

5. Corrente e Resistência

5.1. Corrente Eléctrica


5.2. Resistência e Lei de Ohm

5.3. A resistividade de Diferentes Condutores.

5.4. Supercondutores

5.5. Um Modelo para a Condução Eléctrica

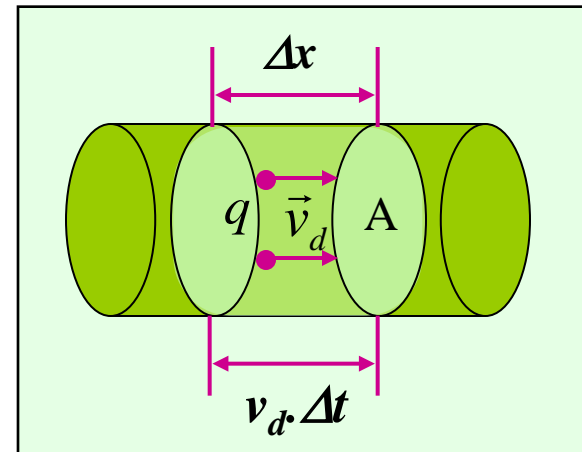
5.6. Energia Eléctrica e Potência Eléctrica.

- 
- Até este ponto, discussão sobre as cargas em repouso → *electrostática*.
 - Agora → situações que envolvem **cargas eléctricas em movimento**.
 - *Corrente eléctrica* ou *corrente* → usado para descrever a taxa de passagem de carga eléctrica a través de certa região do espaço.
 - A maioria das aplicações práticas da electricidade envolve correntes eléctricas.
 - O escoamento de cargas ocorre num condutor (fio de cobre) ou fora dum condutor (feixe de electrões num tubo de TV)

5.1. Corrente Eléctrica

- Há uma *corrente eléctrica* sempre que houver um movimento de cargas do mesmo sinal numa certa direcção ou de sinais diferentes em sentidos opostos.
- Suponhamos que as cargas se movem perpendicularmente a uma superfície de área A .

A corrente é igual à taxa de passagem da carga através dessa superfície.



- Se ΔQ for a quantidade de carga que passa através desta área, no intervalo de tempo $\Delta t \Rightarrow$ a *corrente média* é:

$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- Se a taxa de passagem varia com o tempo \Rightarrow a corrente varia com o tempo \Rightarrow define-se a **corrente instantânea**:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \text{limite diferencial da expressão anterior}$$

- Unidade SI \rightarrow ampere (A)

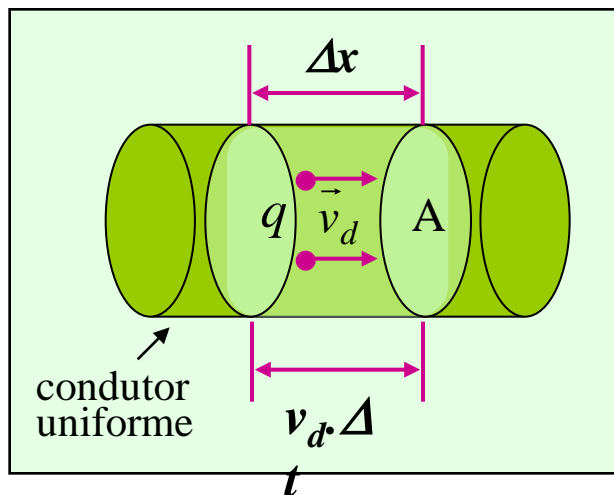
$$1\text{ A} = \frac{1\text{ C}}{1\text{ s}}$$

- Por convenção escolhe-se a **direcção da corrente** como a direcção do movimento das **cargas positivas**.

Num condutor (como o cobre) a corrente é provocada pelo movimento de electrões \Rightarrow *a direcção da corrente é oposta à direcção do movimento dos electrões.*

→ É usual designar uma carga móvel (+ ou -) como um *portador de carga*.

