



Exercício 2.1 Mostre que:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2 + y^2} = 0$ ;      b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$ ;      c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$ .

Exercício 2.2 Calcule, caso exista, cada um dos seguintes limites:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3 y$ ;      f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{y^2 - x^2}{x - y}$ ;      j)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ ;  
b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy}}{x + 1}$ ;      g)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{xy}$ ;      k)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} + x$ ;  
c)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2, e^x)$ ;      h)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x - y)^2}{x^2 + y^2}$ ;      l)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x^2 - y^2}$ ;  
d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left( \frac{\cos x}{x^2 + y^2 + 1}, e^{x^2} \right)$ ;      i)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;      m)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^5}{x^2 + y^4}$ ;  
e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 + 2}$ ;

Exercício 2.3 Apresente, caso seja possível, um prolongamento contínuo à origem de cada uma das funções definidas por:

a)  $f(x, y) = \frac{\sin(x + y)}{x + y}$ ;      c)  $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ;      e)  $f(x, y) = \frac{2x^2 y}{x^2 + 3y^2}$ ;  
b)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;      d)  $f(x, y) = \frac{2(x - 1)y^2}{x^2 + y^2}$ ;      f)  $f(x, y) = \frac{x^2 y^3}{2x^4 + y^4}$ .

Exercício 2.4 Estude a continuidade de cada uma das funções definidas por:

a)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$       d)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$   
b)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$       e)  $f(x, y) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq y, \\ y & \text{se } x < y; \end{cases}$   
c)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{se } x \neq -y, \\ \frac{x^2}{2} & \text{se } x = -y; \end{cases}$       f)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$