天体物理学レポート No.2

61908697 佐々木良輔

問 1

温度 T, 半径 R の球体の光度 L は

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \tag{1}$$

ただし σ は Stefan-Boltzmann 定数である．したがってこの球体を距離 D 離れた位置からみたときの輻射流速 F は

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} = \frac{R^2}{D^2}\sigma T^4 \tag{2}$$

となる. したがって地球の半径を R_E, 太陽の半径を $\theta_\odot$, 太陽の平均温度を $T_\odot$ とすると地球が単位時間に受ける熱量 Q_{in} は太陽からのエネルギーを断面積 πR_E^2 で受けることから

$$Q_{in} = \theta_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \cdot \pi R_E^2 \tag{3}$$

地球が単位時間あたりに放出する熱量 Q_{out} は地球の平均温度を T_E とすると

$$Q_{out} = 4\pi R_E^2 \sigma T_E^4 \tag{4}$$

熱平衡を仮定すると

$$\begin{aligned} \theta_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \cdot \pi R_E^2 &= 4\pi R_E^2 \sigma T_E^4 \\ \therefore\ T_E &= \left(\frac{\theta_\odot^2}{4}\right)^{1/4} T_\odot \\ &= \left(\frac{R_\odot^2}{4D^2}\right)^{1/4} T_\odot \end{aligned} \tag{5}$$

となる. また, 地球近傍を周回する人工衛星を考えると人工衛星 (半径 r_s) が受ける太陽からの輻射エネルギー $Q_{in-\odot}$ は (3) と同様に求められるので

$$Q_{in-\odot} = \theta_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \cdot \pi r_s^2 \tag{6}$$

また, 地球からの輻射エネルギー Q_{in-E} は衛星の軌道半径 $\simeq R_E$ であり地球の視半径 $\theta_E \simeq 1$ であることから

$$Q_{in-E} = \sigma T_E^4 \cdot \pi r_s^2 \tag{7}$$

また衛星が放出する輻射エネルギー Q_{out} は衛星の温度を T_s とすれば (4) と同様に

$$Q_{out} = 4\pi r_s^2 \sigma T_s^4 \tag{8}$$

以上から熱平衡を仮定し

$$\begin{aligned} Q_{out} &= Q_{in-\odot} + Q_{in-E} \\ T_s &= \left(\frac{1}{4} (\theta_\odot^2 T_\odot^4 + T_E^4) \right)^{1/4} \\ &= \left(\frac{5\theta_\odot^2}{16} \right)^{1/4} T_\odot \simeq 295 \text{ K} \end{aligned} \tag{9}$$

となる.

問 2

軌道上で半分の時間日陰にいるという状況は前問において $Q_{in-\odot}$ の寄与が半分になった場合に相当するので熱平衡は

$$\begin{aligned} Q_{out} &= \frac{1}{2} Q_{in-\odot} + Q_{in-E} \\ T_s &= \left(\frac{1}{4} (\frac{\theta_\odot^2 T_\odot^4}{2} + T_E^4) \right)^{1/4} \\ &= \left(\frac{3\theta_\odot^2}{16} \right)^{1/4} T_\odot \simeq 260 \text{ K} \end{aligned} \tag{10}$$

となる.