- portadores de carga num metal: e^-
- semicondutores: portadores (+) e portadores (-)
- Movimento das partículas carregadas e corrente eléctrica



- Volume dum elemento do condutor → $V = \Delta x \cdot A$
- Se n é o número de portadores de carga móveis por unidade de volume \Rightarrow O *número de portadores de cargas móveis nesse elemento de volume* é $\rightarrow n \cdot \Delta x \cdot A$

- A carga ΔQ nesse elemento de volume \rightarrow

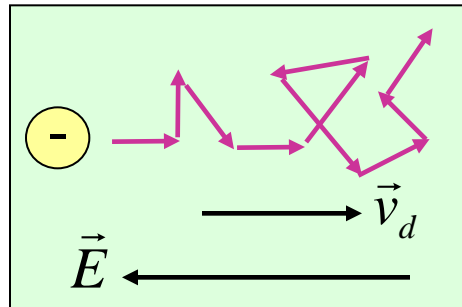
$$\Delta Q = \text{número de cargas} \times \text{carga por partícula} \Rightarrow \boxed{\Delta Q = n \cdot A \cdot \Delta x \cdot q}$$

- Se os portadores de carga se movem com a velocidade $v_d \Rightarrow$ a distância que cobrem, no intervalo de tempo Δt , é $\rightarrow \boxed{\Delta x = v_d \Delta t}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta Q = (n \cdot A \cdot v_d \cdot \Delta t) q} \longrightarrow \boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n \cdot A \cdot v_d \cdot q}$$

- v_d é, na realidade, uma velocidade média: a *velocidade de migração*.
- Condutor isolado \Rightarrow os electrões têm um movimento aleatório até atingirem um equilíbrio electrostático.

Quando se aplica uma diferença de potencial (V) num condutor, por exemplo ao ligar-se a uma bateria, há um campo eléctrico no condutor (dado que agora não subsiste o equilíbrio electrostático) que gera uma força eléctrica sobre cada electrão e subsequentemente uma corrente.



- Representação esquemática do movimento em ziguezague de um portador de carga num condutor, neste caso um electrão. As mudanças de direcção devem-se às colisões com átomos do material do condutor. Observe que o movimento resultante dos electrões está na direcção oposta à do campo eléctrico.
- A *energia* transferida dos electrões para os átomos do material condutor provoca um aumento da energia de vibração dos átomos e daí um aquecimento no condutor.
- O campo eléctrico efectua um trabalho sobre os electrões que é maior do que a energia média perdida durante as colisões, assim gerando uma *corrente eléctrica*.

5.2. Resistência e Lei de Ohm

- Capítulos anteriores: não pode haver campo eléctrico no interior de um condutor em equilíbrio electrostático.
- Objectivo desta secção: descrever o que ocorre quando as cargas se movem num condutor. As cargas deslocam-se sob a acção de um \vec{E} no interior do condutor (*situação de não equilíbrio electrostático*)
- Condutor de área de secção recta A , com uma corrente I .
- Definição: A *densidade de corrente* (J) é a corrente por unidade de área.

$$I = n \cdot q \cdot v_d \cdot A \Rightarrow \boxed{J \equiv \frac{I}{A} = n \cdot q \cdot v_d} \quad \left(SI : \frac{A}{m^2} \right)$$

Expressão só válida se J for uniforme e se a superfície for \perp à direcção da corrente.

- Em geral \mathbf{J} é uma grandeza vectorial.

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$

\mathbf{J} , como a corrente, tem o sentido do movimento dos portadores de carga no caso dos portadores (+), e o sentido oposto no caso dos portadores (-)

- Num condutor, há uma densidade de corrente \vec{J} e um campo eléctrico \vec{E} , quando se mantém uma diferença de potencial V no condutor.
- Se V for constante \Rightarrow a corrente no condutor também será constante.

- Muitas vezes \vec{J} é proporcional ao \vec{E} no condutor.

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}} \quad (1)$$

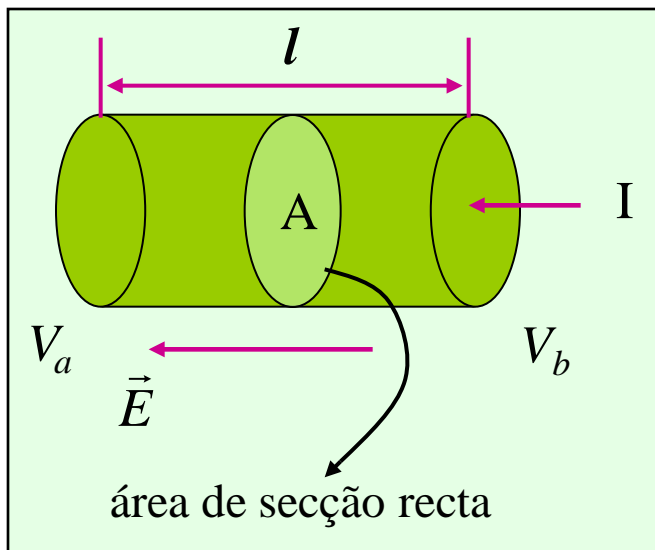
- A constante de proporcionalidade σ é a *condutividade* do condutor.
- Os materiais que obedecem a (1) seguem a Lei de Ohm.

