第一章　原子的位形

1-1)解：

α粒子与电子碰撞，能量守恒，动量守恒，故有：

$$\begin{cases}\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}mv_e^2+\frac{1}{2}Mv'^2\\ M\vec{v}=M\vec{v}'+m\vec{v}_e\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{v}-\vec{v}'=\frac{m}{M}\vec{v}_e\\ v^2-v'^2=\frac{m}{M}v_e^2\end{cases}$$

$$\Delta\vec{p}=m\vec{v}_e\quad 大小：\Delta p=mv_e \qquad (1)$$

$$(v^2-v'^2)\approx(v+v')(v-v')=\frac{m}{M}{v_e}^2$$

近似认为：$\Delta p\approx M(v-v');v\approx v'$

$$\therefore 有 2v\cdot\Delta v=\frac{m}{M}{v_e}^2$$

$$亦即：p\cdot\Delta p=\frac{1}{2}Mm{v_e}^2 \qquad (2)$$

(1)²/(2)得

$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{2m^2{v_e}^2}{Mm{v_e}^2}=\frac{2m}{M}=10^{-4}$$

亦即：$tg\theta\approx\theta=\frac{\Delta p}{p}\sim10^{-4}(rad)$

1-2) 解：① $b=\frac{a}{2}ctg\frac{\theta}{2}$；库仑散射因子：

$$a=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0E}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{2Z}{E})=1.44fmMev(\frac{2\times79}{5Mev})=45.5fm$$

当$\theta=90°$时，$\mathrm{ctg}\frac{\theta}{2}=1\quad\therefore b=\frac{1}{2}a=22.75fm$

亦即：$b=22.75\times10^{-15}m$

② 解：金的原子量为$A=197$；密度：$\rho=1.89\times10^7g/m^3$

依公式，λ射α粒子被散射到θ方向，$d\Omega$立体角的内的几率：

$$dP(\theta)=\frac{a^2 d\Omega}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}nt \qquad (1)$$

式中，n 为原子核数密度，$\therefore \rho=m\cdot n=(\frac{A}{N_A})n$

即：$n=\frac{\rho V_A}{A}$ (2)

由（1）式得：在 90º→180 º 范围内找到α粒子得几率为：

$$P(\theta)=\int_{90^\circ}^{180^\circ}\frac{\mathrm{a}^2\mathrm{nt}}{16}\cdot\frac{2\pi\sin\theta d\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}}=\frac{\pi}{4}a^2nt$$

将所有数据代入得

$$P(\theta)=9.4\times10^{-5}$$

这就是α粒子被散射到大于 90º 范围的粒子数占全部粒子数得百分比。

1-3)解：

$$E=4.5Mev;\text{对于金核}Z=79;\text{对于}{}^7Li,Z=3;$$

$$r_m=a=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{2Z}{E})$$

当 Z＝79 时

$$r_m=1.44\,fm\cdot Mev\times\frac{2\times79}{4.5Mev}=50.56\,fm$$

当 Z＝3 时，$r_m=1.92\,fm;$

但此时 M 并不远大于 m，$E_c\neq E_l$

$$E_c=\frac{1}{2}uv^2=\frac{M}{M+m}E,\therefore a_c=a(1+\frac{m}{M})$$

$$r_m=a_c=a(1+\frac{4}{7})=3.02\,fm$$

1-4)解：

① $r_m=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{2Z}{E})=7\,fm$

将 Z＝79 代入解得：E=16.25Mev

② 对于铝，Z＝13，代入上公式解得：

$$4\text{fm}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon}(\frac{13}{E})$$ E=4.68Mev

以上结果是假定原子核不动时得到的，因此可视为理论系的结果，转换到实验室中有：$E_l=(1+\frac{m}{M})E_c$

对于

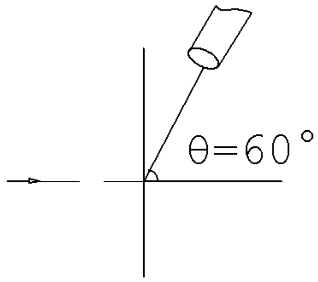
① $E_l=(1+\frac{1}{197})E_c=16.33Mev$

② $E_l=(1+\frac{1}{27})E_c=4.9Mev$

可见，当M>>m时，$E_l \approx E_c$，否则，$E_l \neq E_c$

1-5)解：

在θ方向dΩ立方角内找到电子的几率为：



$$\frac{dN}{N}=nt(\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Z_1Z_2e^2}{4E})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

注意到：

$$\frac{A}{N_A}nt=\rho t;nt=\frac{N_A}{A}\rho t \therefore \frac{dN}{N}=\frac{N_A}{A}\rho t(\frac{a}{4})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}:$$

$$a=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Z_1Z_2}{E})=1.44fmMev\cdot\frac{79}{1.0Mev}=113.76fm$$

$$d\Omega=\frac{\Delta s}{r^2}=\frac{1.5}{10^2}=1.5\times10^{-2}$$

$$\therefore \frac{dN}{N}:=\frac{6.02\times10^{23}}{197}\times1.5\times10^{-2}\cdot\left(\frac{114\times10^{-15}}{4}\right)^2\frac{1.5\times10^{-2}}{\sin^4 30^o}=8.9\times10^{-6}$$

1-6)解：

$$dN=Nnt(\frac{a}{4})^2\frac{d\Omega}{\sin 4\frac{\theta}{2}}=(\frac{a}{4})^2 Nnt\cdot 4\pi\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

∴散射角大于θ得粒子数为：$N'=\int_{\theta}^{180^o}dN$

依题意得：$\dfrac{N\big|_{\theta>60^o}}{N\big|_{\theta>90^o}}=\dfrac{\int_{60^o}^{180^o}\dfrac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}}{\int_{90^o}^{180^o}\dfrac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}}=\dfrac{3}{1}$，即为所求

1-7)解

$$P(\theta_0\le\theta\le180^0)=\int_{\theta_0}^{180^0}\frac{dN}{N}=\int_{\theta_0}^{180^0}nt\pi\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{2E}\right)^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

$$=\int_{\theta_0}^{180^0}\frac{\rho tN_A}{A}\frac{\pi}{4}a^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta=\int_{\theta_0}^{180^0}\frac{\rho_mN_A}{A}\frac{\pi}{4}a^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

$$=\frac{\rho_mN_A}{A}\frac{\pi}{4}a^2ctg^2\frac{\theta_0}{2}=4\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow a^2=\frac{16\times10^{-3}A}{\pi\rho_mN_Actg^2\frac{\theta_0}{2}}$$

依题：
$$\sigma_c(\theta)=\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{a}{4}\right)^2\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}=\frac{181\times4\times10^{-3}}{4\pi\times2\times10^{-2}\times6.02\times10^{-23}}\times\frac{tg^210^0}{\sin^430^0}$$

$$=24\times10^{-28}m^2/sr=24b/sr$$

1-8)解：

在实验室系中，截面与偏角的关系为（见课本 29 页）

$$\therefore\frac{m_1}{m_2}=1\ge\frac{m_1}{m_2}\sin\therefore(\theta_L)_{\max}=90^o\ \frac{m_1}{m_2}\ge-1$$

$$\begin{cases}1+\dfrac{m_1}{m_2}\sin\theta_L\ge0^o\\[2ex]1-\dfrac{m_1}{m_2}\sin\theta_L\le0\end{cases}\quad(1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L)$$

① 由上面的表达式可见：为了使 $\sigma_L(\theta_L)$ 存在，必须：

$$1-(\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L)^2 \geq 0$$

即：$(1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L)(1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L) \geq 0$

亦即：$\begin{cases} 1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \geq 0 \\ 1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \geq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \leq 0 \\ 1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \leq 0 \end{cases}$

考虑到：$\theta_L \leq 180^o \quad \sin\theta_L \geq 0$ $\therefore$ 第二组方程无解

第一组方程的解为：$1 \geq \frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \geq -1$

可是，$\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L$ 的最大值为 1，即：$\sin\theta_L = \frac{m_1}{m_2}$

② m_1 为 α 粒子，m_2 为静止的 He 核，则 $\frac{m_1}{m_2}=1$，

$$\therefore (\theta_L)_{\max} = 90°$$

1-9）解：根据 1-7）的计算，靶核将入射粒子散射到大于 θ 的散射几率是

$$P(\rangle\theta) = nt\frac{\pi}{4}a^2ctg^2\frac{\theta}{2}$$

当靶中含有两种不同的原子时，则散射几率为

$$\eta = 0.7\eta_1 + 0.3\eta_2$$

将数据代入得：

$$\eta = (1\times1.44\times10^{-13}Mev\cdot cm)^2 \times \frac{3.142}{4\times(1.0Mev)^2} \times 1.5\times10^{-3}g\cdot cm^{-2}\times6.022\times10^{23}mol^{-1}ctg^2 15°$$

$$\times(0.70\times\frac{79^2}{197g\cdot mol^{-1}} + 0.30\times\frac{49^2}{108g\cdot mol^{-1}}) = 5.8\times10^{-3}$$

1-10)解：

① 金核的质量远大于质子质量，所以，忽略金核的反冲，入射粒子被靶核散时则：$\theta \to \theta-\Delta\theta$ 之间得几率可用的几率可用下式求出：

$$\eta = nt(\frac{a}{4})^2 \frac{2\pi\sin\theta\Delta\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = \frac{\rho t}{A}(\frac{a}{4})^2 \frac{2\pi\sin\theta\Delta\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon E_R} = \frac{1\times79\times1.44Mev\cdot fm}{1.2Mev} = 94.8\,fm$$

