

物理学実験報告書

慶應義塾大学理工学部物理学科

実験題目

磁気測定

実験日 4月 16日 天候 室温 °C 湿度 % 気圧 hPa

実験日 4月 19日 天候 室温 °C 湿度 % 気圧 hPa

実験日 4月 23日 天候 室温 °C 湿度 % 気圧 hPa

実験日 4月 26日 天候 室温 °C 湿度 % 気圧 hPa

学籍番号	氏名	共同実験者名
61908697	佐々木良輔	原田康生

以下の欄には何も記入しないこと！

受理	再提出

提出確認1	提出確認2

評価	
----	--

目次

1	実験原理	2
1.1	実験の意義	2
1.2	キュリー温度と分子磁場の関係式	2
1.3	立方晶 (110) 面での磁気トルク曲線	6
1.4	有効磁場, 反磁場について	8
2	実験装置, 試料について	9
2.1	測定原理	9
2.2	試料について	11
3	実験方法	12
3.1	Ni 円盤の磁化測定	12
3.2	La-Gd 合金の磁化測定	13
3.3	磁気トルク計の校正	13
3.4	Fe-Si 円盤の磁気トルク測定	14
3.5	Ni 円盤の磁気トルク測定	14
4	結果	15
4.1	Ni 円盤の磁化測定	15
4.2	Fe-Si 円盤の磁気トルク測定	15
4.3	Ni 円盤の磁気トルク測定	17
4.4	La-Gd 合金の磁化測定	19
5	考察	21
5.1	Ni 円盤の反磁場補正	21
5.2	Fe-Si 結晶の結晶磁気異方性定数 K_1 , K_2 の決定	25
5.3	Gd 原子の磁気モーメントの算出	27

1 実験原理

1.1 実験の意義

磁気トルク, 磁化測定測定では物質の磁気異方性, 磁化やその温度依存性を調べることができる. これらの性質を理解することでより性能の良い永久磁石を製造することができ, 様々な応用が期待される.

1.2 キュリー温度と分子磁場の関係式

キュリー温度と分子磁場の関係式である (1) を導出する.

$$\Theta = \frac{2zS(S+1)}{3k} J_e \quad (1)$$

1.2.1 常磁性の場合

スピンによる磁気モーメント M が H 中に存在するときそのエネルギー U は

$$U = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{H} = -MH \cos \theta \quad (2)$$

ただし図 1 のように原点から単位球面表面に向かって引いたベクトルを用いて角度分布を表す. このときスピンの熱雑音に抗って磁場方向を向く確率は以下のボルツマン係数に比例することが知られている [1].

$$\exp\left(-\frac{U}{kT}\right) = \exp\left(\frac{MH}{kT} \cos \theta\right) \quad (3)$$

図 1 の網掛け部分の表面積は $2\pi \sin \theta d\theta$ なので, スピンが θ と $\theta + d\theta$ 方向を向く確率 $p(\theta)d\theta$ は,

$$p(\theta)d\theta = \frac{\exp\left(\frac{MH}{kT} \cos \theta\right) \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi \exp\left(\frac{MH}{kT} \cos \theta\right) \sin \theta d\theta} \quad (4)$$

と表される. ここで単位体積中の磁性原子の数を N とすると, スピンによる磁化 I の大きさは $\cos \theta$ の期待値 $\overline{\cos \theta}$ を用いて

$$\begin{aligned}
 I &= NM \overline{\cos \theta} = NM \int_0^\pi \cos \theta p(\theta) d\theta \\
 &= NM \frac{\int_0^\pi \exp\left(\frac{MH}{kT} \cos \theta\right) \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi \exp\left(\frac{MH}{kT} \cos \theta\right) \sin \theta d\theta} \\
 &= NM \frac{\int_{-1}^1 e^{\alpha x} x dx}{\int_{-1}^1 e^{\alpha x} dx} \tag{5}
 \end{aligned}$$

となる, ただし $\alpha = MH/kT$, $x = \cos \theta$ とした. ここで (5) の分母を計算する.

$$\int_{-1}^1 e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} [e^{\alpha x}]_{-1}^1 = \frac{1}{\alpha} (e^\alpha - e^{-\alpha}) \tag{6}$$

また (6) の両辺を α で微分すれば分子を計算できる.

$$\int_{-1}^1 e^{\alpha x} x dx = \frac{1}{\alpha} (e^\alpha + e^{-\alpha}) - \frac{1}{\alpha^2} (e^\alpha - e^{-\alpha}) \tag{7}$$

以上から (5) は

$$\begin{aligned}
 I &= NM \left(\frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{e^\alpha - e^{-\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right) \\
 &= NM \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) =: NML(\alpha) \tag{8}
 \end{aligned}$$

ここで $L(\alpha)$ はランジュバン関数と呼ばれる.

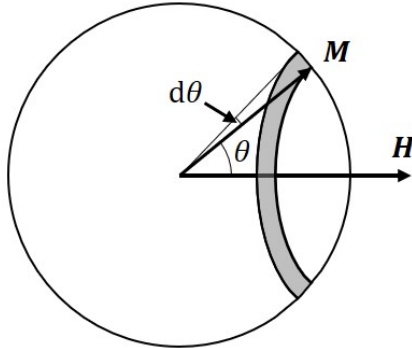


図 1 座標の定義

これまでの計算ではスピンは空間のどの方向にも向きうる古典的なモデルを用いたが、実際にはスピンの向く方向は量子化されている。 H の方向を z 方向にとると、 M の H 成分は

$$M_z = g\mu_B M_J \quad (9)$$

と表される。ここで $M_J = -J, -(J-1), \dots, J$ は磁気量子数, g は g 因子, μ_B はボーア磁子である。このとき H 方向の磁化の期待値は

$$\begin{aligned} I &= Ng\mu_B \frac{\sum_{M_J} \exp\left(\frac{g\mu_B}{kT} H M_J\right)}{\sum_{M_J} \exp\left(\frac{g\mu_B}{kT} H M_J\right)} \\ &= Ng\mu_B \frac{\sum_b b e^{by}}{\sum_b e^{by}} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $y = g\mu_B H/kT$, $b = M_J$ とした。また分母は等比級数の和を用いて

$$\begin{aligned} \sum_b e^{by} &= e^{-Jy} + e^{-Jy}e^y + e^{-Jy}e^{2y} + \dots + e^{Jy} \\ &= \frac{e^{-Jy} - e^{Jy}e^y}{1 - e^y} \\ &= \frac{e^{(J+\frac{1}{2})y} - e^{-(J+\frac{1}{2})y}}{e^{\frac{y}{2}} - e^{-\frac{y}{2}}} \\ &= \frac{\sinh\left(J + \frac{1}{2}\right)y}{\sinh \frac{y}{2}} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。また

$$\frac{d}{dy} \left(\ln \sum_b e^{by} \right) = \frac{\sum_b b e^{by}}{\sum_b e^{by}} \quad (12)$$

の関係を用いると以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\sum_b b e^{by}}{\sum_b e^{by}} &= \frac{d}{dy} \left(\ln \frac{\sinh\left(J + \frac{1}{2}\right)y}{\sinh \frac{y}{2}} \right) \\ &= \frac{d}{dy} \left(\ln \sinh\left(J + \frac{1}{2}\right)y - \ln \sinh \frac{y}{2} \right) \\ &= \left(J + \frac{1}{2}\right) \frac{\cosh\left(J + \frac{1}{2}\right)y}{\sinh\left(J + \frac{1}{2}\right)y} - \frac{1}{2} \frac{\cosh \frac{y}{2}}{\sinh \frac{y}{2}} \\ &= \left(\frac{2J+1}{2}\right) \coth\left(\frac{2J+1}{2}y\right) - \frac{1}{2} \coth \frac{y}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

最後に $a = g\mu_B JH/kT$ とした。したがって I は

$$\begin{aligned} I &= Ng\mu_B J \left(\left(\frac{2J+1}{2}\right) \coth\left(\frac{2J+1}{2}y\right) - \frac{1}{2} \coth \frac{y}{2} \right) \\ &=: Ng\mu_B J B_J(a) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで $B_J(a)$ はブリュアン関数と呼ばれる。

1.2.2 強磁性の場合

強磁性体は原子の磁気モーメントがある方向に揃っている磁性体であり、ワイスはその原因が分子内に存在する磁場である分子磁場 H_m であると仮定した。さらに分子磁場の大きさ H_m はその磁性体の磁化の大きさ I に比例すると考え、以下の式を仮定した。

$$H_m = \omega I \quad (15)$$

常磁性での磁化は (14) で与えられたが、強磁性においては $H \rightarrow H + \omega I$ であると考え

$$I = Ng\mu_B J B_J(x) \quad (16)$$

とする。ここで $x = g\mu_B J(H + \omega I)/kT$ である。

自発磁化は外部磁場が 0 のときに発生している磁化であるので (16) において $H = 0$ とすると

$$I = \frac{kTx}{g\mu_B J\omega} \quad (17)$$

さらに $I_0 = Ng\mu_B J$ と置くと

$$\frac{I}{I_0} = \frac{kTx}{Ng^2\mu_B^2 J^2\omega} = B_J(x) \quad (18)$$

となるので、中辺と最右辺の交点が I/I_0 を与える。特に図 14 に示すようにある温度 $T = \Theta$ で $B_J(x)$ と $kTx/Ng^2\mu_B^2 J^2\omega$ が接し、それ以上の温度では $B_J(x) = kTx/Ng^2\mu_B^2 J^2\omega$ は解を持たず自発磁化は消失する。この温度 Θ をキュリー温度と呼ぶ。

