Max Wisniewski , Alexander Steen

Tutor : Adrian Steffens

Aufgabe 10: *Berechnung von Taylorpolynomen*

Bestimmen Sie die Taylorpolynome vom Grad n um den Punkt $x_0 = 0$. Die Taylorformel um den Entwicklungspunkt x_0 sieht folgender Maßen aus

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k.$$

(i) $f(x) = \frac{1}{1+x}$:
tbd

(ii) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$:
tbd

(iii) $h(x) = xe^x$
tbd

Aufgabe 11: *Gleichmäßige Konvergenz von Funktionsfolgen*

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionsfolgen den punktweisen Limes

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x)$$

(falls er existiert) und prüfen Sie, welche der Folgen gleichmäßig konvergiert.

(i) $f_n(x) = e^{-nx^2}$ auf $[-1, 1]$.
tbd

(ii) $g_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}$ auf $[0, \infty)$.
tbd

(iii) $h_n(x) = n\left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x}\right)$
tbd

(iv) $k_n(x) = \arctan(nx)$ auf $[-\infty, \infty]$.
tbd

Aufgabe 12: *Gleichmäßige Konvergenz von Reihen*

Untersuchen Sie folgende Funktionsreihen auf gleichmäßige Konvergenz.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^\alpha}$ für $x \in \mathbb{R}$ und festes $\alpha > 1$.
tbd

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ für $x \in \mathbb{R}$.
tbd

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^2+n}{n^2}$ für $x \in \mathbb{R}$.
tbd