由于$\theta_1 \approx \theta_2$，可近似地将散射角视为：

$\theta = \frac{\theta_1+\theta_2}{2} = \frac{59°+61°}{2} = 60°$；$\Delta\theta = \pi\frac{61°-59°}{180°} = 0.0349rad$

将各量代入得：

$$\eta = \frac{19.32\times1.5\times10^{-4}}{197}\times6.02\times10^{23}\times\left(\frac{94.8\times10^{-13}}{4}\right)^2\times\frac{2\pi\sin60°\times0.0349}{\sin^4 30°} = 1.51\times10^{-4}$$

单位时间内入射的粒子数为：$N = \frac{Q}{e} = \frac{I\cdot t}{e} = \frac{5.0\times10^{-9}\times1}{1.60\times10^{-19}} = 3.125\times10^{10}$（个）

$\therefore$ T 时间内入射质子被散时到$59°-61°$之间得数目为：

$\Delta N = N\eta T = 3.125\times10^{10}\times1.51\times10^{-4}\times60\times5 = 1.4\times10^9$（个）

② 入射粒子被散时大于 θ 的几率为：

$$\eta = nt\frac{\pi a^2}{4}ctg^2\frac{\theta}{2} = \frac{\rho t}{A}N_A\frac{\pi a^2}{4}ctg^2\frac{\theta}{2} = 1.88\times10^{-3}$$

$\therefore \Delta N = N\eta T = 3.125\times10^{10}\times1.88\times10^{-3}\times60\times5 = 1.8\times10^{10}$ （个）

③ 大于$10°$的几率为：

$$\eta = nt\frac{\pi a^2}{4}ctg^2\frac{\theta}{2}\Big|_{\theta=10°} = 8.17\times10^{-2}$$

$\therefore$ 大于$10°$的原子数为：$\Delta N' = 3.125\times10^{10}\times8.17\times10^{-2}\times60\times5 = 7.66\times10^{11}$（个）

$\therefore$ 小于$10°$的原子数为：$\Delta N = 3.125\times10^{10}\times1\times60\times5-\Delta N' = 8.6\times10^{12}$（个）

注意：大于0^o的几率：$\eta = 1$

$\therefore$ 大于0^o的原子数为：$NT = 3.125\times10^{10}\times60\times5$

第二章 原子的量子态：波尔模型

2-1)解：

$$h\nu = E_k + W$$

① $E_k = 0, \therefore 有 h\nu_0 = W$

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{1.9eV}{4.1357\times10^{-15}eV\cdot s} = 4.6\times10^{14}Hz$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{W} = \frac{1.24\times10^3 nm\cdot eV}{1.9eV} = 652.6nm$$

② $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{hc}{E_k + W} = \dfrac{1.24\times10^3 nm\cdot eV}{(1.5+1.9)eV} = 364.7nmhc$

2-2)解： $r_n = a_1\dfrac{n^2}{Z}; v_n = \dfrac{\alpha c}{n}\cdot Z = \dfrac{V_1}{n}Z; E_n = E_1(\dfrac{Z}{n})^2$

① 对于H：

$$r_1 = a_1 = 0.53A^\circ; r_2 = 4a_1 = 2.12A^\circ$$

$$v_1 = \alpha c = 2.19\times10^6(m\cdot s^{-1}); v_2 = \frac{1}{2}v_1 = 1.1\times10^6(m\cdot s^{-1})$$

对于He^+：Z=2

$$r_1 = \frac{1}{2}a_1 = 0.265A^\circ; r_2 = 2a_1 = 1.06A^\circ$$

$$v_1 = 2\alpha c = 4.38\times10^6(m\cdot s^{-1}); v_1 = \alpha c = 2.19\times10^6(m\cdot s^{-1})$$

对于Li^+：Z＝3

$$r_1 = \frac{1}{3}a_1 = 0.177A^\circ; r_2 = \frac{4}{3}a_1 = 0.707A^\circ$$

$$v_1 = 3\alpha c = 6.57\times10^6(m\cdot s^{-1}); v_1 = \frac{3}{2}\alpha c = 3.29\times10^6(m\cdot s^{-1})$$

② 结合能＝$\left|E_n\right| = -E_1(\dfrac{Z}{n})^2 \equiv E_A$

$$E_H = 13.6ev; E_{He^+} = 4\times13.6 = 54.4ev; E_{Li^{++}} = 122.4ev$$

③ 由基态到第一激发态所需的激发能：

$$\Delta E_1 = E_1(\frac{Z}{2})^2 - E_1(\frac{Z}{1})^2 = Z^2E_1(\frac{1}{4}-1) = -\frac{3}{4}E_1Z^2$$

对于 H：$(\Delta E_1)_H=-\frac{3}{4}\times(-13.6)=10.2ev;\lambda_{He^+}=\frac{hc}{\Delta E}=\frac{12.4\times10^3eV}{10.2eV}A^\circ=1216A^\circ$

对于 He^+：$(\Delta E_1)_{He^+}=\frac{3}{4}\times13.6\times4=40.8ev;\lambda_{He^+}=\frac{hc}{\Delta E}=303.9\,A^\circ$

对于 Li^{++}：$(\Delta E_1)_{Li^{++}}=\frac{3}{4}\times13.6\times9=91.8ev;\lambda_{He^+}=\frac{hc}{\Delta E}=135.1\,A^\circ$

2-3)解：

所谓非弹性碰撞，即把 Li^{++}打到某一激发态，

而 Li^{++}最小得激发能为$(\Delta E_{12})_{Li^{++}}=E_2-E_1=E_1(\frac{3^2}{2^2}-3^2)=91.8eV$

∴ 这就是碰撞电子应具有的最小动能。

2-4)解：方法一：

欲使基态氢原子发射光子，至少应使氢原子以基态激发到第一激发态

$$\Delta E_{12}=E_2-E_1=10.2eV$$

根据第一章的推导，入射粒子 m 与靶 M 组成系统的实验室系能量 E_L 与 E_C 之间的关系为：$E_c=\frac{M}{M+m}E_L$

∴ 所求质子的动能为：

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{M+m}{M}E_c=(1+\frac{m}{M})\Delta E_{12}=2\Delta E_{12}=20.4eV$$

所求质子的速度为：$v=\sqrt{\frac{2E_k}{m}}=\sqrt{\frac{2\times20.4\times1.6\times10^{-19}}{1.673\times10^{-27}}}=6.26\times10^4(m\cdot s^{-1})$

方法二：

质子与基态氢原子碰撞过程动量守恒，则

$$m_Pv_{10}=(m_P+m_H)v\quad\Rightarrow\quad v=\frac{m_P}{m_P+m_H}v_{10}$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}m_Pv_{10}^2-\frac{1}{2}(m_P+m_H)v^2=\frac{1}{2}m_Pv_{10}^2\cdot\frac{m_H}{m_P+m_H}=\frac{1}{2}E_{10}$$

$$E_{10}=\frac{1}{2}m_Pv_{10}^2=2\Delta E=2(E_2-E_1)=20.4eV$$

$$v_{10}=\sqrt{\frac{2E_{10}}{m_Pc^2}}\cdot c=6.26\times10^4(m/s)\qquad 其中m_Pc^2=938MeV$$

2-7)解：$\widetilde{\nu}=RZ^2(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$，巴而末系和赖曼系分别是：

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{\nu}_B = RZ^2\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)\\ \widetilde{\nu}_L = RZ^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)\end{aligned}\right. \Longrightarrow \quad \frac{1}{RZ^2}\frac{36}{5}-\frac{1}{RZ^2}\frac{4}{3}=133.7nm$$

$\Rightarrow RZ^2(133.7nm)=\dfrac{88}{15}$,解得：$Z=2$即：He原子的离子。

2-8)解：

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hc\nu = hcR\cdot Z^2(1-\frac{1}{4}) = \frac{3}{4}\times 4Rhc = 3Rhc = 40.8eV$$

此能量电离 H 原子之后的剩余能量为：$\Delta E' = 40.8-13.6 = 27.2eV$

即：$\dfrac{1}{2}mv^2 = \Delta E' \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2\Delta E'}{mc^2}}c = \sqrt{\dfrac{54.4}{0.51\times 10^6}}\times 3\times 10^8 = 3.1\times 10^6(m\cdot s^{-1})$

2-9)解：

$m_1 = m_2 = m$

质心系中:$r = r_1 + r_2, r_1 = r_2 = r/2, v_1 = v_2 = v$

运动学方程:$k\dfrac{e^2}{r^2} = \dfrac{2mv^2}{r}$

角动量量子化条件:$m_1v_1r_1 + m_2v_2r_2 = mvr = n\hbar$

$$r = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2/2}$$

$$E = E_k + E_p = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} - k\frac{e^2}{r}$$

$$= mv^2 - k\frac{e^2}{r} = -k\frac{e^2}{2r}$$

$$E_n = -\frac{2\pi^2(m/2)e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2h^2} = \frac{E_n(H)}{2} = -\frac{13.6eV}{2n^2}$$

（1）基态时两电子之间的距离： $r = 2a_1 = 0.106nm$

（2）电离能： $\Delta E_\infty = -\dfrac{E_1(H)}{2} = 6.80eV$

第一激发能： $\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = \quad = 5.10eV$

（3）由第一激发态退到基态所放光子的波长：

$$\lambda(2\to 1) = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 243.3nm$$

2-10)解：

μ^- 子和质子均绕它们构成体系的质心圆周运动，运动半径为 r1 和 r2，r1+r2 =r

折合质量 $M = m_1 \times m_2 / (m_1 + m_2) = 186\ m_e$

$r_1 = r \times m_2/(m_1+m_2) = r \times M/m_1$ $r_2 = r \times m_1/(m_1+m_2) = r \times M/m_2$

运动学方程：$Ke^2/r^2 = m_1 \times v_1^2/r_1 = m_1^2 \times v_1^2 / (M \times r)$ -------------------------（1）

$Ke^2/r^2 = m_2 \times v_2^2/r_2 = m_2^2 \times v_2^2 / (M \times r)$ -------------------------（2）

角动量量子化条件：$m_1 \times v_1 \times r_1 + m_2 \times v_2 \times r_2 = n\hbar$ $n = 1, 2, 3, \cdots$.

