# 고차원텐서의구조

소설재 lingua@naver.com

# 데이터이해

#### Colab에서 딥러닝 설정

- Colab에는 Tensorflow, Keras, Python이 모두 설치되어 있음
- 다음의 과정을 통해 GPU를 이용하는 버전으로만 변경하면 GPU 버전의 Tensorflow를 이용할 수 있음
- 런타임 > 런타임 유형 변경 > 하드웨어 가속기 > GPU > 저장

# MNIST 데이터셋 Modified National Institute of Standards and Technology

- MNIST 데이터셋은 1980년대 미국 국립표준기술연구소(National Institute of Standards and Technology, NIST)에서 수집
- 6만개의 훈련 이미지와 1만개의 테스트 이미지로 구성되어 있음
- 데이터셋은 이미 구성이 완료되어 있고,
- 이를 기반으로 알고리즘의 작동 방법을 숙지하고,
- 성능을 확인하는 용도로 사용됨
- 이 데이터셋은 keras에 이미 Numpy 배열 형태로 포함되어 있음

### MNIST data loading from Keras

- from keras.datasets import mnist
- (train\_images, train\_labels), (test\_images, test\_labels) = mnist.load\_data()

```
• print(train_images.shape) # (60000, 28, 28)
```

• print(test\_images.shape) # (10000, 28, 28)

# keras에 내장된 데이터를 train\_images, train\_labels 와 같이 불러들임

# train 데이터는 6만 개, test 데이터는 1만 개로 되어 있으며, 각각 가로x세로가 28x28인 3차원 데이터임

#### MNIST data 구조

- 3차원 데이터는 하나의 대상이 다시 2차원 구조로 되어 있다는 의미
- 우리가 보통 대하는 데이터는 다음과 같은 2차원 데이터
- 자료가 10개 있으며 각각의 자료는 그 특성을 표현하는 컬럼을 가진다
- 자료를 가리키는 행(1번째 차원)과 특성을 가리키는 컬럼(2번째 차원)으로 구성

ID	Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
7	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
8	5	3.4	1.5	0.2	setosa
9	4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
10	4.9	3.1	1.5	0.1	setosa

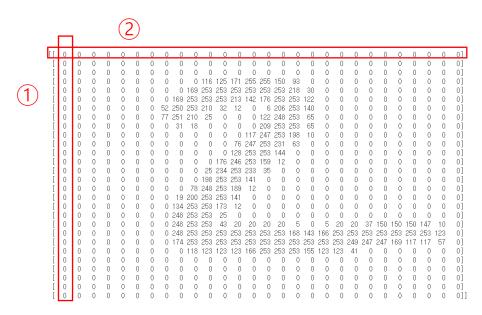
### 출력 설정

- 그런데 MNIST 데이터는 특성을 표현하는 부분을 다시 2차원(2D)으로 구성
- 특성 표현 부분을 보기 위하여 하나의 데이터를 열어본다
- 줄이 다음 칸으로 밀려 정확한 확인이 어렵다
- print(test\_images[1])
- 데이터의 타입을 확인하여 넘파이 배열임을 확인
- 넘파이 배열 하나의 행을 하나의 줄에 출력되도록 설정
- print(type(test\_images)) <class 'numpy.ndarray'>
- import numpy as np
- np.set\_printoptions(linewidth=np.inf)

linewidth : 한 줄에 출력될 문자의 최대 수

#### 재출력

- print(test\_images[1])
- 두 개 차원을 이용해 숫자 '2'를 표현
- 행 쪽 차원을 먼저 보고, 열 쪽 차원을 본다
- 각 셀의 숫자는 색상 값
- 숫자로 대상을 인식한다
- import matplotlib.pyplot as plt
- plt.imshow(test\_images[1])
- plt.axis('off')
- plt.show()

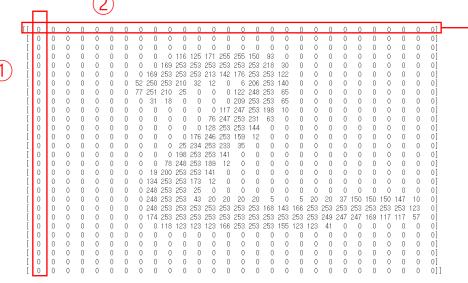


Green 255, Blue 0 일 때의 Red 값



#### 차원의 차원

- 두 개의 차원이 형성하는 의미를 생각해본다
- 행 차원이 28개이고, 열 차원이 28개이다
- 이 두 개 차원은 동등한 수준에 있는 것이 아니라,
- 하나의 행 차원(1/28)에 28개의 원소가 있는 것을 말한다
- 즉, 하나의 행이 28개의 특성으로 표현된다
- 이러한 행이 28개 모여 숫자 '2'를 표현한다