図 14 のように $T = \Theta$ において $B_J(x)$ と $kTx/Ng^2\mu_B^2 J^2\omega$ は原点付近で接するため $x \ll 1$ とする。ここで $B_J(x)$ をマクローリン展開すると

$$B_J(x) = \frac{J+1}{3J}x + O(x^3) \quad (19)$$

となる。これが $kTx/Ng^2\mu_B^2 J^2\omega$ と一致するので

$$\begin{aligned} \frac{J+1}{3J}x &= \frac{k\Theta x}{Ng^2\mu_B^2 J^2\omega} \\ \therefore \Theta &= \frac{Ng^2\mu_B^2 J(J+1)\omega}{3k} = \frac{Nm^2}{3k}\omega \end{aligned} \quad (20)$$

ここで $m = g\mu_B\sqrt{J(J+1)}$ とした。

また量子力学では分子磁場の起源はスピン間の交換相互作用であると考えられている。交換相互作用によるエネルギー E_e は

$$E_e = -2J_e S_i S_j \quad (21)$$

で与えられる。ただし J_e は交換積分、 S_i は i 番目の原子が持つ全体のスピンである。今 S_i の周りに z 個のスピンがあると仮定し、その平均を \bar{S}_j とすると

$$E_e = -2J_e S_i z \bar{S}_j \quad (22)$$

となる. またスピン \bar{S}_j による分子磁場は

$$\mathbf{H}_m = \omega N g \mu_B \bar{\mathbf{S}}_j \quad (23)$$

であり, この分子磁場中にスピン S_i が存在するときのエネルギー E_m は

$$\begin{aligned} E_m &= -(g \mu_B \mathbf{S}_i) \mathbf{H}_m \\ &= -\omega N g^2 \mu_B^2 \mathbf{S}_i \bar{\mathbf{S}}_j \end{aligned} \quad (24)$$

となり, これと E_e が等しいはずなので

$$\omega N g^2 \mu_B^2 \mathbf{S}_i \bar{\mathbf{S}}_j = -2J_e \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j \quad (25)$$

$$\therefore \omega = \frac{2zJ_e}{Ng^2\mu_B^2} \quad (26)$$

これを (20) に代入し

$$\Theta = \frac{2zS(S+1)}{3k} J_e \quad (27)$$

を得る.

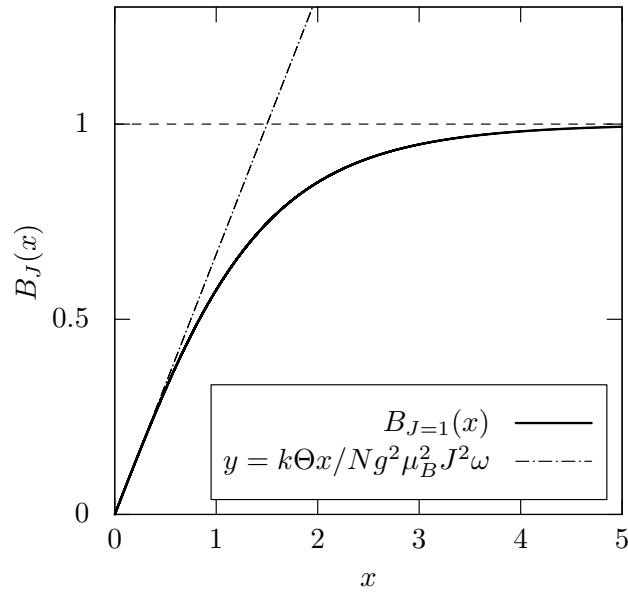


図2 ブリュアン関数 $B(x)$

1.3 立方晶 (110) 面での磁気トルク曲線

磁気異方性エネルギー E_a は, 結晶の各稜を x, y, z 軸としたときその方向余弦の級数で表せる. 今回用いる Fe-Si 結晶は立方晶を形成しているため対称性が高く, 対称性を用いて級数を検討でき

る. ここでは 6 次までの級数を用いて近似する. まずベクトル A の方向余弦 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ は以下で表される.

$$\alpha_i = \frac{A}{|A|} e_i \quad (28)$$

したがって 2 次の項に関して以下の関係が成り立つ.

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = |A|^2 = 1 \quad (29)$$

また対称性からベクトルの反転に関して異方性エネルギーは等しくなるので, 奇数次の項は 0 となる. すなわち $n \in \mathbb{N}$ を用いて

$$\sum_{i=1,2,3} \alpha_i^{2n+1} = 0 \quad (30)$$

となる. また以下の恒等式が成り立つ.

$$\begin{aligned} & \alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6 \\ &= (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)(\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 - \alpha_1^2 \alpha_2^2 - \alpha_2^2 \alpha_3^2 - \alpha_3^2 \alpha_1^2) + 3\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \\ &= \alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 - \alpha_1^2 \alpha_2^2 - \alpha_2^2 \alpha_3^2 - \alpha_3^2 \alpha_1^2 + 3\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 = 1 - 2(\alpha_1^2 \alpha_2^2 - \alpha_2^2 \alpha_3^2 - \alpha_3^2 \alpha_1^2) \quad (32)$$

したがって以上から 4 次, 6 次の項は定数, $\sum_{i>j} \alpha_i^2 \alpha_j^2$, $\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2$ の項にまとめることができる. 以上から磁気異方性エネルギー E_a は定数 K_0, K_1, K_2 を用いて

$$E_a = K_0 + K_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2(\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) \quad (33)$$

と表される. 特に図 3 のように A が $(1\bar{1}0)$ 面内を回転するとき, その方向余弦は

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \quad (34)$$

$$\alpha_3 = \cos \theta \quad (35)$$

となるので E_a は

$$E_a = K_0 + K_1 \left(\frac{\sin^4 \theta}{4} + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right) + K_2 \frac{\sin^4 \theta \cos^2 \theta}{4} \quad (36)$$

となる. また各項の θ 微分は以下ようになる.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sin^4 \theta = \frac{1}{2} (2 \sin 2\theta - \sin 4\theta) \quad (37)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \sin 4\theta \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \theta} \sin^4 \theta \cos^2 \theta &= \sin^3 \theta \cos \theta (3 \cos 2\theta + 1) \\
&= \frac{1}{16} (\sin 2\theta + 4 \sin 4\theta - 3 \sin 6\theta)
\end{aligned} \tag{39}$$

また磁気異方性エネルギーによるトルク L は $-\partial E_a / \partial \theta$ なので (37) から (39) 式を用いて

$$L = -\frac{K_1}{8} (2 \sin 2\theta + 3 \sin 4\theta) - \frac{K_2}{64} (\sin 2\theta + 4 \sin 4\theta - 3 \sin 6\theta) \tag{40}$$

を得る.

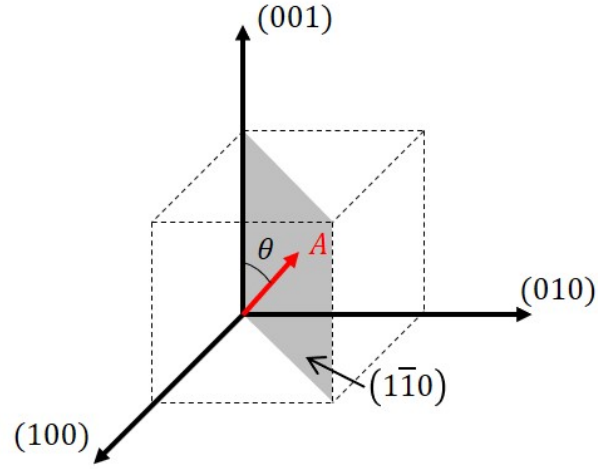


図3 $(1\bar{1}0)$ 面

1.4 有効磁場, 反磁場について

図4のように磁性体に外部磁場 H_{ext} を掛けると表面に磁荷が誘起し, 磁化 I を発生させる. この磁化による磁場 H_d は外部磁場と逆向きに生じるため, 磁性体内部では外部磁場の一部が打ち消されて磁場が弱くなる. これを有効磁場 H_{eff} という. H_d は I と以下のような関係になる.

$$H_d = -\frac{N}{\mu_0} I \tag{41}$$

ここで N は反磁場係数であり, 磁性体の形状にのみに依存する. これはある大きさの磁化からどれだけの効率で反磁場が生成されるかを表す係数と言える. (41) から磁性体内部の有効磁場 H_{eff} は

$$\begin{aligned}
H_{eff} &= H_{ext} + H_d \\
&= H_{ext} - \frac{N}{\mu_0} I
\end{aligned} \tag{42}$$

となる。ここで磁性体の磁化 I は有効磁場 H_{eff} が起源なので磁化率を χ とすると

$$\begin{aligned} I &= \chi H_{eff} \\ &= \chi \left(H_{ext} - \frac{N}{\mu_0} I \right) \\ \therefore \frac{I}{H_{ext}} &= \left(\frac{1}{\chi} + \frac{N}{\mu_0} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (43)$$

