高エネルギー物理学 課題 1

61908697 佐々木良輔

Bhabha 散乱の Feynman 図は図 1 の 2 種類である．(a) について, 運動量保存 $q = p_1 - p_3 = p_4 - p_2$ をもちいて

$$(2\pi)^4\delta(p_1 - p_3 - q) = (2\pi)^4\delta(q + p_2 - p_4) = (2\pi)^4\delta(p_1 - p_3 + p_2 - p_4)$$

と表される. したがって対応する式は

$$\begin{aligned}\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}\overline{u}(p_3)ie\gamma^\mu u(p_1)(2\pi)^4\delta(p_1 - p_3 - q)\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{q^2}\overline{v}(p_2)ie\gamma^\nu v(p_4)\\ = \overline{u}(p_3)ie\gamma^\mu u(p_1)\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{(p_1 - p_3)^2}\overline{v}(p_2)ie\gamma^\nu v(p_4)\end{aligned}$$

となる. 次に (b) について, 運動量保存 $q = p_1 - p_2 = p_4 - p_3$ をもちいて

$$(2\pi)^4\delta(p_1 - p_2 - q) = (2\pi)^4\delta(q + p_3 - p_4) = (2\pi)^4\delta(p_1 - p_2 + p_3 - p_4)$$

と表される. したがって対応する式は

$$\begin{aligned}-\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}\overline{v}(p_2)ie\gamma^\mu u(p_1)(2\pi)^4\delta(p_1 - p_2 - q)\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{q^2}\overline{u}(p_3)ie\gamma^\nu v(p_4)\\ = \overline{v}(p_2)ie\gamma^\mu u(p_1)\frac{i\eta_{\mu\nu}}{(p_1 - p_2)^2}\overline{u}(p_3)ie\gamma^\nu v(p_4)\end{aligned}$$

ここで上の式は (a) の場合に対して $p_2 \leftrightarrow p_3$ と交換しているので, fermion の反交換関係から $-$ 符号をつけた. したがって不変散乱振幅は

$$\begin{aligned}i\mathcal{M} =&\overline{u}(p_3)ie\gamma^\mu u(p_1)\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{(p_1 - p_3)^2}\overline{v}(p_2)ie\gamma^\nu v(p_4)\\ &+ \overline{v}(p_2)ie\gamma^\mu u(p_1)\frac{i\eta_{\mu\nu}}{(p_1 - p_2)^2}\overline{u}(p_3)ie\gamma^\nu v(p_4)\end{aligned}$$

となる.

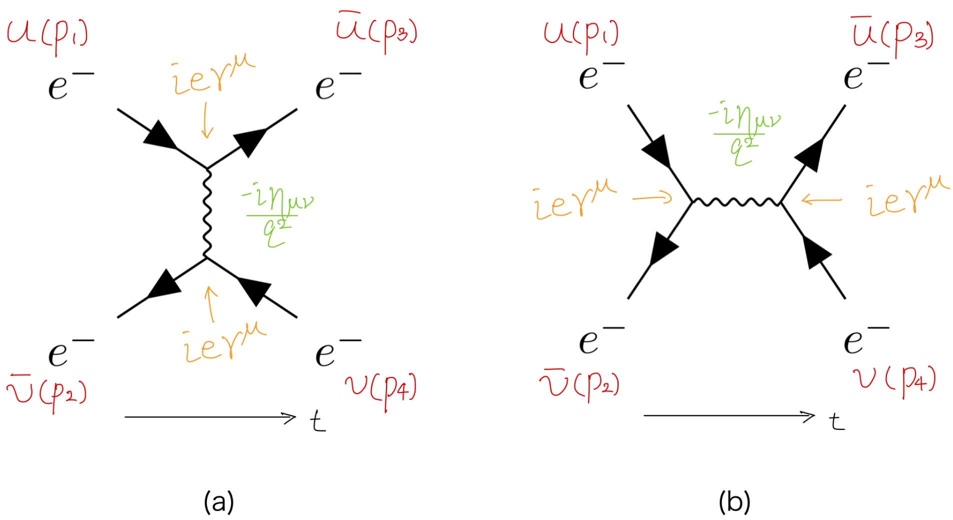

図 1　Bhabha 散乱の Feynman 図