

# Algorytm Fortune'a

Sylwia Marek

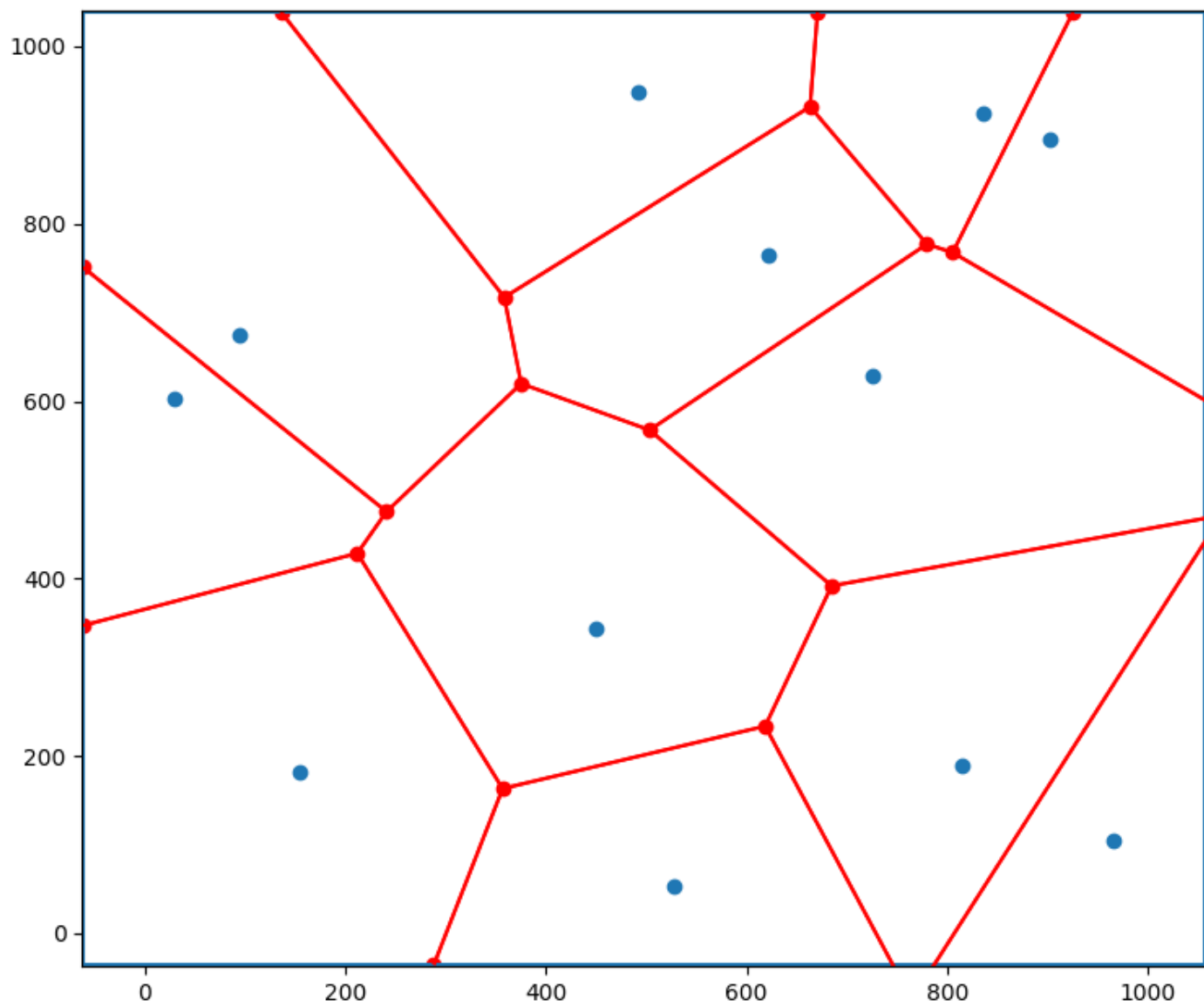
Ryszard Pręcikowski

# Wstęp

- Algorytm Fortune'a opiera się na algorytmie zmiatania, działa w czasie  $O(n \log n)$ , oraz używa  $O(n)$  pamięci. Został zaprezentowany przez Stevena Fortunę w 1986 roku.
- Algorytm działa w sposób przedstawiony w książce Marka de Berga – „Computational Geometry Algorithms and Applications”.