となる。強磁性体は外部磁場が 0 の時でも磁化を持つことから磁化率 $\chi \rightarrow \infty$ とみなせるので

$$\frac{I}{H_{ext}} = \frac{\mu_0}{N} \quad (44)$$

となる。したがって磁気ヒステリシス曲線の傾きから反磁場係数を求めることができる。

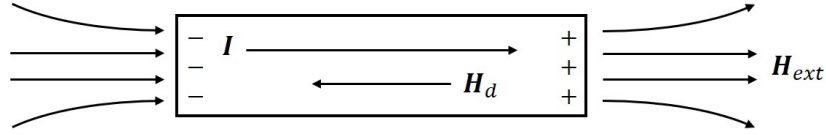


図 4 反磁場

2 実験装置, 試料について

2.1 測定原理

2.1.1 磁化測定の原理

磁化測定では試料振動型磁力計 (VSM) を用いる。VSM は図 5 に示したようにピックアップコイル C , ホール素子を用いて試料の磁気モーメントと外部磁場を同時に測定できる。また電磁石を用いて外部磁場を制御できる。簡単のため試料は磁気双極子 M とする。図 5 のように M, C は x 軸に平行に配置される。このとき M が C の位置につくる磁気ポテンシャル $\phi(r)$ は

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{Mx}{r^3} \quad (45)$$

さらに M が $z = a \cos \omega t$ で単振動するとき

$$\phi(t) = \phi(0) + a \cos \omega t \frac{\partial \phi(0)}{\partial z} = \phi(0) + \frac{3aMxz}{4\pi\mu_0 r^5} \cos \omega t \quad (46)$$

となるので C を通過する磁場の振動項 $H_x(t)$ は

$$\begin{aligned} H_x(t) &= -\frac{\partial}{\partial x} \frac{3aMxz}{4\pi\mu_0 r^5} \cos \omega t \\ &= \frac{3aMz}{4\pi\mu_0 r^5} \cos \omega t \end{aligned} \quad (47)$$

以上からピックアップコイルの断面積を S , 巻数を N とすると, 起電力 V は

$$V = -N\mu_0 S \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{3NSa\omega Mz}{4\pi r^5} \sin \omega t \quad (48)$$

となり磁気モーメント M に比例するので, V をから磁気モーメントを測定できる. 実験で用いる VSM は事前に校正されており cgs 単位系での磁場と磁気モーメントを電圧値によって得られるようになっている. また試料を取り付ける試料棒には通常のもの, 温度センサー (熱電対) が付いた低温用のものがある.

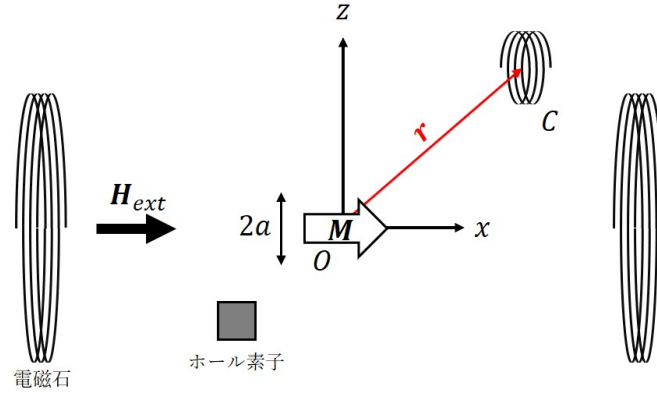


図5 VSM 装置の構成

2.1.2 磁気トルク測定の原理

磁気トルク測定ではトルク磁力計 (torque magnetometer) を用いる. 図6にトルク磁力計の構成を示す. 試料とコイル C , ミラーが自由に回転できる同軸の試料棒に取り付けられている. またレーザーダイオード (LD) からの光はミラーで反射して検出器に入り, 試料棒の回転を検出する. さらにコイル C に電流を流すと永久磁石による磁場との作用によりトルクが発生する.

試料に外部磁場 H_{ext} を掛けると 1.3 節で示した磁気異方性によるトルクが発生する. これにより試料棒が回転するとフィードバック回路はこれを打ち消すようにコイル C に電流を流す, すなわちコイル C によるトルクと試料の磁気異方性によるトルクが釣り合っている. ここでコイル C によるトルクは, コイル C の断面積を S , 巻数を n , 流れている電流を i とすると

$$L = \mu_0 n S H_B i =: \alpha i \quad (49)$$

となる. したがって校正によって α が既知であれば電流 i から磁気異方性によるトルクを測定できる. 校正手順は 3.3 節に示す.

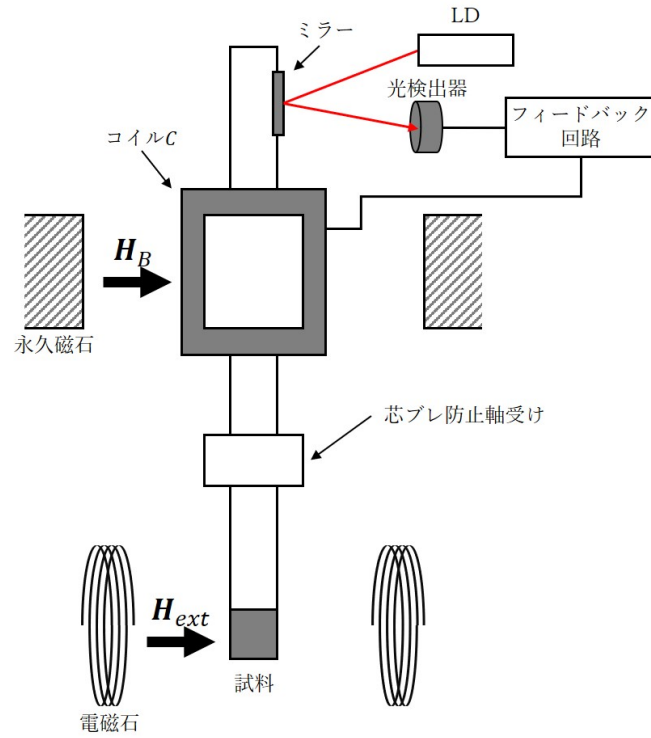


図 6 トルク磁力計の構成

2.2 試料について

以下の表に試料の形状, 材質, 自発磁化の有無を示す. ただし体積は質量と密度が既知の場合 (質量)/(密度), 質量と密度が不明の場合形状から算出した.

表 1 試料の諸元 [2]

No.	名称	材質	密度 / g cm^{-3}	直径 R / mm	高さ h / mm	質量 / g	体積 / $\times 10^{-8} \text{m}^3$	自発磁化
1	Ni 円盤	Ni	8.91	5.05	1.85	0.135	1.52	有
2	Ni 棒	Ni	8.91	2	7		2.20	有
3	Fe-Si 円盤	Fe-Si 結晶		10	0.3		2.36	
4	La-Gd	10wt%La-Gd	7.90	7	1.06	0.430	5.44	有 (@77K)

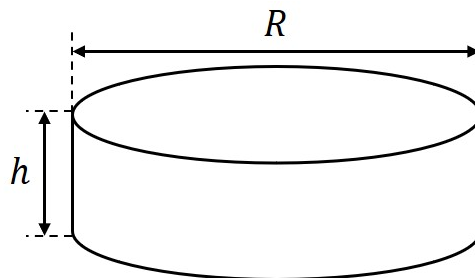


図 7 試料の形状

3 実験方法

3.1 Ni 円盤の磁化測定

3.1.1 準備

試料棒に試料 No.1 の Ni 円盤を取り付けた。次に電磁石に冷却水を循環させ、VSM 装置、デジタルマルチメーター (DM : 磁気モーメント測定用, DM : 磁場測定用)、電磁石用電源装置の電源を入れた。

3.1.2 測定 1: 面内磁場

試料棒を Ni 円盤の面内方向に外部磁場がかかるよう VSM 装置に取り付けた。次に VSM 装置の (Measure \leftrightarrow Zero) 切り替えスイッチを Measure に入れた。また磁気モーメントの測定レンジは 20 emu V^{-1} で固定とした。そして電磁石電流を ($0\text{A} \rightarrow +3\text{A} \rightarrow -3\text{A} \rightarrow +3\text{A} \rightarrow 0\text{A}$) と 0.3A 刻みで変化させながら DM , DM の値を記録した。ここで電流の正負を入れ替える際は電源装置の出力電流が 0A であることを確認してから電流切り替えスイッチを反転した。

3.1.3 測定 2: 面直磁場

次に電源装置の出力を 0A , VSM 装置の (Measure \leftrightarrow Zero) 切り替えスイッチを Zero に入れてから試料棒の向きを Ni 円盤の面直方向に外部磁場がかかるように調整した。その後面内方向の場合と同様に DM の値を記録した。

以上で記録した電圧値は以下の式によって MKSA 単位系での磁化, 磁場に換算した。

$$\text{磁気モーメント} [\text{emu}] = \text{DM 測定値} [\text{V}] \times 20 [\text{emu V}^{-1}] \quad (50)$$

$$\text{磁場} [\text{Oe}] = \text{DM 測定値} [\text{V}] \times 4920 [\text{Oe V}^{-1}] \quad (51)$$

$$\text{磁化} [\text{Wb m}^{-2}] = \frac{\text{磁気モーメント} [\text{emu}]}{\text{試料体積} [\text{cm}^3]} \times 4\pi \times 10^{-4} \quad (52)$$

$$\text{磁場} [\text{A m}^{-1}] = \frac{\text{磁場} [\text{Oe}]}{\mu_0} \times 10^{-4} \quad (53)$$

