"Records"

Sendo p um valor do tipo PontoC, p $\{xx=0\}$ é um novo valor com o campo xx=0 e os restantes campos com o valor que tinham em p.

Exemplos:

```
p1 {cor = Amarelo} = Pt {xx=3.2, yy=5.5, cor=Amarelo}
p3 {xx=0, yy=0} = Pt {xx=0, yy=0, cor=Verde}

simetrico :: PontoC -> PontoC
simetrico p = p {xx=(yy p), yy=(xx p)}
```

É possível ter campos etiquetados em tipos com mais de um construtor. Um campo não pode aparecer em mais do que um tipo, mas dentro de um tipo pode aparecer associado a mais de um construtor, desde que tenha o mesmo tipo.

Exemplo:

121

Polimorfismo paramétrico

Com já vimos, o sistema de tipos do Haskell incorpora tipos polimórficos, isto é, tipos com variáveis (*quantificadas universalmente*, de forma implícita).

Exemplos:

Para qualquer tipo a, [a] é o tipo das listas com elementos do tipo a.

Para qualquer tipo a, (ArvBin a) é o tipo das árvores binárias com nodos do tipo a.

As variáveis de tipo podem ser vistas como *parâmetros* (dos constructores de tipos) que podem ser substituídos por tipos concretos. Esta forma de polimorfismo tem o nome de *polimorfismo paramétrico*.

Exemplo:

```
length :: [a] -> Int
length [] = 0
length (_:xs) = 1 + (length xs)

Prelude> :t length
length [: forall a. [a] -> Int
length [5.6,7.1,2.0,3.8] ⇒ 4
length ['a','b','c'] ⇒ 3
length [(3,True),(7,False)] ⇒ 2
```

O tipo $[a] \rightarrow Int$ não é mais do que uma abreviatura de $\forall a. [a] \rightarrow Int$:

"para todo o tipo a, [a]->Int é o tipo das funções com domínio em [a] e contradomínio Int".

Polimorfismo ad hoc (sobrecarga)

O Haskell incorpora ainda uma outra forma de polimorfismo que é a *sobrecarga de funções*. Um mesmo identificador de função pode ser usado para designar funções computacionalmente distintas. A esta característa também se chama *polimorfismo ad hoc*.

Exemplos:

strings, booleanos, ...

O operador (+) tem sido usado para somar, tanto valores inteiros como valores decimais.

O operador (==) pode ser usado para comparar inteiros, caracteres, listas de inteiros,

Afinal, qual é o tipo de (+) ? E de (==)?

```
A sugestão (+) :: a -> a -> a (==) :: a -> a -> Bool
```

Faria com que fossem aceites espressões como, por exemplo:

```
('a' + 'b') , (True + False) , ("esta'" + "errado") ou (div == mod) ,
```

e estas expressões resultariam em **erro**, pois estas operações não estão preparadas para trabalhar com valores destes tipos.

Em Haskell esta situação é resolvidas através de **tipos qualificados** (qualified types), fazendo uso da nocão de **classe**.

123

Tipos qualificados

Conceptualmente, um tipo qualificado pode ser visto como um tipo polimórfico só que, em vez da quantificação universal da forma "para todo o tipo a, ..." vai-se poder dizer "para todo o tipo a que pertence à classe C, ..." . Uma classe pode ser vista como um conjunto de tipos.

Exemplo:

Sendo Num uma classe *(a classe dos números)* que tem como elementos os tipos: Int, Integer, Float, Double, ..., pode-se dar a (+) o tipo preciso de:

```
\forall a \in Num.a -> a -> a
```

```
o que em Haskell se vai escrever: (+) :: Num a \Rightarrow a \rightarrow a \rightarrow a
```

e lê-se: "para todo o tipo a que pertence à classe Num, (+) tem tipo a->a->a".

Uma classe surge assim como uma forma de classificar tipos (quanto às funcionalidades que lhe estão associadas). Neste sentido as classes podem ser vistas como os *tipos dos tipos*.

Os tipos que pertencem a uma classe também serão chamados de *instâncias* da classe.

A capacidade de *qualificar* tipos polimórficos é uma característica inovadora do Haskell.

Classes & Instâncias

Uma *classe* estabelece um conjunto de assinaturas de funções (os *métodos da classe*). Os tipos que são declarados como *instâncias* dessa classe têm que ter definidas essas funções.