# Wynik działania algorytmu

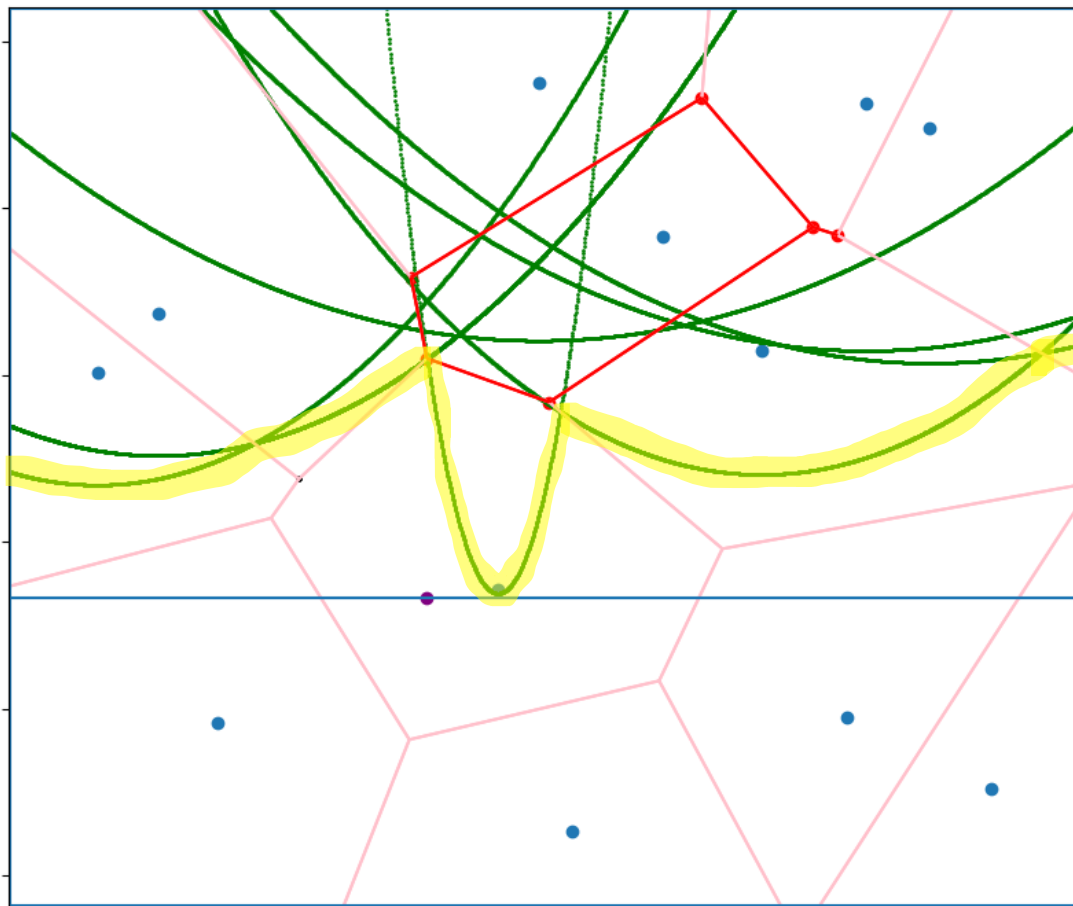
- Zbiór wierzchołków diagramu Voronoi,
- Lista krawędzi diagramu,
- Do każdego punktu wejściowego przyporządkowywana jest jedna krawędź diagramu, a każdej krawędzi jej następnik oraz poprzednik. Dzięki takiemu rozwiązaniu otrzymujemy podwójną łączoną listę, z której możemy odczytać komórki Voronoi.



# Struktury danych

- Struktura zdarzeń:
  - Kolejka priorytetowa zawierająca zdarzenia punktowe oraz kołowe, zwracająca punkty w kolejności malejącej.
  - Każde zdarzenie wyznacza współrzędną y miotły.
- Struktura stanu:
  - Nazywana linią brzegową.
  - Składa się z parabol.
  - Reprezentowana jest przez zrównoważone drzewo poszukiwań binarnych.

