

1 原理

1.1 ホログラフィの特徴

ホログラフィとは写真技術の一種である。写真技術にはホログラフィの他にネガフィルムや CMOS など撮像方法の異なるものが存在するが、これらは基本的に光の強度を記録する撮像方法である。一方でホログラフィでは光の振幅情報と同時に位相情報を記録できる。ホログラフィでは被写体表面からの散乱光と、位相が既知で揃った参照光を干渉させることで位相情報を記録する。特にコヒーレントな光源としてレーザーが用いられる。これによりホログラフィには以下のような特徴がある。

3次元画像の記録, 再生

ホログラフィでは再生時に位相を含めた撮影時の電場を再現することができる。これを受けた人間の脳はホログラフィの像が3次元であるかのように認識する。

分散記録性

従来のネガフィルムによる撮像ではフィルム上の1点が1つの画素に相当したため、フィルムが欠落すると画像のその部分は喪失した。対してホログラフィではフィルム上の各点が散乱光の情報を持っており、フィルムが一部欠落しても同じ像を再生できる。

多重記録

波数ベクトルの異なる参照光を用いることで同一フィルム状に複数の情報を記録できる。

これらの特徴を用いてホログラフィは貨幣の偽造防止や物体の測定などに応用されている。

1.2 フレネルホログラムの原理

1.2.1 撮像方法

図1にホログラフィ撮像のセットアップの概略図を示す。ここで参照光レーザーのような位相が揃った単色光であり物体からの散乱光に対して角度 θ で入射する。

ここで乾板表面における散乱光は位相分布 $\alpha(x, y)$ と振幅分布 $A_S(x, y)$ を用いて

$$E_S = A_S(x, y)e^{i\alpha(x, y)} \quad (1)$$

また参照光は一様なので、波数を k 振幅を A_R とすると

$$E_R = A_R e^{ikx \sin \theta} \quad (2)$$

となる。したがって乾板上での光の強度分布は

$$\begin{aligned}
I(x, y) &= |E_S + E_R|^2 \\
&= |E_S|^2 + |E_R|^2 + E_S E_R^* + E_S^* E_R \\
&= |A_S(x, y)|^2 + |A_R|^2 + A_S(x, y) A_R \left(e^{i(\alpha(x, y) - kx \sin \theta)} + e^{-i(\alpha(x, y) - kx \sin \theta)} \right) \quad (3) \\
&=: I_0(x, y) + I_1(x, y) \left(e^{i\delta(x, y)} + e^{-i\delta(x, y)} \right) \\
&= I_0(x, y) + 2I_1(x, y) \cos \delta(x, y)
\end{aligned}$$

となり、乾板にはこの光の強度分布が記録される。散乱光の位相分布は干涉項の位相 δ に含まれて記録されることがわかる。記録の方法は乾板の素子によって異なるが、以下では電場の透過率分布として記録されるものとする。

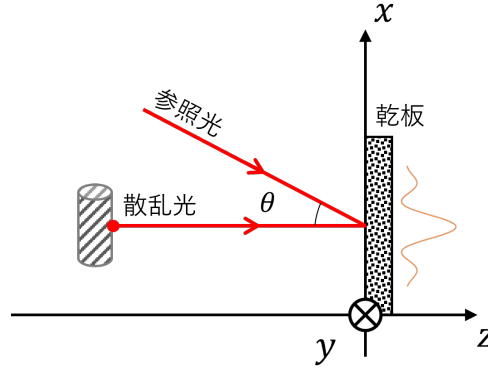


図1 撮像セットアップの概略

1.2.2 再生方法

透過率 T は

$$T = a + bI(x, y) \quad (4)$$

と表される。ここで a は乾板の素材固有の、 $bI(x, y)$ は光の強度分布に依存した項である。ここに再生光として参照光と同等の電場 E_R を入射する。このとき乾板を透過した直後の電場分布 E は

$$\begin{aligned}
E &= TE_R = aE_R + bE_R \left(I_0(x, y) + I_1(x, y) \left(e^{i\delta(x, y)} + e^{-i\delta(x, y)} \right) \right) \\
&= (a + bI_0(x, y)) E_R + bE_R (E_S E_R^* + E_S^* E_R) \quad (5) \\
&= (a + bI_0(x, y)) E_R + b|E_R|^2 E_S + bE_S^* E_R^2
\end{aligned}$$

ここで第1項は参照光に比例した電場であり、散乱光の情報は含まない。第2項は散乱光に比例した電場であり、このことからホログラフィを覗き込むと元々物体があった位置にその像が見えることがわかる。また第3項は $bE_S^* E_R^2 = bA_S e^{-i\alpha(x, y)} A_R^2 e^{i2kx \sin \theta}$ より 2θ の方向に伝搬する光である。この光は逆位相の散乱光の情報を含んでいるため 2θ 方向からも像が見えることがわかる。これは位相共役項と呼ばれる。

1.3 ホログラフィ干渉

1.3.1 基本原理

ホログラフィ干渉とは多重記録されたホログラフィが同時に再生される際に互いが干渉することで像に干渉縞が現れる現象である。まず位置 \vec{r} にある粒子による散乱を考える。図 2 のように散乱前の波数が \vec{k}_0 、散乱後の波数が \vec{k}_1 とする。このとき散乱直前、直後の電場の位相は

$$\begin{cases} \vec{k}_0 \vec{r} - \omega t \\ \vec{k}_1 \vec{r} - \omega t + \phi(\vec{r}) \end{cases} \quad (6)$$

である。散乱によってずれた位相が δ であったとき

$$\begin{aligned} \delta &= \vec{k}_1 \vec{r} - \omega t + \phi(\vec{r}) - (\vec{k}_0 \vec{r} - \omega t) \\ \therefore \phi(\vec{r}) &= (\vec{k}_0 - \vec{k}_1) \vec{r} + \delta \end{aligned} \quad (7)$$

