



Comece por criar uma pasta identificada com o seu número mecanográfico que deverá ser a sua pasta de trabalho no MATLAB. Todos os exercícios deste exame devem ser resolvidos criando para o efeito um *notebook* e/ou um ou mais ficheiros M, devidamente identificados. Deve testar convenientemente os seus programas, mas não precisa de apresentar os resultados. No final, deverá submeter a sua pasta de trabalho, seguindo as indicações que irá receber.

Exercício 1. Escreva uma função que receba como argumento um vector de números inteiros v e retorne o par $[x \ y]$, onde x é o maior número par e y é o menor número ímpar do vector.

Esta função deverá: (i) estar devidamente comentada; (ii) enviar uma mensagem de erro, caso o vector v não seja de inteiros; (iii) estar preparada para lidar com a situação em que v não tem números pares ou ímpares.

Exercício 2. O *factorial generalizado* de um número a é definido do seguinte modo:

$$(a)_n := \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \\ a(a+1)(a+2) \cdots (a+n-1), & \text{se } n \geq 1 \end{cases}.$$

Por exemplo, $(2)_4 = 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ e $(\frac{1}{2})_3 = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} + 1) \times (\frac{1}{2} + 2) = \frac{15}{8}$. Escreva um programa para, dado o valor de a e n , calcular $(a)_n$.

Exercício 3. Defina uma função que aceite como argumentos um vector e um número e retorne verdadeiro se o número ocorre no vector e falso caso contrário.

Exercício 4. Considere as funções

$$f(x) = x \exp(-x) \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} -x^4 - 3x - 1, & \text{se } x > 0 \\ 3x^2 - 1, & \text{se } x \leq 0 \end{cases}.$$

- Defina as funções f e g .
- Faça uma tabela de valores destas funções para inteiros $x \in [-2, 2]$. Essa tabela deverá ter um formato análogo ao seguinte:

x	$f(x)$	$g(x)$
-2	-14.778112	11.000
-1	-2.718282	2.000
...

- Apresente, na mesma figura, o gráfico de cada uma das funções, no intervalo $[-1, 1]$. Use cores e estilos diferentes para cada caso e inclua uma legenda e um título.

(Obs: Caso não consiga definir a função g , use, em alternativa, a função $h(x) = -x^4 - 3x - 1$.)

Exercício 5. A *função de Euler*, $\phi(n)$, é definida como o número de inteiros positivos menores que n que são primos com n . Por exemplo, há 8 inteiros positivos a inferiores a 24 tais que $\text{mdc}(24, a) = 1$, a saber, 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23. Logo, $\phi(24) = 8$.

- Implemente a função de Euler, recorrendo à função do Matlab `gcd`.
- Modifique a função anterior, de forma a poder ser usada quando n é um vector de inteiros positivos.
- Naturalmente que, se p é um número primo, então $\phi(p) = p - 1$. Ilustre esta afirmação para os primos menores que 20.