A **Lei de Ohm** afirma que, em muitos materiais (entre os quais, a maior parte dos metais), a razão entre \vec{J} e \vec{E} é uma constante, σ , que é independente de \vec{E} que provoca a corrente.

- Os materiais que obedecem à Lei de Ohm denominam-se *materiais ohmicos*.

→ A Lei de Ohm não é uma lei fundamental da natureza, mas uma relação de natureza empírica, válida somente para certos materiais e dentro de certos limites da tensão aplicada.

- Uma forma da Lei de Ohm com utilidade prática mais directa.



- Segmento dum fio condutor rectilíneo. Comprimento l
- Há uma diferença de potencial $V_b - V_a$ no condutor o que provoca um \vec{E} e uma corrente.

- Se \vec{E} for uniforme $\Rightarrow V = V_b - V_a = E \cdot l$

\Rightarrow Módulo de $\vec{J} \rightarrow J = \sigma \cdot E = \sigma \frac{V}{\ell}$

$$J = \frac{I}{A} \Rightarrow V = \frac{\ell}{\sigma} J = \underbrace{\left(\frac{\ell}{\sigma \cdot A} \right)}_{R} I$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\ell}{\sigma A}$$


é a *resistência*, R , do condutor.

Unidade SI de R : $1 \Omega = \frac{1V}{1A} \rightarrow \text{Ohm } (\Omega)$

O inverso da *condutividade* do material é a *resistividade* ρ :

$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma}$$

(SI: ohm·metro)
($\Omega \cdot m$)

- 
- Todo material ohmico tem uma resistividade (ρ) característica que depende das propriedades do material e da temperatura.
 - Por outro lado, R depende de uma geometria simples e da ρ
 - Bons condutores eléctricos $\Rightarrow \rho$ muito baixa (ou σ elevada);
 - Condutor ideal: $\rho = 0$
 - Bons isolantes $\Rightarrow \rho$ muito elevada (σ baixa)
 - Isolante ideal: $\rho = \infty$

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Resistividade eléctrica de alguns materiais a 20 °C.

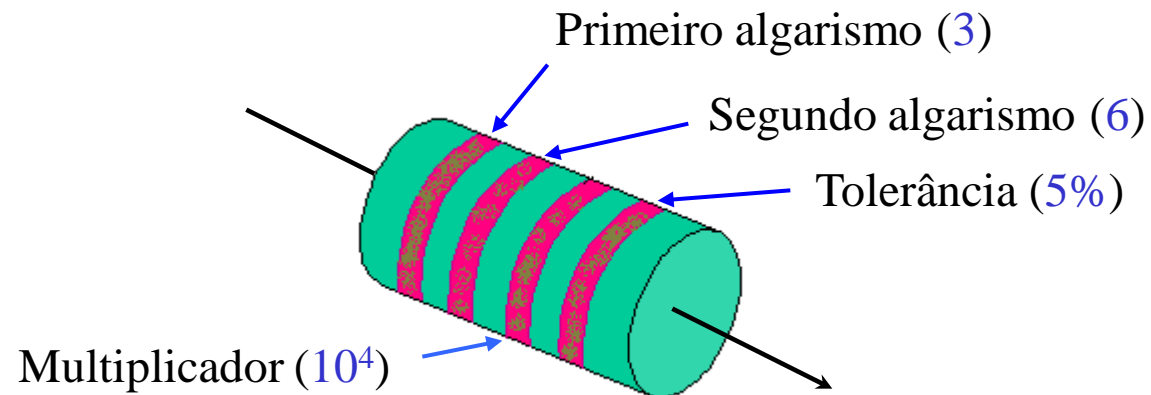
Material	ρ ($\Omega.m$)
Prata	$1,59 \times 10^{-8}$
Cobre	$1,7 \times 10^{-8}$
Ouro	$2,44 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2,82 \times 10^{-8}$
Ferro	10×10^{-8}
Nicrome	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Carbono	$3,5 \times 10^{-5}$
Germânio	0,46
Silício	640
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$
Borracha dura	$\sim 10^{13}$