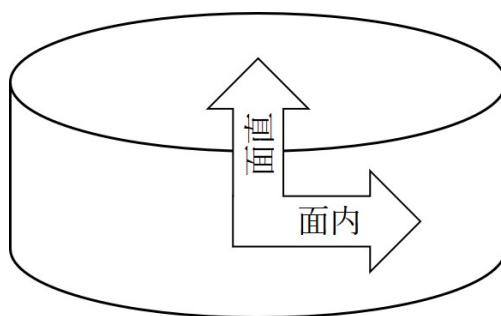


図 8 試料の方向

3.2 La-Gd 合金の磁化測定

3.2.1 準備

試料 No.4 の La-Gd を試料棒にテフロンテープで貼り付け、液体窒素導入用のデュワー瓶を VSM 装置に設置した。試料棒を VSM 装置に試料棒を取り付け、試料棒上部の温度センサー端子にケーブルを接続した。その後電磁石に冷却水を循環させ、VSM 装置、デジタルマルチメータ、電磁石用電源装置、温度計の電源を入れた。

3.2.2 測定 1: 室温での磁化測定

室温を測定した後 3.1.2 節と同様の手順で磁化を測定した。

3.2.3 測定 2: 77K での磁化測定

次に漏斗を用いてデュワー瓶に液体窒素を入れた。その際液面が試料より 1 ~ 2 cm 上になるようにした。温度計の温度が 77K になったことを確認した後 3.1.2 節と同様の手順で磁化を測定した。

3.2.4 測定 3: 磁化の温度依存性の測定

次に電磁石用の電源装置を 0.5A に、ヒーター用電源装置を 1.5A に設定し、液体窒素の液面がデュワー瓶の底から 5 ~ 10 mm になるまで蒸発させた。その後ヒーター電流を 0.8A に設定し、290K まで 1K ごとに磁気モーメントを測定した。

3.3 磁気トルク計の校正

3.3.1 準備

電磁石に冷却水を循環させ、トルク計、デジタルマルチメーター (DM:磁気トルク相殺電流測定用)、電磁石用電源装置の電源を入れた。次にトルク計の (Short \leftrightarrow Open \leftrightarrow Reverse) の切り替えスイッチを Reverse 側に何度か倒し、中央の電流計が 0 を示すようにした。

3.3.2 測定 1: Ni 棒の磁気トルク測定

試料ホルダーに試料 No.2 の Ni 棒をアクリルネジで固定し、これを試料棒に取り付けた。このとき角度が 0° のとき Ni 棒の長さ方向に磁場が加わるようにした。次に電磁石電流を 3A とした、このとき外部磁場は 5.4kOe となる。次に外部磁場と試料の長さ方向の成す角度を 0° \rightarrow 180° まで 3° 刻みで変化させながら DM の値を記録した。

以上で記録した電圧値から以下の式を用いて (49) の比例係数 α を求めた.

$$\alpha = \frac{1}{2i_{max}\mu_0}(N_{\perp} - N_{\parallel})I_s^2V \quad (54)$$

$$N_{\parallel} = \frac{1}{m^2 - 1} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 - 1}} \ln(m + \sqrt{m^2 - 1} - 1) \right) \simeq 0.0897 \quad (55)$$

$$N_{\perp} = \frac{1}{2}(1 - N_{\parallel}) \simeq 0.455 \quad (56)$$

ここで N_{\parallel} , N_{\perp} は葉巻型楕円体近似を用いた Ni 棒の反磁場係数, $m = 7/2$ は楕円体の長軸と短軸の比, $I_s = 0.616$ は Ni の MKSA 単位系での飽和磁化, V は Ni 棒の体積, i_{max} は磁気トルク相殺電流の最大値である. 上で求めた α から (49) で磁気トルク相殺電流を磁気トルクに換算した.

3.4 Fe-Si 円盤の磁気トルク測定

3.4.1 測定 1: Fe-Si 円盤の磁気トルク測定

3.3.2 の状態から実験を始めた. 電磁石電流を 0A, 角度を 0° とした後, 予め Fe-Si 円盤が接着された試料ホルダーを試料棒に取り付ける. 次に電磁石電流を 3A とした. 次に外部磁場と試料の長さ方向の成す角度を $0^\circ \rightarrow 360^\circ$ まで 3° 刻みで変化させながら DM の値を記録した. 次に 3.3 で求めた α を用いて磁気トルク曲線を作成した.

3.5 Ni 円盤の磁気トルク測定

3.3.2 の状態から実験を始めた. 電磁石電流を 0A, 角度を 0° とした後, Ni 円盤を挟んだアクリル円柱を試料ホルダーを試料棒に取り付けた. このとき角度 0A のとき Ni 円盤の面内方向に外部磁場がかかるように取り付けた. 次に電磁石電流を 3A とした. 次に外部磁場と試料の長さ方向の成す角度を $0^\circ \rightarrow 360^\circ$ まで 3° 刻みで変化させながら DM の値を記録した. 最後に 3.4.1 と同様に磁気トルク曲線を作成した.

4 結果

4.1 Ni 円盤の磁化測定

図 9 に Ni 円盤の磁気ヒステリシス曲線を示す.

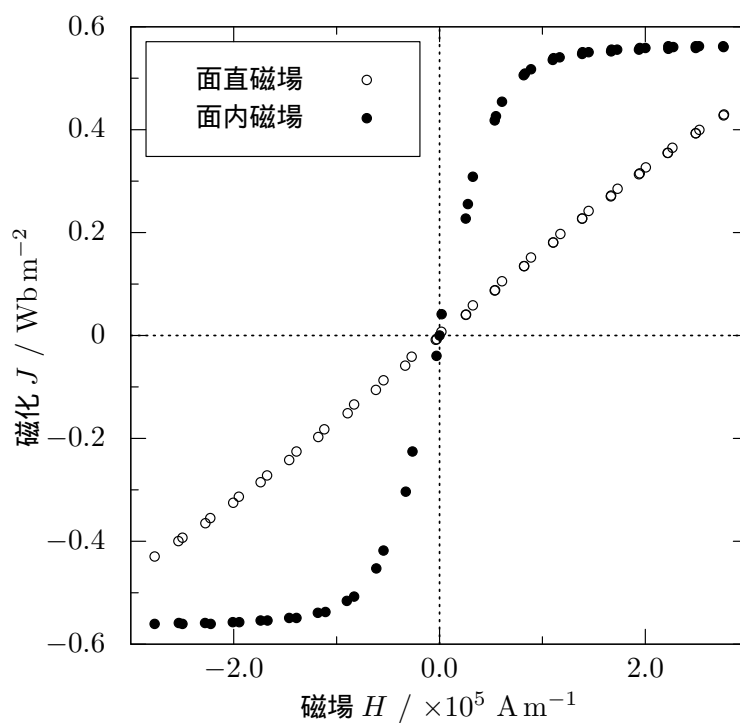


図 9 Ni の磁気ヒステリシス曲線

4.2 Fe-Si 円盤の磁気トルク測定

4.2.1 磁気トルク計の校正

図 10 に校正時に得た磁気トルク相殺電流の角度依存性曲線を示す. 電流の最大値は 20.1mA なので (54) から

$$\alpha = 6.04 \times 10^{-5} \text{ N m (mA)}^{-1} \quad (57)$$

である. この値と (49) から磁気トルクを計算し, これを Ni 棒試料の体積で割ることにより図 11 の磁気トルク曲線を得る. ただし, トルクは単位体積あたり

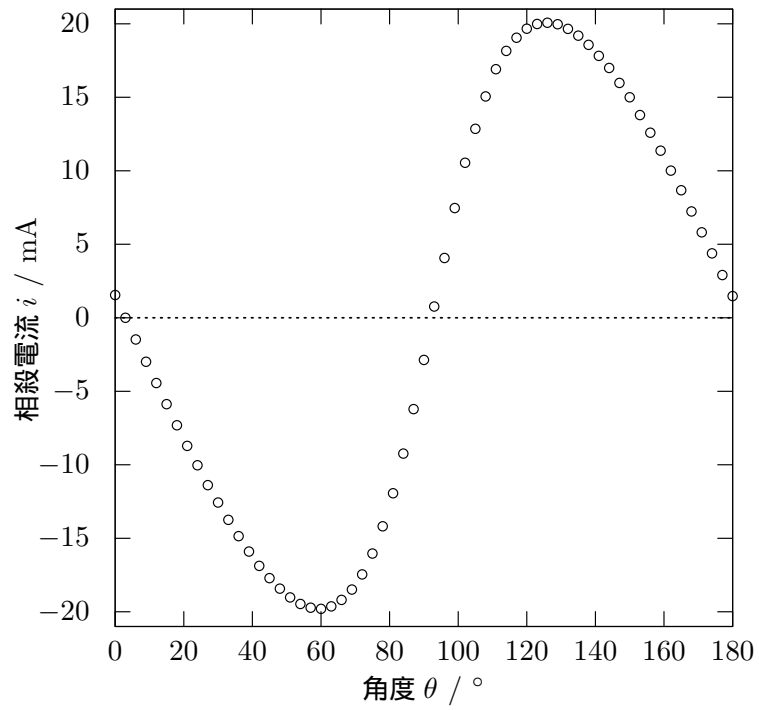


図 10 相殺電流の角度依存性

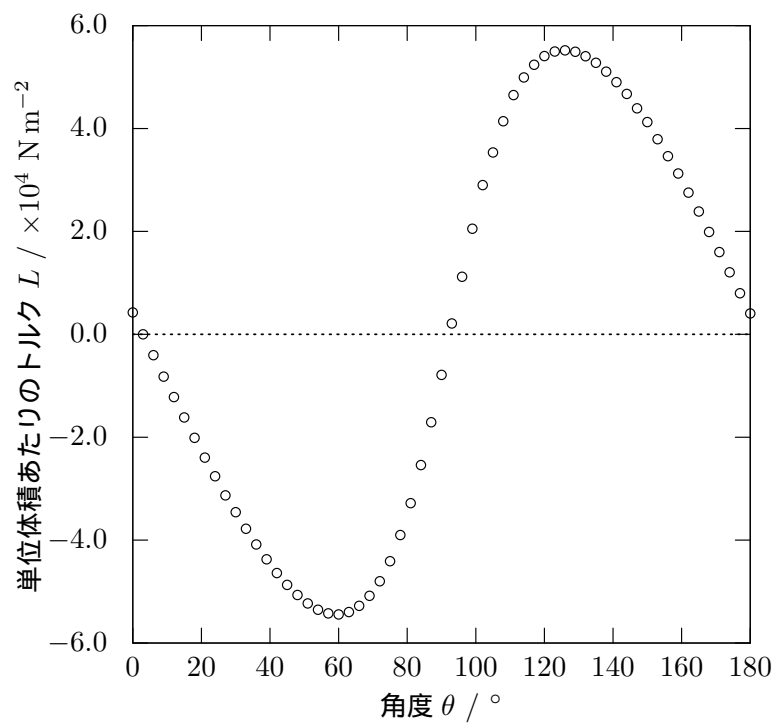


図 11 Ni 棒の磁気トルク曲線

4.2.2 Fe-Si 円盤の磁気トルク測定

図 12 に Fe-Si 円盤の磁気トルク曲線を示す.

