レーザー物理学 レポート No.8

82311971 佐々木良輔

問 19

図 1 において, 媒質入射直前の電場を E_1, 出射直後の電場を E_2 とすると

$$E_2 = E_1 e^{-\kappa k K + i\eta k L} =: \sqrt{G} E_1 e^{i\eta k L} \tag{1}$$

これがリングを一周したとき E_1 は

$$E_1 = \sqrt{R} E_2 e^{ik\Lambda} \tag{2}$$

(1) と (2) から

$$E_1 = \sqrt{R}\sqrt{G} E_1 e^{ik(\eta L + \Lambda)} \tag{3}$$

である. 定常状態においては, この係数の絶対値が 1 になるべきなので

$$\begin{aligned} 1 &= \sqrt{R}\sqrt{G} \\ &= \sqrt{R}\exp\left(\frac{\omega L|\mu_{12}|^2(N_2-N_1)}{2\varepsilon_0\hbar c}\frac{\gamma_2}{\delta^2+\gamma_2^2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\Omega_0^2}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

両辺の対数を取ると

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{2}\log R + \frac{\omega L|\mu_{12}|^2(N_2-N_1)}{2\varepsilon_0\hbar c}\frac{\gamma_2}{\delta^2+\gamma_2^2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\Omega_0^2} \\ \iff \quad \Omega_0^2 &= \left(\frac{\mu_{12}E}{\hbar}\right)^2 = -\frac{\omega L|\mu_{12}|^2(N_2-N_1)}{\log R\varepsilon_0\hbar c}\gamma_1 - \frac{\hbar^2}{\mu^2}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\delta^2 - \gamma_1\gamma_2\right) \\ \iff \quad I &= \frac{\varepsilon_0 c E^2}{2} = -\frac{\omega L(N_2-N_1)\hbar\gamma_1}{\log R\varepsilon_0 c} - \frac{\varepsilon_0 c\hbar^2}{2|\mu_{12}|^2}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\delta^2 - \gamma_1\gamma_2\right) \end{aligned} \tag{5}$$

したがって $I = 0$, $\delta = 0$ のときの反転分布数, すなわち閾値は

$$N_2 - N_1 = -\log R \frac{c\varepsilon_0\hbar\gamma_2}{|\mu_{12}|^2\omega L} \tag{6}$$

となる. またこのレーザーの発振周波数は (3) 式の位相部分が 2π の整数倍であれば良いので

$$k(\eta L + \Lambda) = 2n\pi \tag{7}$$

ここで (5) より

$$\frac{|\mu_{12}|^2(N_2-N_1)}{2\varepsilon_0\hbar}\frac{\delta}{\delta^2+\gamma_2^2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\Omega_0^2}=-\frac{1}{2}\log R\frac{c\delta}{\omega L\gamma_2} \tag{8}$$

なので

$$\begin{aligned}\eta&=1+\frac{|\mu_{12}|^2(N_2-N_1)}{2\varepsilon_0\hbar}\frac{\delta}{\delta^2+\gamma_2^2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\Omega_0^2}\\&=1-\frac{c\delta}{2\omega L\gamma_2}\log R\end{aligned} \tag{9}$$

したがって (7) は $k=\omega/c,\ \delta=\omega-\omega_0$ を用いると

$$\frac{\omega L}{c}\left(1-\frac{c\delta}{2\omega L\gamma_2}\log R\right)+\frac{\omega\Lambda}{c}=2n\pi \tag{10}$$

$$\tag{11}$$

更に $\omega_c=n\pi c/(L+\Lambda)$ を用いると

$$\begin{aligned}&\omega L-\frac{c(\omega-\omega_0)}{2\gamma_2}\log R+\omega\Lambda=2\omega_c(L+\Lambda)\\\Longleftrightarrow\quad&\omega\left(L+\Lambda-\frac{c}{2\gamma_2}\log R\right)=2\omega_c(L+\Lambda)-\frac{c\omega_0}{2\gamma_2}\log R\\\Longleftrightarrow\quad&\omega=\frac{2\omega_c(L+\Lambda)-\frac{c\omega_0}{2\gamma_2}\log R}{L+\Lambda-\frac{c}{2\gamma_2}\log R}\end{aligned} \tag{12}$$

と求まる.

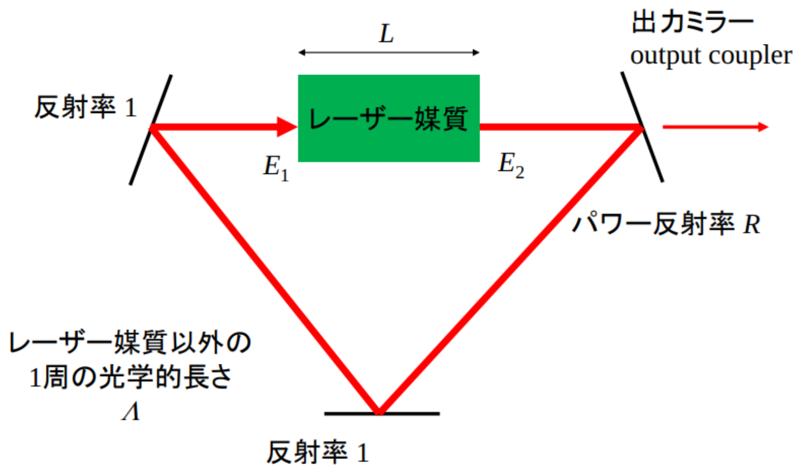

図 1　リング型共振器 (授業スライドより引用)