

Aufgabenblatt 3

zur Analysis II

9. (2+2+2+2+2+2+2+2+2 Punkte)
Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a.

$$\int \frac{\log(\log(x))}{x} dx ,$$

b.

$$\int \sin^3(x) dx ,$$

c.

$$\int (\arcsin(x))^2 dx ,$$

d.

$$\int \frac{2x^2 + x + 1}{(x+3)(x-1)^2} dx .$$

Hinweis: Benutzen Sie Methoden wie Partialbruchzerlegung, Substitution und partielle Integration.
Eine der trickreichsten Substitutionen ist $t = \tan(\frac{x}{2})$, das heißt $x = 2 \arctan(t)$ und

$$dx = \frac{2}{1+t^2} dt .$$

Prüfen Sie nach, dass dann die folgenden Identitäten gelten:

e.

$$\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2} ,$$

f.

$$\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2} .$$

Damit führt diese Substitution jedes Integral, dessen Integrand nur \sin und \cos , verbunden durch Addition, Multiplikation oder Division, enthält, in das Integral einer rationalen Funktion über.

Bestimmen Sie:

g.

$$\int \frac{1}{1+\sin(x)} dx ,$$

h.

$$\int \frac{1}{3+5\sin(x)} dx .$$