# Wizualizacja struktur danych



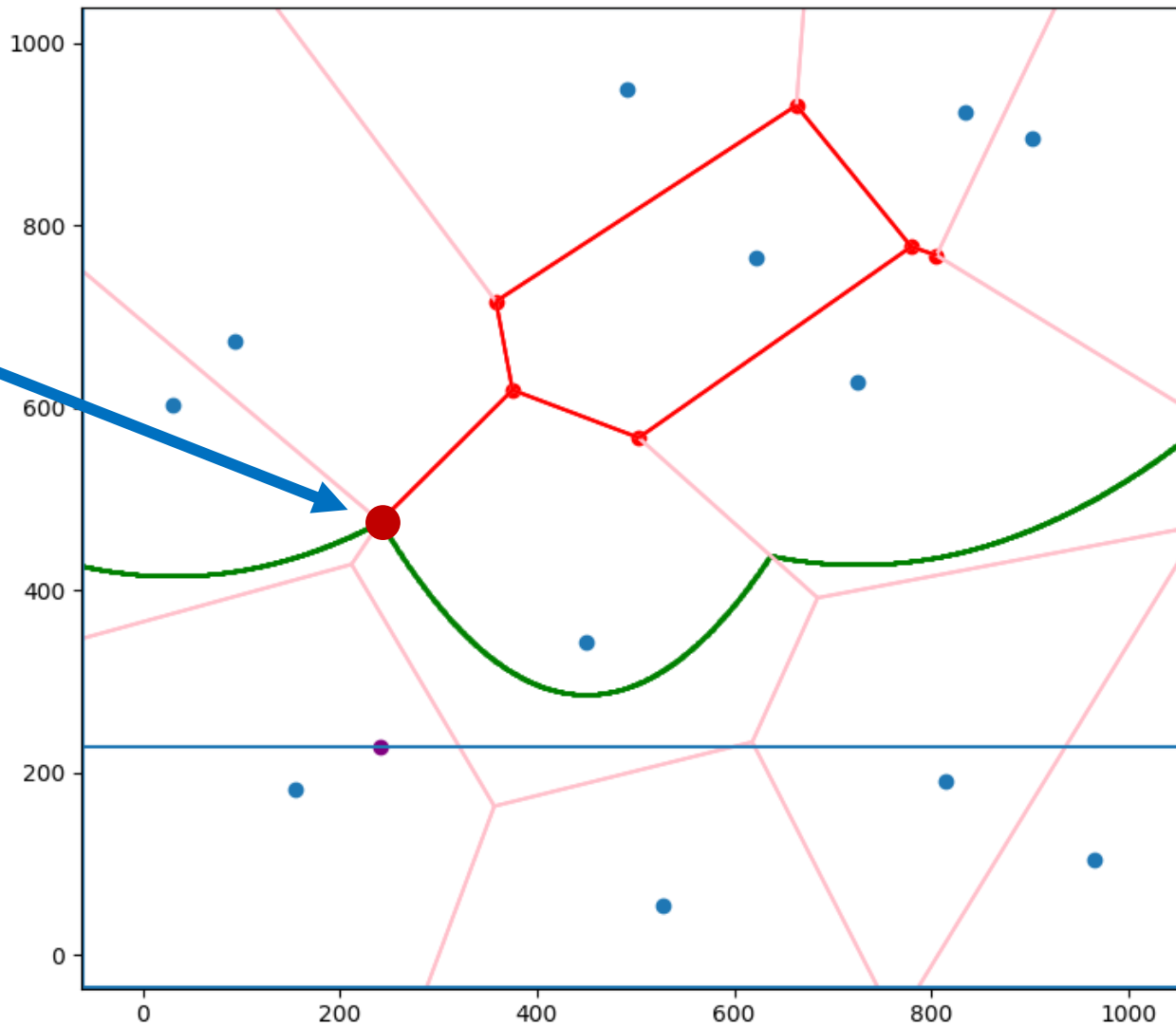
Zielone parabole przedstawiają strukturę stanu, część zaznaczona na żółto to linia brzegowa.

Miotła to niebieska pozioma linia.

Na czerwono zostały zaznaczone już ustalone krawędzie i wierzchołki diagramu Voronoi.

Na różowo zaznaczony jest docelowy wygląd diagramu.

# Punkt załamania generujący nowy wierzchołek diagramu Voronoi.



# Opis Algorytmu

1. Inicjujemy strukturę zdarzeń zawierającą wszystkie punkty wejściowego zbioru danych.
2. Inicjujemy pustą strukturę stanu.
3. Dopóki w kolejce są jakieś zdarzenia:
  - Jeśli zdarzenie należy do zbioru wejściowego:
    - Mamy do czynienia ze zdarzeniem punktowym
  - Jeśli zdarzenie nie należy do zbioru wejściowego:
    - Mamy do czynienia ze zdarzeniem kołowym



# Zdarzenie punktowe

- Odszukujemy łuk znajdujący się nad danym punktem.
- Powstaje nowy łuk, a parabola nad danym punktem zostaje podzielona na dwie nowe.
- Tworzy się nowa półprosta.
- Należy sprawdzić, czy nie powstaje nowe zdarzenie kołowe

# Odszukiwanie łuku nad punktem

- Przeszukujemy strukturę stanu, aż znajdziemy parabolę, której „widoczna” część łuku znajduje się nad punktem.
- Aby to zrobić sprawdzamy przecięcia z sąsiednimi parabolami i zależnie od wyniku idziemy w lewo lub w prawo w głąb drzewa.
- Jeśli punkt jest na lewo od lewego przecięcia to idziemy w lewo, a jeśli na prawo od prawego to idziemy w prawo, jeśli jest pomiędzy to znaleźliśmy łuk, który nas interesuje.

