



## EXAME DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Cursos de Engenharia: Mecânica

13 de Janeiro de 2005 Duração: 3 horas

APRESENTE TODOS OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFECTUAR

1. Pensei em dois números  $x$  e  $y$ . O produto dos dois somado ao cubo do segundo é igual a 3 e o logaritmo neperiano do segundo adicionado à metade do primeiro é 1. Em que números pensei?

- a) Formule o problema como um sistema de equações.
- b) Resolva-o utilizando para aproximação inicial o ponto  $(1.9, 1.1)$ . Apresente o resultado obtido no final de uma iteração e a correspondente estimativa do erro relativo.

2. Considere a seguinte tabela da função  $f(x)$

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$a$	2	1	0	4

 $a \in \mathbb{R}$ .

Determine  $a$  de modo a que o polinómio interpolador de  $f(x)$  nos pontos da tabela dada seja de grau 3. Justifique.

3. A docente responsável pela disciplina de Métodos Numéricos I registou para 8 alunos, os resultados obtidos nos mini-testes e a respectiva classificação final obtida na disciplina

mini-testes	1.2	1.75	1.1	2.0	0.5	0.8	1.0	1.5
classificação final	16	18	16	19	10	11	14	16

- a) Determine no sentido dos mínimos quadrados a recta que melhor aproxima os dados da tabela.
- b) Qual será a estimativa do resultado a ter nos mini-testes para poder obter uma classificação final de 17?

4. Considere a função  $f(x)$  definida por

$x$	-2	0	1	2
$f(x)$	-8	0	1	8

Sabendo que  $s_3^{1''}(-2) = 12$  e  $s_3^{n''}(2) = 20$  estime o valor de  $f(-1)$  através de uma 'spline' cúbica.

5. A velocidade de um projectil lançado na vertical pode ser descrita pela seguinte equação diferencial

$$mv'(t) + mg + kv(t)|v(t)| = 0$$

onde

$v(t)$  é a velocidade do projectil

$m = 0.25Kg$  é a massa do projectil

$k = 0.02Kg/m$  é o coeficiente de resistência do ar

$g = 10m/s^2$  é a aceleração da gravidade

Sabendo que  $v(0) = 20m/s$  determine pelo método de Runge-Kutta, os valores da velocidade do projectil no intervalo de tempo  $[0, 1.5]$  para instantes espaçados de  $0.75s$ . Comente os resultados obtidos.

6. Pretende-se calcular

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

com erro, em valor absoluto, inferior a  $\frac{1}{600}$  usando a fórmula composta do trapézio.

a) Qual deve ser o passo escolhido?

b) Baseado na alínea a) calcule uma estimativa do integral.

**FIM**