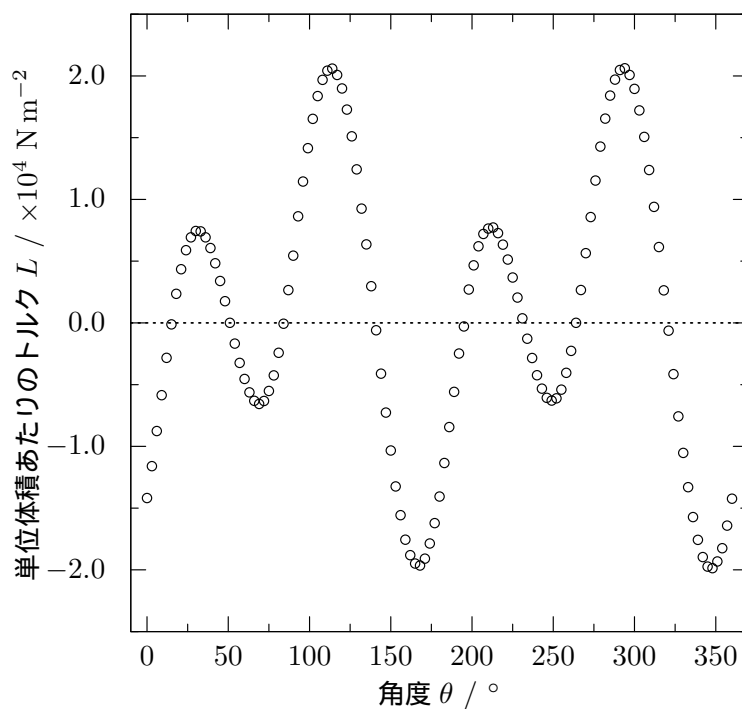


図 12 Fe-Si 円盤の磁気トルク曲線

4.3 Ni 円盤の磁気トルク測定

4.3.1 磁気トルク計の校正

この実験では 4.2 とは独立に校正を行っている. 図 13 に校正時に得た磁気トルク相殺電流の角度依存性曲線を示す. 電流の最大値は 20.3mA なので (54) から

$$\alpha = 5.99 \times 10^{-5} \text{ N m (mA)}^{-1} \quad (58)$$

である. したがって 4.2.1 節と同様の手順により図 14 の磁気トルク曲線を得る.

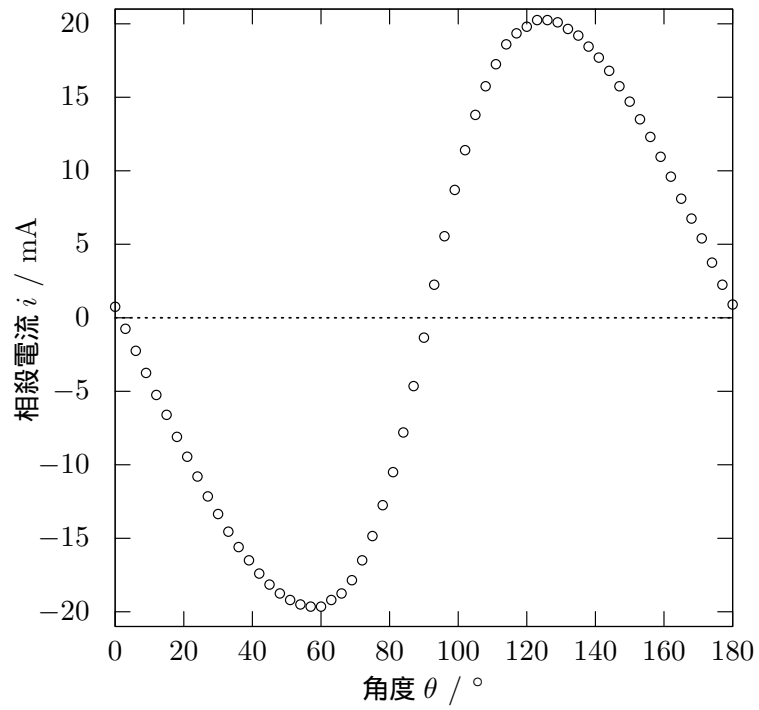


図 13 相殺電流の角度依存性

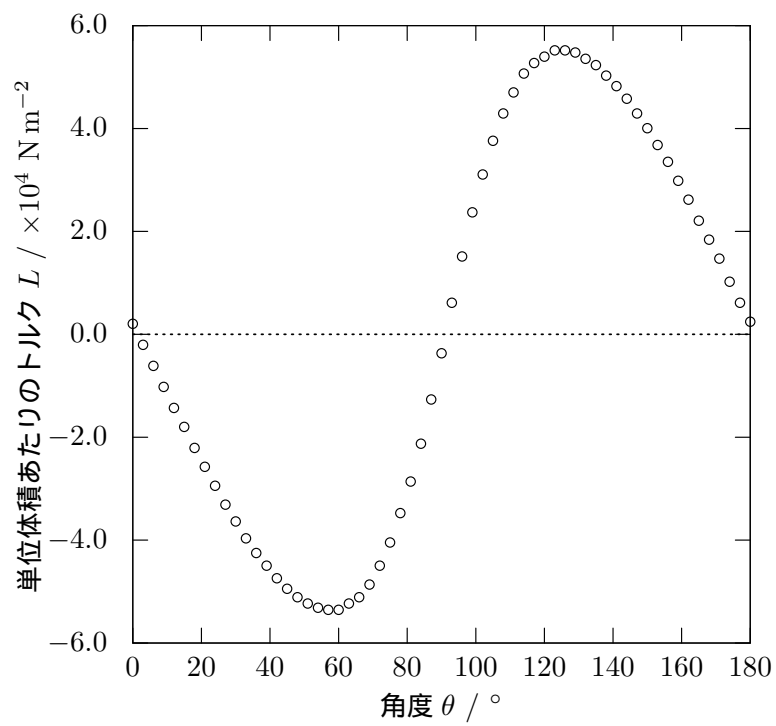


図 14 Ni 棒の磁気トルク曲線

4.3.2 Ni 円盤の磁気トルク測定

図 15 に Ni 円盤の磁気トルク曲線を示す. この最大値は $9.14 \times 10^4 \text{ N m}^{-2}$ である.

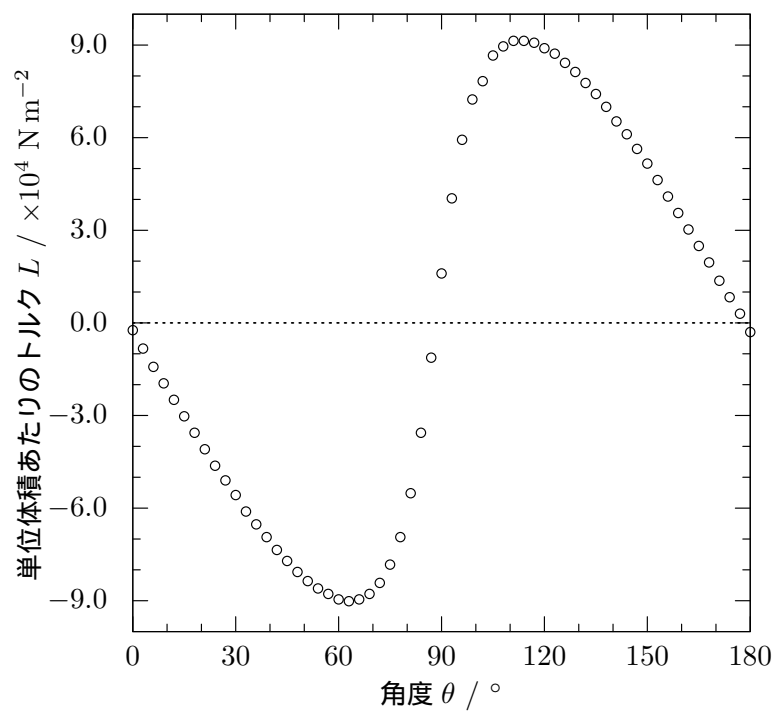


図 15 Ni 円盤の磁気トルク曲線

4.4 La-Gd 合金の磁化測定

4.4.1 77K, 293K での磁化測定

図 16 に 77K での, 図 17 に 293K での La-Gd 合金の磁気ヒステリシス曲線を示す.