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

\Rightarrow Exercício 2,3

$$R = \rho \frac{l}{A} \rightarrow \begin{matrix} 2l \propto 2R \\ 2A \propto R/2 \end{matrix}$$

- Todos os aparelhos eléctricos, semelhantes aos ferros de passar, aquecedores e lâmpadas de incandescência, têm uma resistência fixa.
- A maioria dos circuitos eléctricos usam dispositivos, os resistências, para controlar a corrente em diversas partes do circuito.
- Código de cores:



$\Rightarrow 36 \times 10^4 \Omega$ ou $360 \text{ k}\Omega$, com tolerância de $18 \text{ k}\Omega$

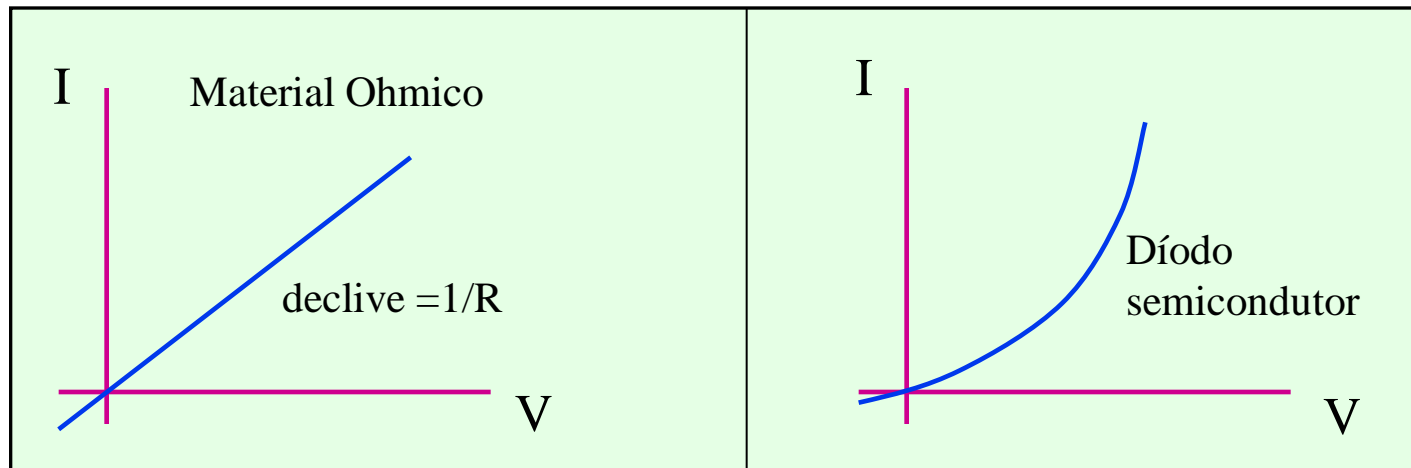
Cor	Valor
Preto	0
Castanho	1
Vermelho	2
Laranja	3
Amarelo	4
Verde	5
Azul	6
Violeta	7
Cinzento	8
Branco	9

⇒ Exercício 2,3

! Materiais ohmicos: relação linear entre I e V sobre um grande intervalo de V aplicada .

O coeficiente angular da curva (declive) de I contra V , na região linear, é $1/R$

! Materiais não ohmicos: relação não linear entre I e V (Ex.: o díodo, transístores, filamentos...) a respectiva operação de muitos dispositivos electrónicos modernos dependem da maneira particular com que “violam” a Lei de Ohm.



5.3. A Resistividade de Diferentes Condutores

- A resistividade (ρ) de um condutor depende de diversos factores, um dos quais é a **temperatura**.
- Na maioria dos metais, ρ aumenta com a elevação da T
- ρ varia de maneira aproximadamente linear sobre um domínio limitado de T, segundo a lei

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

Onde $\rho = \rho(T)$ (T em °C); $\rho_0 = \rho(T_0)$, T_0 : temperatura de referência (usualmente 20 °C); e α é o **coeficiente de temperatura de resistividade**.