即 $M \times (v_1 + v_2) \times r = n\hbar$ --------------------------------------（3）

共有三个方程、三个未知数。可以求解。

(1) 式 与 (2)式 做比值运算：

$v_1 / v_2 = m_2/m_1$ 代入 (3) 式中

$M \times v_2 \times (m_2/m_1 + 1) \times r = n\hbar$ 即 $m_2 \times v_2 \times r = n\hbar$ ----------- (4)

(2)式 和 (4)式 联立解得：

$$r_n = n^2 \times \frac{4\pi\varepsilon_0 \times h^2}{4\pi^2 \times M \times e^2} = \frac{n^2}{186} \times a_1 \quad \text{------------------ (5)}$$

式中 $a_1 = 0.529\ \mathring{A}$，为氢原子第一玻尔轨道半径。

根据（5）式，可求得，μ子原子的第一玻尔轨道半径为 $r_1 = a_1/186 = 0.00284\ \mathring{A}$ 。

再从运动学角度求取体系能量对 r 的依赖关系。

$E = E_K + E_P = 1/2 \times m_1 \times v_1^2 + 1/2 \times m_2 \times v_2^2 - K \times e^2/r$

$= (1/2 \times M/m_1 + 1/2 \times M/m_2 - 1) \times K \times e^2/r = -1/2 \times K \times e^2/r$

把（5）式代入上式中

$$E_n = -\frac{2\pi^2 M e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2 h^2} = 186 E_n(H)$$

因此，μ子原子的最低能量为 $E_{(n=1)} = 186 \times (-13.6\ eV) = -2530\ eV$

赖曼系中最短波长跃迁对应 从 $n = \infty \to 1$ 的跃迁。该跃迁能量即为 2530 eV。

由 $hc/\lambda = 2530\ eV$ 计算得到 $\lambda_{min} = 4.91\ \mathring{A}$

2-11)解：

重氢是氢的同位素 $$R_H = \frac{1}{1+\frac{M_e}{M_H}}; R_D = \frac{1}{1+\frac{M_e}{M_D}}$$

$$\frac{R_H}{R_D}=0.999728=\frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1+0.5002x}}=0.999728$$

解得：$x=0.5445\times10^{-3}$；质子与电子质量之比 $\frac{1}{x}=1836.50$

2-12)解：

① 光子动量：$p=\frac{h}{\lambda}$，而：$\lambda=\frac{hc}{\Delta E}$

$$\therefore p=\frac{\Delta E}{c}=m_p v\Rightarrow v=\frac{\Delta E}{m_p c^2}\cdot c=\frac{10.2ev}{938.3\times10^6}\times3\times10^8 m\cdot s^{-1}=3.26m\cdot s^{-1}$$

② 氢原子反冲能量：$E_k=\frac{1}{2}m_p v^2=\frac{(\Delta E)^2}{2m_p c^2}$

$$\therefore \frac{E_k}{E_v}=\frac{\Delta E}{2m_p c^2}=\frac{10.2ev}{2\times938.3\times10^6 ev}=5.4\times10^{-9}$$

2-13)解：

由钠的能级图（64 页图 10-3）知：不考虑能能级的精细结构时，在 4P 下有 4 个能级：4S，3D，3P，3S，根据辐射跃迁原则。$\Delta l=\pm1$，可产生 6 条谱线：

$$4P\to3D;4P\to4S;3D\to3P;4S\to3P;4P\to3S;3P\to3S$$

2-14)解：

依题：主线系：$\tilde{\nu}=\frac{1}{\lambda}=T(3S)-T(nP)$；

辅线系：$\tilde{\nu}=\frac{1}{\lambda}=T(3P)-T(nS)$或$\tilde{\nu}=\frac{1}{\lambda}=T(3P)-T(nD)$

即：$T(3S)-T(3P)=\frac{1}{589.3nm};T(3P)-0=\frac{1}{408.6nm}$

① $T(3S)=\frac{1}{589.3nm}+\frac{1}{408.6nm}=4.144\times10^6(m^{-1})$

$T(3P)=\frac{1}{408.6nm}=2.447\times10^6(m^{-1})$

相应的能量：

$$E(3S)=-hcT(3S)=-1.24\times10^3 nm\cdot eV\times4.144\times10^6 m^{-1}=-5.14eV$$

$$E(3P)=-hcT(3P)=-1.24\times10^3 nm\cdot eV\times2.447\times10^6 m^{-1}=-3.03eV$$

② 电离能 $|E(3S)|=5.14eV$

第一激发电势：$\Delta E_{12}=E(3P)-E(3S)=2.11eV$

第三章 量子力学导论

3-1)解：以 1000eV 为例：非相对论下估算电子的速度：

$$\frac{1}{2}m_e v^2=\frac{1}{2}m_e c^2\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2=511keV\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2=1000eV$$

所以 v ≈ 6.25% ×c

故 采用相对论公式计算加速后电子的动量更为妥当。

加速前电子总能量 $E_0 = m_ec^2 = 511$ keV

加速后电子总能量 $E = m_ec^2 + 1000$ eV =512000 eV

用相对论公式求加速后电子动量

$$p=\frac{1}{c}\times\sqrt{E^2-m_e{}^2c^4}=\frac{1}{c}\sqrt{262144000000-261121000000}eV=\frac{31984eV}{c}$$

电子德布罗意波长 $\lambda=\frac{h}{p}=\frac{hc}{31984eV}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{31984eV}=0.3880\times10^{-10}m$ = 0.3880 Å

采用非相对论公式计算也不失为正确：

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=\frac{hc}{\sqrt{2m_ec^2E_k}}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{\sqrt{2\times511keV\times1000eV}}=\frac{1.241\times10^{-6}m}{0.31969\times10^5}=0.3882\text{ Å}$$

可见电子的能量为 100eV、10eV 时，速度会更小 ，所以可直接采用非相对论公式计算。

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=\frac{hc}{\sqrt{2m_ec^2E_k}}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{\sqrt{2\times511keV\times100eV}}=\frac{1.241\times10^{-6}m}{1.011\times10^4}=1.2287\text{ Å}$$

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=\frac{hc}{\sqrt{2m_ec^2E_k}}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{\sqrt{2\times511keV\times10eV}}=\frac{1.241\times10^{-6}m}{0.31969\times10^4}=3.8819\text{ Å}$$

3-2)解：

不论对电子（electron）还是光子(photon)，都有：

$\lambda = h/p$

所以 $p_{ph}/p_e = \lambda_e/\lambda_{ph}$ = 1:1

电子动能 $E_e = 1/2 \times m_e \times v_e^2 = p_e^2 / 2m_e = h^2 / (2\times m_e\times\lambda_e^2)$

光子动能 $E_{ph} = h\nu = hc/\lambda_{ph}$

所以 $E_{ph} / E_e = hc/\lambda_{ph} \times (2\times m_e\times\lambda_e^2) / h^2 = hc / (2\times m_e\times c^2\times\lambda_e)$

其中 组合常数 $hc = 1.988 \times 10^{-25}$ J·m　$m_e\times c^2 = 511$ keV $= 0.819 \times 10^{-13}$ J

代入得 $E_{ph} / E_e = 3.03 \times 10^{-3}$

3-3)解：

(1) 相对论情况下 总能 $E = E_k + m_0c^2 = mc^2 = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$

其中 E_k 为动能，m_0c^2 为静止能量。对于电子，其静止能量为 511 keV。

由题意：$m_0c^2 = E_k = E - m_0c^2 = m_0c^2(\dfrac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} - 1)$

容易解得 $v = \sqrt{3}/2 \times c = 0.866c$

(2) 电子动量 $p = mv = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \sqrt{3} \times m_0 \times c$

其德布罗意波长 $\lambda = h/p = \dfrac{h \times c}{\sqrt{3} \times m_0 \times c^2} = \dfrac{1.988 \times 10^{-25} J \cdot m}{1.732 \times 511 \times 1.602 \times 10^{-16} J} = 0.014 \overset{0}{A}$

3-5)解：

证明： 非相对论下：$\lambda_0 = \dfrac{12.25}{\sqrt{V}} = \dfrac{h}{p_0}$

p_0 为不考虑相对论而求出的电子动量，λ_0 为这时求出的波长。

考虑相对论效应后：$\lambda = \dfrac{h}{p}$ 这里 p 为考虑相对论修正后求出的电子动量，λ 为这时求出的波长。则

$$\lambda/\lambda_0 = p_0/p = \frac{\sqrt{2m_eE_k}}{\frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m_e{}^2c^4}} = \frac{c\sqrt{2m_eE_k}}{\sqrt{(E_k + m_ec^2)^2 - m_e{}^2c^4}} = \frac{c\sqrt{2m_eE_k}}{\sqrt{E_k{}^2 + 2m_ec^2E_k}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{E_k}{2m_ec^2} + 1}}$$

E_k = 加速电势差×电子电量，如果以电子伏特为单位，那么在数值上即为 V。

$$\lambda/\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{V}{2m_ec^2} + 1}}$$