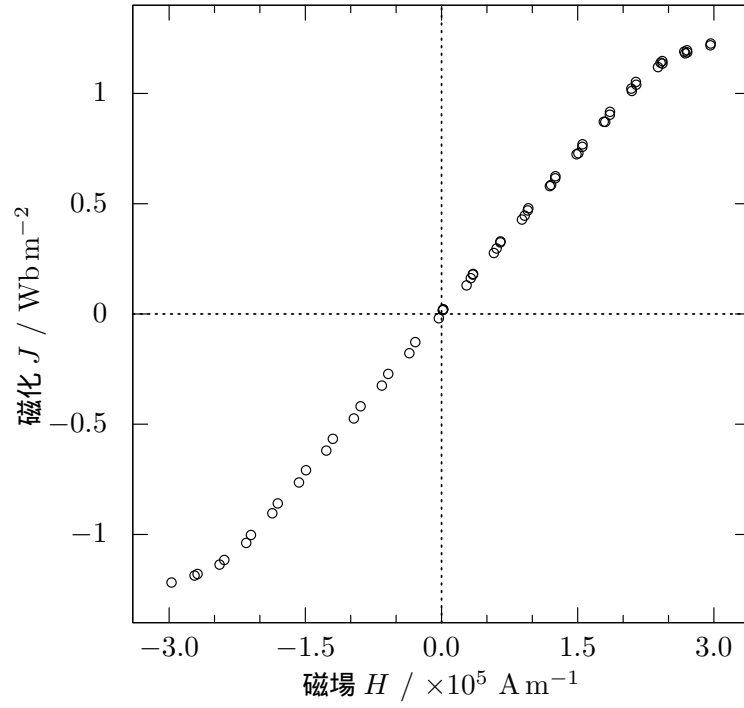


図 16 La-Gd の磁気ヒステリシス曲線 (77K)

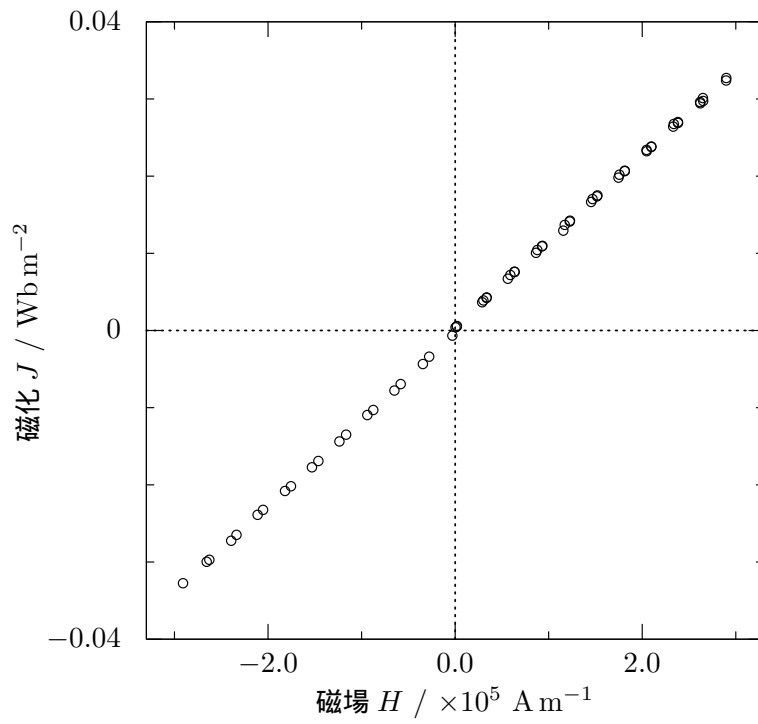


図 17 La-Gd の磁気ヒステリシス曲線 (293K)

4.4.2 磁化の温度依存性の測定

図 18 に La-Gd 合金の磁化の温度依存性を示す．ただし測定は 1K ごとに行っているが，グラフは 5K ごとにプロットしている．

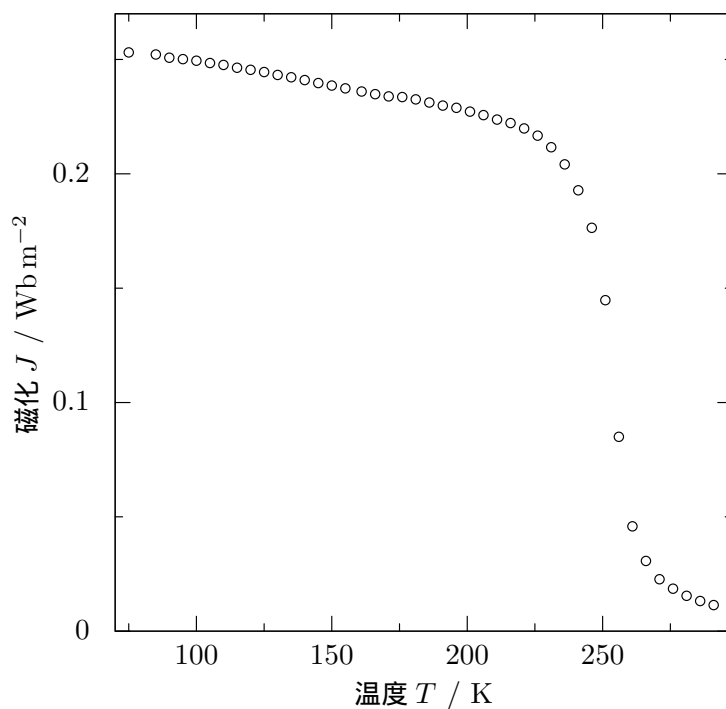


図 18 LaGd の磁化の温度依存性

5 考察

5.1 Ni 円盤の反磁場補正

5.1.1 円盤型楕円体近似による反磁場補正

Ni 円盤試料を円盤型楕円体とみなすと反磁場係数 N_{\parallel} , N_{\perp} は $m = 5.05/1.85$ を用いて以下で与えられる．

$$N_{\parallel} = \frac{1}{2(m^2 - 1)} \left(\frac{m^2}{\sqrt{m^2 - 1}} \cos^{-1} \left(\frac{1}{m} \right) - 1 \right) \simeq 0.194 \quad (59)$$

$$N_{\perp} = 1 - 2N_{\parallel} \simeq 0.611 \quad (60)$$

これと (61) を用いて外部磁場 H_{ext} を H_{eff} に変換することで反磁場補正した磁気ヒステリシス曲線 (図 19) を得る.

$$H_{eff} = H_{ext} - \frac{NI}{\mu_0} \quad (61)$$

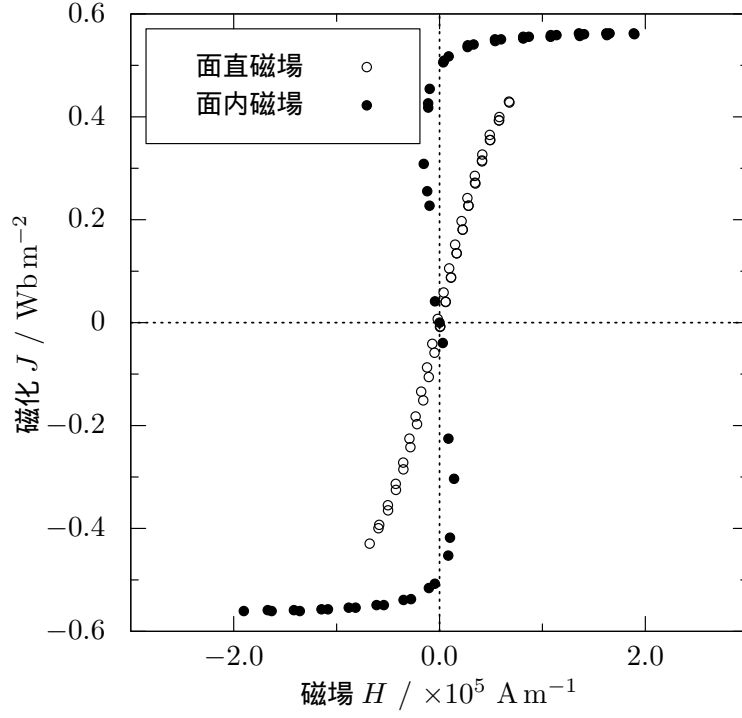


図 19 楕円体近似から算出した反磁場係数による反磁場補正

5.1.2 磁気トルクによる反磁場補正

(54) から磁気トルクの最大値 L_{max} は

$$L_{max} = \frac{1}{2\mu_0} (N_{\perp} - N_{\parallel}) I_s^2 V \quad (62)$$

であり, さらに対称性から $N_{\perp} = 1 - 2N_{\parallel}$ の関係があるので

$$\begin{aligned} L_{max} &= \frac{1}{2\mu_0} (1 - 3N_{\parallel}) I_s^2 V \\ \therefore N_{\parallel} &= \frac{1}{3} \left(1 - 2 \frac{L_{max} \mu_0}{I_s^2 V} \right) \end{aligned} \quad (63)$$

であえう. ここで L_{max}/V は単位体積あたりのトルクの最大値であり, これは $9.14 \times 10^4 \text{ N m}^{-2}$ であった. したがって反磁場係数 N_{\parallel}, N_{\perp} は

$$N_{\parallel} \simeq 0.132 \quad (64)$$

$$N_{\perp} = 1 - 2N_{\parallel} \simeq 0.737 \quad (65)$$

となる. よって 5.1.1 と同様に反磁場補正をすることで図 20 を得る.

