磁性物理学 レポート No.3

82311971 佐々木良輔

(1)

図のように副格子 A の向く方向を正として, 外部磁場は正の方向にかけるものとする. 外部磁場 $H_{\rm ext}$ が無い状態での副格子 A, B 磁化を M_0 とする. 磁場を印加した際の副格子 A, B それぞれについて, 磁化の変化量を δM_A, δM_B とすると, 磁場中での副格子 A, B の磁化は

$$\begin{aligned} M_A &= M_0 + \delta M_A \\ M_B &= -M_0 + \delta M_B \end{aligned} \tag{1}$$

である. このとき副格子 A が B から受ける分子場は

$$H_w^A = -\gamma M_B = -\gamma(-M_0 + \delta M_B) \tag{2}$$

また B が A から受ける分子場は

$$H_w^B = -\gamma M_A = -\gamma(M_0 + \delta M_A) \tag{3}$$

である. ここで図 2 のように外部磁場が無い状態での平衡位置を α_0, $-\alpha_0$ とする. ただし外部磁場 0 のときの磁化が M_0 なので $\alpha_0 = \beta m \gamma M_0$ である. 外部磁場を印加したときの平衡状態からのズレを $\delta\alpha_A$, $\delta\alpha_B$ とすると

$$\begin{aligned} \delta\alpha_A &= \beta m(H_{\rm ext} + H_w^A) - \alpha_0 \\ &= \beta m(H_{\rm ext} - \gamma\delta M_B) + \beta m\gamma M_0 - \alpha_0 \\ &= \beta m(H_{\rm ext} - \gamma\delta M_B) \end{aligned} \tag{4}$$

同様にして

$$\begin{aligned} \delta\alpha_B &= \beta m(H_{\rm ext} + H_w^B) - (-\alpha_0) \\ &= \beta m(H_{\rm ext} - \gamma\delta M_A) \end{aligned} \tag{5}$$

である. ここで $\delta\alpha \ll 1$ のとき, M を α_0 周りで 1 次までテイラー展開することで

$$M(\alpha_0 + \delta\alpha) = NmL(\alpha_0) + NmL'(\alpha_0)\delta\alpha \tag{6}$$

これを用いて δM_A, δM_B は

$$
\begin{aligned}
\delta M_A &= M(\alpha_0 + \delta\alpha_A) - M(\alpha_0) \\
&= NmL'(\alpha_0)\beta m(H_{\text{ext}} - \gamma\delta M_B) \\
&= \frac{Nm^2}{k_B T}L'(\alpha_0)(H_{\text{ext}} - \gamma\delta M_B)
\end{aligned} \tag{7}
$$

$$
\delta M_B = \frac{Nm^2}{k_B T}L'(\alpha_0)(H_{\text{ext}} - \gamma\delta M_A) \tag{8}
$$

正味の磁化は $M = \delta M_A + \delta M_B$ なので (7), (8) の両辺を足すと

$$
\begin{aligned}
& M = \frac{Nm^2}{k_B T}L'(\alpha_0)(2H_{\text{ext}} - \gamma M) \\
\iff \quad & M\left(1 + \frac{\gamma Nm^2 L'(\alpha_0)}{k_B T}\right) = \frac{2Nm^2}{k_B T}L'(\alpha_0)H_{\text{ext}}
\end{aligned} \tag{9}
$$

したがって磁気感受率は

$$
\begin{aligned}
\chi = \frac{M}{H_{\text{ext}}} &= \frac{\frac{2Nm^2}{k_B T}L'(\alpha_0)}{1 + \frac{\gamma Nm^2 L'(\alpha_0)}{k_B T}} \\
&= \frac{2Nm^2 L'(\alpha_0)}{k_B T + \gamma Nm^2 L'(\alpha_0)}
\end{aligned} \tag{10}
$$

となる. ここで $\alpha_0 = 0$ では $L'(0) = 1/3$ なので

$$
\chi = \frac{\frac{2Nm^2}{3k_B}}{T + \frac{\gamma Nm^2}{3k_B}} =: \frac{C}{T + T_N} \tag{11}
$$

ここで $C = 2Nm^2/3k_B$, $T_N = \gamma Nm^2/3k_B$ とした. $T = T_N$ のときは

$$
\chi = \frac{1}{\gamma} \tag{12}
$$

となる.