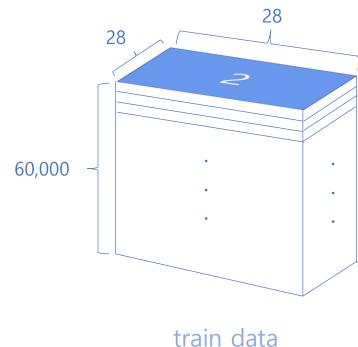
이 첫 번째 행에 28개의 원소가 존재 다음 행에도 역시 28개의 원소가 존재 이러한 행이 28개 모여 숫자 '2' 표현

# 차원의 [차원의 [차원]]

사이즈 10,000

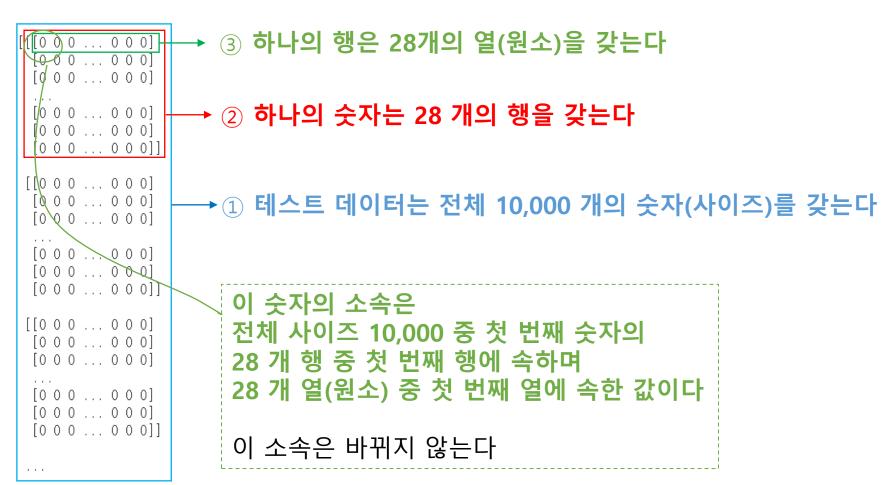
• 이러한 숫자가 train data에는 60,000개, test data에는 10,000개가 있음

```
0000000000000000
```



#### 차원의 [차원의 [차원]] 사이즈 10,000 행 28 열 28

- 전체 데이터를 출력하여 데이터의 구조를 확인해본다
- print(test\_images)



#### 데이터 슬라이싱

# 특정 구간의 데이터만 가져와 본다

- my\_slice = test\_images[0:100]
- print(my\_slice.shape)

# 0~99번까지 가져온다

# (100, 28, 28)

# 3차원 데이터이므로, 위의 코드는 다음과도 동일하다

- my\_slice = test\_images[0:100, 0:28, 0:28]
- my\_slice = test\_images[0:100, :, :]

#### Label 정보 출력

```
    print(len(train_labels)) # 60000
    print(len(test_labels)) # 10000
    print(train_labels.shape) # (60000,)
```

```
print(test_labels.shape) # (10000,)
```

```
    print(train_labels)
    print(test_labels)
    # [5, 0, 4, ..., 5, 6, 8]
    print(test_labels)
    # [7, 2, 1, ..., 4, 5, 6]
```

# train, test 데이터 모두 label(정답)을 가지고 있으며, 0~9의 숫자임

# Layer 쌓기

- from keras import models, layers
- model = models.Sequential()

 $x_1$   $y_1$   $x_2$   $y_2$   $x_3$   $y_2$   $y_2$   $y_3$   $y_4$  모델 초기화

- # 은닉층 설정
- # 처음에는 입력 shape을 설정한다. 3차원 데이터를 2차원으로 변형할 것이다
- # Dense 층에는 N-D tensor가 올 수 있지만, 일반적으로는 2D tensor를 사용한다. 3D 이상의 데이터는 강제로 2D로 변환된다
- model.add(layers.Dense(256, activation='relu', input\_shape=(28\*28,)))

Dense 층은 완전 연결하는 신경망층을 말한다

input\_shape=(특성의 수,) 튜플로 만들어야 한다

- # 출력층 설정. 숫자의 종류가 10개이므로, 10개의 노드를 갖는 출력층을 설정한다 # 10개 각각에 대한 확률정보 출력. Softmax 층은 각 분류에 대하여 0~1 사이의 확률 점수를 출력한다
- model.add(layers.Dense(10, activation='softmax'))