である。

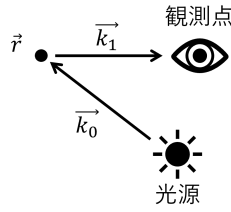


図 2 ホログラフィ干渉の原理

ここで図 3 のように粒子が領域 V に密度 $\rho(\vec{r})$ で分布するとする。観測点が \vec{R} の位置にあるとき、観測点における全散乱波は

$$E \propto \int_V d\vec{r} \rho(\vec{r}) \exp \left(i \left(\vec{k}_1(\vec{r}) (\vec{R} - \vec{r}) - \omega t + \phi(\vec{r}) \right) \right) \quad (8)$$

となる。ここで観測点と領域 V の距離は V の典型的な大きさに対して十分大きいならば $\vec{R} - \vec{r} \sim \vec{R}$, $\vec{k}_1(\vec{r}) = \text{一定}$ と近似できるので

$$E \propto \int_V d\vec{r} \rho(\vec{r}) \exp \left(i \left(\vec{k}_1 \vec{R} - \omega t + \phi(\vec{r}) \right) \right) \quad (9)$$

となる。

ここで粒子が同時に \vec{d} 微小変位したと考える。変位後の粒子の位置を $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{d}$ とすれば変位後の電場は

$$E' \propto \int_V d\vec{r} \rho(\vec{r}') \exp \left(i \left(\vec{k}_1 \vec{R} - \omega t + \phi(\vec{r}') \right) \right) \quad (10)$$

よって変位前後の電場を重ね合わせた光強度は $\vec{k}_0 - \vec{k}_1 = \vec{K}$ とすると

$$\begin{aligned}
 I &= |E + E'|^2 = |E|^2 + |E'|^2 + EE'^* + E^* E' \\
 &= |E|^2 + |E'|^2 + \iint d\vec{r} d\vec{r}' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') e^{i(\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r}'))} \\
 &\quad + \iint d\vec{r} d\vec{r}' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') e^{-i(\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r}'))} \\
 &= |E|^2 + |E'|^2 + \iint d\vec{r} d\vec{r}' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') e^{i\vec{K}(\vec{r}' - \vec{r})} \\
 &\quad + \iint d\vec{r} d\vec{r}' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') e^{-i\vec{K}(\vec{r}' - \vec{r})} \\
 &= |E|^2 + |E'|^2 + \iint d\vec{r} d\vec{r}' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') \cdot 2 \cos \vec{K} \cdot \vec{d}
 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 |E|^2 &= |E'|^2 = EE^* \\
 &= \iint d\vec{r} d\vec{r}' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') =: A
 \end{aligned} \tag{12}$$

とおくと

$$\begin{aligned}
 I &= 2A + 2A \cos \vec{K} \cdot \vec{d} \\
 &= 4A \cos^2 \left(\frac{1}{2} (\vec{k}_0 - \vec{k}_1) \cdot \vec{d} \right)
 \end{aligned} \tag{13}$$

となる。

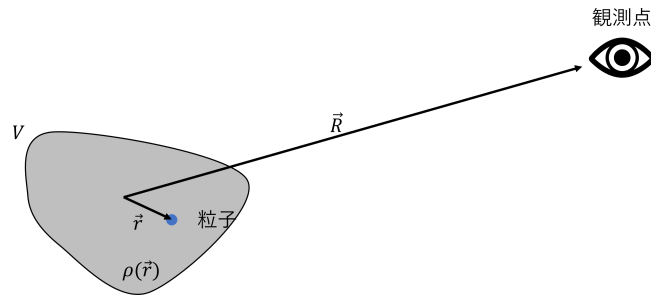


図3 粒子の分布

ここで波数の接線ベクトルを \vec{e}_0, \vec{e}_1 と置けば, 干渉縞の明線条件は整数 m を用いて

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} (\vec{k}_0 - \vec{k}_1) \cdot \vec{d} &= m\pi \\
 \frac{\pi}{\lambda} (\vec{e}_0 - \vec{e}_1) \cdot \vec{d} &= m\pi \\
 \therefore (\vec{e}_0 - \vec{e}_1) \cdot \vec{d} &= m\lambda
 \end{aligned} \tag{14}$$

となる。このことからホログラフィ干渉における干渉縞の明線は波長程度の微小変位に相当することがわかる。これを用いることでごく僅かな物体の変位を測定できる。

1.3.2 微小回転の場合

図 4 のような平板を散乱体として、平板を微量回転させたときの干渉パターンを計算する。

まず z 軸周りの回転について考える。 z 軸周りに $\theta \ll 1$ 回転させたとき、回転行列 $R_z(\theta)$ は

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & -\theta & 0 \\ \theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

なので微小変位ベクトル \vec{d} は

$$\vec{d} = R_z(\theta)\vec{r} - \vec{r} = \begin{pmatrix} -y\theta \\ x\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

また図 4 より

$$\vec{e}_0 - \vec{e}_1 = \frac{1}{0.2} \begin{pmatrix} 0.2/\sqrt{2} \\ 0.03 \\ -0.2\sqrt{2} \end{pmatrix} - \frac{1}{0.2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0.03 \\ 0.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} - 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

よって明線条件は

$$(\vec{e}_0 - \vec{e}_1) \cdot \vec{d} = -\frac{y\theta}{\sqrt{2}} = m\lambda \quad (18)$$

このことから z 軸周りの微小回転により生じるホログラフィ干渉は図のような y にのみ依存する干渉縞になると予想される。ここで平板上に 20 本の干渉縞が見える条件を求めておく。これは $y = 0.06$ において $m = 20$ となる条件なので

$$\theta = -\frac{\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \lambda}{0.06} \simeq 2.98 \times 10^{-4} \quad (19)$$

である。ここで λ は He-Ne レーザーの 632.8 nm とした。

同様に y 軸周りの回転について考える。回転行列 $R_y(\theta)$ は

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \theta & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

なので明線条件は

$$-\frac{z\theta}{\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)x\theta = m\lambda \quad (21)$$

同様に平板上に 20 本の干渉縞が見える条件は、平板上では $z = 0$ として $x = \pm 0.04$ で

$$\theta = \frac{\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \lambda}{(1 + \sqrt{2})x} \simeq 9.27 \times 10^{-5} \quad (22)$$

