Max Wisniewski , Alexander Steen

Tutor: Lena Schlipf

Aufgabe 1

Sei $S = \{s_1, s_2, ..., s_n\}$ eine Menge von n paarweise verschiedenen Elementen aus einem totalgeordneten Universum. Seien $w_1, w_2, ..., w_n$ positive Gewichte, so dass das Element s_i Gewicht w_i hat. Es gelte $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$. Gesucht ist der *gewichtete Median* von S.

(a) Angenommen, Sie haben eine Funktion, welche den gewichteten Median in Zeit $T(n)$ bestimmt. Zeigen Sie, wie man den (normalen) Median in Zeit $O(n) + T(n)$ berechnen kann.

(b) Zeigen Sie, wie man den gewichteten Median in $O(n \cdot \log n)$ Zeit berechnen kann.

(c) Zeigen Sie, wie man den gewichteten Median in $O(n)$ Zeit finden kann, wenn ein Linearzeitalgorithmus zum Finden des normalen Medians zur Verfügung steht.

Aufgabe 2

In der Vorlesung wurden zur Berechnung des BFPRT-Algorithmus die Menge in 5er Gruppen unterteilt. Untersuchen Sie, wie sich der Algorithmus für $k = 2n + 1,\ n \in \mathbb{N}$ verhält.

Aufgabe 3

(a) Für zwei ganzzahlige Vektoren $x = (x_1; x_2; ...; x_n)$ und $y = (y_1; y_2; ...; y_n))$ mit $0 \leq x_i, y_i \leq M$ und einen Wert $u > M$ betrachten wir die Zahlen

$$a = x_1 u^n + x_2 u^{n-1} + ... + x_n u^1$$

und

$$b = y_1 u^n + y_2 u^{n-1} + ... + y_n u^1.$$

Zeigen Sie: $a = b \Leftrightarrow x = y$, $a < b \Leftrightarrow x < y$(lexikographisch).

(b) Entwerfen Sie einen Algorithmus, der für zwei gegebene Folgen nichtnegativer Zahlen $x = (x_1; ...; x_m)$ und $y = (y_1; ...; y_n)$ in "linearerSZeit entscheidet, ob x als Teilfolge $(y_{i+1}, ..., y_{i+m})$ in y vorkommt $(0 \leq i \leq n - m)$. Berechnen Sie die Kosten des Algorithmus im EKM und im LKM.