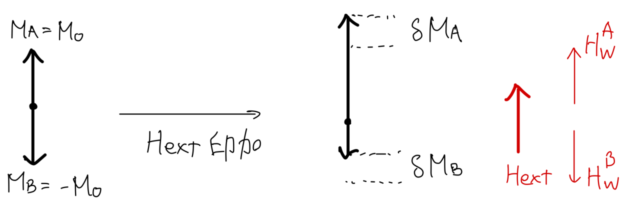

図 1　反強磁性体に磁場を印加した際の磁化の挙動

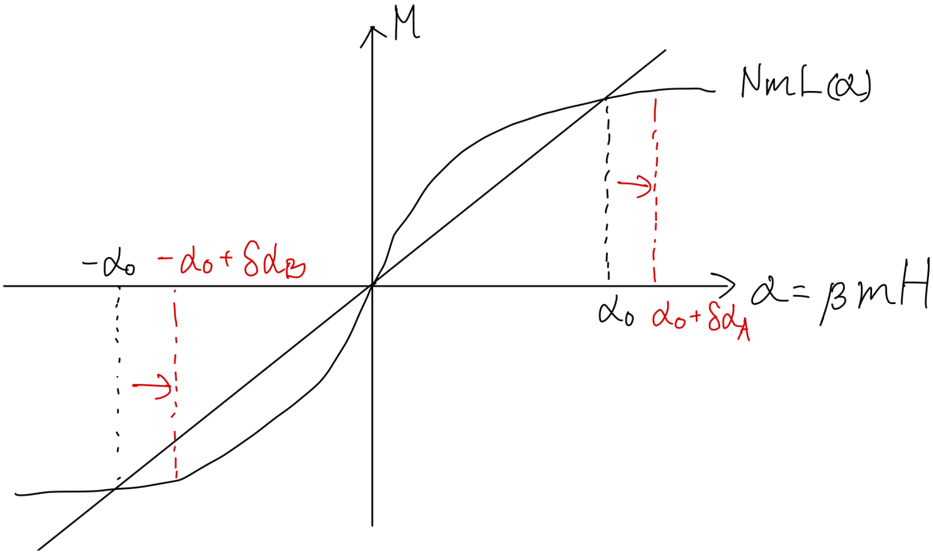

図 2　外部磁場による自己無撞着解の変化

(2)

副格子 A, B の磁化はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
M_A &= \frac{C}{T}(H_{\rm ext} + H_w^A) \\
&= \frac{C}{T}\left(H_{\rm ext} + \gamma_{AA} M_A - \gamma_{AB} M_B\right)
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
M_B &= \frac{C}{T}(H_{\rm ext} + H_w^B) \\
&= \frac{C}{T}\left(H_{\rm ext} + \gamma_{BB} M_B - \gamma_{AB} M_A\right)
\end{aligned}
\tag{14}
$$

であった. ここで簡単のため $M_A = x$, $M_B = y$, $C\gamma_{AA}/T = a$, $C\gamma_{BB}/T = b$, $C\gamma_{AB}/T = c$, $CH_{\rm ext}/T = h$ と置くと

$$
\begin{cases}
x = h + ax - cy \\
y = h + by - cx
\end{cases}
\tag{15}
$$

$$
\iff \begin{cases}
x = \dfrac{h - cy}{1-a} \\
y = \dfrac{h - cx}{1-b}
\end{cases}
\tag{16}
$$

(16) から

$$
\begin{aligned}
y = \frac{h}{1-b} - \frac{c}{1-b}\frac{h-cy}{1-a} &= \frac{h(1-a-c)+c^2y}{(1-a)(1-b)} \\
\iff \quad y\left(1-\frac{c^2}{(1-a)(1-b)}\right) &= \frac{h(1-a-c)}{(1-a)(1-b)} \\
\iff \quad y &= \frac{h(1-a-c)}{1-a-b+ab-c^2}
\end{aligned}
\tag{17}
$$