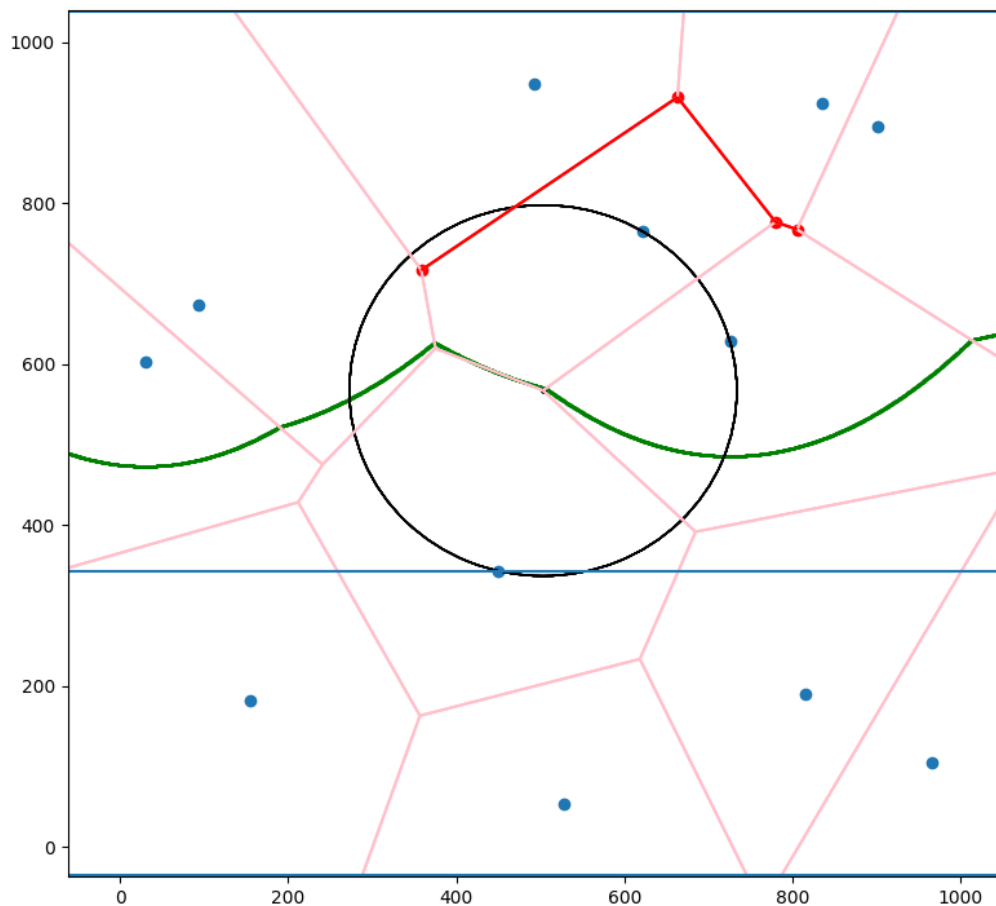
# Dzielenie paraboli

- Tworzymy trzy nowe parabole, środkową w punkcie dzielącym oraz lewą i prawą zależne od oryginalnego punktu parabol.
- Podmieniamy oryginalną parabolę na środkową.
- Wstawiamy do struktury stanu lewą i prawą parabolę w następujący sposób:
  - Lewą przed środkową parabolą,
  - Prawą po środkowej parabol.

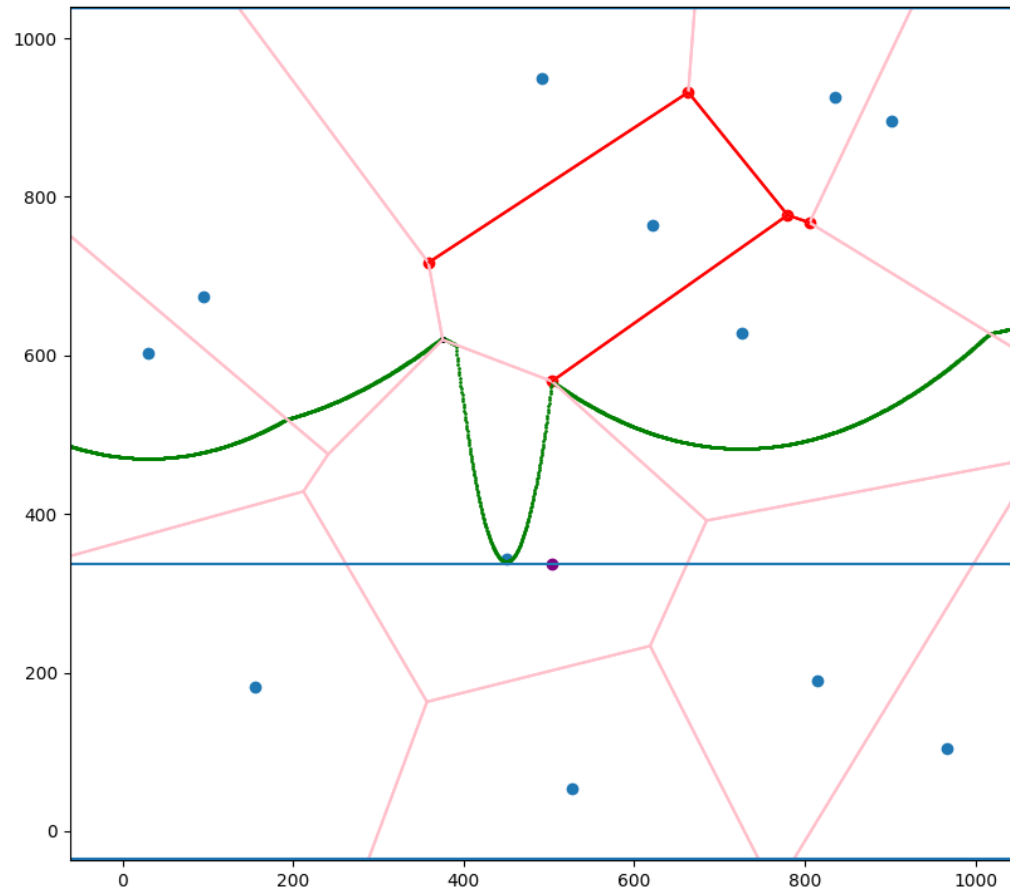
# Sprawdzenie czy powstaje zdarzenie kołowe