である。

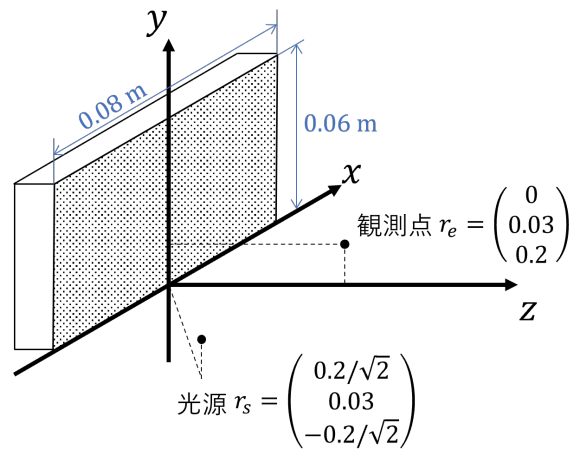


図 4 微小回転

2 方法

2.1 光学系について

2.1.1 光学系の構成

図 5 にホログラフィ撮像, 再生用の光学系を示す. 光学系は光学定盤上にマグネットベースで設置されている. 光源には He-Ne レーザーを用いている. この光源の波長は $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, スペクトル幅 1 GHz , 出力は 10 mW である. ビームスプリッターで分離したレーザー光のうち, 経路 A を通る光は参照光, 経路 B を通る光は物体光になる. 偏光子は参照光の強度を調整するためのものである.

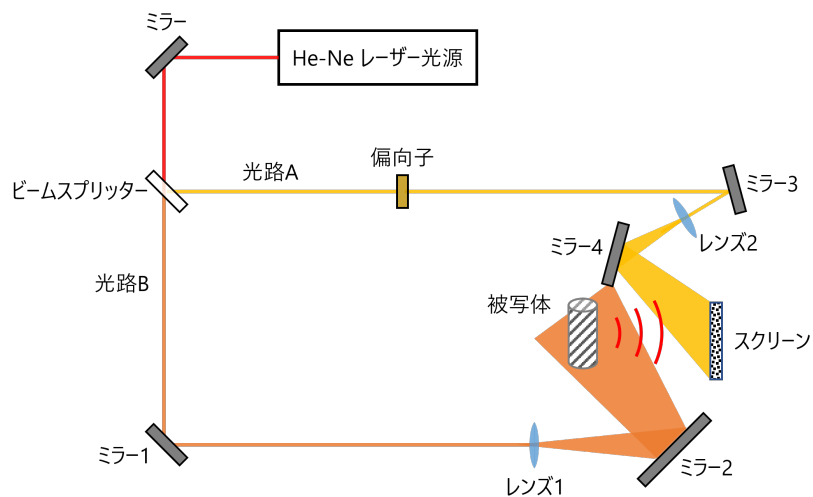


図 5 光学系の構成

2.1.2 光学系の調整

光学系は以下のように調整した.

1. 物体光と参照光の光路差を 5 cm 以内にする
2. 物体光と参照光の角度を 45° 程度にする.

条件 1 について, これは光路差がコヒーレンス長 $L_C = c/\delta\nu \simeq 0.3$ m 以下となるための条件である. 条件 2 は参照光と物体光を空間的に分離するための条件である. 実際の調整手順を図 6 に示す.

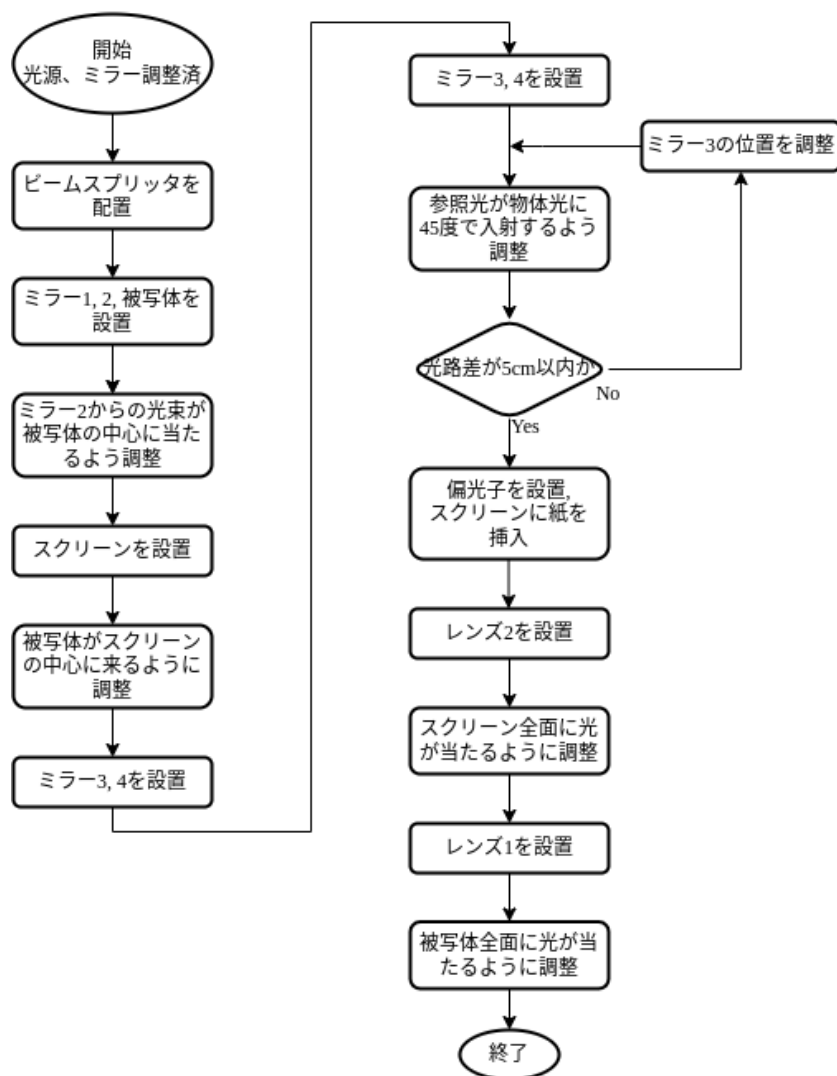


図 6 光学系の調整手順

2.2 撮像手順

2.2.1 露光時間の決定

露光計としてフィルムカメラでの撮影に用いられる一般的な露光計を用いた。まず参照光を遮ったときの乾板位置での物体光の EV 値を測定し、これを EV_O とする。次に物体光を遮り、乾板位置での参照光の EV 値を測定し、これを EV_R とする。ここで $EV_R = EV_O + 1$ となるように偏光子を調整した。最後に物体光と参照光を合わせた光強度 EV_{total} を測定し、露光時間 t を以下で決定した。

