

1 原理

1.1 電気抵抗の測定法

電気抵抗の測定方法には二端子法と四端子法がある。図 1, 図 2 に二端子法, 四端子法の回路図を示す。 R_L は試料の抵抗, R_S はリード線など測定器の抵抗, R_V は電圧計の内部抵抗である。

二端子法では試料の両端にリード線を取り付け, 既知の電流を流したときに両端で生じる電位差を測定することで試料の抵抗値を測定する。ただし二端子法ではリード線などの抵抗値を含めた抵抗値しか測定できず, 試料の抵抗値が小さいときは測定が困難になる。

一方で四端子法では既知電流を流すリード線と電圧計のリード線を別に試料に取り付ける。すなわち試料に 4 つの端子を取り付けることから四端子法と呼ばれる。ここで電圧計の入力インピーダンスが非常に大きくほとんど電流が流れ込まないとすると R_{S2} で生じる電圧降下は非常に少なく, R_L が小さくてもその両端の電圧を正確に測定できる。したがって R_L が小さい試料においては四端子法での測定が適している。また本実験では後述するロックインアンプを用いて試料の抵抗値を測定している。

測定により得られた抵抗値は試料の形状に依存する量なので, より本質的な物理量として電気抵抗率 ρ を用いる。電気抵抗率は試料が断面形状が一定の柱状であるとする, その断面積 S , 長さ L , 抵抗値 R を用いて

$$\rho = R \frac{S}{L} = \frac{\Delta V S}{I L} \quad (1)$$

と表される。ここで ΔV は試料の両端の電位差, I は流れる電流である。

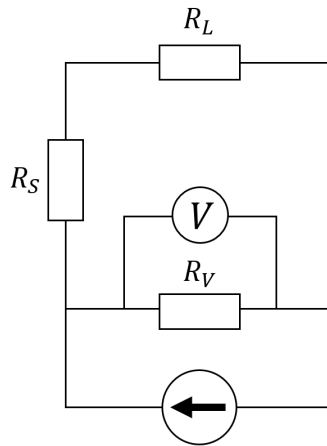


図 1 二端子法の回路図

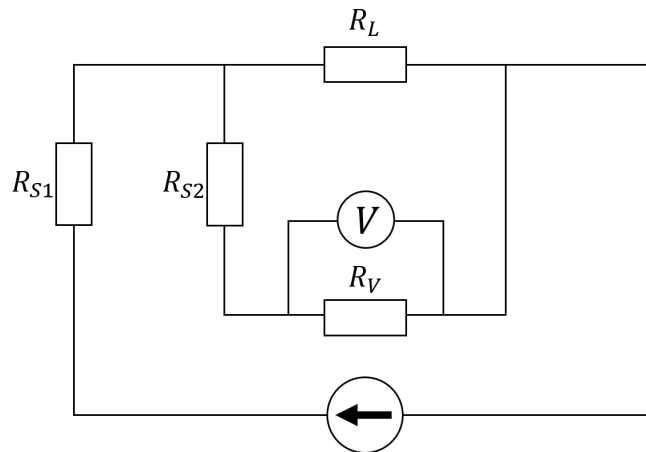


図 2 四端子法の回路図

1.2 金属の電気伝導

古典, あるいは量子モデルを用いて Ohm の法則の説明を試みる.

1.2.1 Drude モデル

Drude モデルでは電気抵抗が自由電子と結晶格子の衝突によって生じると考える. 自由電子を流体と見立て, 格子との衝突により生じる抵抗力が電子の速度に比例すると考える. また電子は電場 E により加速されると考えると, 運動方程式は

$$m\dot{\mathbf{v}} + \frac{m}{\tau}\mathbf{v} = -e\mathbf{E} \quad (2)$$

ここで τ は緩和時間であり, 電子が格子に衝突せずに直進できる平均時間である. この定常状態における速度は

$$\mathbf{v} = -\frac{e\tau}{m}\mathbf{E} \quad (3)$$

したがって電子数密度 n を用いると電流密度 j は

$$j = -env = \frac{e^2 \tau n}{m} E = \sigma E \quad (4)$$

となる。ここで σ は電気伝導率であり電気抵抗率 ρ の逆数である。したがって (4) はオームの法則の形をとっている。

1.2.2 バンド理論

上で議論した Drude モデルは節で後述するように問題がある。これを解決するのがバンド理論による説明である。

結晶は一定の周期で同一の構造が繰り返すことから周期的境界条件下で考える。また簡単のため 1 次元で考える、すなわち全原子数が N のとき n 番目の原子の位置 r_n と原子軌道 ϕ_n は

$$\begin{aligned} r_n &= r_{n+N} \\ \phi_n &= \phi_{n+N} \end{aligned} \quad (5)$$

