

# 地球物理学期末レポート

61908697 佐々木良輔

(1-1)

鉛直方向の温度勾配が水平方向よりも大きいことから

$$\left| \frac{\partial T}{\partial z} \right| \gg \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right| \quad (6)$$

を仮定する. また  $x = vt$  から  $dx = vdt$  なので (2) 式は

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

ここで (6) から  $\partial^2 T / \partial x^2$  を無視すると

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (8)$$

となり (1) と一致する.

(1-2)

半無限冷却モデルでは熱伝導の影響が及ぶ範囲が無限に広がってしまう. 一方でプレートモデルではプレートの厚さにより新たに温度に関して境界条件が付加される. この差が年代の古いプレートでは如実に現れることになる.

(2-1)

図 (b) をみると低温, 高温の境界層付近では温度勾配が大きく, 中心付近では温度がほぼ一定であることが読み取れる.

これは境界近傍では伝導による熱輸送が支配的なためである. 境界付近では伝導が支配的なため, 温度勾配は半無限冷却モデルで用いたような熱拡散方程式によって記述される. その温度勾配は図 1 のような概形を示し, たしかに図 (b) の境界付近と近い分布になっていることがわかる.

一方で球殻の内部ではレイリー数によっては対流による熱輸送が支配的になりうる. 対流が内部で活発に起こっているとき, より効率的に熱が拡散するため内部での温度勾配はほぼ一定になる. 図 (b) ではたしかに内部の温度分布が均一になっており, 対流を起こすのに十分大きなレイリー数を持っていることがわかる.

また熱平衡状態において熱の流入と流出が平衡していると考え、球殻モデルを用いたために単位面積あたりの熱流量が下層では大きく、上層では少なくなる。このことから上層付近の温度勾配が小さく、下層付近では大きくなっていることがわかる。

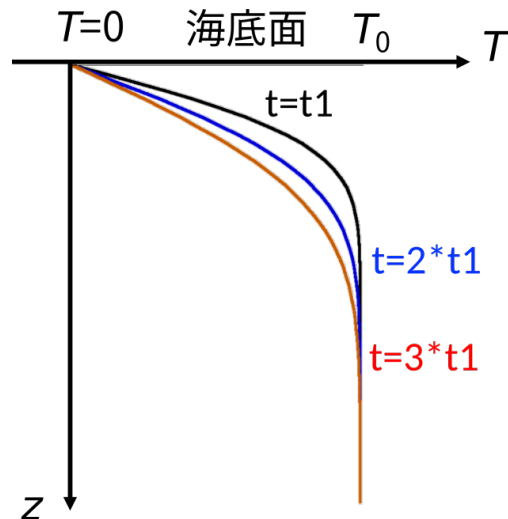


図 1 半無限冷却モデルによる温度勾配の概形 (配布資料 7 から引用)

(3-1)

実験により 660 km の温度、圧力においてクラペイロン勾配が負の相転移があることがわかっていいる。この相転移では温度が高いほど高密度相への相転移に必要な圧力が低い。すると平均温度のマントルが高密度相に相転移できる深さに至っても低温のマントルが低密度相のままということになる。また平均より温度が高いマントルは上昇して圧力が下がっても低密度相に相転移しにくくなる。以上から低温のマントルは周囲に比べて軽く、高温のマントルが周囲に比べて重くなるため、対流が阻害されるのである。

(3-2)

プレートの沈み込み境界では地震活動が起こりやすいが、多くの沈み込み境界において震源深さは 670 km 程度まででそれ以上深い地震は観測されていない。これは 670 km 付近でスラブの沈み込みが止まっていることを示唆する。

(3-3)

2 層対流では上層と下層において対流が阻害され、その間での熱伝達は伝導が支配的ということになる。これにより全層対流の時の温度勾配は図 (b) のように球殻内部での温度がほぼ一様であったのに比べて、2 層対流では間に遷移層、すなわち温度勾配が急な箇所が発生すると考えられる。

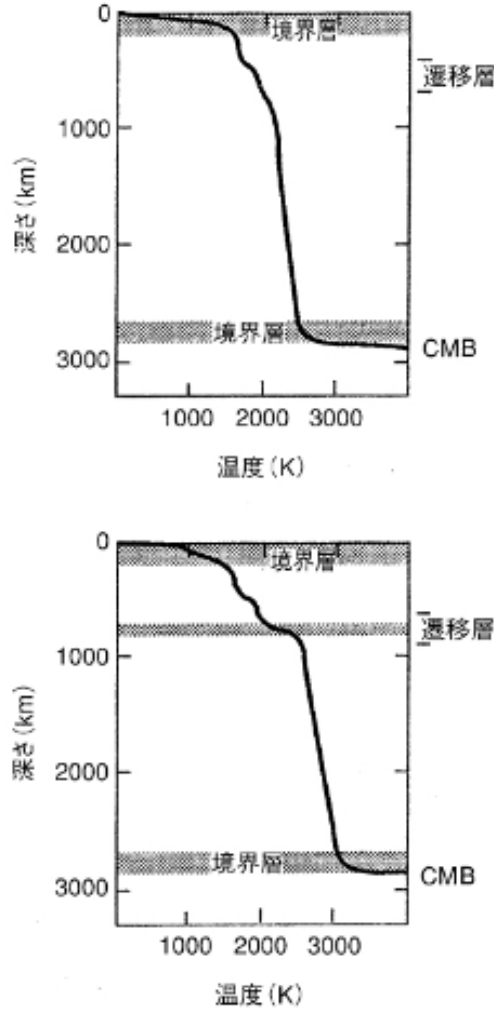


図 2 全層対流と 2 層対流の場合の温度勾配 [1]