这里 m_ec^2 也以电子伏特为单位，以保证该式两端的无量纲性和等式的成立。

m_ec^2 也以电子伏特为单位时，$2m_ec^2$ 的数值为 1022000。如果设想电子加速电压远小于 1022000 伏特，那么 $V/2m_ec^2$ 远小于 1。(注意，这个设想实际上与电子速度很大存在一点矛盾。实际上电子速度很大，但是又同时不可以过大。否则，$V/2\ m_ec^2$ 远小于 1 的假设可能不成立)。

设 $y = 1 + V/2\, m_e c^2 = 1+\Delta x$，$f(y) = \dfrac{1}{\sqrt{y}}$

由于 $\Delta x \ll 1$， $f(y)$ 函数可在 $y = 1$ 点做泰勒展开，并忽略高次项。结果如下：

$f(y) = 1 + \dfrac{\partial f}{\partial y}\Big|_{y=1} \times \Delta x = 1 + (-1/2)\times \dfrac{1}{\sqrt[3/2]{y}}\Big|_{y=1} \times \Delta x = 1-\Delta x/2 = 1 - \dfrac{V}{4m_e c^2}$

将 $m_e c^2$ 以电子伏特为单位时的数值 511000 代入上式，得

$f(y) = 1-0.489\times 10^{-6}\times V$

因此 $\lambda = \lambda_0 \times f(y) = \dfrac{12.25}{\sqrt{V}}(1-0.489\times 10^{-6})nm = \dfrac{12.25}{\sqrt{V(1+0.978\times 10^{-6})}}nm$

3-7)解：

$$由\ \nu=\frac{c}{\lambda}得:\Delta\nu=-\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda,即|\Delta\nu|=\frac{c}{\lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\frac{3\times 10^8}{600\times 10^{-9}}\times 10^{-7}=5\times 10^7 Hz$$

$$由E=h\nu得:\Delta E=h\Delta\nu$$

$$又\Delta t\cdot\Delta E=\frac{\hbar}{2},所以\Delta t=\frac{\hbar}{2\Delta E}=\frac{h}{4\pi h\Delta\nu}=\frac{1}{4\pi\Delta\nu}=1.59\times 10^{-9}s$$

3-8)解：

由 P88 例 1 可得

$$E_k=\frac{3\hbar^2}{8m_e r^2}=\frac{3\times\left(6.63\times 10^{-34}\right)^2}{32\times 3.14^2\times 9.109\times 10^{-31}\times\left(1.0\times 10^{-14}\right)^2}$$
$$=4.5885\times 10^{-11}J=2.8678\times 10^5 eV$$

3-9)解：(1)

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi|^2 dxdydz=\int_{-\infty}^{+\infty}N^2 e^{-\left\{\frac{|x|}{a}+\frac{|y|}{b}+\frac{|z|}{c}\right\}}dxdydz$$
$$=N^2\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|x|}{a}}dx\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|y|}{b}}dy\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|z|}{c}}dz$$
$$=N^2(2a)\cdot(2b)\cdot(2c)=8abcN^2=1$$

归一化常数 $N=\dfrac{1}{\sqrt{8abc}}$

(2) 粒子 x 坐标在 0 到 a 之间的几率为

$$\int_0^a\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi|^2 dxdydz = N^2\int_0^a e^{-\frac{|x|}{a}}dx\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|y|}{b}}dy\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|z|}{c}}dz$$

$$=\frac{1}{8abc}\cdot\left[a\left(1-\frac{1}{e}\right)\right]\cdot(2b)\cdot(2c)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e}\right)$$

（3）粒子的 y 坐标和 z 坐标分别在 $-b \to +b$ 和 $-c \to +c$ 之间的几率

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-b}^{+b}\int_{-c}^{+c}|\varphi|^2 dxdydz = N^2\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|x|}{a}}dx\int_{-b}^{+b}e^{-\frac{|y|}{b}}dy\int_{-c}^{+c}e^{-\frac{|z|}{c}}dz$$

$$=\frac{1}{8abc}\cdot(2a)\cdot\left[2b\left(1-\frac{1}{e}\right)\right]\cdot\left[2c\left(1-\frac{1}{e}\right)\right]=\left(1-\frac{1}{e}\right)^2$$

3-12)解：

$$\bar{x}=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi_n x\varphi_n^* dx=\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi_n|^2 xdx=\int_0^a\frac{2}{a}x\sin^2\frac{n\pi x}{a}dx=\frac{2}{a}\int_0^a x\frac{1-\cos\frac{2n\pi x}{a}}{2}dx$$

$$=\frac{2}{a}\int_0^a\frac{x}{2}dx-\frac{1}{a}\int_0^a x\cos\frac{2n\pi x}{a}dx=\frac{a}{2}-\frac{1}{a}\cdot\frac{a}{2n\pi}\int_0^a xd\left(\sin\frac{2n\pi x}{a}\right)$$

$$=\frac{a}{2}-\frac{1}{2n\pi}\left(-\int_0^a\sin\frac{2n\pi x}{a}dx\right)=\frac{a}{2}$$

$$\left(x-\bar{x}\right)^2_{\text{平均}}=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi_n\left(x-\bar{x}\right)^2\varphi_n^* dx=\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi_n|^2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 dx$$

$$=\int_0^a\frac{2}{a}\left(x-\frac{a}{2}\right)^2\sin^2\frac{n\pi x}{a}dx=\frac{a^2}{12}\left(1-\frac{6}{n^2\pi^2}\right)$$

当 $n\to\infty$ 时 $\bar{x}=\frac{a}{2},\left(x-\bar{x}\right)^2_{\text{平均}}=\frac{a^2}{12}$ 3-15）解

3-15)（1） $x\langle 0$， $V=\infty$， $\varphi(x)=0$

$0\le x\le a$，$V=0$，$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=-k^2\varphi$，$k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$ ， $\varphi(x)=A\sin kx+B\cos kx$

$x\rangle a$， $V=V_0$，$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=k'^2\varphi$， $k'^2=\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}$，$\varphi(x)=A'e^{k'x}+B'e^{-k'x}$

由函数连续、有限和归一化条件求 A,B,A',B'

由函数有限可得：$A'=0$

由函数连续可知：$x=0 \quad \varphi(0)=B=0$

$$x=a \quad \varphi(a)=A\sin ka=B'e^{-k'a}$$ **错误！未找到引用源。**

$$\varphi'(a)=kA\cos ka=-k'B'e^{-k'a}$$ **错误！未找到引用源。**

由**错误！未找到引用源。**和**错误！未找到引用源。**得 $kctyka=-k'$

由函数归一化条件得：$\int_0^a (A\sin kx)^2dx+\int_a^\infty (B'e^{-k'x})^2dx=1$ **错误！未找到引用源。**

由**错误！未找到引用源。**和**错误！未找到引用源。**可求得 A,B'

第四章 原子的精细结构：电子的自旋

4-1）解：$U=-\vec{\mu}_s\cdot\vec{B}=\frac{e}{m_e}\vec{S}\cdot\vec{B}=2\mu_B m_s B$

$$\Rightarrow \Delta U=2\mu_B B=2\times 0.5788\times 10^{-4}ev\cdot T^{-1}\times 1.2T=1.39\times 10^{-4}ev$$

4-2）$D_{3/2}$状态，$s=\frac{1}{2},l=2,j=\frac{3}{2};g=\frac{4}{5}$

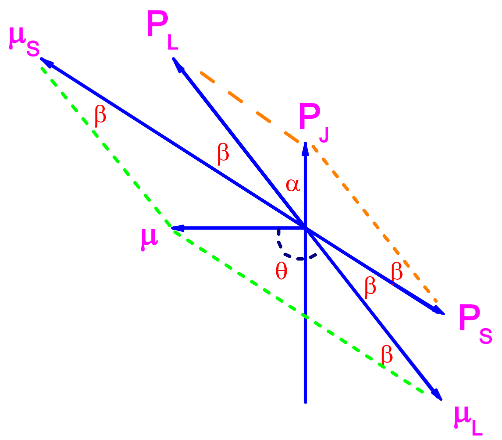
$\mu=-\sqrt{j(j+1)}g\mu_B \Rightarrow$ 其大小：$\mu=\sqrt{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)}\times\frac{4}{5}\mu_B=1.55\mu_B$

$$\mu_z=mg\mu_B=\frac{4}{5}m\mu_B$$
$$m=\frac{3}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}$$
$$\mu_z=(\frac{6}{5},\frac{2}{5},-\frac{2}{5}-\frac{6}{5})\mu_B$$

4-3）**解**：$^6G_{3/2}$ 态：$2s+1=6\Rightarrow s=\frac{5}{2},l=4,j=\frac{3}{2};$

该原子态的Lande g 因子：$g=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1)-4(4+1)}{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)}=0$

原子处于该态时的磁矩：$\mu_j=g\sqrt{j(j+1)}\mu_B=0$ （J/T）



利用矢量模型对这一事实进行解释：

各类角动量和磁矩的矢量图如上。其中

$P_S = [S(S+1)]^{1/2}\,\hbar = (35/4)^{1/2}\,\hbar$ $P_L = [L(L+1)]^{1/2}\,\hbar = (20)^{1/2}\,\hbar$ $P_J = [J(J+1)]^{1/2}\,\hbar = (15/4)^{1/2}\,\hbar$

$\mu_S = g_S \times [S(S+1)]^{1/2} \times \mu_B = (35)^{1/2}\,\mu_B$ $\mu_L = g_l \times [L(L+1)]^{1/2} \times \mu_B$

