パワーエレクトロニクス No.2

佐々木良輔

演習 1

実効値 V_{eff} は

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v^2(\theta)\ \mathrm{d}\theta} \\
&= \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\sqrt{\int_\theta^{\pi-\theta} V^2\ \mathrm{d}\theta + \int_{\pi+\theta}^{2\pi-\theta} V^2\ \mathrm{d}\theta} \\
&= V\sqrt{1-\frac{2\theta}{\pi}}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

また平均値は明らかに 0 なので $V_0 = 0$, 奇関数なので $a_n = 0$ である．したがってフーリエ係数 b_n は

$$
\begin{aligned}
b_n &= \int_0^{2\pi} v(\theta')\sin n\theta'\ \mathrm{d}\theta \\
&= \frac{V}{\pi}\left(\int_\theta^{\pi-\theta}\sin n\theta'\ \mathrm{d}\theta' - \int_{\pi+\theta}^{2\pi-\theta}\sin n\theta'\ \mathrm{d}\theta'\right) \\
&= \frac{V}{n\pi}\left(-\cos n(\pi-\theta) + \cos n\theta + \cos n(2\pi-\theta) - \cos n(\pi+\theta)\right)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

ここで n が奇数の時 $\cos n\theta = \cos n(2\pi-\theta) = -\cos n(\pi-\theta) = -\cos n(\pi+\theta)$, n が偶数の時 $\cos n\theta = \cos n(2\pi-\theta) = \cos n(\pi-\theta) = \cos n(\pi+\theta)$ なので

$$
b_n = \begin{cases} \frac{4V}{n\pi}\cos n\theta & (n: \text{奇数}) \\ 0 & (n: \text{偶数}) \end{cases}
\tag{3}
$$

以上から

$$
v(\theta') = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{(2n-1)\pi}\cos(2n-1)\theta\sin(2n-1)\theta'
\tag{4}
$$

したがって基本波は

$$
v_1(\theta') = \frac{4V}{\pi}\cos\theta\sin\theta'
\tag{5}
$$

高調波は

$$v_h(\theta') = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4V}{(2n-1)\pi} \cos(2n-1)\theta \sin(2n-1)\theta' \tag{6}$$

である．よって基本波の実効値は

$$V_1 = \frac{4V}{\pi} \cos\theta \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}V\cos\theta}{\pi} \tag{7}$$

したがってひずみ率は

$$\begin{aligned} \frac{V_H}{V_1} &= \frac{\sqrt{V^2\left(1-\frac{2\theta}{\pi}\right)^2 - \frac{8V^2\cos\theta}{\pi^2}}}{\frac{2\sqrt{2}V\cos\theta}{\pi}} \\ &= \frac{\sqrt{(\pi-2\theta)^2 - 8\cos^2\theta}}{2\sqrt{2}\cos\theta} \end{aligned} \tag{8}$$

となる．

演習 2

直流の場合の消費電力 P_D は

$$P_D = \frac{V^2}{R} \tag{9}$$

である．また振幅 $\sqrt{2}V$ の交流電源の実効値は V である．この電源の電力の平均値は

$$P_A = \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{d}t \sqrt{2}V \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \cdot \sqrt{2}\frac{V}{R}\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \tag{10}$$

$$= \frac{2V^2}{R}\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi} \sin x \ \mathrm{d}x \tag{11}$$

$$= \frac{V^2}{R} \tag{12}$$

となる．このことから実効値とはある電圧のひずみの無い交流信号と同じ仕事をできる直流の電圧と言える．