## Compile model

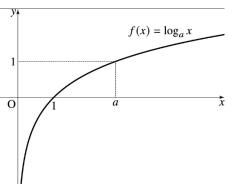
 model.compile(loss='categorical\_crossentropy', optimizer='rmsprop', metrics=['accuracy'])

# loss: loss function. 훈련 데이터에서 신경망의 성능을 측정하는 손실 함수 # optimizer: 입력된 데이터와 손실 함수를 기반으로 가중치를 업데이트하는 방법 # metrics: 훈련과 테스트 과정을 모니터링할 지표. 'acc'라고도 씀. 기본적으로 loss 값은 제공

crossentropy는 A, B, C 각 분류의 확률로 나온 예측 결과 중 가장 높은 결과가 정답과 일치하면 작은 값이 나오도록, 정답과 일치하지 않으면 큰 값이 나오도록 수식을 유도한다

$$E = -\sum_{i=1}^{n} y_i \log \hat{y}_i$$

#### Loss Function



전체 수식은 다음과 같이 평균을 구하는 과정이 포함된다

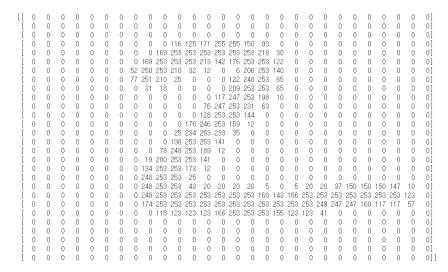
$$\text{Binary Cross Entropy (BCE)} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[ y_i \log(\hat{y}_i) + (1-y_i) \log(1-\hat{y}_i) \right]$$

$$\text{Categorical Cross Entropy (CCE)} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{c=1}^{C} y_{i,c} \log(\hat{y}_{i,c})$$

- 이진 분류에서는 binary\_crossentropy를, 다중 분류에서는 categorical\_crossentropy 함수를 사용한다
- 손실을 계산하는 함수이므로, 예측값이 정답일 때 작은값이 도출되는 함수이어야 한다
- 수식의 중요 부분을 보면 다음과 같다
- Binary Cross Entropy:
- $-\sum_{i=1}^{n} [ylog(\hat{y}) + (1-y)log(1-\hat{y})]$
- 정답이 1일 때 예측값이 1이면 log1==0, 정답이 0일 때 예측값이 0이면 (1-0)==1 이므로 log1==0
- Categorical Cross Entropy:
- $-\sum_{i=1}^{n} y_i \log(\hat{y}_i)$
- 원-핫 인코딩된 정답이 [1, 0, 0]일 때  $i_0$ 이 1이면  $\log 1 = 0$ 이고,  $i_1$ ,  $i_2$ 는  $y_i = 0$ 이므로 전체값은 0  $i_0$ ,  $i_1$ ,  $i_2$

#### 데이터 전처리

- # 전처리 전
- print(test\_images[1])



※ 컴퓨터가 읽는 것은 결국 숫자이다

```
# 현재의 데이터는 (60000, 28, 28)의 3차원이면서,
# 0~255 사이의 숫자(색의 번호)로 되어 있음
```

```
# 이 데이터를 입력층에 맞도록
# (60000, 28*28)의 2차원 데이터로 변환하고,
```

# 값을 0 ~ 1이 되도록 255로 나눔 → why?

Dense layer는 기본적으로 2D 데이터를 받는다 3D 이상의 데이터는 내부적으로 Flatten 하여 2D로 만든다. 그러나 Flatten을 내부적으로 맡겨버리면 (batch\_size, input\_length, feature\_dim) → (batch\_size \* input\_length, feature\_dim)로 하므로 원하지 않는 결과가 나올 수 있다

#### 데이터 변환

- train\_images = train\_images.reshape((60000, 28\*28))
- train\_images = train\_images.astype('float32')/255
- test\_images = test\_images.reshape((10000, 28\*28))
- test\_images = test\_images.astype('float32')/255
- # reshape 함수를 이용해 데이터를 (60000, 784) 크기로 변환하고, # 각 값을 255로 나누되, type을 소수점을 받는 float32 형으로 맞춤