(4-1)

$n = 0$  の Legendre 陪関数は定数であり 0 次成分の磁気ポテンシャルに由来する磁場は一方向を向いた磁場になる。これは磁気単極子成分であり、現実には存在しないことから  $n = 0$  の成分は含まれない。

(4-2)

磁気ポテンシャルは以下のように表される。

$$V = a \left( \left( \frac{a}{r} \right)^2 g_1^0 \cos \theta + \left( \frac{a}{r} \right)^3 g_2^0 \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) \right) \quad (9)$$

したがって磁束密度の各成分は以下のように表される。

$$B_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = 2 \frac{a^3}{r^3} g_1^0 \cos \theta + \frac{3}{2} \frac{a^4}{r^4} g_2^0 (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (10)$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{a^3}{r^3} g_1^0 \sin \theta - 3 \frac{a^4}{r^4} g_2^0 \cos \theta \sin \theta \quad (11)$$

$$B_\varphi = 0 \quad (12)$$

ここで地表面においては  $a/r = 1$  である. 以上から北極点 ( $\theta = 0, \varphi = 0$ ), 南極点 ( $\theta = 0\pi, \varphi = 0$ ) における磁場  $B_N$  と  $B_S$  は極座標において以下ようになる.

$$B_N = \begin{pmatrix} 2g_1^0 + 3g_2^0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -603.8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ nT} \quad (13)$$

$$B_S = \begin{pmatrix} -2g_1^0 + 3g_2^0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 156.2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ nT} \quad (14)$$

(4-3)

(4-2) の結果から地軸上において水星の地磁気は動径方向成分のみを持ち, 角度成分を持たないことがわかる. このことから磁気モーメントは地軸に平行になる. 磁気双極子が十分狭い範囲に集中しているならば, 地表面での磁気双極子による磁束密度は以下のように表される.

$$B = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad (15)$$

したがって

$$B \propto \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (16)$$

である. ここで図のように座標を設定すれば

$$603.8 : 156.2 = \frac{1}{x^2} : \frac{1}{(a-x)^2} \quad (17)$$

$$x = 822.6 \text{ km}$$

したがって磁気双極子は北極点から地軸上で 822.6 km 離れた位置に存在することになる. よって, 水星の地磁気は北極側に大きく偏っていることがわかる.

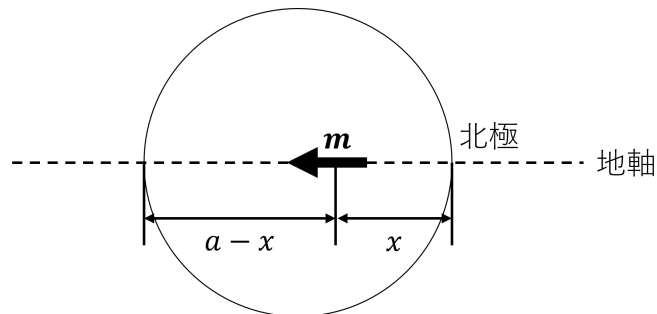


図3 地軸上の座標の設定

(5-1)

$$\nabla \times (\bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}}) = \nabla \times \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega x \bar{B}_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \bar{B}_x \end{pmatrix} \quad (18)$$

なのでインダクション方程式の  $x, z$  成分はそれぞれ

$$\frac{\partial \bar{B}_x}{\partial t} = \alpha \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial y} + \eta \nabla^2 \bar{B} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial t} = \Omega \bar{B}_x - \alpha \frac{\partial \bar{B}_x}{\partial y} + \eta \nabla^2 \bar{B} \quad (20)$$

と表される.

(5-2)

$\alpha$  効果による  $\bar{B}_z$  の生成が無視できるとき (20) 式の右辺第 2 項は無視できる. したがって (19) 式, (20) 式はそれぞれ

$$p \hat{B}_x = ik\alpha \hat{B}_z - \eta k^2 \hat{B}_x \quad (21)$$

$$p \hat{B}_z = \Omega \hat{B}_x - \eta k^2 \hat{B}_z \quad (22)$$

これを連立すると

$$\begin{aligned} p^2 + 2p\eta k^2 + \eta^2 k^4 &= ik\alpha\Omega \\ p &= \eta k^2 \pm e^{i\pi/4} \sqrt{k\alpha\Omega} \end{aligned} \quad (23)$$

となる.

(5-3)

$e^{i\pi/4} = (1+i)/\sqrt{2}$  なので  $p$  の実部は

$$\Re(p) = \eta k^2 \pm \sqrt{\frac{k\alpha\Omega}{2}} \quad (24)$$

である. 自励ダイナモとなるためには  $p$  の実部が正である必要があるので, その条件は

$$\eta k^2 \pm \sqrt{\frac{k\alpha\Omega}{2}} > 0 \quad (25)$$

である.

## 参考文献

- [1] 均川勝. 地球ダイナミクスとトモグラフィー (地球科学の新展開). 地球科学の新展開. 朝倉書店, 2002.