[G] Sudut Dua Vektor

Batas Waktu = 1 detik

Batas *Memory* = 100 MB

Deskripsi Masalah

Bagaimana cara mengukur besar sudut terkecil antara dua vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ di sebuah ruang berdimensi dua atau tiga? Sebagian dari Anda mungkin masih mengingat cara menghitung besar sudut terkecil antara dua vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2)$ pada ruang berdimensi dua (selanjutnya dinotasikan dengan $\mathbb{R}^2$) dengan formulasi berikut:

$$\theta = \arccos\left(\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}\right),$$

dengan

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2,$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2},$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2},$$

dan $\arccos(x)$ menyatakan besar sudut terkecil (dalam radian) yang dibentuk oleh vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$. Nilai dari $\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$ dapat diperumum ke ruang berdimensi n, yaitu $\mathbb{R}^n$, dengan memanfaatkan ketaksamaan Cauchy-Schwarz, yaitu

$$|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|.$$

Dalam hal ini, bila $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, maka

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \cdots + u_n v_n = \sum_{i=1}^{n} u_i v_i,$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2},$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}.$$

Jika $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ keduanya vektor tak nol (vektor nol adalah vektor yang seluruh komponennya nol), maka $\|\vec{u}\| \neq 0$ dan $\|\vec{v}\| \neq 0$, sehingga kita memiliki

$$\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|} \leq 1$$

yang ekuivalen dengan

$$-1 \leq \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|} \leq 1.$$

Pada $\mathbb{R}^n$, nilai $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$ dinanamakan similaritas *cosinus*. Nilai ini banyak diterapkan pada penambangan data dan penambangan teks. Diberikan dua buah vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$, tugas Anda adalah menghitung similaritas cosinus antara dua vektor tersebut. Ada beberapa catatan:

1. Nilai similaritas *cosinus* dapat dihitung bila kedua vektor yang ditinjau berada pada dimensi yang sama. Jika tidak, maka program mengeluarkan string `DIMENSI SALAH`.
2. Nilai similaritas *cosinus* dapat dihitung bila kedua vektor yang ditinjau bukan vektor nol. Jika tidak, maka program mengeluarkan string `TAK TERDEFINISI`.
3. Jika dua vektor yang ditinjau bukan vektor nol dan keduanya berada pada dimensi yang sama, maka nilai dari similaritas *cosinus* dihitung memakai formulasi yang telah dijelaskan pada soal, yaitu $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$. Pada soal ini angka dibulatkan hingga tiga angka di belakang koma.

Format Masukan dan Keluaran

Masukan terdiri dari dua baris, baris pertama terdiri atas M angka yang dipisahkan dengan spasi dengan $1 \leq M \leq 10$. Sedangkan baris kedua terdiri atas N angka yang dipisahkan dengan spasi dengan $1 \leq N \leq 10$. Setiap angka dapat berupa bilangan real pada rentang $[-10,10]$.

Keluaran dari program adalah `DIMENSI SALAH` (jika vektor yang akan dihitung nilai similaritas *cosinus*-nya berada di dimensi yang berbeda), `TAK TERDEFINISI` (bila vektor yang akan dihitung berada di dimensi yang sama, namun salah satunya adalah vektor nol, yaitu vektor yang semua komponennya nol), dan nilai similaritas *cosinus* yang dimaksud (bila hal tersebut dapat dihitung). Nilai similaritas *cosinus* dibulatkan hingga tiga angka di belakang koma.

Contoh Masukan/Keluaran

Masukan	Keluaran
`-1 0 1` `0 0`	`DIMENSI SALAH`
`-1 0 1` `0 0 0`	`TAK TERDEFINISI`
`-1 -2 2` `1 2 2`	`-0.111`

Penjelasan untuk contoh ke-3: kita memiliki $\vec{u} = (-1, -2, 2)$ dan $\vec{v} = (1,2,2)$, maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1 - 4 + 4 = -1$, $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$, dan $\|\vec{v}\| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$. Akibatnya $\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|} = \frac{-1}{9} = -0.111$.