x については a と b を入れ替えれば

$$
x = \frac{h(1-b-c)}{1-a-b+ab-c^2} \tag{18}
$$

である. 正味の磁化は $M = M_A + M_B = x + y$ なので

$$
\begin{aligned}
x+y &= \tfrac{h(2-a-b-2c)}{1-a-b+ab-c^2} \\
\iff \quad \frac{h}{x+y} &= \frac{1-a-b+ab-c^2}{2-a-b-2c} \\
\iff \quad \frac{\frac{C}{T}H_{\text{ext}}}{M} &= \frac{1-\frac{C}{T}\gamma_{AA}-\frac{C}{T}\gamma_{BB}+\left(\frac{C}{T}\right)^2\gamma_{AA}\gamma_{BB}-\left(\frac{C}{T}\right)^2{\gamma_{AB}}^2}{2-\frac{C}{T}\gamma_{AA}-\frac{C}{T}\gamma_{BB}-2\frac{C}{T}\gamma_{AB}} \\
\iff \quad \frac{H_{\text{ext}}}{M} &= \frac{\frac{T}{C}-(\gamma_{AA}+\gamma_{BB})+\frac{C}{T}\left(\gamma_{AA}\gamma_{BB}-{\gamma_{AB}}^2\right)}{2-\frac{C}{T}(\gamma_{AA}-\gamma_{BB}-2\gamma_{AB})}
\end{aligned}
\tag{19}
$$

を得る．また $1/\chi_D = (2\gamma_{AB} - \gamma_{AA} - \gamma_{BB})/4, b = C(\gamma_{AA} - \gamma_{BB})^2/8, \theta = C(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB})/2$ とおいたとき

$$
\begin{aligned}
\frac{T}{2C} + \frac{1}{\chi_D} - \frac{b}{T-\theta} &= \frac{T}{2C} + \frac{2\gamma_{AB} - \gamma_{AA} - \gamma_{BB}}{4} - \frac{\frac{C}{4T}(\gamma_{AA} - \gamma_{BB})^2}{2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB})} \\
&= \frac{1}{2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB})} \Bigg(-\frac{C(\gamma_{AA} - \gamma_{BB})^2}{4T} \\
&\quad + \frac{2\gamma_{AB} - \gamma_{AA} - \gamma_{BB}}{4} \left(2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB}) \right) \\
&\quad + \frac{T}{2C} \left(2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB}) \right) \Bigg) \\
&= \frac{1}{2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB})} \Bigg(-\frac{C}{4T}\gamma_{AA}^2 + \frac{C}{2T}\gamma_{AA}\gamma_{BB} - \frac{C}{4T}\gamma_{BB}^2 \\
&\quad + \gamma_{AB} - \frac{\gamma_{AA}}{2} - \frac{\gamma_{BB}}{2} - \frac{C}{4T}\left(4\gamma_{AB}^2 - (\gamma_{AA} + \gamma_{BB})^2\right) \\
&\quad + \frac{T}{C} - \frac{1}{2}\left(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB}\right) \Bigg) \\
&= \frac{1}{2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB})} \Bigg(-\frac{C}{4T}\gamma_{AA}^2 + \frac{C}{2T}\gamma_{AA}\gamma_{BB} - \frac{C}{4T}\gamma_{BB}^2 \\
&\quad + \gamma_{AB} - \frac{\gamma_{AA}}{2} - \frac{\gamma_{BB}}{2} - \frac{C}{T}\gamma_{AB}^2 + \frac{C}{4T}\left(\gamma_{AA}^2 + 2\gamma_{AA}\gamma_{BB} + \gamma_{BB}^2\right) \\
&\quad + \frac{T}{C} - \frac{1}{2}\left(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB}\right) \Bigg) \\
&= \frac{1}{2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} + \gamma_{BB} + 2\gamma_{AB})} \Bigg(0 + \frac{C}{T}\gamma_{AA}\gamma_{BB} - 0 \\
&\quad + 0 - \gamma_{AA} - \gamma_{BB} - \frac{C}{T}\gamma_{AB}^2 + \frac{T}{C} \Bigg) \\
&= \frac{\frac{T}{C} - (\gamma_{AA} + \gamma_{BB}) + \frac{C}{T}\left(\gamma_{AA}\gamma_{BB} - \gamma_{AB}{}^2\right)}{2 - \frac{C}{T}(\gamma_{AA} - \gamma_{BB} - 2\gamma_{AB})}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

以上から

$$
\frac{H_{\mathrm{ext}}}{M} = \frac{T}{2C} + \frac{1}{\chi_D} - \frac{b}{T-\theta} \tag{21}
$$

である．