を満たす。また格子定数を a とすると

$$\phi_{n+1} - \phi_n = a \quad (6)$$

である。したがって n 番目の原子周りの原子軌道は以下のように表される。

$$\phi_n = \phi(x - r_n) = \phi(x - na) \quad (7)$$

ここで格子定数が原子軌道の広がりと同程度であり、波動関数の間に重なりが生じると電子が隣り合う原子軌道間を飛び移ることができる。この飛び移りはトランスファー積分 b を用いて以下のように表される。

$$H\phi_n(x) = -b(\phi_{n+1}(x) + \phi_{n-1}(x)) \quad (8)$$

ここで波動関数 $\psi(x, t)$ が初期状態 $t = 0$ において $\phi_n(x)$ だとすると Δt 後の波動関数の変化は

$$\begin{aligned} \psi(x, \Delta t) &= \psi(x, 0) + \Delta t \frac{\partial \psi(x, 0)}{\partial t} \\ &= \phi_n(x) + \frac{i\Delta t}{\hbar} b(\phi_{n+1}(x) + \phi_{n-1}(x)) \end{aligned} \quad (9)$$

となり、時間変化に伴いたしかに ϕ_n に ϕ_{n+1} , ϕ_{n-1} の成分が波動関数に混ざってくることがわかる。

ここで (8) から固有値方程式を考える。(8) の両辺に e^{ikr_n} を乗じ、 n について和を取ると

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} (H\phi_n) &= -b \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} (\phi_{n+1} + \phi_{n-1}) \\ H \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} \phi_n &= -b \sum_{n=1}^N (e^{ikr_{n-1}} + e^{ikr_{n+1}}) \phi_n \\ &= -2b \cos(ka) \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} \phi_n \end{aligned} \quad (10)$$

となる。1 行目から 2 行目の右辺の変形には (5) の条件を用いた。したがって固有状態を $\psi_k = \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} \phi_n$ と置けば固有値は $-2b \cos(ka)$ となることがわかる。この固有状態は Bloch 状態、固有値はエネルギーバンドと呼ばれ、これは波数 k によって指定される。このことから結晶格子中での自由電子は波動的に振る舞うため Drude モデルで仮定したような古典的な抵抗力は発生していないと考えられる。

ここで $k \rightarrow k + 2\pi/a$ というシフトに対して明らかに固有値、固有状態は不変なので k の範囲として

$$-\frac{\pi}{a} < k \leq \frac{\pi}{a} \quad (11)$$

のみを考えれば十分である。この k の領域を第一ブリリアンゾーンと呼ぶ。実際には k は離散化しており、第一ブリリアンゾーンにおいて存在する状態の数を数えることができる。波数 k の離散化条件を考える。(10) も各 ϕ_n と同様に周期的境界条件を満たすことから

$$\begin{aligned} \psi_k(x + Na) &= \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} \phi_n(x + Na) \\ &= \sum_{n=1}^N e^{ikr_n} \phi(x - (n - N)a) \\ &= e^{ikNa} \sum_{n=1}^N e^{ikr_{n-N}} \phi_{n-N}(x) \\ &= e^{ikNa} \psi_k(x) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\therefore kNa = 2\pi m \quad (m \in \mathbb{Z}) \quad (13)$$

したがって第一ブリリアンゾーンにおいては $-N/2 < m \leq N/2$ の間の N 個の状態が存在することになる。これは第一ブリリアンゾーンに N 個の原子が存在することに整合する。

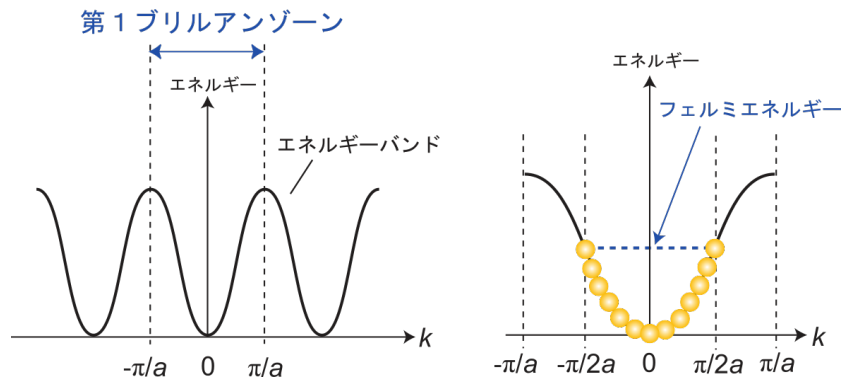


図3 第一ブリリアンゾーンの概形

ここで電場 E によって電子の分布が図のように $x \rightarrow x + \Delta x$, 波数が $k \rightarrow k + \Delta k$ と変化したと

