

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL

A. Pengertian persamaan linear dua variabel (PLDV)

Persamaan linear dua variabel ialah persamaan yang mengandung dua variabel dimana pangkat/derajat tiap-tiap variabelnya sama dengan satu.

Bentuk Umum PLDV :

$$ax + by = c$$

x dan y disebut variabel

B. Sistem persamaan linear dua variable (SPLDV)

Sistem persamaan linear dua variable adalah dua persamaan linear dua variable yang mempunyai hubungan diantara keduanya dan mempunyai satu penyelesaian.

Bentuk umum SPLDV :

$$ax + by = c$$

$$px + qy = r$$

dengan x , y disebut variabel

a, b, p, q disebut keifisien

c , r disebut konstanta

C. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variable (SPLDV)

Cara penyelesaian SPLDV dapat dilakukan dengan dua cara yaitu :

1. Metode Substitusi

Menggantikan satu variable dengan variable dari persamaan yang lain

contoh :

Carilah penyelesaian sistem persamaan $x + 2y = 8$ dan $2x - y = 6$

jawab :

Kita ambil persamaan pertama yang akan disubstitusikan yaitu $x + 2y = 8$

Kemudian persamaan tersebut kita ubah menjadi $x = 8 - 2y$,

Kemudian persamaan yang diubah tersebut disubstitusikan ke persamaan

$2x - y = 6$ menjadi :

$2(8 - 2y) - y = 6$; (x persamaan kedua menjadi $x = 8 - 2y$)

$$16 - 4y - y = 6$$

$$16 - 5y = 6$$

$$-5y = 6 - 16$$

$$-5y = -10$$

$$5y = 10$$

$$y = \frac{10}{5} = 2$$

masukkan nilai $y=2$ ke dalam salah satu persamaan :

$$x + 2y = 8$$

$$x + 2 \cdot 2 = 8$$

$$x + 4 = 8$$

$$x = 8 - 4$$

$$x = 4$$

Jadi penyelesaian sistem persamaan tersebut adalah $x = 4$ dan $y = 2$.

Himpunan penyelesaiannya : $HP = \{4, 2\}$

2. Metode Eliminasi

Dengan cara menghilangkan salah satu variable x atau y .

contoh :

Selesaikan soal di atas dengan cara eliminasi:

Jawab ;

$$x + 2y = 8$$

$$2x - y = 6$$

(i) mengeliminasi variable x

$$x + 2y = 8 \quad | \times 2 | \rightarrow 2x + 4y = 16$$

$$2x - y = 6 \quad | \times 1 | \rightarrow \underline{2x - y = 6} \quad - \dots\dots\dots *$$

$$5y = 10$$

$$y = 2$$

masukkan nilai $y = 2$ ke dalam suatu persamaan

$$\begin{aligned}
 x + 2y &= 8 \\
 x + 2 \cdot 2 &= 8 \\
 x + 4 &= 8 \\
 x &= 8 - 4 \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

$$HP = \{4, 2\}$$

(ii) mengeliminasi variable y

$$\begin{array}{rcl}
 x + 2y = 8 & | \times 1 | & \rightarrow x + 2y = 8 \\
 2x - y = 6 & | \times 2 | & \rightarrow 4x - 2y = 12 \quad + \quad \dots\dots* \\
 \hline
 5x & = & 20 \\
 x & = & \frac{20}{5} \\
 x & = & 4
 \end{array}$$

masukkan nilai $x = 4$ ke dalam suatu persamaan

$$\begin{aligned}
 x + 2y &= 8 \\
 4 + 2y &= 8 \\
 2y &= 8 - 4 \\
 2y &= 4 \\
 y &= \frac{4}{2} = 2 \\
 HP &= \{4, 2\}
 \end{aligned}$$

* catatan

nilai + atau - digunakan untuk menghilangkan/eliminasi salah satu variable agar menjadi 0

Contoh (i) yang dieliminasi adalah x :

x dalam persamaan satu + dan persamaan dua + digunakan tanda -

(ii) yang dieliminasi adalah y :

y dalam persamaan satu +, persamaan dua - atau sebaliknya digunakan tanda +

D. Penggunaan sistem persamaan linear dua variable

Contoh:

Harga 2 buah mangga dan 3 buah jeruk adalah Rp. 6000, kemudian apabila membeli 5 buah mangga dan 4 buah jeruk adalah Rp11.500,-

Berapa jumlah uang yang harus dibayar apabila kita akan membeli 4 buah mangga dan 5 buah jeruk ?

Jawab :

Dalam menyelesaikan persoalan cerita seperti di atas diperlukan penggunaan model matematika.

Misal: harga 1 buah mangga adalah x dan harga 1 buah jeruk adalah y
Maka model matematika soal tersebut di atas adalah :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 6000 \\ 5x + 4y &= 11500 \end{aligned}$$

Ditanya $4x + 5y = ?$

Kita eliminasi variable x :

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y = 6000 & | \times 5 | & = 10x + 15y = 30.000 \\ 5x + 4y = 11500 & | \times 2 | & = 10x + 8y = 23.000 \end{array} \quad - \quad (\text{karena } x \text{ persamaan 1 dan 2 } +)$$

$$\begin{aligned} 7y &= 7000 \\ y &= \frac{7000}{7} \\ y &= 1000 \end{aligned}$$

masukkan ke dalam suatu persamaan :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 6000 \\ 2x + 3 \cdot 1000 &= 6000 \\ 2x + 3000 &= 6000 \\ 2x &= 6000 - 3000 \\ 2x &= 3000 \\ x &= \frac{3000}{2} \\ x &= 1500 \end{aligned}$$

didapatkan $x = 1500$ (harga sebuah mangga) dan $y = 1000$ (harga sebuah jeruk)

sehingga uang yang harus dibayar untuk membeli 4 buah mangga dan 5 buah jeruk adalah $4x + 5y = 4 \cdot 1500 + 5 \cdot 1000 = 6000 + 5000 = \text{Rp. } 11.000,-$

E. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variable dengan menggunakan grafik garis lurus.