- Jeśli poprzednik lewej, lub następnik prawej paraboli istnieje, to punkty je tworzące mogą potencjalnie utworzyć zdarzenie kołowe.
- Obliczamy środek oraz promień okręgu wyznaczonego przez 3 punkty.
- Jeśli najniższy punkt okręgu jest poniżej miotły, oraz punkty je tworzące są ustawione zgodnie z ruchem wskazówek zegara to dodajemy zdarzenie kołowe do struktury zdarzeń.

# Koło powstałe po zdarzeniu punktowym



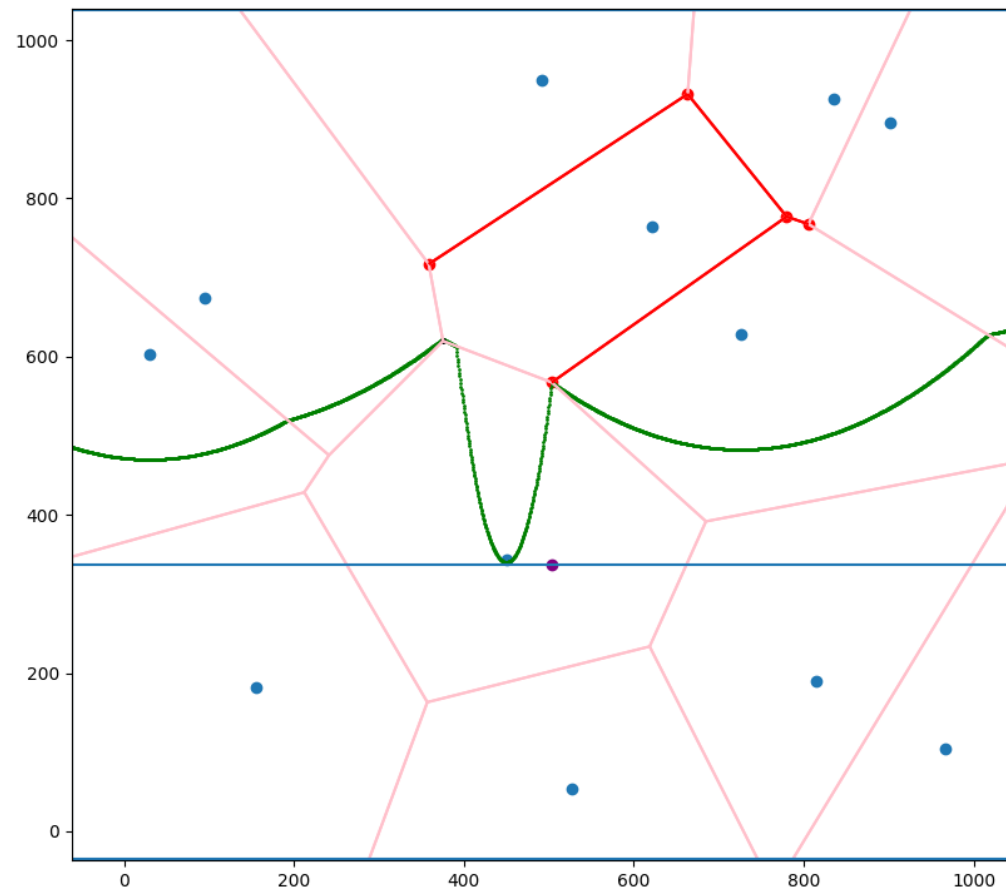
# Parabola powstała po zdarzeniu punktowym