#### 전처리 후

- np.set\_printoptions(linewidth=310)
- print(test\_images[1])

```
0.45490196 0.49019608 0.67058825 1
0.3019608 0.9843137 0.8235294 0.09803922 0.
           0.12156863 0.07058824 0.
          0.07450981 0.78431374 0.99215686 0.99215686 0.5529412 0.
                      0.99215686 0.99215686 0.6784314 0.04705882 0.
                      0.99215686 0.99215686 0.09803922 0.
0.
                                                                             0.99215686 0.99215686 0.99215686 0.60784316 0.48235294 0.48235294 0.16078432 0.
                                                                                                                                                                      0.
                      0.
                                 0.
                                                       0.
                                                                              0.
                                                                                                               0.
                                                                                                                                     0.
                                                                                                                                                0.
                                                                                                                                                                      0.
```

#### 종속변수의 원-핫 인코딩

- from tensorflow.keras.utils import to\_categorical
- train\_labels = to\_categorical(train\_labels) to\_categorical() 함수는 원-핫 인코딩을 하는 함수
- test\_labels = to\_categorical(test\_labels)

※ 10개의 원소 중 하나만 1 1은 그 위치를 말하기도 하지만, 그 값이 100% 정답임을 가리키기도 한다

#### 데이터 학습

# 손실점수는 낮아지고, 정확도는 높아짐

# 훈련데이터에 대한 최종 정확도 98.9%

Epoch 1/5

model.fit(train\_images, train\_labels, epochs=5, batch\_size=128)

#### 예측

- test\_loss, test\_acc = model.evaluate(test\_images, test\_labels)
- print('test\_acc:', test\_acc)

# evaluate 함수로 테스트 데이터의 정확도를 볼 수 있음

### 적절한 데이터가 없다면!

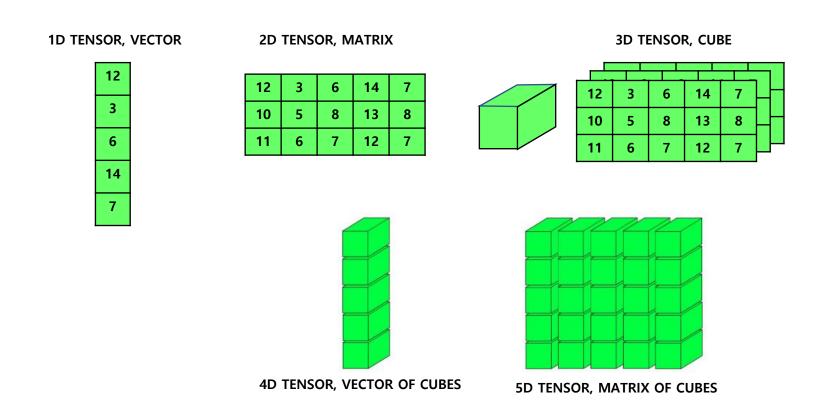
• 그러나 적절한 데이터가 없다면 오분류가 일어날 수 있다



# 텐서플로 Data Type

#### Tensor

• Tensor는 데이터를 담는 자료형을 의미한다



### Scala (0D Tensor)

- 하나의 숫자만 담을 수 있는 텐서는 축(axis, dimension)이 없으므로 0D tensor
- 축의 개수는 ndim 속성을 이용하여 알 수 있다
- import tensorflow as tf
- x = tf.constant(12)
- print(x)
- print(x.ndim)

```
tf.Tensor(12, shape=(), dtype=int32)
```

실수형으로 만드려면 데이터 타입을 명시한다 x = tf.constant(12, **dtype=tf.float32**)

변경 가능한 변수로 만들려면 tf.Variable()을 사용한다 x = tf.**Variable**(12, dtype=tf.float32)

#### Vector (1D Tensor)

- 숫자를 괄호([])로 묶으면 축이 생기면서 여러 개의 숫자를 담을 수 있다
- 다음과 같이 하나의 축으로 된 배열을 vector 또는 1D tensor라고 부른다
- x = tf.constant([12, 3, 6, 14, 7])
- print(x)
- print(x.ndim)

```
tf.Tensor([12  3  6  14  7], shape=(5,), dtype=int32)
```

1D TENSOR, VECTOR

x = tf.constant([12])와 같이 하나의 숫자만 담아도 축이 있으므로 1차원 텐서이다

#### Matrix (2D Tensor)

- 벡터가 2개의 축으로 결합된 것이 행렬이다
- Row(행)와 Column(열)으로 구성된다

```
• x = tf.constant([[12, 3, 6, 14, 7], [10, 5, 8, 13, 8], [11, 6, 7, 12, 7]])
```

- print(x)
- print(x.ndim)