利用 P_S、P_L、P_J 之间三角形关系可求出 $\alpha = 30°$ $\cos\beta = \dfrac{5}{2\sqrt{7}}$

由已知的 $\cos\beta$ 、μ_S 、μ_L 可求出 $\mu = \sqrt{5}\mu_B$ 以及 $\theta = 120°$

所以 $\theta - \alpha = 90°$。即 矢量 μ 与 P_J 垂直、μ 在 P_J 方向的投影为0。

或：根据原子矢量模型：总磁矩 μ等于$\vec{\mu}_l, \vec{\mu}_s$ 分量相加，即：

$$\mu = \mu_l \cos(\vec{L}, \vec{J}) + \mu_s \cos(\vec{S}, \vec{J}) = (-g_l \mu_B \frac{J^2 + L^2 - S^2}{2J}) + (-g_S \mu_B \frac{J^2 + S^2 - L^2}{2J})$$

可以证明： $\mu_l \cos(\vec{L}, \vec{J}) = -\mu_s \cos(\vec{S}, \vec{J})$

$\vec{\mu}_l$与$\vec{\mu}_s$在$\vec{J}$上投影等值而反向，所以合成后，μ=0

4-4)解： $z_2 = \pm \mu_B \dfrac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \dfrac{dD}{mv^2}$， $\Delta z_2 = 2\mu_B \dfrac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \dfrac{dD}{mv^2}$

$$\Delta z_2 = 2.0 \times 10^{-3} m; d = 10 \times 10^{-2} m; D = 25 \times 10^{-2} m$$

$$v = 400 m \cdot s^{-1}; m = \frac{A}{N_0} = \frac{107.87}{6.02 \times 10^{-23}} \times 10^{-3} kg; \mu_B = 0.93 \times 10^{-23} JT^{-1}$$

将所有数据代入解得： $\dfrac{\partial B_z}{\partial z} = 1.23 \times 10^2$ T/m

4-5)解： $^4F_{3/2}$态，$j = \dfrac{3}{2}$,分裂为:$2j + 1 = 4$（束）

$$z_2 = -mg\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{mv^2} = -mg\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{2E_k}$$

$$m=\frac{3}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{3}{2},\ g=\frac{2}{5}$$

对于边缘两束，$\Delta z_2=2jg\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\frac{dD}{2E_k}$

$$=2\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}\times0.5788\times10^{-4}\times5\times10^{2}\times\frac{0.1\times0.3}{2\times50\times10^{-3}}=1.0\times10^{-2}m$$

4-6)解：

$$^2P_{3/2}\text{态}:s=\frac{1}{2},l=1,j=\frac{3}{2};m=\frac{3}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}$$

$2j+1=4$ 即：屏上可以接收到 4 束氯线

对于 H 原子：$\Delta z_2=2\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\frac{dD}{2E_k}=0.6\times10^{-2}m$

对于氯原子：$\Delta z_2'=g\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\frac{dD}{2E_k}$

$$\frac{\Delta z_2'}{\Delta z_2}=\frac{g}{2}\ \Rightarrow\ \Delta z_2'=\frac{1}{2}g(\Delta z_2)$$

对于 $^2P_{3/2}$态$:g=\frac{4}{3}$，代入得：$\Delta z_2'=\frac{4/3}{2}\times0.60=0.40cm$

<注：T＝400K,表明：大部分 H 原子处于基态，当 T=10^5K 时，才有一定量得原子处于激发态>

4-7)解：赖曼系，产生于：$n=2\rightarrow n=1$

$n=1,l=0$，对应 S 能级

$n=2;l=0,1$，对应 S、P 能级，所以赖曼系产生于：$2P\rightarrow1S$

双线来源于：$2P$的分裂，$2^2P_{3/2},2^2P_{1/2}$

由 21－12’知：$\Delta\nu=\frac{Z^4}{n^3l(l+1)}\times5.84cm^{-1}$

将$\Delta\nu=29.6cm^{-1},n=2,l=1$代入解得：$Z$=3

即：所得的类 H 离子系：Li^{++}

4-8)解：2P 电子双层的能量差为：

$$\Delta U=\frac{Z^4}{n^3l(l+1)}\times7.25\times10^{-4}ev=\frac{1^4}{2^3\cdot1\cdot(1+1)}\times7.25\times10^{-4}ev=4.53\times10^{-4}ev$$

两一方面：$\Delta U = 2\mu_B B \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\Delta U}{2\mu_B} = \frac{4.53\times 10^{-4}}{2\times 0.5788\times 10^{-4}} = 0.39(T)$

4-10)解： $^3S_1$态$: 2s+1=3 \Rightarrow s=1, l=0, j=1; g_1=2; m_1=1,0,-1$

$^3P_0$态$: 2s+1=3 \Rightarrow s=\frac{3}{2}, l=1, j=0; m_2=0$

$\Delta(mg)=m_1 g_1$ 有三个值，所以原谱线分裂为三个。

相应谱线与原谱线的波数差：
$$\begin{aligned}\tilde{\nu}'-\tilde{\nu} &= \frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}=\frac{\nu'}{c}-\frac{\nu}{c}\\ &=\frac{1}{c}(\nu'-\nu)=(2,0,-2)\frac{\mu_B B}{hc}\end{aligned}$$

相邻谱线的波数差为：$\frac{2\mu_B B}{hc}$

不属于正常塞曼效应（正常塞曼效应是由 s=0 到 s=0 的能级之间的跃迁）

4-11）解：① $3^2P_{3/2} \to 3^2S_{1/2}$

$$3^2P_{3/2}: s=\frac{1}{2}, l=1, j=\frac{3}{2}; g=\frac{4}{3}; m=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}$$
$$3^2S_{1/2}: s=\frac{1}{2}, l=0, j=\frac{1}{2}; g=2; m=\pm\frac{1}{2}$$

分裂后的谱线与原谱线的波数差为：

$$\Delta\tilde{\nu}=\Delta(mg)\tilde{\wp}=(-\frac{5}{3},-1,-\frac{1}{3},\frac{1}{3},1,\frac{5}{3})\tilde{\wp}$$

其中：$\tilde{\wp}=\frac{eB}{4\pi m_e e}=46.7B=46.7\times 2.5m^{-1}=116.75m^{-1}$

$$\Delta\nu=c\Delta\tilde{\nu}=(\pm\frac{5}{3},\pm 1,\pm\frac{1}{3})\times 35GHz$$

② $3^2P_{1/2} \to 3^2S_{1/2}$

$$3^2P_{1/2}: s=\frac{1}{2}, l=1, j=\frac{1}{2}; g=\frac{2}{3}; m=\pm\frac{1}{2}$$

$\therefore$ 分裂后的谱线与原谱线差：

$$\Delta\tilde{\nu}=\Delta(mg)\tilde{\wp}=(\pm\frac{4}{3},\pm\frac{2}{3})\tilde{\wp}$$

其中：$\tilde{\wp}=\frac{eB}{4\pi m_e e}=46.7B=46.7\times 2.5m^{-1}=116.75m^{-1}$

$$\Delta\nu=c\Delta\tilde{\nu}=(\pm\frac{4}{3},\pm\frac{2}{3})\times 35GHz$$

4-12）解：(1) 钾原子的 766.4nm 和 769.9nm 双线产生于 $4^2P_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}} \to 4^2S_{\frac{1}{2}}$。这三个能级的 g 因子分别为：

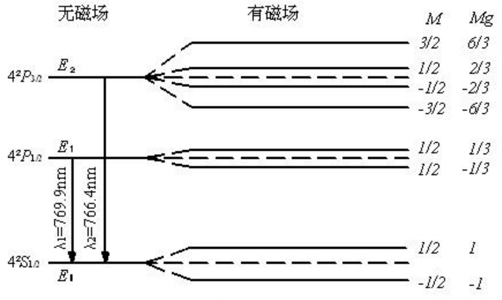
$$g_2 = \frac{4}{3}, g_1 = \frac{2}{3}, g_0 = 2$$

因在磁场中能级裂开的层数等于 2J+1，所以 $^2P_{3/2}$ 能级分裂成四层，$^2P_{1/2}$ 和 $^2S_{1/2}$ 能级分裂成两层。能量的间距等于

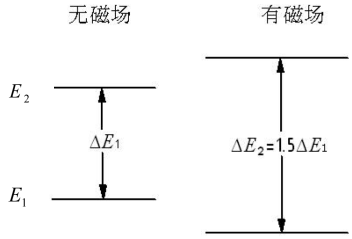
$gu_B B$，故有：

$$\Delta E_2' = g_2 u_B B = \frac{4}{3}u_B B\text{；}\ \Delta E_1' = g_1 u_B B = \frac{2}{3}u_B B\text{；}\ \Delta E_0' = g_0 u_B B = 2u_B B$$

原能级和分裂后的能级图如（a）图所示。



(a)



(b)

E_1

（2）根据题意，分裂前后能级间的关系如（b）图所示，且有：

$$\Delta E_2 = [E_2 + (\Delta E_2)_{\max}] - [E_1 + (\Delta E_1)_{\min}] = 1.5\Delta E_1\text{，}$$

即 $E_2 - E_1 + (J_2)_{\max} g_2 u_B B - (J_1)_{\min} g_1 u_B B = \frac{3}{2}\Delta E_1$。

将 $(J_2)_{\max} = \frac{3}{2}, (J_1)_{\min} = -\frac{1}{2}$ 代入上式，得：

$$E_2 - E_1 + (\frac{3}{2}\times\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\times\frac{2}{3})u_B B = \frac{3}{2}(E_2 - E_1)\text{。}$$

经整理有：

$$\frac{7}{3}\mu_B B = \frac{1}{2}(E_2 - E_1) = \frac{1}{2}\left[(E_2 - E_0) - (E_1 - E_0)\right] = \frac{1}{2}(\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1}) = \frac{hc}{2}\cdot\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}$$

$$= \frac{1}{2}\times 1.24\times 10^3 eV\cdot nm \times \frac{(769.9 - 766.4)nm}{769.9nm \times 766.4nm} = 3.678\times 10^{-3} eV$$

