梁の数値構造解析

21C1034 苅込凌太郎

2024/11/18

1　はじめに

1.1　片持ち梁の解析条件

1. 一方を $x = 0$，$y^2 + z^2 < 10000[mm^2]$ の範囲内に固定
2. 長さ $L = 200[mm]$，体積 $V = 50000[mm^3]$ 以下
3. 材料はアルミ 6061
4. 断面は一様でなくとも，三次元的であってもよい
5. 一般的な梁に見えなくてもよい

1.2　課題 1

解析条件に沿って作成した片持ち梁の先端 ($x = 200[mm]$) に，$Fz = -100[N]$ の集中荷重を加えたとき，安全率 4 以上で，最もたわみにくい断面形状を設計せよ．

1.3　課題 2

課題 1 と同様の片持ち梁の先端 ($x = 200[mm]$) に，$Fy = 100[N]$ の集中荷重に変更したときの，最小安全率と最大たわみを示せ．

1.4　評価

課題 1 と課題 2 で使用した梁の設計がたわみにくいほど高く評価される．評価方法としては，課題 1 で上位 30 名を選出した後，課題 2 で決勝戦を行う．

2　方針

今回の課題は課題 1 を評価した後に課題 2 の評価に移る．つまり優勝を目指して課題 2 の評価を優先してしまうと，課題 1 の上位 30 名に選ばれなくなってしまう．そこで私は課題 1 を最優先として今回の課題に取り組む．

まず 1.1 の解析条件 1 より梁の固定される方の条件は以下のように表される．

$$\begin{aligned} y^2 + z^2 &= 10000[mm^2] \\ \iff \sqrt{y^2 + z^2} &= 100[mm] \end{aligned} \tag{1}$$

(1) より対角線が $100[mm]$ 未満の長方形の面積内に，固定される方が接地されなくてはならない．ここで対角線の長さを $d[mm]$ とする．

$$d = \sqrt{y^2 + z^2} = 100[mm] \tag{2}$$

また課題 1 は梁の先端に集中荷重 $Fz = -100[N]$ の力をかける．このときの梁の中立軸は y 軸と平行である．断面二次モーメントを I，梁の y 軸方向の長さを b，z 軸方向の長さを h とすると断面二次モーメントは以下のように表される．

$$I = bh^3/12 \tag{3}$$

(3) より b を大きくするより，h を大きくしたほうが断面二次モーメントが大きくなることがわかる．断面二次モーメントが大きいほど梁は曲がりにくい．つまり中立軸の外側に面積があればあるほど，梁は曲がりにくくなる．

以上より課題 1 を突破するためには，梁の設計は z 軸方向に長く，梁の接地面の面積の対角線がなるべく z 軸方向に長くなるようにすれば良い．

3　設計と実験

今回の課題は，設計と実験を実験のフィードバックをもとに繰り返して行う．最終的に提出する梁は，一番たわみの小さかったものとする．

3.1　①

解析条件 2 より梁の長さと体積が決まっている．そこでまずはなるべく z 軸方向に長く条件の範囲内に収まる梁を作成する．

梁の接地面の横の長さを y，縦の長さを z とすると解析条件 2 より面積は以下のように表される．

$$\begin{aligned} & y \cdot z \cdot 200 = 50000 \\ \iff & y \cdot z = 250[mm^2] \end{aligned} \tag{4}$$

ここで解析条件 2 より y は以下のように表される．

$$\begin{aligned} & y^2 + z^2 = 10000 \\ \iff & y^2 = 10000 - z^2 \\ \iff & y = \pm\sqrt{10000 - z^2} \\ \therefore \quad & y = \sqrt{10000 - z^2} \end{aligned} \tag{5}$$

よって (4) より接地面の面積は以下のように変形できる，

$$z \cdot \sqrt{10000 - z^2} = 250$$

これを解く．

$$\begin{aligned} & z \approx 2.5008, 99.969 \\ \therefore\, & z = 99.969 \end{aligned}$$

$z = 99.969$ のとき (5) より y の長さを求めると．

$$\begin{aligned} & y = \sqrt{10000 - 99.969^2} \\ \therefore\, & y = 2.489 \end{aligned}$$

以上より $z = 99.969$，$y = 2.489$，$L = 200$ の板を梁と見立てて実験を行う．このときの解析条件は以下．

$$d = \sqrt{99.96^2 + 2.82^2} = 99.99998[mm]$$
$$V \approx 49765[mm^3]$$

図 1　安全率

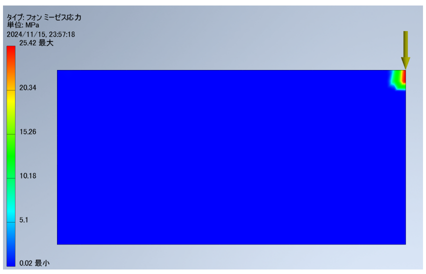

図 2　応力

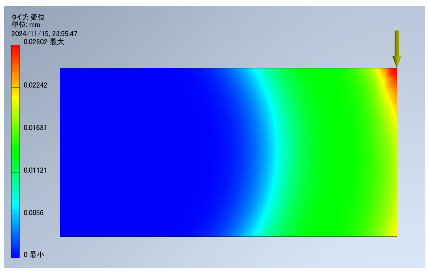

図 3　変位

図 1 より安全率は 4 以上を達成している．図 2 より応力は力がかかっている付近の一部のみが強い．図 3 より変位は画像の水平左右の x 軸右方向にいくに連れ大きくなっている．また変位は同心円状に大きくなっている．

次の実験は変位が大きく変化していない部分を削って行う．図 3 の青い部分には応力も安全率も安定しているため，大幅に梁を削ることが可能である．

4

5

---

6 *

参考文献

[1] 株式会社インテージ. ”因子分析とは”. (https://www.intage.co.jp/glossary/050/), (参照日: 2024/07/26)