Penyelesaiannya didapatkan dengan menggunakan titik potong antara dua garis lurus tersebut pada grafik garis lurus.

Contoh : kita ambil contoh soal di atas

Tentukan penyelesaian dari $x + 2y = 8$ dan $2x - y = 6$

Langkah-langkah penyelesaiannya :

1. Menentukan titik-titik potong pada sumbu x dan sumbu y dari kedua persamaan

Persamaan (1)

$$x + 2y = 8$$

titik potong dengan sumbu x apabila $y = 0$

$$x + 2y = 8$$

$$x + 2.0 = 8$$

$$x = 8$$

titik potong dengan sumbu y apabila $x = 0$

$$x + 2y = 8$$

$$0 + 2.y = 8$$

$$2y = 8$$

$$y = \frac{8}{2} = 4$$

tabelnya :

	$x + 2y = 8$	
x	8	0
y	0	4

Persamaan (2)

$$2x - y = 6$$

titik potong dengan sumbu x apabila $y = 0$

$$2x - y = 6$$

$$2x - .0 = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

titik potong dengan sumbu y apabila $x = 0$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 6 \\ 0 - y &= 6 \\ -y &= 6 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

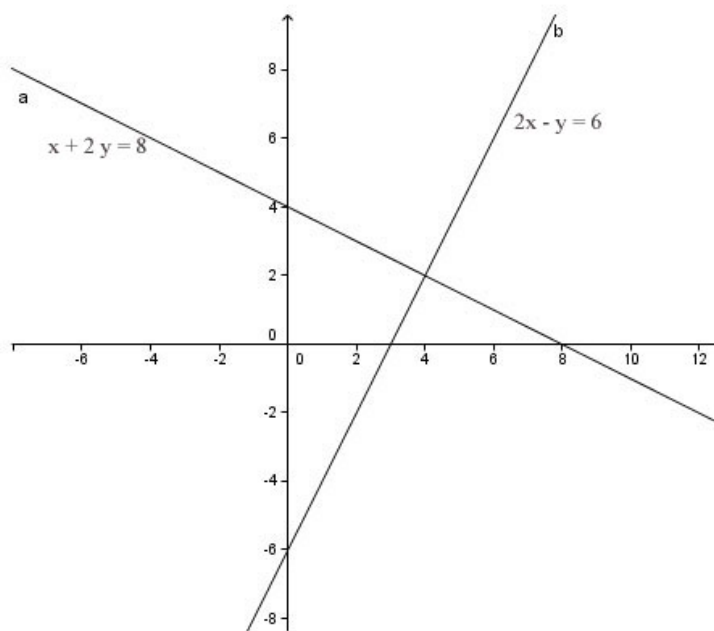
tabelnya :

	$2x - y = 6$	
x	3	0
y	0	-6

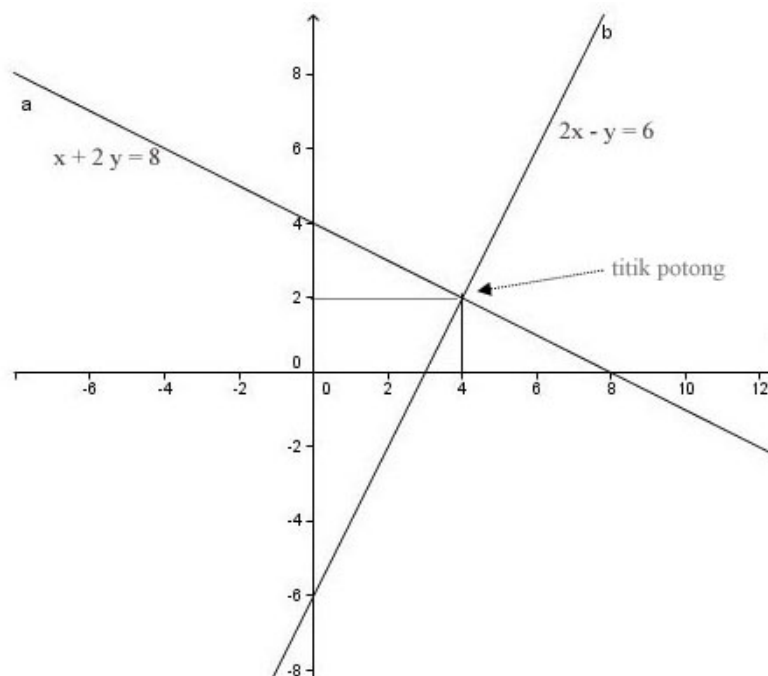
2. Buatlah grafik garis lurus menggunakan tabel-tabel di atas :

	$x + 2y = 8$	
x	8	0
y	0	4

	$2x - y = 6$	
x	3	0
y	0	-6



3. Menentukan titik potong kedua persamaan tersebut (x,y)



Terlihat titik potongnya adalah $x = 4$ dan $y = 2$,

Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah (4,2)