于是 $B = \frac{3}{7\mu_B}\times 3.678\times 10^{-3} eV = \frac{3}{7\times 0.5788\times 10^{-4} eV\cdot T^{-1}}\times 3.678\times 10^{-3} eV = 27.2T$

4-13）解：

（1）在强磁场中，忽略自旋－轨道相互作用，这时原子的总磁矩是轨道磁矩和自旋磁矩的适量和，即有：

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\frac{e}{2m_e}\vec{L} - -\frac{e}{m_e}\vec{S} = - -\frac{e}{2m_e}(\vec{L} + 2\vec{S}) \qquad (1)$$

（2）此时，体系的势能仅由总磁矩与外磁场之间的相互作用来确定，于是有：

$$U=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}=\frac{e}{2m_e}(\vec{L}+2\vec{S})\cdot\vec{B}=\frac{eB}{2m_e}(L_z+2S_z)$$
$$=\frac{e\hbar B}{2m_e}(m_l+2m_s)=(m_l+2m_s)\mu_B B \qquad (2)$$

（3）钠原子的基态为 $3^2S_{\frac{1}{2}}$ ，第一激发态为 3^2P_0 ；对于 3S 态：$m_l=0,m_s=\pm\frac{1}{2}$，因此（2）式给出双分裂，

分裂后的能级与原能级的能量差

$$\Delta E_1=\pm u_B B$$

对于 3P 态，$m_l=0,\pm1;m_s=\pm\frac{1}{2}$，（2）式理应给出 2×3 个分裂，但 $m_l=-1;m_s=\frac{1}{2}$ 与 $m_l=1;m_s=-\frac{1}{2}$ 对应的 ΔE 值相同，故实际上只给出五分裂，附加的能量差为

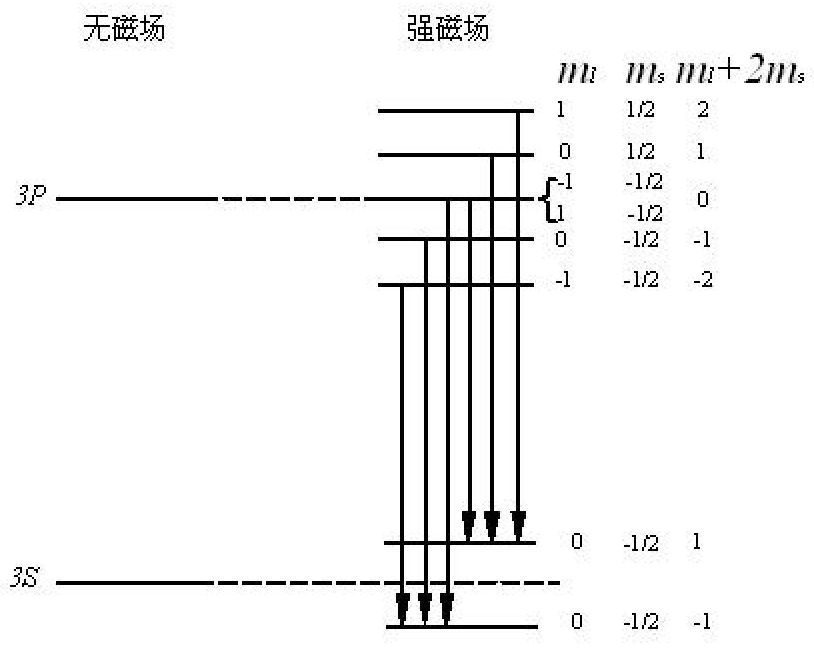
$$\Delta E_2=(2,1,0,-1,-2)u_B B$$

原能级与分裂后的能级如图所示

根据选择规律：$\Delta m_l=0,\pm1;\Delta m_s=0$

它们之间可发生六条跃迁。由于较高的各个能级之间的间距相等，只产生三个能差值

$(1,0,-1)\mu_B B$，因此只能观察到三条谱线，其中一条与不加磁场时重合。这是，反常塞曼效应被帕型－巴克效应所取代。



钠原子的3P和3S态在强磁场中的能级分裂和跃迁

4-14）**解**：因忽略自旋－轨道相互作用，自旋、轨道角动量不再合成 J，而是分别绕外磁场旋进，这说明该外磁场是强场。这时，即原谱线分裂为三条。因此，裂开后的谱线与原谱线的波数差可用下式表示：

$$\Delta\widetilde{\nu}=(1,0,-1)\widetilde{\wp}$$

式中 $\widetilde{\wp}=\dfrac{e}{4\pi m_e c}B=46.7m^{-1}T^{-1}\cdot B=46.7\times 4m^{-1}=1.87\times 10^{-7}nm^{-1}$

因 $\lambda=\dfrac{1}{\widetilde{\nu}}$，故有　$\Delta\lambda=-\lambda^2\Delta\widetilde{\nu}$

将 $\lambda,\Delta\widetilde{\nu}$ 代入上式，得：

$$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=-(121.0nm)^2\times(1,0,-1)\widetilde{\wp}=\begin{cases}-2.74\times 10^{-3}nm\\ 0\\ 2.74\times 10^{-3}nm\end{cases},$$

$$\therefore\lambda'=\begin{cases}(121.0-0.00274)nm\\ 121.0nm\\ (121.0+0.00274)nm\end{cases}$$

第五章　多电子原子

5－2 解：${}^4D_{3/2}:L=2,S=\dfrac{3}{2},J=\dfrac{3}{2};$　　由 $\hat{J}^2=\hat{L}^2+\hat{S}^2+2\hat{L}\cdot\hat{S}$ 得

$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{J}^2-\hat{L}^2-\hat{S}^2)=\frac{1}{2}[J(J+1)-L(L+1)-S(S+1)]\hbar^2=-3\hbar^2$$

5 － 3 解　　对于$L=2;S=\dfrac{1}{2};J=\dfrac{5}{2},\dfrac{3}{2}$　　由 $\hat{J}^2=\hat{L}^2+\hat{S}^2+2\hat{L}\cdot\hat{S}$ 得

$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{J}^2-\hat{L}^2-\hat{S}^2)=\frac{1}{2}[J(J+1)-L(L+1)-S(S+1)]\hbar^2$$

当$L=2;S=\dfrac{1}{2};J=\dfrac{5}{2}$时：

$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{L}^2+\hat{S}^2-\hat{J}^2)=\frac{1}{2}[\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1)-2(2+1)-\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]\hbar^2=\hbar^2$$

当$L=2;S=\dfrac{1}{2};J=\dfrac{3}{2}$时：

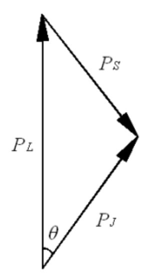
$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{L}^2+\hat{S}^2-\hat{J}^2)=\frac{1}{2}[\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)-2(2+1)-\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]\hbar^2=-\frac{3}{2}\hbar^2$$

5－4 解：

$$\vec{P}_J=\vec{P}_L+\vec{P}_S$$

它们的矢量图如图所示。由图可知：

$$P_S{}^2=P_L{}^2+P_J{}^2-2\left|\vec{P}_L\right|\left|\vec{P}_J\right|\cos(\vec{P}_L,\vec{P}_J)\text{。}$$



经整理得：

$$\cos(\vec{P}_L,\vec{P}_J)=\frac{L(L+1)+J(J+1)-S(S+1)}{2\sqrt{L(L+1)}\cdot\sqrt{J(J+1)}}$$

对于$3F_2$态，$S=1,L=3,J=2$，代入上式得：

$$\cos(\vec{P}_L,\vec{P}_J)=\frac{3\times4+2\times3-1\times2}{2\times\sqrt{3\times4}\times\sqrt{1\times2}}=0.9428,$$

$$(\vec{P}_L,\vec{P}_J)=\cos^{-1}0.9428=19°28'$$

所以总角动量$\vec{P}_L$与轨道角动量$\vec{P}_J$之间得夹角为$19°28'$。

5－6 解：j-j **耦合：**

根据 j-j 耦合规则，各个电子得轨道角动量$\vec{P}_l$和自旋角动量$\vec{P}_s$先合成各自的总角动量$\vec{P}_j$，即$\vec{P}_j=\vec{P}_l+\vec{P}_s$，$j=l+s$, $l+s-1,\cdots|l-s|$。

于是有：$l_1=2,s_1=1/2,$合成$j_1=5/2,3/2$; $l_2=2,s_2=1/2,$合成$j_2=5/2,3/2$。

然后一个电子的$\vec{P}_{j1}$再和另一个电子的$\vec{P}_{j2}$合成原子的总角动量$\vec{P}_J$，即$\vec{P}_J=\vec{P}_{j1}+\vec{P}_{j2}$，

$j_1=5/2$和$j_2=5/2$合成J=5, 4, 3, 2, 1, 0

$j_1=5/2$和$j_2=3/2$合成J=4, 3, 2, 1；

$j_1=3/2$和$j_2=5/2$合成J=4, 3, 2, 1；

$j_1=3/2$和$j_2=3/2$合成J=3, 2, 1, 0。

可见，共 18 种原子态。原子的总角动量量子数为：

J=5, 4, 3, 2, 1, 0

原子的总角动量为$P_J=\sqrt{J(J+1)}\hbar$

将 J 值依次代入上式即可求得 P_J 有如下 6 个可能值，即

$$P_J=5.48\hbar,4.47\hbar,3.46\hbar,2.45\hbar,1.41\hbar,0$$

对于 L-S 耦合：

两个电子的轨道角动量$\vec{P}_{l1}$和$\vec{P}_{l1}$，自旋角动量$\vec{P}_{s1}$和$\vec{P}_{s1}$分别先合成轨道总角动量$\vec{P}_L$和自旋总角动量$\vec{P}_S$，即

$$\vec{P}_L=\vec{P}_{l1}+\vec{P}_{l2}\qquad L=l_1+l_2,l_1+l_2-1,\ ...,|l_1-l_2|;$$

$$\vec{P}_S=\vec{P}_{s1}+\vec{P}_{s2}\qquad S=s_1+s_2,...,|s_1-s_2|;$$

$$l_1 = l_2 = 2, \text{那么} L = 4, 3, 2, 1, 0; \qquad s_1 = s_2 = \frac{1}{2}, S = 1, 0。$$

