物性物理学 No.7

61908697 佐々木良輔

(1-1)

系の面積を S とすると波数空間において 1 状態が占める面積は

$$\frac{(2\pi)^2}{S} \tag{1}$$

となるので, 微小面積 $2\pi kdk$ 中に存在する状態数 dN は

$$dN = 2 \times \frac{S}{(2\pi)^2} 2\pi kdk = \frac{S}{\pi} kdk \tag{2}$$

となる.

(1-2)

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m} \tag{3}$$

より

$$dN = \frac{S}{\pi}\frac{m}{\hbar^2} dE \tag{4}$$

(1-3)

$D(E) = dN/dE$ と書けるので (4) より

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{S}{\pi}\frac{m}{\hbar^2} \tag{5}$$

(2)

波数空間で 1 状態が占める長さは

$$\frac{2\pi}{L} \tag{6}$$

である．したがって波数空間での微小長さ k から $k+dk$ 中に存在する状態数 dN は

$$dN = 2 \times \frac{L}{2\pi} dk = \frac{L}{\pi} dk \tag{7}$$

また $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ より

$$\sqrt{E} = \frac{\hbar k}{\sqrt{2m}} \tag{8}$$

両辺 k で微分すると

$$\begin{aligned} \frac{d\sqrt{E}}{dE} \frac{dE}{dk} &= \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \\ \frac{1}{2\sqrt{E}} \frac{dE}{dk} &= \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \\ \therefore\ dk &= dE \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} \end{aligned} \tag{9}$$

よって

$$dN = \frac{L}{\pi} \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} dE \tag{10}$$

したがって状態密度は

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{L}{\hbar \pi} \sqrt{\frac{m}{2E}} \tag{11}$$