# Zdarzenie kołowe

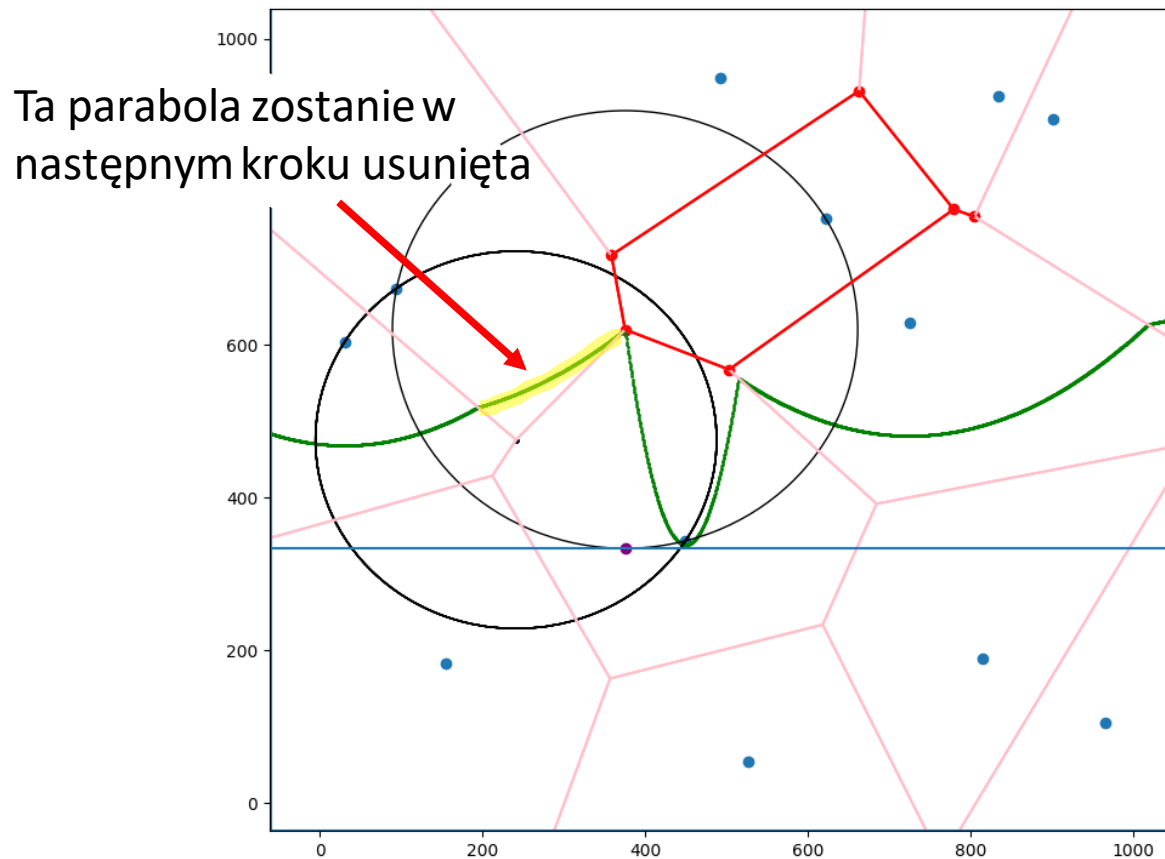
- Środek koła wyznacza nowy wierzchołek diagramu.
- Usuwamy zanikającą parabolę ze struktury stanu.
- Zakańczamy półprostą, tworząc krawędź diagramu.
- Sprawdzamy, czy po usunięciu paraboli nie stworzyły się nowe zdarzenia kołowe z:
  - Poprzedni lewego, lewego i prawego łuku,
  - Lewego, prawego i następnika prawego łuku.