#### tf.Tensor( [[12 3 6 14 7] [10 5 8 13 8] [11 6 7 12 7]], shape=(3, 5), dtype=int32) 2

#### **2D TENSOR, MATRIX**

12	3	6	14	7
10	5	8	13	8
11	6	7	12	7

#### 3D & High-Dimensional Tensor

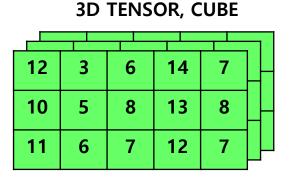
• 행렬을 하나의 새로운 배열로 합치면 큐브로 해석될 수 있는 3D 텐서가 만들어진다

[[12 3 6 14 7] [10 5 8 13 8]

- 이와 같은 식으로 딥러닝에서는 4D 텐서까지 만들어 사용한다
- 동영상 데이터는 5D 텐서까지 사용하기도 한다
- 3D 이상의 데이터를 'Tensor'라고 부르기도 한다 (벡터 행렬 텐서)

#### f.Tensor( [[12 3 6 14 7] [10 5 8 13 8] [11 6 7 12 7]] [[12 3 6 14 7] [10 5 8 13 8] [11 6 7 12 7]]

6 7 12 7]]], shape=(3, 3, 5), dtype=int32)

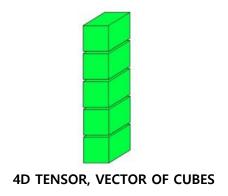


- print(x)
- print(x.ndim)

## 연습문제

• 4D 텐서를 만들어 보시오

※ print(x.ndim) 하였을 때 4가 나와야 합니다



#### 연습문제 정답

```
x = tf.constant([[[[12, 3, 6, 14, 7],
                 [10, 5, 8, 13, 8],
                 [11, 6, 7, 12, 7]],
                [[12, 3, 6, 14, 7],
                 [10, 5, 8, 13, 8],
                 [11, 6, 7, 12, 7]],
                [[12, 3, 6, 14, 7],
                 [10, 5, 8, 13, 8],
                 [11, 6, 7, 12, 7]]],
               [[[12, 3, 6, 14, 7],
                 [10, 5, 8, 13, 8],
                 [11, 6, 7, 12, 7]],
                [[12, 3, 6, 14, 7],
                 [10, 5, 8, 13, 8],
                 [11, 6, 7, 12, 7]],
                [[12, 3, 6, 14, 7],
                 [10, 5, 8, 13, 8],
                 [11, 6, 7, 12, 7]]]
print(x)
print(x.ndim)
```

# 4

# Tensor를 Numpy로 변환

- Tensor를 그대로 사용할 수도 있지만, Tensor를 Numpy 배열로 변환하든지
- 처음부터 Numpy 배열을 만들어서 텐서처럼 사용하는 경우가 많다

```
• Numpy 배열을 만드는 것은 아래와 같이 하며,
```

```
• x = np.array([12, 3, 6, 14, 7]) # 넘파이 배열로 생성
```

print(x)

```
      • print(type(x))
      # 넘파이 배열 확인
      [12 3 6 14 7]

      • print(x.ndim)
      # 1D
      *class 'numpy.ndarray'>
```

- Tensor의 Numpy 배열로의 변환은 아래와 같이 할 수 있다
- x = tf.constant([12, 3, 6, 14, 7])

```
• numpy_arr = x.numpy() # 넘파이 배열로 변환
```

print(numpy\_arr)

```
      • print(type(numpy_arr))
      # 넘파이 배열 확인
      [12 3 6 14 7]

      • print(numpy_arr.ndim)
      # 차원은 동일하게 1D
      <class 'numpy.ndarray'>
```

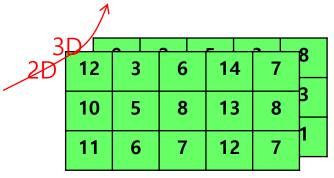
# [참고] 차원

• 데이터사이언스 분야에서 '차원(Dimension)'은 두 가지 모습으로 나타난다

1D	2D	3D	4D	5D
12	3	6	14	7
10	5	8	13	8
11	6	7	12	7

•	Sepal.Length $^{\circ}$	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
7	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa

컬럼을 차원이라 부를 때는 각 컬럼을 다른 종류의 정보로 볼 때



컬럼과 층을 구분하여 말할 때는 컬럼은 차원(dimension), 층은 축(axis), 또는 랭크(rank)라고 한다

층을 차원이라 부를 때는 각 층을 다른 종류의 정보로 볼 때