

Departamento de Produção e Sistemas  
Universidade do Minho

**Modelos Determinísticos de Investigação Operacional**

**(LEI)**

Exame de Fim-Semestre - 00 de Zeroembro de 0000 Duração - 2:00 horas (tolerância - 0:30)

Responda às questões utilizando técnicas adequadas à resolução de problemas de grande dimensão.

1. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & x_1 + 3x_2 \\ \text{su.} & -2x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- Escreva o modelo dual do problema acima apresentado.
- Selecione dois pontos válidos, um do domínio primal e outro do dual, com valores de função objectivo diferentes, e mostre que o Teorema da Dualidade Fraca é válido.
- Considere o ponto óptimo primal  $(x_1, x_2)^* = (2, 7)$  e o ponto óptimo dual  $(y_1, y_2)^* = (3, 7)$ . Mostre que se verifica o Teorema da Folga Complementar.

2. Considere o seguinte problema de programação inteira e a solução óptima da respectiva relaxação linear:

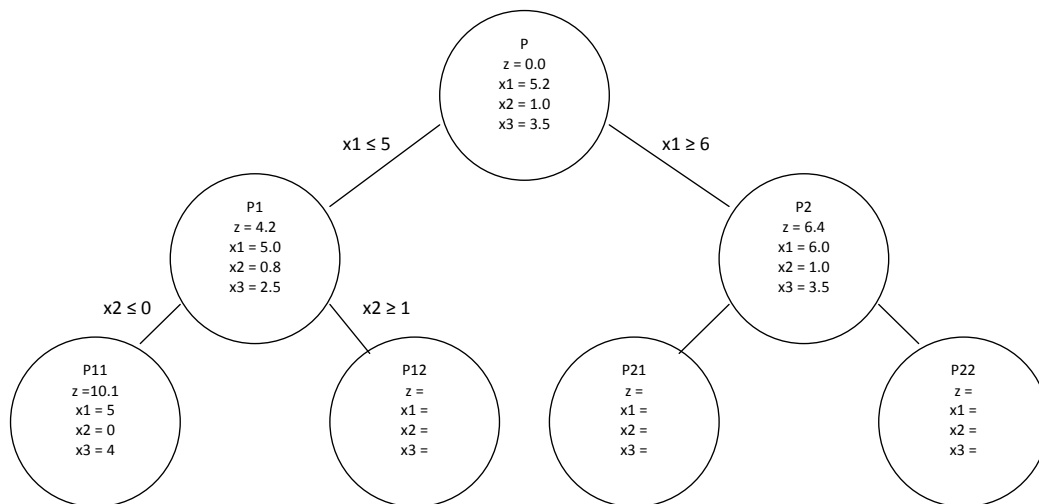
$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 + 2x_2 \\ \text{su.} & 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros}\end{array}$$

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	
$x_2$	0	1	1/5	2/5	8/5
$x_1$	1	0	3/5	1/5	9/5
	0	0	6/5	8/5	34/5

Na prática, para a resolução de problemas de programação inteira, é frequente recorrer a métodos que combinam o uso de planos de corte com *branch and bound*.

- Determine **apenas** 1 plano de corte, e obtenha a nova solução após re-optimizar o quadro simplex com o novo plano de corte.
- Apresente o plano de corte expresso em função das variáveis  $x_1$  e  $x_2$ .
- Apresente as restrições de partição que utilizaria se, partindo da solução obtida na alínea a), pretendesse prosseguir a resolução utilizando o método de *branch and bound*.
- Apresente um intervalo dentro do qual se encontre o valor da solução óptima do problema. Justifique.

3. Considere a aplicação do método de partição e avaliação ao problema de programação inteira que produziu os dados da árvore de pesquisa apresentados na figura:



- Trata-se de um problema de minimização ou de maximização? Justifique.
- Indique um intervalo no qual se encontra o valor da solução óptima inteira. Justifique.
- Indique as restrições de partição que dão origem aos nodos P21 e P22.
- De entre os nós P12, P21 e P22, quais podem ser abandonados? Justifique.

4. Uma companhia produz 3 tipos de produtos. Cada produto deve ser processado em 3 máquinas diferentes. Quando uma máquina está a funcionar, ela deve ser obrigatoriamente manuseada por um trabalhador. O tempo (em horas) necessário ao processamento de cada tipo de produto em cada uma das máquinas e o lucro associado a cada produto estão indicados na tabela seguinte:

	Produto 1	Produto 2	Produto 3
Máquina 1	2	3	4
Máquina 2	5	5	6
Máquina 3	3	2	2
Lucro	5 U.M.	8 U.M.	10 U.M.

Existem actualmente 4 máquinas de tipo 1, 3 máquinas de tipo 2, e 4 máquinas de tipo 3. A companhia tem neste momento 10 trabalhadores. A área de produção está aberta 40 horas por semana, e cada trabalhador trabalha 35 horas por semana.

a) Formule, **mas não resolva**, um modelo de Programação Linear que permita à companhia determinar o plano óptimo de produção semanal. (Nota: um trabalhador não tem de passar a semana toda a manusear uma única máquina).

b) Considere a situação seguinte: se a companhia decidir produzir cada um dos três produtos, ela irá incorrer em custos fixos de 4, 3 e 5 U.M., respectivamente, qualquer que seja o número de unidades produzidas. Descreva como alteraria, **mas não resolva**, o modelo da alínea a) para ter em conta os custos fixos.