

1. Übung zur Vorlesung

COMPUTERORIENTIERTE MATHEMATIK 2

SoSe 2012

<https://dms-numerik.mi.fu-berlin.de/knowledgeTree/jump.php?VL=coma2>

Abgabe: Mo 30.04.2012, 10:00 Uhr, Tutorenfächer, Arnimallee 3, 1. OG

ALLGEMEINE HINWEISE

Jedes Übungsblatt beinhaltet 12 Punkte. Werden bei Programmieraufgaben Testläufe gefordert, protokollieren Sie diese mit dem `matlab`-Befehl `diary`. **Legen Sie ferner ein Programm bei, daß alle geforderten Testläufe ausführt und ohne Angabe von Argumenten gestartet werden kann.**

Alle Programmieraufgaben und Protokolle müssen pünktlich per E-Mail als Anhang an den jeweiligen Tutor geschickt werden. Die Betreff/Subject-Zeile muss dabei **immer** mit dem Text `[CoMa2]` beginnen. Aus dem Text der E-Mail muss hervorgehen, wer an der Bearbeitung der Aufgaben mitgewirkt hat. Außerdem sind Ausdrücke der Dateien zusammen mit den Theorieaufgaben abzugeben.

1. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sind die Matrix A und die beiden Vektoren b_1 und b_2 ,

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \varepsilon \end{bmatrix}, \quad b_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad b_2 := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

wobei $0 < \varepsilon \ll 1$ als Eingabe aufgefasst werden soll.

- Berechne die Kondition $\kappa(A) = \|A\|_\infty \|A^{-1}\|_\infty$.
- Berechne nun die Lösungen x_1 und x_2 der beiden linearen Gleichungssysteme $Ax_1 = b_1$ und $Ax_2 = b_2$. Beachte, dass die Matrix A und die rechte Seite b_1 den gemeinsamen Eingabewert ε haben; sie sind miteinander verkoppelt. Interpretiere die Ergebnisse mit Hinblick auf den Wert von $\kappa(A)$.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Wir betrachten die Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{2,2}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}.$$

Offenbar ist $A = B$.

- a) Bestimmen Sie numerisch mit dem „\“-Operator in `matlab` die Lösungen der Gleichungssysteme

$$Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad By = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Dabei sollen die Matrizen A und B wie oben definiert in `matlab` eingegeben werden. Was beobachten Sie?

- b) Erklären Sie Ihre Beobachtungen.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die durch die 1-Norm induzierte Matrixnorm einer $n \times n$ -Matrix gleich der „maximalen Spaltensumme“ ist:

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| .$$

Orientieren Sie sich dabei an der Herleitung der ∞ -Norm einer Matrix.