きの電流を考える. 全電流 j はスピン自由度が 2 あることを考慮すれば以下で与えられる.

$$j = 2e \int \quad (14)$$

また, 電子が電場から受け取ったエネルギーについて以下が成り立つ.

$$-eE\Delta x = \epsilon(k + \Delta k) - \epsilon(k) = \frac{d\epsilon(k)}{dk} \Delta k \quad (15)$$

と変化したとする. ここで $\Delta x = v(k)\Delta t$ である. また電子の速度は ϵ の傾斜に比例する, すなわち

$$v(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{d\epsilon(k)}{dk} \quad (16)$$

が成り立つ.

2 測定について

2.1 試料について

今回の実験では以下の線状試料を用いた.

鉛試料は最も転移温度の高い第一種超伝導体であり 7.2 K で超伝導に転移する. 毒性があるため取り扱う際にはゴム手袋を用いた. 金鉄合金 (Au+0.07 at.%Fe) は低温測定用熱電対などに用いられる合金であり, 近藤効果を示す. 金試料は高い伝導性を示すことから電子機器などで用いられる. 一方で 0.1 mK まで超電導性を示さないため, 今回の実験装置では超伝導転移は観測できない.

表 1 測定した試料

試料 No.	名称	断面積 / mm ²	電圧端子間距離 / mm
1	鉛試料 1	$(1.015 \pm 0.191) \times 10^{-2}$	10.47
2	金鉄合金	$(2.987 \pm 0.000) \times 10^{-2}$	57.83
3	鉛試料 2	$(9.218 \pm 0.252) \times 10^{-3}$	12.20
4	金試料	$(1.662 \pm 0.321) \times 10^{-3}$	58.33

2.2 実験準備

2.2.1 試料の準備

各試料を以下の手順にしたがい図 4 のように試料台に取り付けた. 以下の作業はゴム手袋をした状態で行った. まず鉛試料は 25 mm, その他の試料は 100 mm 程度にハサミで切った. 金鉄合金については表面の被覆を有機溶剤で除去した. また, 各試料の直径を 5 箇所程度マイクロメーターを用いて測定した. この試料片を試料台にマスキングテープで仮留めした. 試料台は伝導性が高く安価な銅製であり, D 型の断面形状をしており, 表面はエポキシで絶縁されている. ここで鉛試料に関

しては紙やすりを用いて両端の酸化皮膜を削り取っている。次に 0.3ϕ のスズメッキ線を試料上に配置し、端子台の電流電圧端子に接続した。次に銀ペースト (DOTITE) をトルエンで希釈したものを各導通部に塗布した。銀ペーストが乾燥した後、各端子の導通をデジタルマルチメータで確認する。その際各端子間の抵抗値が数 Ω 以内であれば正常に導通が取れている。その後余計なスズメッキ線を切除した。最後に試料線、スズメッキ線などをワニスで補強した。

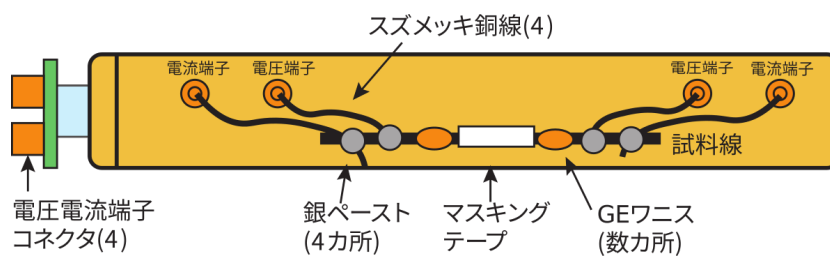


図 4 試料台

2.2.2 実験装置の準備

図 5 に本実験で用いるクライオスタットの概略図を示す。このクライオスタットは 2 層の輻射シールドと GM 冷凍機を用いて構成される。GM 冷凍機は住友重機械工業 SRDK-101D-A11 を用いている。また各ステージ間是对流による熱の伝達を減らすためターボ分子ポンプとロータリーポンプにより高真空に保たれる。このクライオスタットは理想的には 3 K 以下までの冷却が可能であるが実際には構造物や配線などを介して熱が流入するため実験環境で達成される低温は 3.5K 程度である。可能な限り熱流入を抑えるため、これらの構造物や配線は熱伝導率が比較的低いステンレスやキューロニッケル、マンガンなどの合金が用いられている。一方で試料台との接続部など均一な温度分布を実現したい箇所については純銅を用いて熱伝導を高めている。