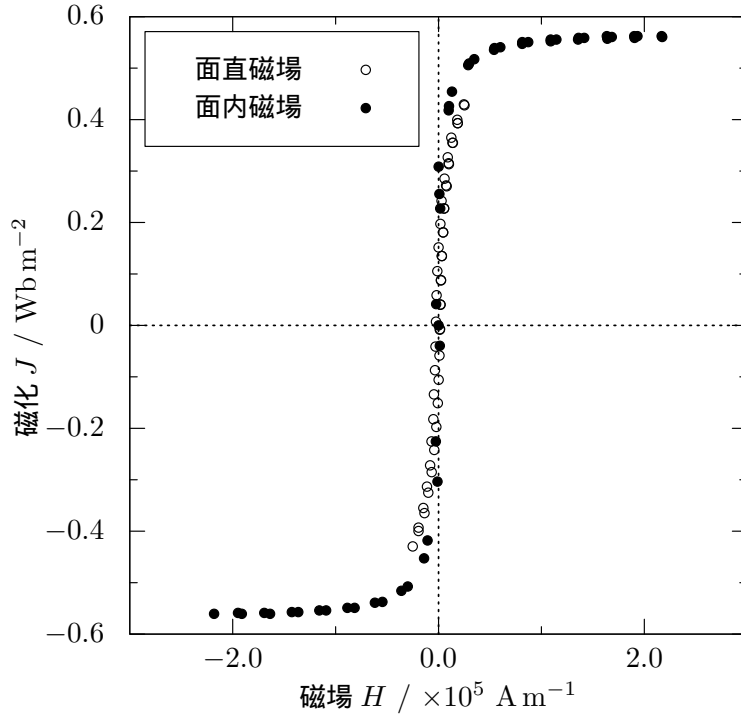


図 20 磁気トルクから算出した反磁場係数による反磁場補正

5.1.3 磁気ヒステリシス曲線の傾きによる反磁場補正

(44) から

$$N = \mu_0 \frac{H_{ext}}{I} \quad (66)$$

である. ここで I/H_{ext} は磁気ヒステリシス曲線の傾きなので, これから反磁場係数を求めることができる. ここでは電磁石電流を $0 \rightarrow 0.3$ にしたときの磁場の増加を dx , 磁化の増加を dy とし dy/dx を原点近傍での磁気ヒステリシス曲線の傾きとした. このとき反磁場係数 N_{\parallel}, N_{\perp} は

$$N_{\parallel} = \mu_0 \frac{dx}{dy} = \mu_0 \frac{2.55 \times 10^{-1}}{2.76 \times 10^4} \simeq 0.136 \quad (67)$$

$$N_{\perp} = \mu_0 \frac{dx}{dy} = \mu_0 \frac{4.92 \times 10^{-2}}{2.95 \times 10^4} \simeq 0.752 \quad (68)$$

となる. よって 5.1.1 と同様に反磁場補正をすることで図 21 を得る. また $N_{\parallel} \times 2 + N_{\perp} = 1.02$ である. これは相対誤差 2 % のズレであり $N_x + N_y + N_z = 1$ の条件を満たしていると言える.

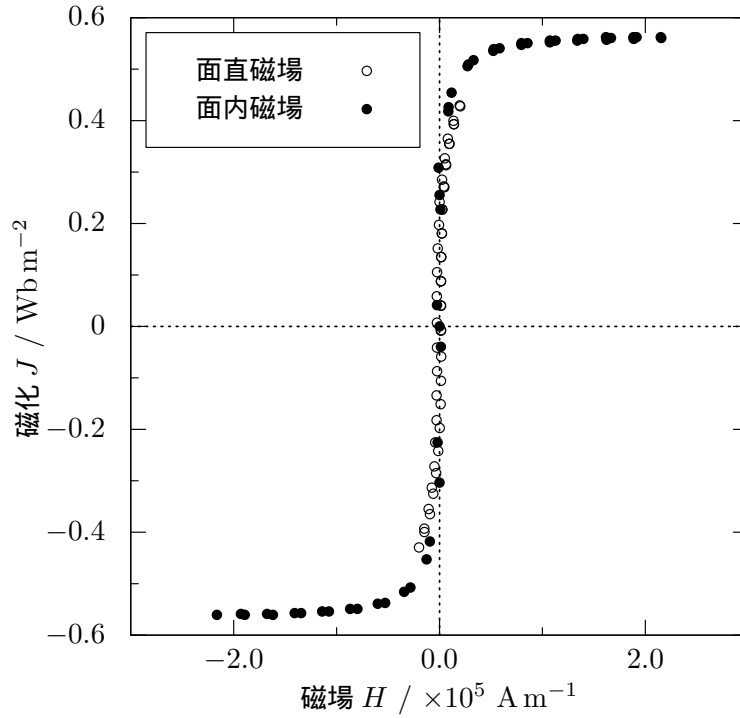


図 21 磁気ヒステリシス曲線の傾きから算出した反磁場係数による反磁場補正

5.1.4 考察

Ni のような強磁性体は外部磁場 0 でも磁化を持つため, 反磁場補正を施すと磁気ヒステリシス曲線は直角に立ち上がった形状になることが考えられる. ここで 3 つの方法で行った反磁場補正を比較すると図 20, 図 21 が予想通り直角に立ち上がった形状をしているのに対し, 図 19 は面直方向に対して過剰に, 面内方向に対して弱く反磁場補正がかかっていることがわかる. これは他の 2 つが実験値に基づく反磁場係数であるのに対して, 図 19 は反磁場係数の計算に楕円体近似を用いており, 実際の試料の反磁場係数と乖離が生じたためと考えられる.

5.2 Fe-Si 結晶の結晶磁気異方性定数 K_1, K_2 の決定

図 12 のデータに対して離散フーリエ変換を施した後、最小二乗法を用いて (40) の定数 K_1, K_2 を決定する。まず (40) を展開すると

$$\begin{aligned} L(\theta) &= -\left(\frac{K_1}{4} + \frac{K_2}{64}\right) \sin 2(\theta - \theta_0) - \left(\frac{3K_1}{8} + \frac{K_2}{16}\right) \sin 4(\theta - \theta_0) + \frac{3K_2}{64} \sin 6(\theta - \theta_0) \\ &= A_1 \sin 2(\theta - \theta_0) + A_2 \sin 4(\theta - \theta_0) + A_3 \sin 6(\theta - \theta_0) \\ &= a_1 \sin 2\theta + b_1 \cos 2\theta + a_2 \sin 4\theta + b_2 \cos 4\theta + a_3 \sin 6\theta + b_3 \cos 6\theta \end{aligned} \quad (69)$$

となる。 a_i, b_i は離散フーリエ変換のフーリエ係数であり以下で求まる。

$$a_i = \frac{1}{60} \sum_j^{120} L(\theta_j) \sin(k_i \theta_j) \quad (70)$$

$$b_i = \frac{1}{60} \sum_j^{120} L(\theta_j) \cos(k_i \theta_j) \quad (71)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 4, k_3 = 6 \quad (72)$$

さらに A_i, θ_0 は

$$A_i = \pm \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad \theta_{0,i} = \frac{1}{k_i} \tan^{-1} \left(\frac{b_i}{a_i} \right) + \frac{\pi}{k_i} n_i \quad (73)$$

である。ここまでの測定値から計算すると

$$A_1 = \pm 9.14 \times 10^3, \quad \theta_{0,1} = 0.705 + \frac{\pi}{2} n_1 \quad (74)$$

$$A_2 = \pm 1.23 \times 10^4, \quad \theta_{0,2} = -0.0934 + \frac{\pi}{4} n_2 \quad (75)$$

$$A_3 = \pm 5.65 \times 10^2, \quad \theta_{0,3} = 0.194 + \frac{\pi}{6} n_3 \quad (76)$$

さらに (69) から

$$\begin{cases} -64A_1 = 16K_1 + K_2 \\ -16A_2 = 6K_1 + K_2 \\ \frac{64}{3}A_3 = K_2 \end{cases} \quad (77)$$

であり $y = K_1 x + K_2$ でフィットできるので、最小二乗法

$$a = \frac{n \sum_k x_k y_k - \sum_k x_k \sum_k y_k}{n \sum_k x_k^2 - (\sum_k x_k)^2} \quad (78)$$

$$b = \frac{\sum_k x_k^2 \sum_k y_k - \sum_k x_k y_k \sum_k x_k}{n \sum_k x_k^2 - (\sum_k x_k)^2} \quad (79)$$

により K_1, K_2 を求める. 実際に計算すると

$$K_1 = \pm 3.61 \times 10^4, K_2 = \pm 4.15 \times 10^2 \text{ (復号同順)} \quad (80)$$

となる. 図示すると図 22 のようになる. ここでは K_1, K_2 を共に正とする. さらに $n_1 = -1$,

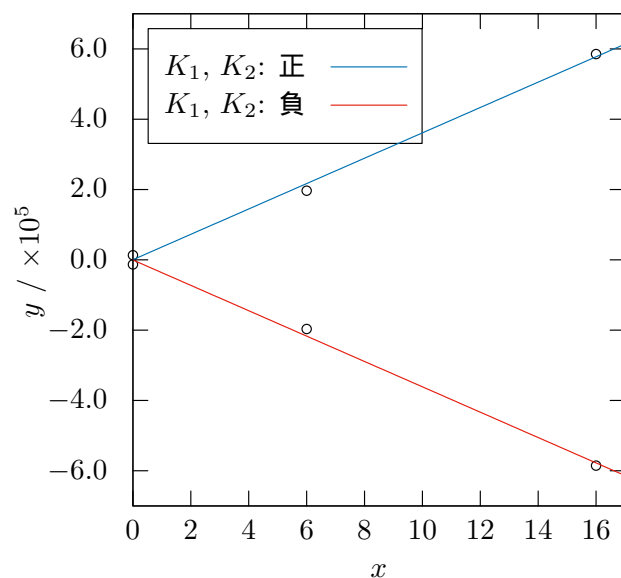


図 22 最小二乗法によるフィット

$n_2 = -1, n_3 = -2$ とすると $\theta_0 \simeq -0.86$ となるのでこれを用いて Fe-Si 円盤の磁気トルク曲線に理論値を重ねると図 23 のようになる. 図 23 のように以上の方法で測定値とよく一致する理論値を得られた.