然后每一个 $\vec{P}_L$ 和 $\vec{P}_S$ 合成 $\vec{P}_J$，即：

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S \qquad J = L + S, L + S - 1, \ldots |L - S|$$

因此有：

	S=0	S=1
L=0	$^1S_0$	$^3S_1$
L=1	$^1P_1$	$^3P_{2,1,0}$
L=2	$^1D_2$	$^3D_{3,2,1}$
L=3	$^1F_3$	$^3F_{4,3,2}$
L=4	$^1G_4$	$^3G_{5,4,3}$

也是 18 种原子态，而原子的总角动量量子数也为：

$$J=5, 4, 3, 2, 1, 0$$

原子的总角动量也为：

$$P_J = 5.48\hbar, 4.47\hbar, 3.46\hbar, 2.45\hbar, 1.41\hbar, 0$$

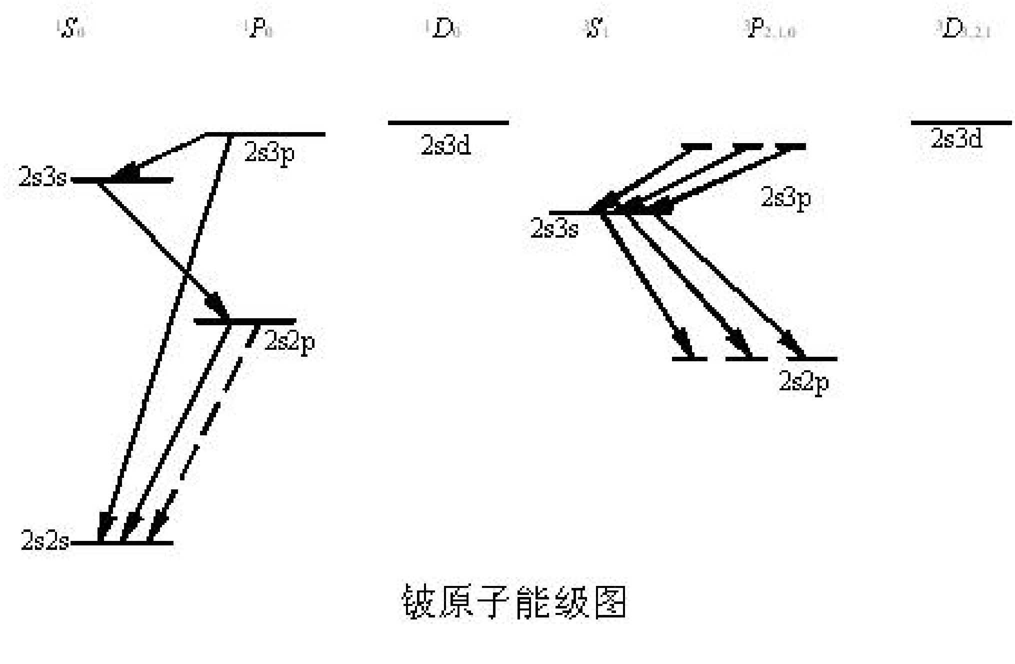
比较上述两种耦合的结果，可见它们的总角动量的可能值、可能的状态数目及相同 J 值出现的次数均相同。

5—8 解：

（1）要求能级间跃迁产生的光谱线，首先应求出电子组态形成的原子态，画出能级图。然后根据辐射跃迁的选择规则来确定光谱线的条数。

$2s2s$ 组态形成的原子态：$^1S_0$

$2s3p$ 组态形成的原子态：$^1P_1$，$^3P_{2,1,0}$



铍原子能级图

其间还有 2s2p 组态形成的原子态：${}^1P_1, {}^3P_{2,1,0}$； $2s3s$ 组态形成的原子态：${}^1S_0, {}^3S_1$

根据能级位置的高低，可作如图所示的能级图。

根据 L-S 耦合的选择规则：

$$\Delta S=0, \Delta L=\pm 1, \Delta J=0, \pm 1(0 \rightarrow 0\text{除外})$$

可知一共可产生 10 条光谱线（图上实线所示）

（2）若那个电子被激发到 2P 态，则仅可能产生一条光谱线（图上虚线所示）

5－10 解：

（1）$(nd)^2$ 组态可形成的原子态有：${}^1S_0, {}^1D_2, {}^1G_4, {}^3P_{2,1,0}, {}^3F_{4,3,2}$。

利用斯莱特方法求解如下：

$$\text{对}(nd)^2\text{组态}:\begin{cases} L_1=2; L_2=2 \Rightarrow M_{L_1}=2,1,0,-1,-2; M_{L_2}=2,1,0,-1,-2 \\ S_1=\dfrac{1}{2}; S_2=\dfrac{1}{2} \Rightarrow M_{S_1}=\pm\dfrac{1}{2}; M_{L_2}=\pm\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{根据泡利原理:可能的}M_L\text{和}M_S\text{数值如下表}$$

MS ML	-1	0	1
4		(2, 1/2) (2, −1/2)	
3	(1, −1/2) (2, −1/2)	(1, 1/2) (2, −1/2) (1, −1/2) (2, 1/2)	(1, 1/2) (2, 1/2)
2	(0, 1/2) (2, −1/2)	(0, 1/2) (2, −1/2) ; (1, 1/2) (1, −1/2) (0, −1/2) (2, 1/2)	(0, −1/2) (2, −1/2)
1	(0, −1/2) (1, −1/2) (2, −1/2) (−1, −1/2)	(0, 1/2) (1, −1/2) ; (1, 1/2) (0, −1/2) (2, 1/2) (−1, −1/2) ; (−1, 1/2) (2, −1/2)	(0, 1/2) (1, 1/2) (2, 1/2) (−1, 1/2)
0	(1, −1/2) (−1, −1/2) (2, −1/2) (−2, −1/2)	(0, 1/2) (0, −1/2)； (−2, 1/2) (2, −1/2) (2, 1/2) (−2, −1/2)； (−1, 1/2) (1, −1/2) (1, 1/2) (−1, −1/2)	(1, −1/2) (−1, −1/2) (2, −1/2) (−2, −1/2)
−1	(0, −1/2) (−1, −1/2) (−2, −1/2) (1, −1/2)	(0, 1/2) (−1, −1/2) ; (−1, 1/2) (0, −1/2) (−2, 1/2) (1, −1/2) ; (1, 1/2) (−2, −1/2)	(0, 1/2) (−1, 1/2) (−2, 1/2) (1, 1/2)
−2	(0, 1/2) (−2, −1/2)	(0, 1/2) (−2, −1/2) ; (−1, 1/2) (−1, −1/2) (0, −1/2) (−2, 1/2)	(0, −1/2) (−2, −1/2)
−3	(−1, −1/2) (−2, −1/2)	(−1, 1/2) (−2, −1/2) (−1, −1/2) (−2, 1/2)	(−1, 1/2) (−2, 1/2)
−4		(−2, 1/2) (−2, −1/2)	

$L=4,S=0\Rightarrow J=4\Rightarrow{}^1G_4$； $L=3,S=1\Rightarrow J=4,3,2\Rightarrow{}^3F_{4,3,2}$；

$L=1,S=1\Rightarrow J=2,1,0\Rightarrow{}^3P_{2,1,0}$；$L=2,S=0\Rightarrow J=2\Rightarrow{}^1D_2$；

$L=0,S=0\Rightarrow J=0\Rightarrow{}^1S_0$

根据洪特定则和正常次序，可知其中 $^3F_2$ 的能量最低。

（2）钛原子（Z＝22）基态的电子组态为

$$1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^6 3d^2 4S^2。$$

因满支壳层的轨道角动量、自旋角动量及总角动量都等于零，故而未满支壳层的那些电子的角动量也就等于整个原子的角动量。由（1）中讨论可知，$3d^2$ 组态所形成的原子态中，能量最低的（即基态）为 $^3F_2$。

5－11 解：

一束窄的原子束通过非均匀磁场后，在屏上接受到的束数由原子的总角动量 J 决定（2J+1 条）。氦原子（Z=2）基态的电子组态 $1s^2$，其基态必为 $^1S_0$，即 J＝0。因此，在屏上只能接受到一束。

硼原子（Z＝5）基态的电子组态为 $1s^2 2s^2 2p^1$，其基态为 $^1P_{1/2}$，即 $J=\dfrac{1}{2}$。因此，在屏上可接受到两束。

5－12 解：

（1）$_{15}P$ 的基态的电子组态 $:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$，最外层电子数为满支壳层（6 个）的一半。则根据

洪特定则：$\begin{cases} S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2} \\ L=1+0+(-1)=0 \\ J=S=\dfrac{3}{2} \\ 2S+1=4 \end{cases}$ 基态为：$^4S_{3/2}$

（2）$_{16}S$ 的基态的电子组态 $:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$，最外层电子数大于满支壳层（6 个）的一半。则根

据洪特定则：$\begin{cases} S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=1 \\ L=1+0+(-1)+1=1 \\ J=S+L=2 \\ 2S+1=3 \end{cases}$ 基态为：$^3P_2$

