

## Übungsblatt 8

Besprechungstermin: 13.06.2012

### Aufgabe 1

- a) Geben Sie ein Beispiel für eine nicht stetige Funktion  $f$  über  $\mathbf{cpo}$ 's an.
- b) Beweisen Sie, dass die Komposition stetiger Funktionen wieder eine stetige Funktion ergibt.

### Aufgabe 2

- a) Zeigen Sie, wie Sie zu gegebenen  $\mathbf{cpo}$ s  $D_1, \dots, D_n$  mit  $n \geq 2$  den Bereich der disjunkten Vereinigung  $(D_1 + \dots + D_n)$  erklären können.
- b) Definieren Sie folgende Injektions-, Projektions- und Testfunktionen in kanonischer Weise:

$$\begin{aligned} \mathbf{in}_i &: D_i \rightarrow (D_1 + \dots + D_n) && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \\ \mathbf{out}_i &: (D_1 + \dots + D_n) \rightarrow D_i && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \\ \mathbf{is}_i &: (D_1 + \dots + D_n) \rightarrow \mathbf{Bool}_\perp && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

### Aufgabe 3

Definieren Sie stetige Erweiterungen der Addition und des Tests auf Gleichheit, so dass diese Operationen total werden auf den  $\mathbf{cpo}$ 's  $\mathbf{N}_\perp$  und  $\mathbf{Bool}_\perp$ . Diskutieren Sie, ob es mehrere solcher Erweiterungen gibt.

### Aufgabe 4

Seien  $D_1$  und  $D_2$   $\mathbf{cpo}$ 's und  $f : D_1 \rightarrow D_2$  und  $g : D_2 \rightarrow D_1$ , stetige Funktionen. Beweisen Sie:

$$\begin{aligned} \mathbf{fix}_{f \circ g} &= f(\mathbf{fix}_{g \circ f}) \quad \text{und} \\ \mathbf{fix}_{g \circ f} &= g(\mathbf{fix}_{f \circ g}) \end{aligned}$$