



Nome

Número

Justifique as respostas.

Exercício 1. Considere as funções f_1 a f_4 e os gráficos numerados de 1 a 4.

$$f_1(x, y) = \cos \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$f_2(x, y) = -\frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$f_3(x, y) = |x||y|$$

$$f_4(x, y) = \cos(xy)$$

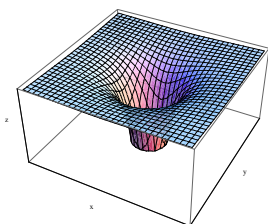


Gráfico 1

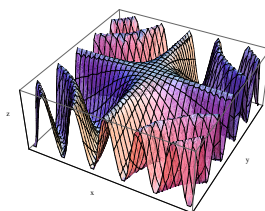


Gráfico 2

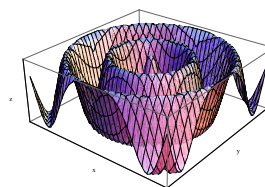


Gráfico 3

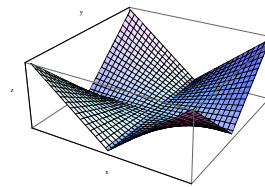


Gráfico 4

- a) Estabeleça a correspondência entre os gráficos e as funções apresentadas.
- b) Escolha uma das funções apresentadas. Caracterize as curvas de nível dessa função correspondentes aos valores -1 , 0 e 1 , esboçando-as graficamente quando possível.

Exercício 2. Descreva as superfícies de nível da função $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y, z) = e^{-(x^2 + y^2 + z^2)}$.

Exercício 3. Calcule, se existir, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x - y^2}{2x + y^2}$.

Exercício 4. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y) = \begin{cases} 1 - x, & \text{se } y \geq 0, \\ -2, & \text{se } y < 0. \end{cases}$

Estude a continuidade de f ao longo do eixo das abscissas.

Exercício 5. Considere a função $f(x, y) = x^2 + \ln y$, o ponto P de coordenadas $(3, 1)$ e o ponto Q de coordenadas $(1, 2)$. Determine a derivada direccional de f no ponto P na direcção do vector \overrightarrow{PQ} .

Exercício 6. Considere a superfície de equação $x^2 + y^2 + 3z^2 = 4$.

- a) Determine a equação do plano tangente à superfície no ponto de coordenadas $(1, 0, 1)$.
- b) Existirá algum ponto da superfície no qual o plano tangente é paralelo ao plano de equação $8x + 6y + 30z = 1$? Em caso afirmativo encontre-o, caso contrário explique porque não.

Exercício 7. Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = 3x^3 - 4y^2 - 4x + 4y + 9$.

- a) Identifique os pontos críticos de f . Verifique se correspondem a pontos extremantes de f e, em caso afirmativo, classifique-os.
- b) Diga se a curva apresentada na figura poderá corresponder a alguma curva de nível da função f .