$$t = \frac{240}{EV_{total}} \quad (23)$$

2.2.2 撮像手順

図 7 に撮像手順を示す。

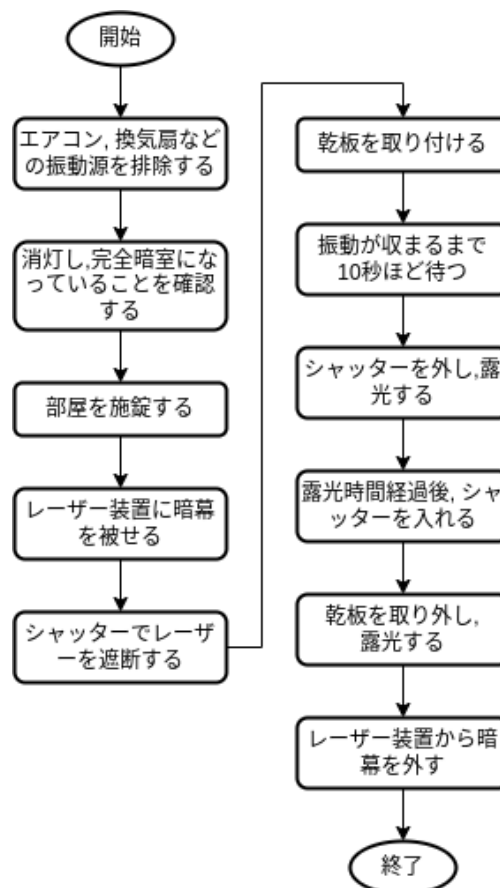


図 7 撮像手順

2.2.3 現像の原理

ホログラフィ撮像で用いた乾板はガラス乾板上に感光剤を塗布したものである。感光剤はハロゲン化銀粒子を含んだもので、基本的な原理は銀塩フィルムと同等である。感光面に光が当たるとハロゲン化銀の結晶の一部が還元され、潜像核という銀粒子が生成する。これを塩基性の現像液に浸すと潜像核を持った結晶の中で還元が進み、像が拡大する。次に乾板を漂白剤に浸すと還元された銀粒子が再び酸化され、銀イオンになる。更に漂白を進めると銀イオンがハロゲン化する。このとき、一部の銀イオンは感光しなかったハロゲン化銀の結晶上に析出する。これによって感光したハロゲン化銀結晶は縮小し、感光しなかった結晶は成長することになる。これによって感光した部分と感光しなかった部分で屈折率の差が生じ、この屈折率の分布によってホログラフィを撮像する。

2.2.4 現像手順

図 8 に現像手順を示す。用いた現像液、漂白液は表 1 の通りである。

表 1 用いた試薬

名称	
現像液	SM-6
漂白液	PBU Amidol

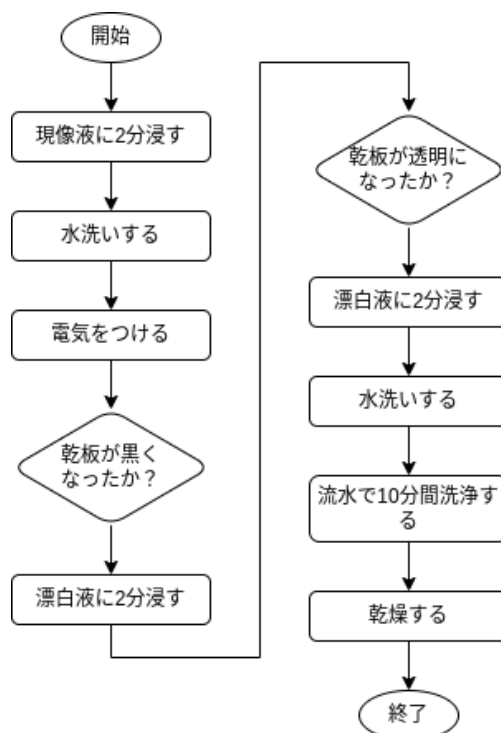


図 8 現像手順

2.3 自由課題 4 について

自由課題 4 では図 5 において被写体を消しゴムとした光学系を用いた. ここでは図 9 のように消しゴムをただ設置した場合と, 力を加えて変形させた場合のホログラフィを撮像することで, ホログラフィ干渉を実現している.

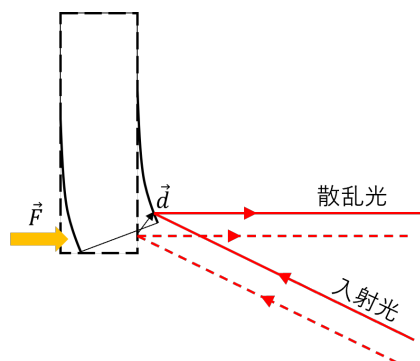


図 9 自由課題の被写体

3 結果

3.1 ホログラフィー干渉

python スクリプトを用いて生成した平板回転による干渉のシミュレーション結果を図 10, 図 11 に示す. ここで計算条件は (19) 式, (22) 式から求めたものであり, 表 2 のとおりである. 図 19 を見ると, 干渉縞は斜めに入っており, また明線の本数は $x = 0$ mm で数えると 20 本である. 図 22 を見ると, 干渉縞はほぼ垂直に入っており, また明線の本数は $y = 0$ mm で数えると 20 本である.

