点」欄の中に 5 文字程度の適当なランダム文字列を記載のこと (その文字列は控えておくように).

採点終了後, そのランダム文字列と得点の対応表を公開する.

問題 1 以下の 2 つの問いに答えよ.

(1) 任意の命題 P, Q に対して, 次が成り立つことを証明せよ. 真理値表を用いるとよい.

$$(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P.$$

(2) 集合 A, B, C を次のように定める.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}. \quad B = \{5, 6, 7, 8, 9\}. \quad C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

このとき, 次の各集合は何であるか? その要素をすべて並べること (外延的定義) により答えよ.

1. $A \cap B$.
2. $B - A$.
3. $C - (A \cup B)$.

問題 2 同値変形によって, 任意の命題関数 $P(x), Q(x)$ に対して

$$\neg(\exists x (P(x) \rightarrow Q(x))) \Leftrightarrow (\forall x (P(x))) \wedge (\neg(\exists x (Q(x))))$$

が成り立つことを証明せよ.

問題 3 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

ある実数 x が存在して, 任意の実数 y に対して, $xy = 1$ となる.

問題 4 同値変形によって, 任意の集合 A, B に対して次が成り立つことを証明せよ.

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A).$$

問題 5 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合 A, B, C に対して, $A \subseteq B$ ならば, $A - (B - C) \subseteq C$ が成り立つ.

問題 6 次の命題は正しいか, 正しくないか, 理由も付けて答えよ.

任意の集合 A, B に対して, $A \subseteq B$ ならば, $A - B \subseteq \emptyset$ が成り立つ.

(ヒント: 「 $x \in \emptyset$ 」は F (偽) と同値である.)

以上