Exemplo: A seguinte declaração (simplificada) da classe Num

```
class Num a where
(+) :: a -> a -> a
(*) :: a -> a -> a
```

<u>impõe que</u> todo o tipo a da classe <u>Num</u> tenha que ter as operações (+) e (*) definidas.

Para declarar Int e Float como elementos da classe Num, tem que se fazer as seguintes declaracões de instância

Neste caso as funções primPlusInt, primMulInt, primPlusFloat e primMulFloat são funções primitivas da linguagem.

```
Se x::Int e y::Int então x + y \equiv x \ primPlusInt \ y
Se x::Float e y::Float então x + y \equiv x \ primPlusFloat \ y
```

Tipo principal

O tipo principal de uma expressão ou de uma função é o tipo mais geral que lhe é possível associar, de forma a que todas as possíveis instâncias desse tipo constituam ainda tipos válidos para a expressão ou função.

Qualquer expressão ou função válida tem um tipo principal *único*. O Haskell *infere* sempre o tipo principal das expressões ou funções, mas é sempre possível associar tipos mais específicos (que são instância do tipo principal).

Exemplo: O tipo principal inferido pelo haskell para o operador (+) é

$$(+)$$
 :: Num a => a -> a -> a

Mas, (+) :: Int -> Int -> Int (+) :: Float -> Float -> Float | são também tipos válidos dado que tanto Int como Float são instâncias da classe Num, e portando podem substituir a variável a.

Note que Num a não é um tipo, mas antes uma restrição sobre um tipo. Diz-se que (Num a) é o *contexto* para o tipo apresentado.

Exemplo:

```
sum [] = 0 O tipo principal da função sum é sum (x:xs) = x + sum xs sum :: Num a \Rightarrow [a] \rightarrow a
```

- sum::[a]->a seria um tipo demasiado geral. Porquê?
- Qual será o tipo principal da função product ?

Definições por defeito

Relembre a definição da função pré-definida elem:

```
elem x [] = False
elem x (y:ys) = (x==y) || elem x ys

É necessário que (==) esteja definido para o
tipo dos elementos da lista.
```

Existe pré-definida a classe Eq. dos tipos para os quais existe uma operação de iqualdade.

```
class Eq a where
  (==) :: a -> a -> Bool
  (/=) :: a -> a -> Bool
  -- Minimal complete definition: (==) or (/=)
  x == y = not (x /= y)
  x /= y = not (x == y)
```

Esta classe establece as funções (==) e (/=) e, para além disso, fornece também **definicões por defeito** para estes métodos (*default methods*).

Caso a definição de uma função seja omitida numa declaração de instância, o sistema assume a definição por defeito feita na classe. Se existir uma nova definição do método na declaração de instância, será essa definição a ser usada.

127

Exemplos de instâncias de Eq

```
O tipo Cor é uma instância da classe Eq com (==) definido como se segue:
```

O método (/=) está definido por defeito.

```
instance Eq Cor where
  Azul == Azul = True
  Verde == Verde = True
  Amarelo == Amarelo = True
  Vermelho == Vermelho = True
  _ == _ = False
```

(==) de Nat

O tipo Nat também pode ser declarado como instância da classe Eq:

```
instance Eq Nat where

(Suc n) == (Suc m) = n == m

Zero == Zero = True

_ == _ = False
```

(==) de Float

O tipo PontoC com instância de Eq:

```
instance Eq PontoC where

(Pt x1 y1 c1) == (Pt x2 y2 c2) = (x1==x2) && (y1==y2)
&& (c1==c2)
```

Nota: (==) é uma função recursiva em Nat, mas não em PontoC.

128

126

125

Instâncias com restrições

Relembre a definição das árvores binárias.

```
data ArvBin a = Vazia
| Nodo a (ArvBin a) (ArvBin a)
```

Como poderemos fazer o teste de igualdade para árvores binárias ?

Duas árvores são iguais se tiverem a mesma estrutura (a mesma forma) e se os valores que estão nos nodos também forem iguais.

Portanto, para fazer o teste de igualdade em (ArvBin a), necessariamente, tem que se saber como testar a igualdade entre os valores que estão nos nodos, i.e., em a.

Só poderemos declarar (ArvBin a) como instância da classe Eq se a for também uma instância da classe Eq.

