

introdução aos sistemas dinâmicos  
sistemas de edos lineares, homogéneas e autónomas — parte dois

1.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

1.1

Escreva a sua solução geral.

1.2

Esboce o retrato de fases das suas soluções.

2.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 3y \end{cases}$$

2.1

Escreva a sua solução geral.

2.2

Esboce o retrato de fases das suas soluções.

3.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 2y \end{cases}$$

3.1

Escreva a sua solução geral.

3.2

Esboce o retrato de fases das suas soluções.

■ 4.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$$

4.1 Escreva a sua solução geral.

4.2 Esboce o retrato de fases das suas soluções.

■ 5.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

5.1 Escreva a sua solução geral.

5.2 Esboce o retrato de fases das suas soluções.

■ 6.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 5x + y \end{cases}$$

6.1 Escreva a sua solução geral.

6.2 Esboce o retrato de fases das suas soluções.

■ 7.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

7.1

Escreva a sua solução geral.

7.2

Esboce o retrato de fases das suas soluções.

■ 8.

---

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 5x + y \end{cases}$$

8.1

Escreva a sua solução geral.

8.2

Esboce o retrato de fases das suas soluções.

■ 9.

---

Considere a seguinte equação diferencial ordinária de segunda ordem, equivalente à equação que serve de modelo ao pêndulo gravitacional simples linearizado:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0.$$

9.1

Escreva a equação diferencial acima como um sistema de duas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, introduzindo uma segunda variável  $y(t) = x'(t)$ .

9.2

Apresente a solução geral do sistema de equações diferenciais, escrevendo as constantes arbitrárias em termos dos valores iniciais  $(x_o, y_o) = (x(0), y(0))$ .

9.3

Esboce o retrato de fases das soluções do sistema de equações diferenciais. Qual o significado das curvas no espaço de fases, relativamente à variação com o tempo de  $x$  e  $y$  (recorde que  $y$  corresponde à velocidade do pêndulo)?