# Sytuacja przed zdarzeniem

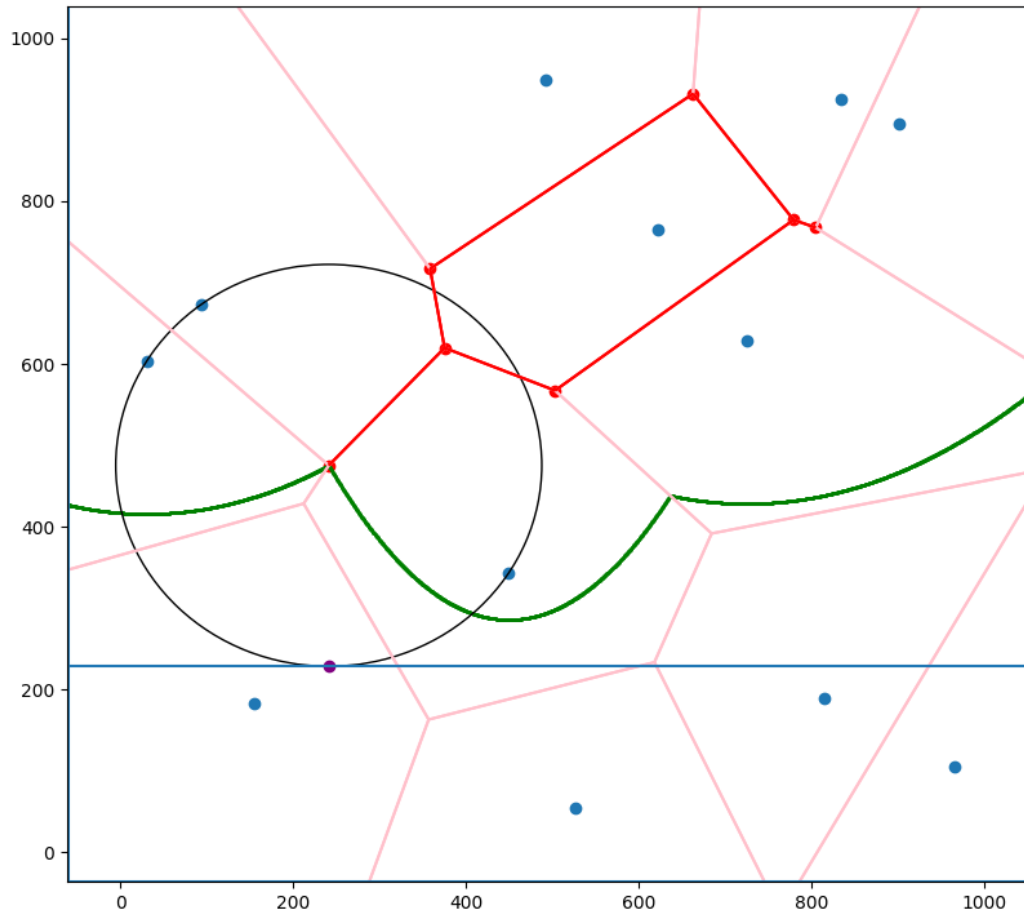




# Zdarzenie wykryło kolejne zdarzenie kołowe



Zdarzenie kołowe powstałe po  
usunięciu parabol.