表 2 計算条件

条件	回転軸	角度 θ
1	z 軸回転	2.98×10^{-4}
2	y 軸回転	9.27×10^{-5}

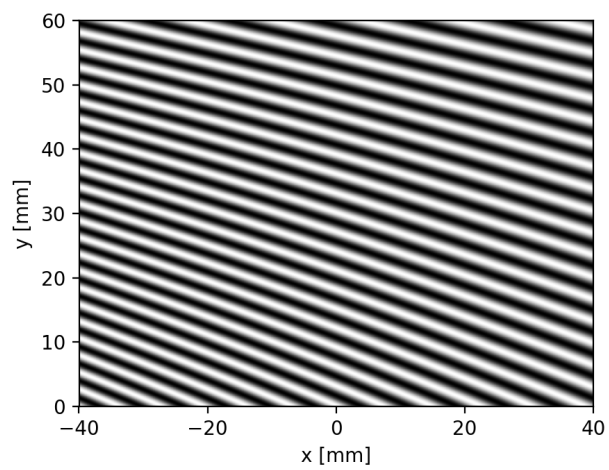


図 10 条件 1(z 軸回転)

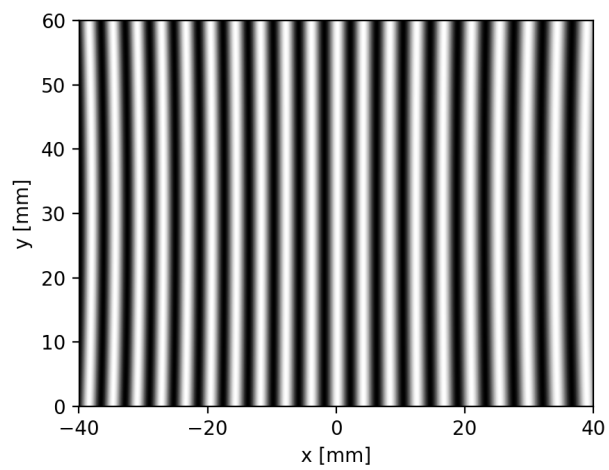


図 11 条件 2(y 軸回転)

3.2 自由課題 4

図 12 に得られたホログラフィ像を示す. ただし図 12 は消しゴムが写っている部分だけをトリミングしている. 図 12 を見ると左右が干渉縞の間隔が狭く, 中央ほど間隔が広いことがわかる. また中央下部に暗い領域がある.



図 12 自由課題 4 のホログラフィ像

4 考察

4.1 平板回転 (z 軸)

4.1.1 課題 1 について

ホログラフィ上に明線が 20 本現れる条件は (19) 式に示した通りである. 3.1 節でも見たとおり, 実際にホログラフィ上である x 座標について切り出したとき, 明線は 20 本現れており, 妥当である.

4.1.2 課題 2 について

明線条件 (18) 式を再掲する.

$$\frac{y\theta}{\sqrt{2}} = -m\lambda$$

ここで θ , λ は実験装置に由来する既知の数値なので, ある m が与えられれば y が一定に決まる. このことから明線条件によれば干渉縞は水平な縞になるべきである.

しかし実際には干渉縞は斜めになっている. シミュレーション用の python スクリプトの関連部分をソースコード A.2 に示す. ここで変数 `theta` が θ , `v_d` が変位ベクトル \vec{d} , `v_object` が平板上の各点の座標, `v_e0` が \vec{e}_0 , `v_e1` が \vec{e}_1 に対応する. このプログラムと 1.3.2 節の計算を比べると, 1.3.2 節では \vec{e}_0 , \vec{e}_1 が常に一定であるとしたのに対して, シミュレーションでは平板上の各点について独立に \vec{e}_0 , \vec{e}_1 を計算している. 逆にそれ以外の計算は同等であることから (18) 式からの予測とシミュレーション結果が異なるのはこの計算の違いであると考えられる. これは即ち (8) 式において領域 V の典型的な大きさに対して観測点との距離が十分離れているとした近似が成り立っていないと考えられる. 実際に平板の典型的な大きさは図 4 に示したように $\sim 10^1$ mm 程度であるのに対して, 観測点との距離は 200 mm であり, 近似が成り立たないことが考えられる.

ソースコード 1 z 軸回転関連のソースコード

```
1  for i in range(NumX):
2      v_object[0] = deltaX*(i-NumX/2)
3      for j in range(NumY):
4          v_object[1] = deltaY*j
5          if num == 0: # 軸回転 z
6              v_d[0] = -theta*v_object[1]
7              v_d[1] = theta*v_object[0]
8              v_d[2] = 0
9          # 光源から物体に向かう単位ベクトルを計算
10         v_e0 = (v_object-v_source)/np.linalg.norm(v_object-v_source)
11         # 物体から目に向かう単位ベクトルを計算
12         v_e1 = (v_eye-v_object)/np.linalg.norm(v_eye-v_object)
13         # 回転前後の光路差の変化から位相差を計算
14         dphase = (2*mt.pi/lamb)*np.dot(v_d, (v_e1-v_e0))
15         HoloImage[j][i] = (1+mt.cos(dphase))/2
```

4.1.3 その他の考察

ホログラフィー干渉の縞は微小変位によって生じた位相差によるものである。したがってホログラフィー像から位相成分を抽出すれば元の変位量を計算できると考えた。これを計算するためにホログラフィー像をフーリエ変換し、位相成分を抽出、画像化するスクリプトを作成した。ソースコードは補遺に示す。また作成にあたっては Web サイト [1] を参考にした。このプログラムでは位相変化を z 軸に、画像上での位置を $x - y$ 平面に取った 3 次元画像と、それを濃淡で表した画像を出力する。またフーリエ変換により得られたスペクトル画像と、それを逆変換して得た画像も同時に示している。更にノイズを除去するためにローパスフィルタを適用している。また numpy ライブラリでは位相が畳み込まれた状態で出力されるので、Scikit-image ライブラリの 2 次元 `unwrap` 関数を用いて `unwrap` 処理を行っている。図 13, 図 14 に出力画像を示す。図 13 から位相は z 軸周りに回転するような成分を持っていることがわかり、これは z 軸回転により得られたホログラフィー像であることに整合する。