Este tipo de *restrição* pode ser colocado na declaração de instância, fazendo:

Instâncias derivadas de Eq

O testes de igualdade definidos até aqui implementam a **igualdade estrutural** (dois valores são iguais quando resultam do mesmo construtor aplicado a argumentos também iguais).

Quando assim é <u>pode-se evitar</u> a declaração de instância se na declaração do tipo for acrescentada a instrucão **deriving Eq.**

Exemplos: Com esta declarações, o Haskell deriva automáticamente declarações de instância de Eq (iguais às que foram feitas) para estes tipos.

Mas, nem sempre a igualdade estrutural é a desejada.

Exemplo: Relembre o tipo de dados **Figura**:

Neste caso queremos que duas figuras sejam consideradas iguais ainda que a ordem pela qual os valores são passados possa ser diferente.

131

Exercícios:

 Considere a seguinte definição de tipo, para representar horas nos dois formatos usuais.

Declare Time como instância da classe Eq de forma a que (==) teste se dois valores representam a mesma hora do dia, independentemente do seu formato.

• Qual o tipo principal da seguinte função:

```
lookup x ((y,z):yzs) | x /= y = lookup x yzs | othewise = Just z lookup \_ [] = Nothing
```

• Considere a seguinte declaração: type Assoc a b = [(a,b)]

Será que podemos declarar (Assoc a b) como instância da classe Ea?

Herança

O sistema de classes do Haskell também suporta a noção de herança.

Exemplo: Podemos definir a classe Ord como uma extensão da classe Eq.

-- isto é uma simplificação da classe Ord já pré-definida

```
class (Eq a) => Ord a where

(<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool

max, min :: a -> a -> a
```

A classe Ord herda todos os métodos de Eq e, além disso, establece um conjunto de operações de comparação e as funções máximo e mínimo.

Diz-se que Eg é uma *superclasse* de Ord, ou que Ord é uma *subclasse* de Eg.

Todo o tipo que é instância de Ord tem necessáriamente que ser instância de Eq.

Exemplo:

```
estaABProc :: Ord a => a -> ArvBin a -> Bool
estaABProc _ Vazia = False
estaABProc x (Nodo y e d) | x < y = estaABProc x e | x > y = estaABProc x d | x == y = True

A restrição (Eq a) não é necessária. Porquê?
```

Herança múltipla

O sistema de classes do Haskell também suporta herança múltipla. Isto é, uma classe pode ter mais do que uma superclasse.

Exemplo: A classe Real, já pré-definida, tem a seguinte declaração

```
class (Num a, Ord a) => Real a where
  toRational :: a -> Rational
```

A classe $\underbrace{\text{Real}}$ herda todos os métodos da classe $\underbrace{\text{Num}}$ e da classe $\underbrace{\text{Ord}}$ e establece mais uma função.

NOTA: Na declaração dos tipos dos métodos de uma classe, é possível colocar restrições às variáveis de tipo, excepto à variável de tipo da classe que está a ser definida.

Exemplo:

```
class C a where

m1 :: Eq b => (b,b) -> a -> a

m2 :: Ord b => a -> b -> b -> a
```

O método m1 impõe que b pertença à classe Eq, e o método m2 impõe que b pertença a Ord. Restrições à variável a, se forem necessárias, terão que ser feitas no contexto da classe, e nunca ao nível dos métodos.

A classe Ord

```
class (Eq a) => Ord a where
   compare
                          :: a -> a -> Ordering
    (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
                         :: a -> a -> a
   max. min
    -- Minimal complete definition: (<=) or compare
    -- using compare can be more efficient for complex types
    compare x v | x==v
                           = E0
                           = LT
                 x<=v
                | otherwise = GT
                           = compare x v /= GT
   x <= v
   x < v
                           = compare \times \vee == LT
   x >= y
                           = compare x y /= LT
                           = compare x y == GT
   x > y
   max x v
             | x <= v
               otherwise = x
   min x y
             | x <= y
                           = x
              otherwise = v
```

135

Exemplos de instâncias de Ord

Exemplo:

```
instance Ord Nat where
  compare (Suc _) Zero = GT
  compare Zero (Suc _) = LT
  compare Zero Zero = EQ
  compare (Suc n) (Suc m) = compare n m
```

Instâncias da classe Ord podem ser derivadas automaticamente. Neste caso, a relação de ordem é establecida com base na ordem em que os construtores são apresentados e na relação de ordem entre os parâmetros dos construtores.