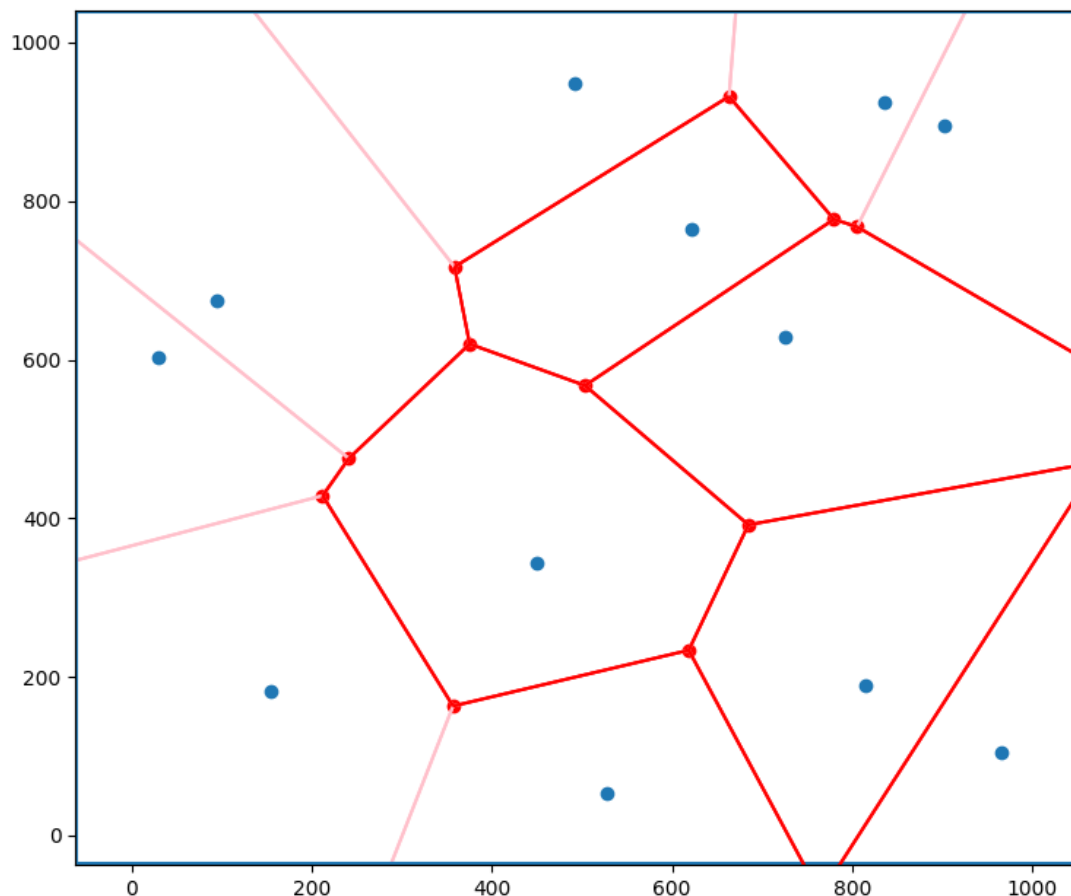


# Zakończenie półprostych

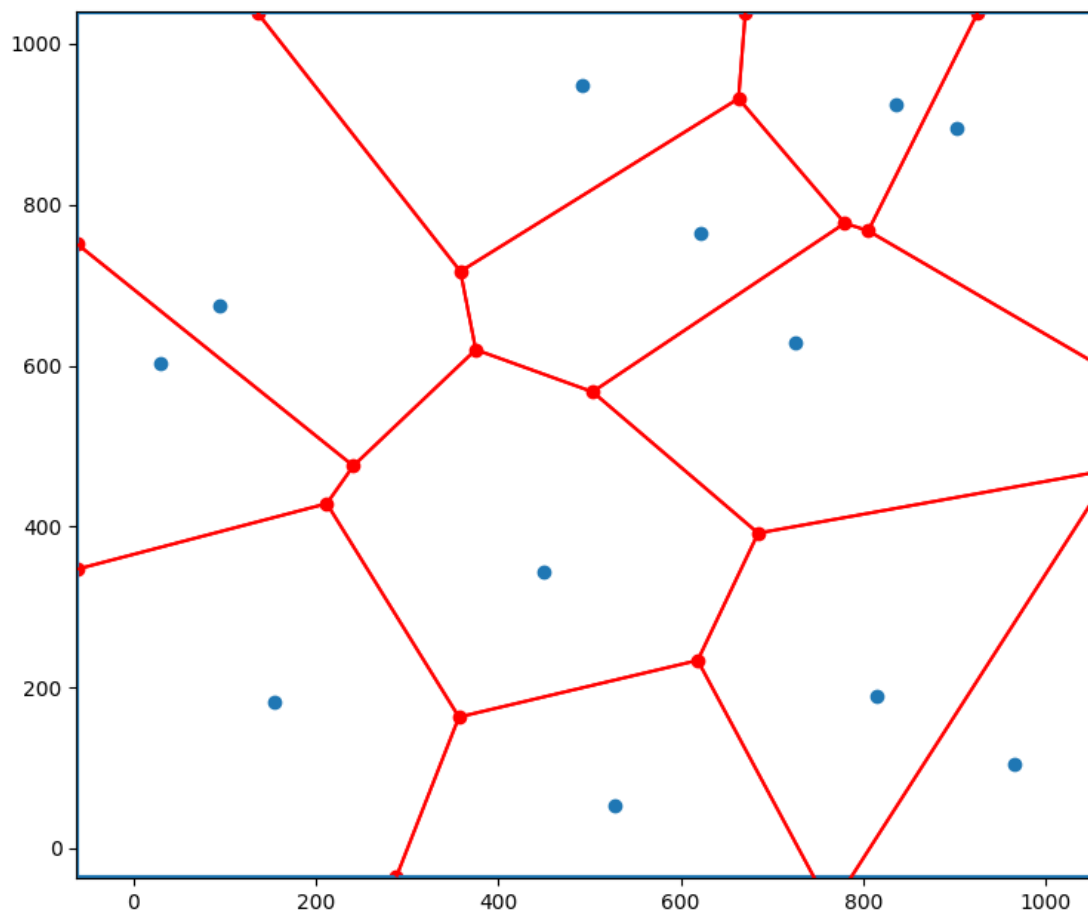
- Parabole, które zostały w strukturze stanu po opróżnieniu struktury zdarzeń zawierają informacje o niedokończonych półprostych.
- Dla każdej półprostej wyznaczamy dwa punkty oryginalnego zestawu danych, między którymi powinna ona prowadzić. Następnie obliczamy środek odcinka je łączącego.
- Znając współrzędne dwóch punktów wyznaczających prostą, możemy obliczyć jej równanie, a następnie współrzędne punktu przecięcia z obramowaniem.

# Przed zakończeniem półprostych

Różowe odcinki pokazują, gdzie powinny się pojawić krawędzie diagramu.



# Po zakończeniu półprostych



# Źródła

- [Microsoft Word - cwiczenie.6b.diagramy voronoia.20090514 .doc \(multimedia.edu.pl\)](#)
- <https://pvigier.github.io/2018/11/18/fortune-algorithm-details.html>
- <https://math.stackexchange.com/questions/213658/get-the-equation-of-a-circle-when-given-3-points>
- [Fortune's algorithm - Wikipedia](#)