（3）$_{17}Cl$ 的基态的电子组态 $:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$，最外层电子数大于满支壳层（6 个）的一半。则

根据洪特定则：$\begin{cases} S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \\ L=1+0+(-1)+1+0=1 \\ J=S+L=\frac{3}{2} \\ 2S+1=3 \end{cases}$ 基态为：$^3P_{3/2}$

（4）$_{18}Ar$ 的基态的电子组态 $:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$，最外层电子数等于满支壳层所能容纳的电子数（6 个）则根据洪特定则：$\begin{cases} S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0 \\ L=1+0+(-1)+1+0+(-1)=0 \\ J=0 \\ 2S+1=1 \end{cases}$

基态为：$^1S_0$

第六章 X 射线

6-1)解： $\lambda_{\min}=\frac{1.24(nm)}{V(kV)} \Rightarrow V(kV)=\frac{1.24(nm)}{0.0124(nm)}100kV$

6-2)解： $\nu_{k\alpha}=0.246\times10^{16}(Z-1)^2 Hz$

$$\nu_{k\alpha}=\frac{c}{\lambda}=\frac{2.998\times10^8}{0.0685\times10^{-9}}=4.38\times10^{18}Hz$$

代入解得：Z=43

6-3)解： L 吸收限指的是电离一个 L 电子的能量

即：$E_\infty\text{-}E_L=\Delta E_L=h\nu_L=\frac{hc}{\lambda_L}$

而：$\Delta E_K=E_\infty\text{-}E_K=E_L-E_K+\frac{hc}{\lambda_L}$

λ_{K_α} 的 Moseley 公式为：$\nu_{K_\alpha}=0.246\times10^{16}(Z-1)^2$

而：$h\nu_{K_\alpha}=E_L-E_K$

将 $Z=60;\lambda_L=0.19nm$ 代入解得：$\Delta E_K=42.0KeV$

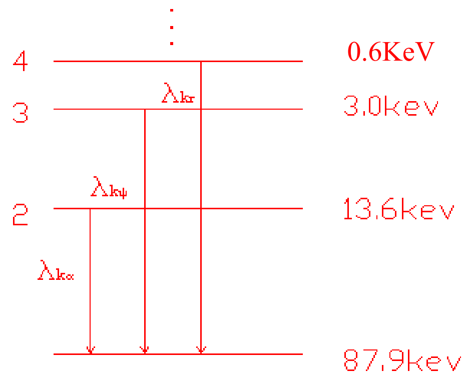
6-5)解：① K 层电子结合能为： $E_K = \frac{hc}{\lambda_K} = \frac{1.24KeV \cdot nm}{0.0141nm} = 87.9KeV$

由 K_α 线的能量体系，$E_{K\alpha} = E_k - E_L$ 得 L 层电子结合能为：

$$E_L = E_k - E_{K\alpha} = 87.9KeV - \frac{hc}{\lambda_K} = 87.9KeV - \frac{1.24KeV \cdot nm}{0.nm0167} = 13.6KeV$$

同理可得：M,N 层电子结合能为：$E_M = 3.0KeV; E_N = 0.6KeV$

由此可得 P_b 原子 K,L,M,N 能级图（如下图所示）



② 要产生 L 系谱线，必须使 L 层由空穴，所以产生 L 系得最小能量是将 L 电子电离，此能量为 13.6ev 由图可知，Lα 系的能量：

$$h\nu_{L\alpha} = E_{L\alpha} = E_L - E_M = 13.6 - 3.0 = 10.6KeV$$

$$\therefore \lambda_{L_\alpha} = \frac{hc}{E_{L_\alpha}} = 0.117 \text{ nm}$$

6-6)解：根据布喇格公式，一级衍射加强的条件为：$2d\sin\theta = \lambda$

式中，d 为晶格常数，即晶元的间距，将 $\lambda = 0.54nm; \theta = 120°$ 代入得：

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = \frac{0.54nm}{2\sin 60°} = 0.31nm$$

即：$d = 0.31nm$ 即为所求

6-7)解：

① 散射光子得能量可由下式表示：

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1+\gamma(1-\cos\theta)}, \text{其中}: \gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

当：$h\nu = m_e c^2$ 时，$\gamma = 1$

当：$\theta=180°$ 时， 散射光子的能量 $h\nu'$ 最小:

$$(h\nu')_{\min}=\frac{h\nu}{1+2\gamma}=\frac{1}{3}m_ec^2=\frac{1}{3}\times 0.511MeV=0.170MeV$$

② 系统动量守恒：$\vec{P}=\vec{P}'+\vec{P}_e$

由矢量图可知：当 $\theta=180°$ 时，$\vec{P}_e$ 最大，此时

$$\begin{aligned}P_e&=P'+P=\frac{h}{\lambda}+\frac{h}{\lambda'}=\frac{1}{c}(m_ec^2+\frac{1}{3}m_ec^2)=\frac{4}{3c}m_ec^2\\&=0.681(MeV/c)=3.64\times10^{-22}(kg\cdot m/s)\end{aligned}$$

6-8)解： compton 散射中，反冲电子的动能为：

$$E_K=h\nu\frac{r(1-\cos\theta)}{1+r(1-\cos\theta)}$$

当 $\theta=180°$ 时，E_K 最大

$$\left(E_K=h\nu\frac{r}{\frac{1}{1-\cos\theta}+r}\therefore\theta=180°\text{时},\frac{1}{1-\cos\theta}\text{最小，亦即：}E_K\text{最大}\right)$$

$$\therefore(E_K)\max=h\nu\frac{2r}{1+2r}=10keV$$

将 $r=\frac{h\nu}{m_ec^2}$ 代入，并注意到 $m_ec^2=511keV$ 得：$(h\nu)^2-10h\nu-5\times511=0$

解此方程得：$h\nu=56(keV)$ 即为入射光子的质量

6-9)解：

Compton 波长由 $h\nu=m_pc^2$ 决定

$\therefore$ 质子的 Compton 波长是：$\lambda_p=\frac{c}{\nu}=\frac{hc}{h\nu}=\frac{hc}{m_pc^2}=\frac{1.24KeV\cdot nm}{938.3MeV}=1.32\times10^{-6}nm$

在 compton 散射中，反冲粒子的动能为：$E_K=h\nu\frac{r(1-\cos\theta)}{1+r(1-\cos\theta)}$，其中 $r=\frac{h\nu}{m_ec^2}$

解得：$(h\nu)^2-E_K(h\nu)-\frac{mc^2E_K}{1-\cos\theta}=0$

$$hv=\frac{E_k\pm\sqrt{E_k{}^2+4\frac{mc^2E_k}{1-\cos\theta}}}{2}$$（"+"号对应的正根，θ=180°时最小）

$$\therefore(hv)\min=\frac{E_k\pm\sqrt{E_k{}^2+2mc^2E_k}}{2}=54.6MeV,$$ 即为入射光子的最小能量

6-13)解：（1）根据洪特定则求基态电子组态为 $4d^8 5s^1$ 的基态谱项：

对于 $4d^8$组态 $:n=8$(大于满支壳层数10的一半)$,l=2$。所以

$$\begin{cases}S_1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=1\\ L_1=2+1+0+(-1)+(-2)+2+1+0=3\end{cases}$$

对于 $5s^1$组态 $:n=1$(等于满支壳层数2的一半)$,l=0$。所以 $\begin{cases}S_2=\frac{1}{2}\\ L_2=0\end{cases}$

所以 $\begin{cases}S=S_1+S_2=\frac{3}{2}\\ L=L_1+L_2=3\\ J=L+S=\frac{9}{2}(\text{倒转次序})\\ 2S+1=4\end{cases}$ 基态谱项为 ${}^4F_{9/2}$

（2）由莫塞莱定律知，铑的 $K_\alpha X$ 射线的能量：

$$E_{K_\alpha}=\frac{3}{4}\times13.6(Z-b)^2=\frac{3}{4}\times13.6\times(45-0.9)^2=19.84(KeV)$$

即为入射光子的能量。在康普顿散射中，反冲电子和能量为

$$E_K=h\nu\frac{\gamma(1-\cos\theta)}{1+\gamma(1-\cos\theta)}=19.84KeV\times\frac{\frac{19.84KeV}{511KeV}(1-\cos60^o)}{1+\frac{19.84KeV}{511KeV}(1-\cos60^o)}=0.378KeV$$

（3）按题意有 $(I/I_0)_{Pb}=(I/I_0)_{Al}$

即
$$e^{-\mu_{Pb}x_{Pb}}=e^{-\mu_{Al}x_{Al}}$$
$$\mu_{Pb}x_{Pb}=\mu_{Al}x_{Al}$$

所以 $x_{Al}=\dfrac{\mu_{Pb}}{\mu_{Alb}}x_{Pb}=\dfrac{52.5}{0.765}\times 0.30cm=21cm$

计算结果表明：对铑的 $K_{\alpha}X$ 射线的吸收，0.3cm 的铅板等效于 21cm 的铝板，

可见铅对 X 射线的吸收本领比铝大得多.

6-14 **解**:因 X 射线经过吸收体后的强度服从指数衰减规律，

即　　对铜有：$I=I_0e^{-\mu_m x\rho}$

对锌有：$I'=I_0e^{-\mu'_m x\rho}$

于是有：$\dfrac{I}{I'}=e^{-(\mu'_m-\mu_m)x\rho}$

将 $\dfrac{I}{I'}=10$ 代入得：

$$\rho x=\frac{\ln 10}{\mu'_m-\mu_m}=\frac{2.303}{325-48}=8.31\times 10^{-3}(g/cm^2)$$

因镍的密度 $\rho=8.9g/cm^3$，可得镍的厚度为 $9.3\mu m$