このクライオスタットに以下の手順で試料台を取り付けた。まずクライオスタットの第 2 ステージにある同軸端子に試料台を取り付け、ロックインアンプとの接続を確認した。そして試料台の上部に炭素抵抗温度計とマンガニン線ヒーターが取り付けられた円盤を載せ、M3 のネジで固定した。次に超電導磁石を上から被せネジで固定し、電磁石のコネクタを接続した。更にステージと試料台の熱接触を高めるため、試料台上部の円盤とステージを銅線で接続した。この状態で各配線が適切に接続されていることをロックインアンプの数値から確認した。そして第 1, 第 2 ステージの輻射シールド及び断熱真空チャンバーを取り付けた。この際、ガスケットには真空用のグリスを塗布した。

次にチャンバーの真空引き、冷却を行う。まずクライオスタットのバルブを開放し真空ポンプを稼働した。真空度が 10^{-2} torr 程度になったところでコンピューターで温度を監視しながら冷却を開始した。このまま 3.5 K 程度に温度が下がるまで、冷却を続けた。

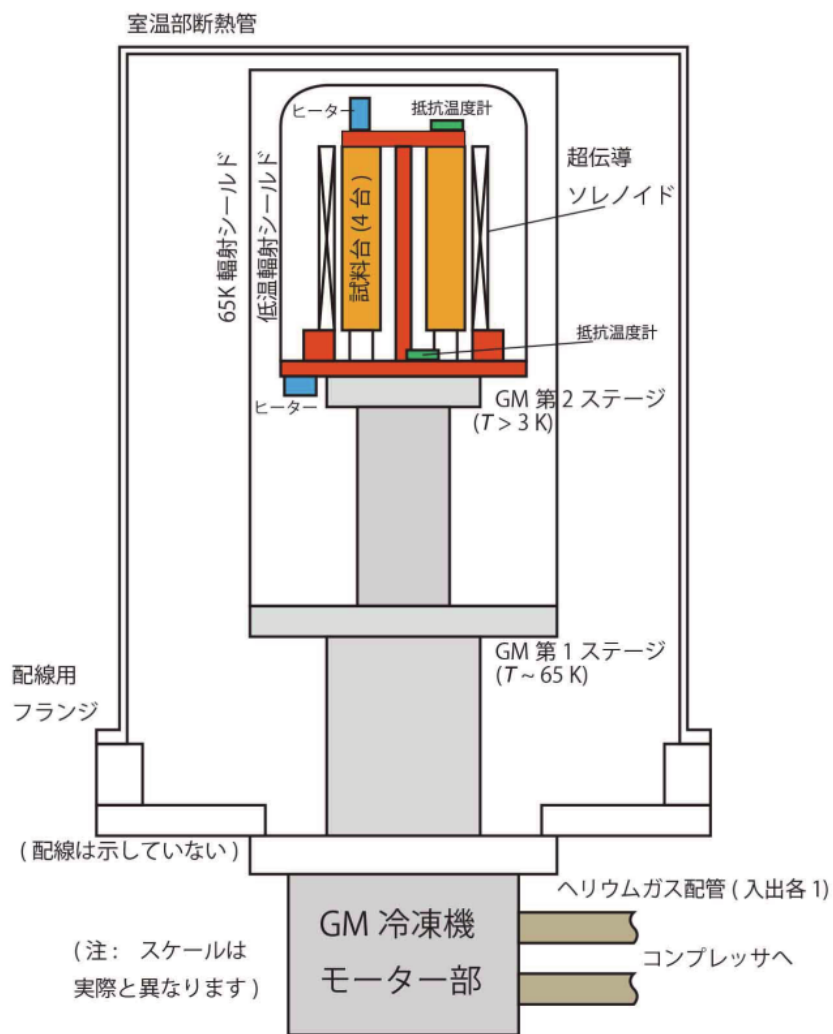


図5 クライオスタットの概略図