応用プラズマ工学

82311971 佐々木良輔

密度連続の式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathrm{div}(n\vec{v}) = S_i \tag{1}$$

において両辺をシース内側の領域 V で体積平均を行う.

$$\frac{1}{V}\int_V dV \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{V}\int_V dV \mathrm{div}(n\vec{v}) = \frac{1}{V}\int_V dV\ S_i \tag{2}$$

左辺第 1 項の微分と積分を交換すると

$$\frac{1}{V}\int_V dV \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{V}\int_V dV\ n = \frac{\partial \overline{n}}{\partial t} \tag{3}$$

ここで $\overline{n}$ はもはや空間に依存しないため

$$\frac{\partial \overline{n}}{\partial t} = \frac{d\overline{n}}{dt} \tag{4}$$

また左辺第 2 項において, 発散定理を用いて

$$\frac{1}{V}\int_V dV \mathrm{div}(n\vec{v}) = \frac{1}{V}\int_{\partial V} dS(n\vec{v}) \cdot \boldsymbol{e}_n \tag{5}$$

ただし ∂V は V の表面, $\boldsymbol{e}_n$ はシース表面での法線ベクトルとした. シース表面で $n = n_{is}$, $\vec{v} = v_{is}\boldsymbol{e}_n$ の一定値を取るとする. ただしシース入口においてはイオンの速度がイオン音速 C_s に一致することから, $v_{is} = C_s$ である. (5) 式はシース表面積 S を用いて

$$\begin{aligned}\frac{1}{V}\int_{\partial V} dS(n\vec{v}) \cdot \boldsymbol{e}_n &= \frac{S}{V} n_{is} C_s \\ &= \frac{S}{V} C_s \frac{n_{is}}{\overline{n}} \overline{n} \\ &= \frac{\overline{n}}{\frac{V}{S\alpha C_s}} = \frac{\overline{n}}{\tau_p}\end{aligned} \tag{6}$$

となる. 最後に右辺第 1 項は

$$\frac{1}{V}\int_V dV\ S_i = \overline{S}_i \tag{7}$$

である. 以上から (2) 式は

$$
\begin{aligned}
& \frac{d\overline{n}}{dt} + \frac{\overline{n}}{\tau_p} = \overline{S}_i \\
\Longleftrightarrow \quad & \frac{d\overline{n}}{dt} = \overline{S}_i - \frac{\overline{n}}{\tau_p}
\end{aligned} \tag{8}
$$

となり, 粒子バランスの式が得られた. ここで τ_p は

$$
\tau_p = \frac{V}{S}\frac{1}{\alpha C_s} \tag{9}
$$

であった. プラズマ容器として一辺の長さが L の立方体を仮定すると

$$
\frac{V}{S} \propto L \tag{10}
$$

またシース表面での粒子束密度は $\Gamma_s = n_{is}C_s$ であり, これは定常状態において壁への粒子束に等しい. したがって

$$
\tau_p = L\frac{1}{\frac{1}{\overline{n}}\Gamma_s} = \frac{L\overline{n}}{\Gamma_s} \tag{11}
$$

ここで $L\overline{n}$ は, 長さ L, 断面積 1 の空間に存在する粒子数と考えられる. したがって $L\overline{n}/\Gamma_s$ は, この空間に存在する粒子がシース表面での粒子束密度で失われるのに要する時間であり, 生成されたプラズマの寿命と考えることができる.