パワーエレクトロニクス No.11

61908697 佐々木良輔

(1)

v_{un} は奇関数なので余弦波成分は 0 である．正弦波成分は周期を T とすれば

$$\begin{aligned}
b_n =&\frac{2}{T}\int_0^T v_{un}(t)\sin\frac{2\pi nt}{T}\ dt \\
=&\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\tilde{v}_{un}(x)\sin nx\ dx \\
=&\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/3}\frac{V_s}{3}\sin nx\ dx+\frac{1}{\pi}\int_{\pi/3}^{2\pi/3}\frac{2V_s}{3}\sin nx\ dx+\frac{1}{\pi}\int_{2\pi/3}^{\pi}\frac{V_s}{3}\sin nx\ dx \\
&-\frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{4\pi/3}\frac{V_s}{3}\sin nx\ dx-\frac{1}{\pi}\int_{4\pi/3}^{5\pi/3}\frac{2V_s}{3}\sin nx\ dx-\frac{1}{\pi}\int_{5\pi/3}^{2\pi}\frac{V_s}{3}\sin nx\ dx \\
=&\frac{V_s}{3}\frac{2}{\pi n}\left(1+\cos\frac{\pi n}{3}-\cos\frac{2\pi n}{3}-\cos\pi n\right) \\
=&\begin{cases}\dfrac{2V_s}{\pi n} & (n=1+6k,\ 5+6k,\ k\in\mathbb{N}) \\ 0 & (\text{otherwise})\end{cases}
\end{aligned} \tag{1}$$

したがって v_{un} のフーリエ級数展開は

$$v_{un}=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{2V_s}{\pi(1+6k)}\sin\left((1+6k)\frac{2\pi}{T}t\right)+\frac{2V_s}{\pi(5+6k)}\sin\left((5+6k)\frac{2\pi}{T}t\right)\right) \tag{2}$$

と表される．

(2)

v_{uo} のフーリエ級数展開は

$$v_{uo}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2V_s}{(2n-1)\pi}\sin\left((2n-1)\frac{2\pi}{T}t\right) \tag{3}$$

である. 一方で v_{no} は奇関数なので, そのフーリエ係数は

$$\begin{aligned} b_n =& \frac{2}{T}\int_0^T v_{no}(t)\sin\frac{2\pi nt}{T}\ dt \\ =& \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \tilde{v}_{no}(x)\sin nx\ dx \\ =& \frac{V_s}{3\pi n}\left(1-\cos\frac{\pi n}{3}+\cos\frac{2\pi n}{3}-\cos\pi n+\cos\frac{4\pi n}{3}-\cos\frac{5\pi n}{3}\right) \\ =& \begin{cases} \dfrac{2V_s}{\pi n} & (n=3+6k,\ \ k\in\mathbb{N}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \end{aligned} \tag{4}$$

したがって

$$\begin{aligned} v_{no} &= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{2V_s}{(3+6k)\pi}\sin\left((3k+6)\frac{2\pi}{T}t\right) \\ &= \frac{2V_s}{3}\sin\left(3\frac{2\pi}{T}t\right)+\frac{2V_s}{9}\sin\left(9\frac{2\pi}{T}t\right)+\frac{2V_s}{15}\sin\left(15\frac{2\pi}{T}t\right)+\cdots \end{aligned} \tag{5}$$

となり, これは (3) 式の $3,\ 9,\ 15,\ldots$ 次高調波に等しいことがわかる.