Universidade do Minho
Escola de Ciências
DMA

2º Teste **A**
15 · 01 · 2014

Cálculo
LEI
2013/2014

Duração: 90 minutos

Nome: **Número:**

Grupo I

Para cada questão deste grupo, assinale qual das afirmações é verdadeira. Cada resposta certa vale 1.5 valores; nenhuma afirmação selecionada vale 0 valores; cada resposta errada ou nula vale -0.5 valores. A cotação mínima neste grupo é de 0 valores.

Questão 1 O valor de $\int_0^4 |x-1|\, dx$ é igual a

a) -8. b) 0. c) 4. d) 5.

Questão 2 Seja $f : [-2,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua e par tal que $\int_{-2}^{2} f(x)\, dx = 4$. Então o valor de $\int_0^1 f(2x)\, dx$ é igual a

a) 1. b) 2. c) 3. d) 4.

Questão 3 O integral impróprio $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\, dx$ é

a) divergente. b) igual a 3/2. c) igual a 4/3. d) igual a 2.

Questão 4 A série numérica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+2}}$ é

a) divergente.
b) convergente e a sua soma é $-1/36$.
c) convergente e a sua soma é 1/12.
d) convergente e a sua soma é 3/4.

Questão 5 Sejam $u_n = \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ e $v_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$, com $n \in \mathbb{N}$. Então

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} v_n$ são convergentes.
b) $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} v_n$ são divergentes.
c) $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ é convergente e $\sum_{n=1}^{+\infty} v_n$ é divergente.
d) $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ é divergente e $\sum_{n=1}^{+\infty} v_n$ é convergente.

Questão 6 Considere as seguintes afirmações sobre séries numéricas.

A. Se $\sum_{n=1}^{+\infty} |u_n|$ é convergente, então $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ é convergente.

B. Se $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ é convergente, então $\sum_{n=1}^{+\infty} |u_n|$ é convergente.

a) **A** e **B** são verdadeiras.

b) **A** é verdadeira e **B** é falsa.

c) **A** é falsa e **B** é verdadeira.

d) **A** e **B** são falsas.

Grupo II

Responda, no próprio enunciado, às seguintes questões indicando os cálculos que tiver que efetuar bem como as respetivas justificações.

Questão 7 [2 valores] Calcule o integral

$$\int_1^{e} \ln \sqrt[4]{x}\, dx.$$

Questão 8 [2 valores] Usando a substituição $x = \operatorname{sen} t$, calcule o integral

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$\left(\text{Observe que } \cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}\right)$$

Questão 9 [3 valores] Considere a região do plano R delimitada pelas curvas $x = 0$, $x = 2$, $y = \sqrt{x}$ e $y = -x + 2$.

a) Apresente um esboço gráfico da região R.

b) Estabeleça um integral (ou soma de integrais) que dê a área da região R.

Questão 10 [2 valores] Estude a natureza da série numérica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} n}{n^2+1}.$$

Questão 11 [2 valores] Determine o intervalo de convergência da série de potências

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-3)^n}{(2n)!}.$$

(FIM)