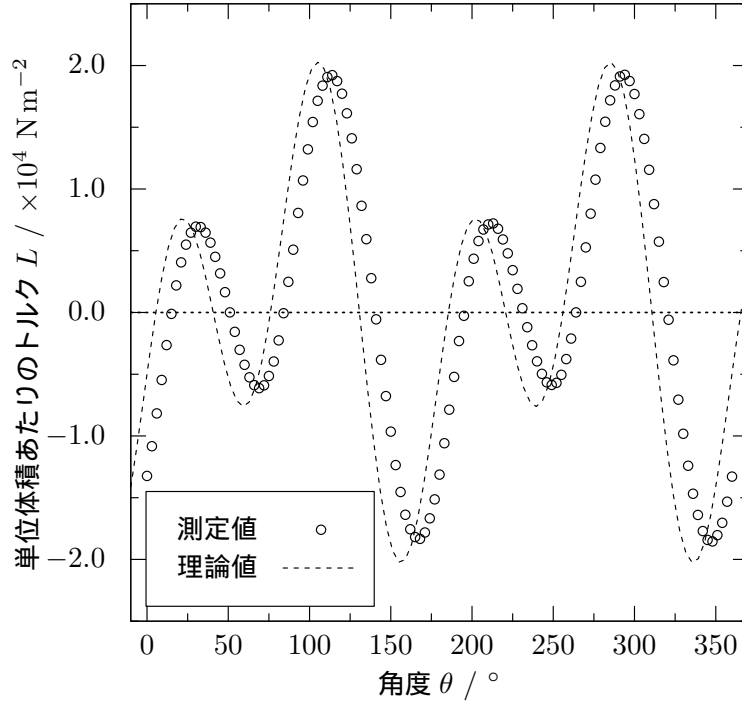


図 23 Fe-Si 円盤の磁気トルク曲線の測定値と理論値

5.3 Gd 原子の磁気モーメントの算出

(14) において $B_J(a)$ を a の 1 次まで取ると

$$I = Ng\mu_B J \frac{J+1}{3J} a = \frac{Ng^2\mu_B^2 J(J+1)}{3kT} H$$

$$\therefore \chi = \frac{I}{H} = \frac{Ng^2\mu_B^2 J(J+1)}{3kT} = \frac{Nm^2}{3kT} = \frac{C}{T} \quad (81)$$

となる。ここで m は原子 1 つあたりの磁気モーメント、 C はキュリー定数である。キュリーワイスの法則から

$$\chi = \frac{C}{T - \Theta} \Leftrightarrow \frac{1}{\chi} = \frac{T - \Theta}{C} \quad (82)$$

これは $T - (1/\chi)$ グラフにおいて傾き $1/C$, x 切片 Θ の直線になる。図 24 に $T - (1/\chi)$ グラフを示す。更に 260K 以降の直線部を最小二乗法 (78) を用いて直線でフィットすると図 25 を得る。ただし測定は 1K ごとに行っているが、グラフには 5K ごとにプロットしている。最小二乗法によりキュリー定数 C とキュリー温度 Θ は

$$C = 8.91 \times 10^{-6} \text{ Wb K A}^{-1} \text{ m}^{-1} \quad (83)$$

$$\Theta = 251 \text{ K} \quad (84)$$

である. ここで試料に Gd のみが含まれていたとすると Gd の密度 7.90 g cm^{-3} , 原子量 157 から単位体積あたりの原子数 N は

$$N = \frac{7.90 \text{ g cm}^{-3}}{157 \text{ g mol}^{-1}} N_A \text{ mol}^{-1} \times 10^6 = 3.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \quad (85)$$

となる [1]. したがって原子 1 つあたりの磁気モーメント m は

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\frac{3kC}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \times 8.91 \times 10^{-6} \text{ Wb K A}^{-1} \text{ m}^{-1}}{3.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}}} \\ &= 1.11 \times 10^{-28} \text{ Wb m} \end{aligned} \quad (86)$$

となる. さらに (20) から分子場係数 ω は

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{3k}{Nm^2} \Theta \\ &= \frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}}{3.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \times (1.11 \times 10^{-28} \text{ Wb m})^2} 251 \text{ K} \\ &= 2.82 \times 10^7 \text{ A m Wb}^{-1} \end{aligned} \quad (87)$$

さらに m をボーア磁子 μ_B で表すと

$$m = 9.48 \mu_B \quad (88)$$

となる [1]. Gd はフント則によればおよそ $7\mu_B$ の磁気モーメントを持つが, 以上から La を添加したことでより大きな磁気モーメントが得られていることがわかる [1].

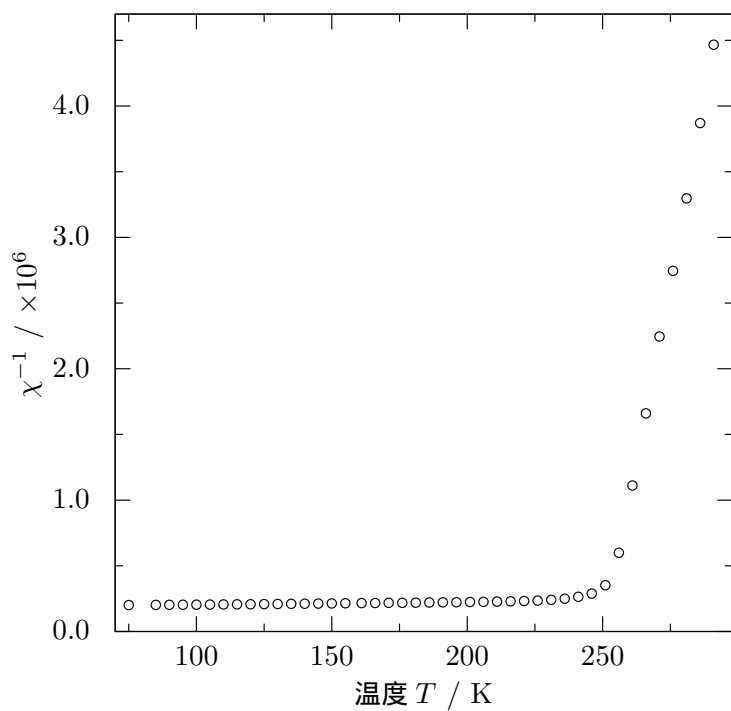


図 24 La-Gd 合金の磁化率の逆数の温度依存性

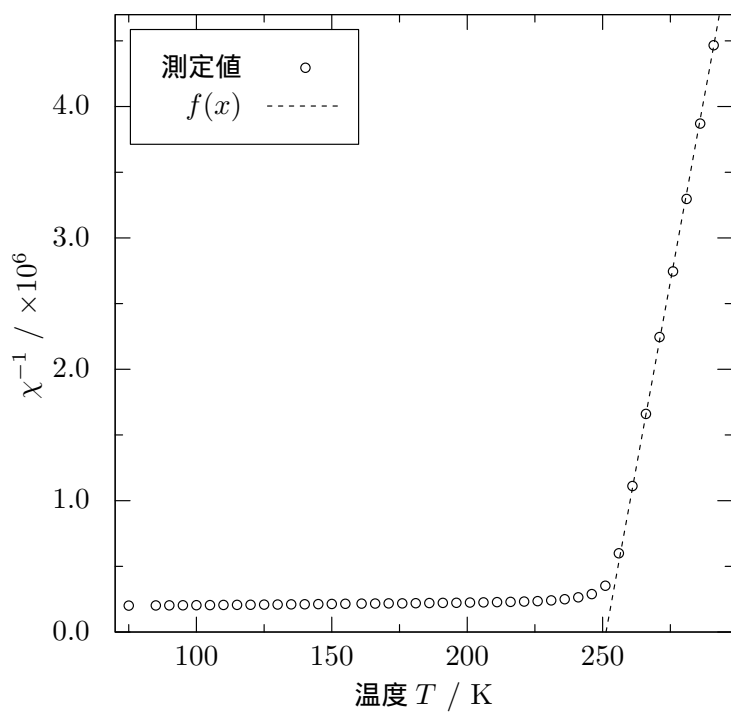


図 25 La-Gd 合金の磁化率の逆数の温度依存性

参考文献

- [1] 近角聡信. 強磁性体の物理, pp. 118 – 127, 195, 275, 278. 物理学選書. 裳華房, 東京, 1978 - 1984.
- [2] 国立天文台. 理科年表プレミアム. <http://www.rikanenpyo.jp.kras1.lib.keio.ac.jp/member/?module=Member&action=Login>. (Accessed on 04/30/2021).