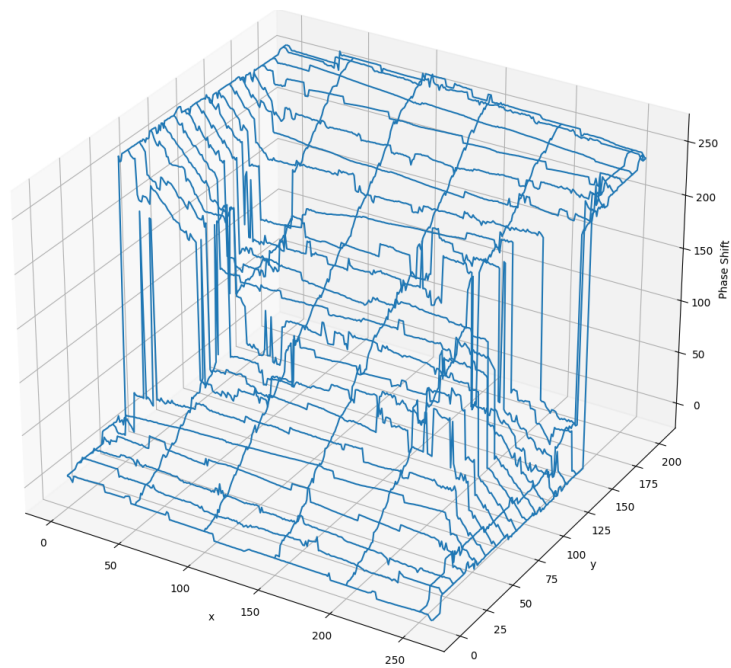


図 13 位相の 3 次元画像

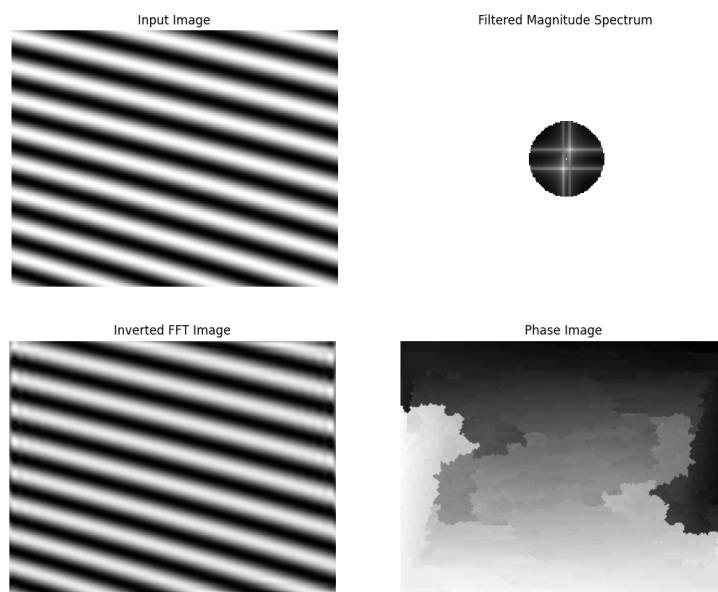


図 14 入力画像 (左上), スペクトル画像 (右上), 逆変換された画像 (左下), 位相画像 (右下)

4.2 平板回転 (y 軸)

4.2.1 課題 3 について

ホログラフィ上に明線が 20 本現れる条件は (22) 式に示した通りである。3.1 節でも見たとおり、実際にホログラフィ上である y 座標について切り出したとき、明線は 20 本現れており、妥当である。

4.2.2 課題 4 について

明線条件 (21) 式において $z = 0$ とすると

$$x = \frac{\sqrt{2}m\lambda}{(1 + \sqrt{2})\theta} \quad (24)$$

となり、ある m が与えられれば x が一定に定まる。このことから干渉縞は垂直な縞になるべきである。実際図 11 からそのようになっていることがわかる。

4.2.3 その他の考察

4.1.3 節で用いたものと同じスクリプトでこのホログラフィー像についても解析を試みた。図 15、図 16 に出力画像を示す。図 15 から位相が確かに y 軸周りに回転されている様子がわかり、妥当である。ただし画像には 20 本の明線が見えることから位相シフトは $20 \times 2\pi \simeq 125$ 程度になるべきだが、出力結果では -50 から 200 までの 250 程度の位相シフトが出ている。

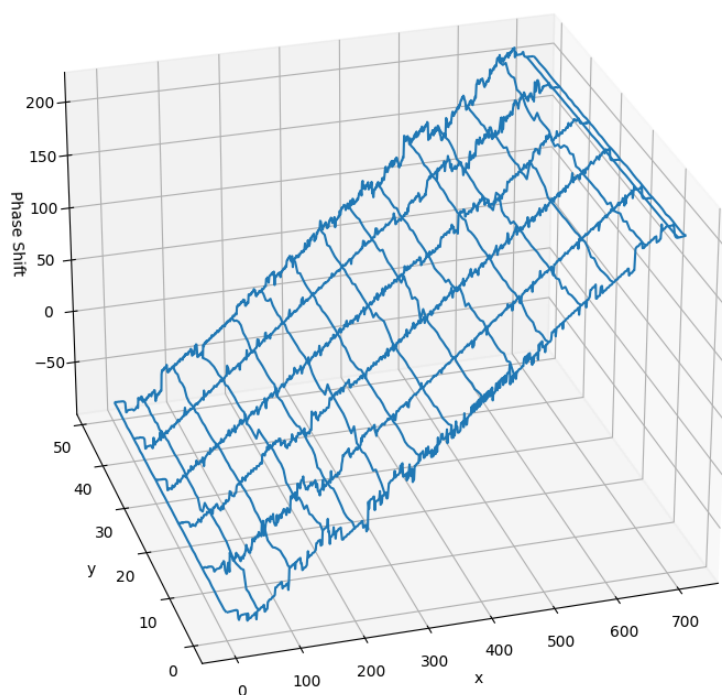


図 15 位相の 3 次元画像

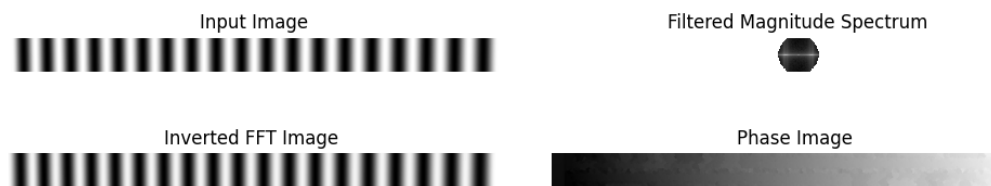


図 16 入力画像 (左上), スペクトル画像 (右上), 逆変換された画像 (左下), 位相画像 (右下)