Exemplo:

```
ar1 = N0 1 V V

ar2 = N0 2 V V

> V < ar1

True
> ar1 < ar2

True
> (N0 4 ar1 ar2) < (N0 5 ar2 ar1)

True
> (N0 4 ar1 ar2) < (N0 3 ar2 ar1)

False
> (N0 4 ar1 ar2) < (N0 4 ar2 ar1)

True
```

As restrições às variáveis de tipo que são impostas pelo contexto, *propagam-se* ao logo do processo de inferência de tipos do Haskell.

Exemplo: Relembre a definição da função quicksort.

Note como o contexto (Ord a) do tipo da função parte se propaga para a função quicksort.

137

138

A classe Show

A classe Show establece métodos para converter um valor de um tipo qualquer (que lhe pertenca) numa string.

O interpretador Haskell usa o método show para apresentar o resultado dos seu cálculos.

```
type ShowS = String -> String A função showsPrec usa uma string como acumulador. É muito eficiente. shows = showsPrec 0
```

Exemplos de instâncias de Show

Exemplo:

```
natToInt :: Nat -> Int
natToInt Zero = 0
natToInt (Suc n) = 1 + (natToInt n)

instance Show Nat where
    show n = show (natToInt n)
2
> Suc (Suc Zero)
```

Instâncias da classe Show podem ser derivadas automaticamente. Neste caso, o método show produz uma string com o mesmo aspecto do valor que lhe é passado como argumento.

Exemplo: Se, em alternativa, tivessemos feito

```
data Nat = Zero | Suc Nat
deriving Show teriamos > Suc (Suc Zero)
Suc (Suc Zero)
```

Exemplo:

```
instance Show Hora where
show (AM h m) = (show h) ++ ":" ++ (show m) ++ " am"
show (PM h m) = (show h) ++ ":" ++ (show m) ++ " pm"

> (AM 9 30)
9:30 am

> (PM 1 35)
1:35 pm
```

139

A classe Num

A classe Num está no topo de uma *hierarquia de classes (numéricas)* desenhada para controlar as operações que devem estar definidas sobre os diferentes tipos de números.

Os tipos Int. Integer. Float e Double, são instâncias desta classe.

A função fromInteger converte um Integer num valor do tipo Num a => a.

```
Prelude> :t 35 35 :: Num a => a
```

35 é na realidade (fromInteger 35)

```
Prelude> 35 + 2.1 37.1
```

Exemplos de instâncias de Num

Exemplo:

```
instance Num Nat where
    (+) = somaNat
    (*) = prodNat
    (-) = subtNat
    fromInteger = deInteger
    abs = id
    signum = sinal
    negate n = error "indefinido ..."
```

Note que Nat iá pertence às classes Eg e Show.

141

142

```
prodNat :: Nat -> Nat -> Nat
prodNat Zero = Zero
prodNat (Suc n) m = somaNat m (prodNat n m)
subtNat :: Nat -> Nat -> Nat
subtNat n Zero
subtNat (Suc n) (Suc m) = subtNat n m
                      = error "indefinido ..."
subtNat Zero
                                  deInteger :: Integer -> Nat
sinal :: Nat -> Nat
                                  deInteger 0
                                                 = Zero
sinal Zero = Zero
                                  deInteger (n+1) = Suc (deInteger n)
sinal (Suc _) = Suc Zero
                                  deInteger _
                                                 = error "indefinido ..."
somaNat :: Nat -> Nat -> Nat
somaNat Zero n = n
somaNat (Suc n) m = Suc (somaNat n m)
```

```
tres = Suc (Suc (Suc Zero))
quatro = Suc tres
                                          método da classe Num
                                                somaNat
                       > tres + quatro
   usa o método
                      > tres *_quatro
   show
                                          método da classe Num
                                               prodNat
> tres + 10
13
```

Nota: Não é possível derivar automaticamente instâncias da classe Num.

