応用プラズマ工学

82311971 佐々木良輔

問 1

電荷 $-e$ を持った電子が電場 $E(x)$ から受ける力は $-eE(x)$ なので, 数密度が $n(x)$ の電子が受ける単位体積あたりの力は

$$-eE(x)n(x) \tag{1}$$

である.

問 2

底面積 S, 高さ Δx の円柱の体積は $S\Delta x$ である. Δx が十分小さく数密度 $n(x)$ の変化を無視できるとき, この柱に含まれる電子の数は

$$n(x)S\Delta x \tag{2}$$

であり, これが電場 $E(x)$ から受ける力は

$$-eE(x)n(x)S\Delta x \tag{3}$$

である.

問 3

微小円柱要素の両端における圧力は $p(x)$, $p(x+\Delta x)$ であるので, この円柱内に含まれる電子に関する運動方程式は電子の質量 m_e を用いて

$$\begin{aligned} n(x)m_e\ddot{x} &= p(x)S - p(x+\Delta x)S - eE(x)n(x)S\Delta x \\ &= -\Delta pS - eE(x)n(x)S\Delta x \end{aligned} \tag{4}$$

ここで電子の質量が小さいことから $m_e \to 0$ とすると

$$\begin{aligned} & 0 = -\Delta pS - eE(x)n(x)S\Delta x \\ \iff \quad & 0 = -\frac{\Delta p}{\Delta x} - eE(x)n(x) \end{aligned} \tag{5}$$

問 4

$\Delta x \to 0$ の極限において (5) 式は

$$\frac{dp}{dx} = -eE(x)n(x) \tag{6}$$

となる．ここで理想気体の状態方程式 $p = nkT$, 電場と電位の関係 $E = -\nabla\phi$ より (6) は

$$\begin{array}{rrcl} & \dfrac{d}{dx}(n(x)kT) & = & -en(x)\left(-\dfrac{d\phi}{dx}\right) \\ \Longleftrightarrow & \dfrac{\frac{dn}{dx}}{n} & = & \dfrac{e}{kT}\dfrac{d\phi}{dx} \end{array} \tag{7}$$

ここで解として

$$n(x) = Ae^{f(x)} \tag{8}$$

という形を仮定する. ただし A は定数である．(7) から

$$\begin{array}{rrcl} & \dfrac{n_0 e^{f(x)}\frac{df}{dx}}{n_0 e^{f(x)}} & = & \dfrac{e}{kT}\dfrac{d\phi}{dx} \\ \Longleftrightarrow & \dfrac{df}{dx} & = & \dfrac{e}{kT}\dfrac{d\phi}{dx} \\ \Longleftrightarrow & f(x) & = & \dfrac{e}{kT}(\phi(x) - B) \end{array} \tag{9}$$

ただし B は定数であるしたがって電子密度 $n(x)$ は

$$n(x) = A\exp\left(\frac{e}{kT}(\phi(x) - B)\right) \tag{10}$$

と表される. さらに $x = 0$ において $\phi(0) = 0$ から

$$n(0) = A\exp\left(\frac{e}{kT}(0 - B)\right) \tag{11}$$

なので

$$n(x) = n(0)\exp\left(\frac{e}{kT}\phi(x)\right) \tag{12}$$

となる.