4.3 自由課題 4

4.3.1 選択の動機

自由課題 4 では平板などではなく実際に弾性体である消しゴムを変形させ, その変位に基づくホログラフィー像を作成している. したがってこの課題を扱うことにより, ホログラフィーを用いた変位測定を経験でき, これは工学での精密測定でも応用可能だと考えたため自由課題 4 を選択した. 実際にホログラフィーは高分解能な測定方法であるフーリエ変換ホログラフィー法などで用いられており, 考察に値すると思った.[2]

4.3.2 原理

2.3 節で示した通り, 消しゴムに力を加えたことによる変形を微小変形としてホログラフィー干渉を実現している. ここでは簡単のため, 消しゴムの変位は図 17 のように z 方向に限定されていると考える. すなわち微小変位ベクトルは変位量 d を用いて

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -d \end{pmatrix} \quad (25)$$

よって 1.3.2 節と同様に明線条件を求めると

$$(\vec{e}_0 - \vec{e}_1) \cdot \vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \right) d = m\lambda \quad (26)$$

したがって

$$d = n \frac{\sqrt{2}\lambda}{1 + \sqrt{2}} \simeq 0.586\lambda \times m \quad (27)$$

となる. すなわち 1 つの明線ごとに 0.6 波長程度の変位が起きていると考えられる.

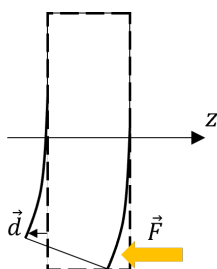


図 17 変形の仮定

4.3.3 考察

図 18 に得られたホログラフィ像の明線のナンバリングを示す. 図 18 から左右の端ほど明線の間隔が狭く, 中心は広いことがわかる. また前節で求めたように 1 明線ごとに 0.6 波長程度の変位があると考えられることから, 変位のモデルとして図 19 のようなものが考えられる. ここで本来位相情報は畳み込まれており, 本質的には波長以上の深度情報は得られないが, 変位は連続的に変化するべきであることと, 弾性体に対する洞察から図 19 のように推測した.

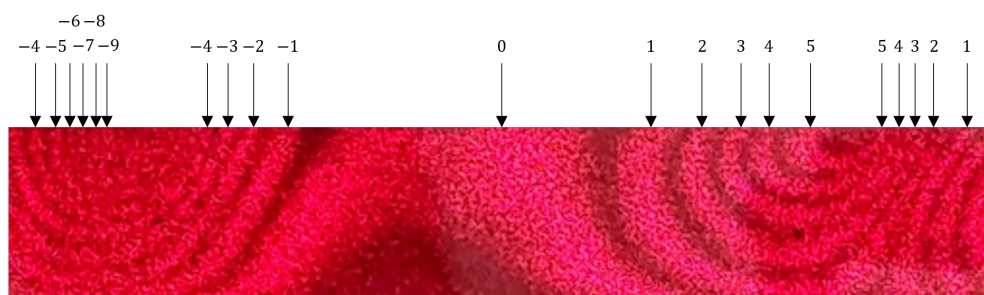


図 18 明線のナンバリング

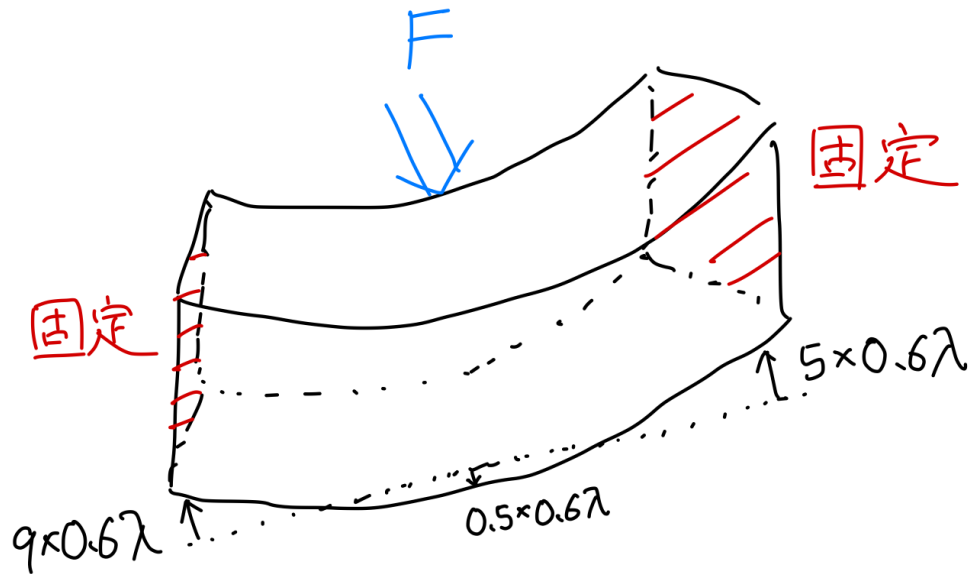


図 19 変形モデルの推測

また前節で用いたスクリプトを用いて解析を行った. その結果を図 20, 図 21 に示す. ただし推測した変形モデルと位相画像の形状が一致するように, 中心付近を基準に折り返すように unwrap 処理をしている.

