天体物理学レポート No.2

61908697 佐々木良輔

問 1

温度 T, 半径 R の球体の光度 L は

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \tag{1}$$

ただし σ は Stefan-Boltzmann 定数である．したがってこの球体を距離 D 離れた位置からみたときの輻射流速 F は

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} = \frac{R^2}{D^2}\sigma T^4 \tag{2}$$

となる. したがって地球の半径を R_E, 太陽の半径を $\theta_\odot$, 太陽の平均温度を $T_\odot$ とすると地球が単位時間に受ける熱量 Q_{in} は太陽からのエネルギーを断面積 πR_E^2 で受けることから

$$Q_{in} = \theta_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \cdot \pi R_E^2 \tag{3}$$

地球が単位時間あたりに放出する熱量 Q_{out} は地球の平均温度を T_E とすると

$$Q_{out} = 4\pi R_E^2 \sigma T_E^4 \tag{4}$$

熱平衡を仮定すると

$$\begin{aligned} \theta_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \cdot \pi R_E^2 &= 4\pi R_E^2 \sigma T_E^4 \\ \therefore\ T_E &= \left(\frac{\theta_\odot^2}{4}\right)^{1/4} T_\odot \\ &= \left(\frac{R_\odot^2}{4D^2}\right)^{1/4} T_\odot \end{aligned} \tag{5}$$

となる. また, 地球近傍を周回する人工衛星を考えると人工衛星 (半径 r_s) が受ける太陽からの輻射エネルギー $Q_{in-\odot}$ は (3) と同様に求められるので

$$Q_{in-\odot} = \theta_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \cdot \pi r_s^2 \tag{6}$$

また, 地球からの輻射エネルギー Q_{in-E} は衛星の軌道半径 $\simeq R_E$ であり地球の視半径 $\theta_E \simeq 1$ であることから

$$Q_{in-E} = \sigma T_E^4 \cdot \pi r_s^2 \tag{7}$$

また衛星が放出する輻射エネルギー Q_{out} は衛星の温度を T_s とすれば (4) と同様に

$$Q_{out} = 4\pi r_s^2 \sigma T_s^4 \tag{8}$$

以上から熱平衡を仮定し平均温度を計算すると

$$\begin{aligned} Q_{out} &= Q_{in-\odot} + Q_{in-E} \\ T_s &= \left(\frac{1}{4}(\theta_\odot^2 T_\odot^4 + T_E^4)\right)^{1/4} \\ &= \left(\frac{5\theta_\odot^2}{16}\right)^{1/4} T_\odot \simeq 295 \text{ K} \end{aligned} \tag{9}$$

となる.

問 2

軌道上で半分の時間日陰にいるという状況は前問において $Q_{in-\odot}$ の寄与が半分になった場合に相当するので熱平衡の仮定から人工衛星の平均温度は

$$\begin{aligned} Q_{out} &= \frac{1}{2} Q_{in-\odot} + Q_{in-E} \\ T_s &= \left(\frac{1}{4}(\frac{\theta_\odot^2 T_\odot^4}{2} + T_E^4)\right)^{1/4} \\ &= \left(\frac{3\theta_\odot^2}{16}\right)^{1/4} T_\odot \simeq 260 \text{ K} \end{aligned} \tag{10}$$

となる.