A classe Enum

A classe **Enum** establece um conjunto de operações que permitem *sequências aritméticas*.

```
class Enum a where
   succ, pred
                        :: a -> a
   toEnum
                        :: Int -> a
   fromEnum
                        :: a -> Int
   enumFrom
                        :: a -> [a]
                                                 -- [n..]
   enumFromThen
                        :: a -> a -> [a]
                                                 -- [n.m..]
   enumFromTo
                        :: a -> a -> [a]
                                                -- [n..m]
                        :: a -> a -> a -> [a]
                                                -- [n,n'..m]
   enumFromThenTo
   -- Minimal complete definition: toEnum, fromEnum
   succ
                         = toEnum . (1+)
                                              . fromEnum
   pred
                         = toEnum . subtract 1 . fromEnum
   enumFrom x
                         = map toEnum [ fromEnum x ..]
                         = map toEnum [ fromEnum x, fromEnum v ..]
   enumFromThen x v
   enumFromTo x v
                         = map toEnum [ fromEnum x .. fromEnum v ]
   enumFromThenTo x v z = map toEnum [ fromEnum x. fromEnum v .. fromEnum z ]
```

Entre as instâncias desta classe contam-se os tipos: Int, Integer, Float, Char, Bool, ...

Exemplos:

```
Prelude> ['a'..'z']
Prelude> [2,2.5 .. 4]
Γ2.0.2.5.3.0.3.5.4.01
                        "abcdefghijklmnopgrstuvwxvz"
```

143

Exemplos de instâncias de Enum

Exemplo:

```
instance Enum Nat where
    toEnum = intToNat
        where intToNat :: Int -> Nat
              intToNat 0
                            = Zero
              intToNat (n+1) = Suc (intToNat n)
    fromEnum = natToInt
```

```
[Zero, tres .. (tres * tres)]
[0,3,6,9]
> [Zero .. tres]
[0,1,2,3]
> [(Suc Zero), tres ..]
[1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25, ...
```

É possível derivar automaticamente instâncias da classe Enum, apenas em tipos enumerados.

Exemplo:

```
data Cor = Azul | Amarelo | Verde | Vermelho
    deriving (Enum, Show)
> [Azul .. Vermelho]
[Azul.Amarelo.Verde.Vermelho]
```

A classe Read

A classe Read establece funções que são usadas na conversão de uma string num valor do tipo de dados (instância de Read).

```
class Read a where
    readsPrec :: Int -> ReadS a
    readList :: ReadS [a]
    -- Minimal complete definition: readsPrec
    readList = ...
read :: Read a => String -> a
read s = case [x \mid (x,t) \leftarrow reads s, ("","") \leftarrow lex t] of
               [x] \rightarrow x
               [] -> error "Prelude.read: no parse"
                  -> error "Prelude.read: ambiguous parse"
```

```
type ReadS a = String -> [(a,String)]
```

data Time = Am Int Int

```
reads :: Read a => ReadS a
reads = readsPrec 0
```

lex é um analisador léxico definido no Prelude.

145

146

Podemos definir instâncias da classe Read que permitam fazer o parser do texto de acordo com uma determinada sintaxe. (Mas isso não é tópico de estudo nesta disciplina.)

Instâncias da classe Read podem ser derivadas automaticamente. Neste caso, a função read recebendo uma string que obedeca às regras sintácticas de Haskell produz o valor do tipo correspondente.

Exemplos:

Porauê?

```
data Nat = Zero | Suc Nat
                    Pm Int Int
                                        deriving Read
                   | Total Int Int
           deriving (Show, Read)
É necessario indicar o tipo do
Am 8 30
                                       valor a produzir.
> read "(Total 17 15)" :: Time
Total 17 15
 read "Suc (Suc Zero)" :: Nat
                                      Quase todos os tipos pré-definidos
                                      pertencem à classe Read.
> read "[2,3,6,7]" :: [Int]
[2,3,6,7]
> read "[Zero, Suc Zero]" :: [Nat]
[0,1]
```

Declaração de tipos polimórficos com restrições nos parâmetros

Na declaração de um tipo algébrico pode-se exigir que os parâmetros pertençam a determinadas classes

data (Ord a) => STree a = Null

Exemplo:

```
| Branch a (STree a) (STree a)
delSTree x Null = Null
delSTree x (Branch v e Null) | x == v = e
delSTree \times (Branch y Null d) \mid x == y = d
delSTree x (Branch y e d)
              x < y = Branch y (delSTree x e) d
              x > y = Branch y e (delSTree x d)
             | x == y = let z = minSTree d
                       in Branch z e (delSTree z d)
minSTree (Branch x Null) = x
minSTree (Branch _ e _) = minSTree e
```

Na declaração de tipos sinónimos também se podem impôr restrições de classes.

Exemplo:

type TAssoc a b = $(Eq a) \Rightarrow [(a,b)]$

147

Hierarquia de classes pré-definidas do Haskell