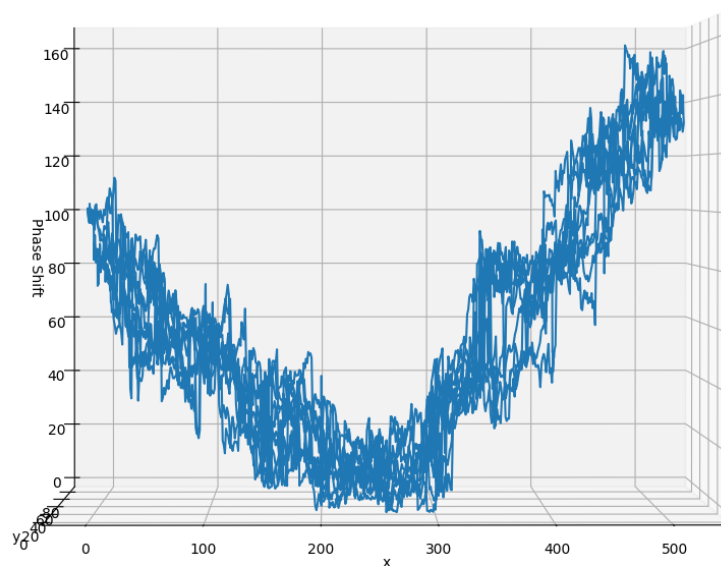


図 20 位相の 3 次元画像

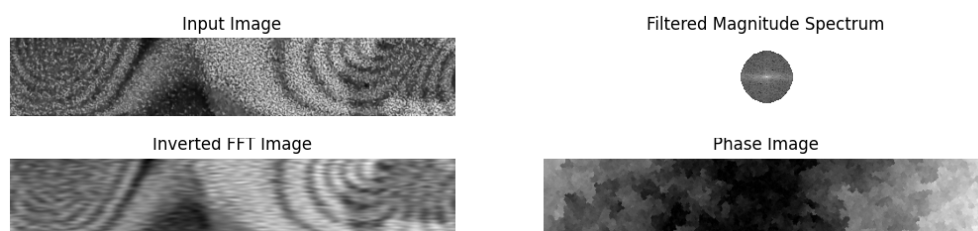


図 21 入力画像 (左上), スペクトル画像 (右上), 逆変換された画像 (左下), 位相画像 (右下)

参考文献

- [1] もみじあめ. 画像データをフーリエ変換して周波数領域で扱ってみる. <https://blog.amedama.jp/entry/image-fourier-transform>. (Accessed on 12/10/2021).
- [2] 田中俊一. ホログラフィー. https://www.jstage.jst.go.jp/article/sicejl1962/5/4/5_4_242/_pdf/-char/ja, 1962. (Accessed on 12/10/2021).

補遺 A ソースコード

ソースコード A.2 z 軸回転関連のソースコード

```
1 from math import pi
2 import skimage
3 from PIL import Image
4 from PIL import ImageDraw
5 import numpy as np
6 from matplotlib import pyplot as plt
7
8
9 def main():
10     # 画像を読み込む
11     img = Image.open('yrot_trim.png')
12     # グレースケールに変換する
13     gray_img = img.convert('L')
14     # NumPy 配列にする
15     f_xy = np.asarray(gray_img)
16
17     # 2次元高速フーリエ変換で周波数領域の情報を取り出す
18     f_uv = np.fft.fft2(f_xy)
19     # 画像の中心に低周波数の成分がくるように並べかえる
20     shifted_f_uv = np.fft.fftshift(f_uv)
21
22     # フィルタローパス() を用意する
23     x_pass_filter = Image.new(mode='L', # 8-bit pixels, black and white
24                               size=(shifted_f_uv.shape[1],
25                                     shifted_f_uv.shape[0]),
26                               color=0, # default black
27                               )
28     # 中心に円を描く
29     draw = ImageDraw.Draw(x_pass_filter)
30     # 円の半径
31     ellipse_r = 30
32     # 画像の中心
33     center = (shifted_f_uv.shape[1] // 2,
34               shifted_f_uv.shape[0] // 2)
35     # 円の座標
36     ellipse_pos = (center[0] - ellipse_r,
37                   center[1] - ellipse_r,
38                   center[0] + ellipse_r,
```

```

39         center[1] + ellipse_r)
40 draw.ellipse(ellipse_pos, fill=255)
41 # フィルタ
42 filter_array = np.asarray(x_pass_filter)
43
44 # フィルタを適用する
45 filtered_f_uv = np.multiply(shifted_f_uv, filter_array)
46
47 # パワースペクトルに変換する
48 magnitude_spectrum2d = 20 * np.log(np.absolute(filtered_f_uv))
49
50 # 元の並びに直す
51 unshifted_f_uv = np.fft.fftshift(filtered_f_uv)
52 # 2次元逆高速フーリエ変換で空間領域の情報に戻す
53 i_f_xy_complex = np.fft.ifft2(unshifted_f_uv)
54 i_f_xy = abs(i_f_xy_complex)
55 f_xy_complex = np.fft.ifft2(i_f_xy)
56 i_f_phase = np.angle(f_xy_complex)
57 i_f_phase = skimage.restoration.unwrap_phase(i_f_phase)
58 #i_f_phase = abs(i_f_phase)
59
60 x = np.array([x for x in range(shifted_f_uv.shape[1])])
61 y = np.array([x for x in range(shifted_f_uv.shape[0])])
62 X, Y = np.meshgrid(x,y)
63
64 fig = plt.figure(figsize = (8, 8))
65 ax = fig.add_subplot(111, projection="3d")
66 ax.set_xlabel("x")
67 ax.set_ylabel("y")
68 ax.set_zlabel("Phase Shift")
69 ax.plot_wireframe(X,Y,i_f_phase,rstride=10,cstride=50)
70 plt.show()
71
72 fig, axes = plt.subplots(2, 2, figsize=(12, 12))
73 for axe in axes:
74     for ax in axe:
75         for spine in ax.spines.values():
76             spine.set_visible(False)
77         ax.set_xticks([])
78         ax.set_yticks([])
79 # 元画像
80 axes[0,0].imshow(f_xy, cmap='gray')

```

```
81 axes[0,0].set_title('Input Image')
82 ## フィルタ画像
83 #axes[0,1].imshow(filter_array, cmap='gray')
84 #axes[0,1].set_title('Filter Image')
85 # フィルタされた周波数領域のパワースペクトル
86 axes[0,1].imshow(magnitude_spectrum2d, cmap='gray')
87 axes[0,1].set_title('Filtered Magnitude Spectrum')
88 # FFT -> Band-pass Filter -> IFFT した画像
89 axes[1,0].imshow(i_f_xy, cmap='gray')
90 axes[1,0].set_title('Inverted FFT Image')
91 # FFT -> Band-pass Filter -> IFFT した画像
92 axes[1,1].imshow(i_f_phase, cmap='gray')
93 axes[1,1].set_title('Phase Image')
94 # グラフを表示する
95 plt.show()
96
97 if __name__ == '__main__':
98     main()
```