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0$$

$$\Delta T = T - T_0$$

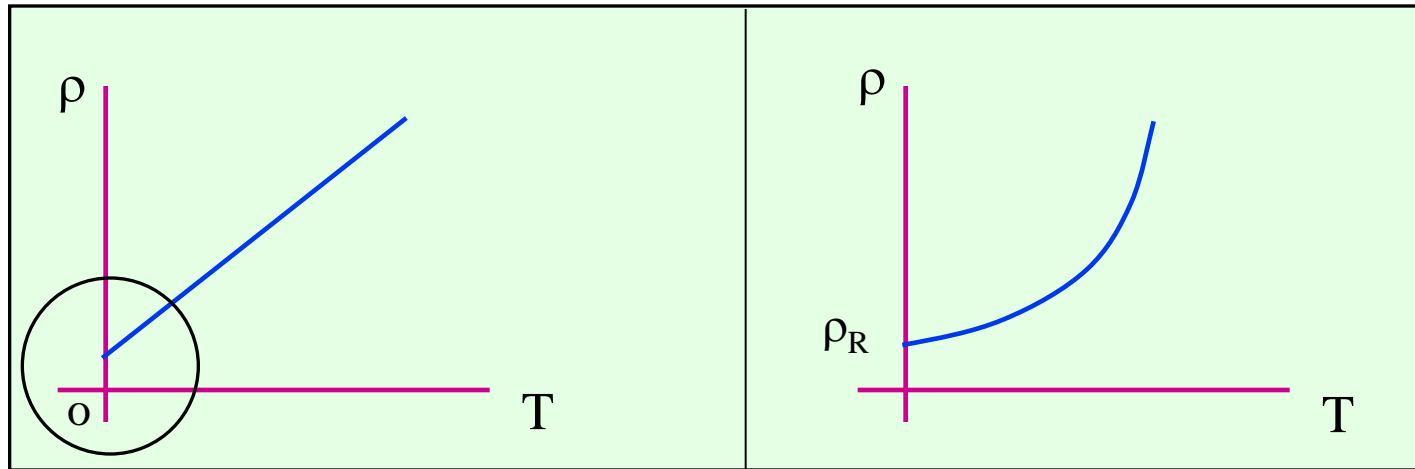
Exemplos:

$\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$:

Prata: 3.8×10^{-3} ; Cobre: 3.9×10^{-3} ; Ouro: 3.4×10^{-3} ; Alumínio: 3.9×10^{-3} ;
Ferro: 5.0×10^{-3} ; Carbono: -0.5×10^{-3} ; Germânio: -48×10^{-3} ; Silício: -75×10^{-3}

$$R \propto \rho \Rightarrow \boxed{R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]}$$

- Muitas vezes fazem-se medições precisas da temperatura usando esta propriedade.
- Na realidade há sempre uma região não-linear, em temperaturas muito baixas, e ρ tende, usualmente para um certo valor mínimo (finito) nas vizinhanças do zero absoluto.

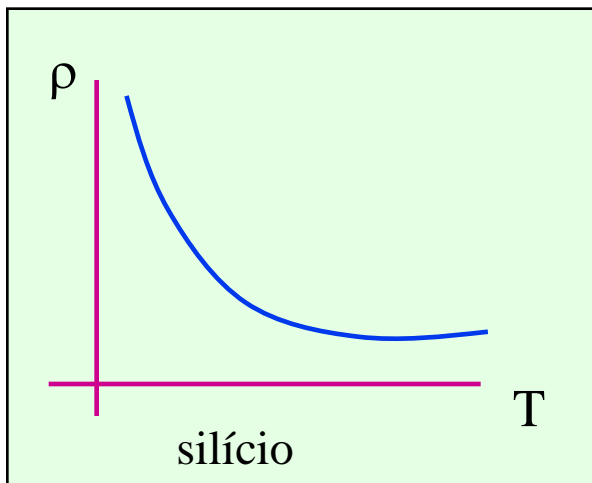


- Essa *ρ residual* (ρ_R) deve-se, principalmente, às colisões dos electrões com as impurezas e imperfeições do metal.
- A uma temperatura elevada (na região linear), ρ é dominada pelas colisões dos electrões com os átomos metálicos.

\Rightarrow *Exercício 4*

Semicondutores

- Os *semicondutores* (Si, Ge, ...) têm valores intermédios de ρ .
- Nos *semicondutores* a ρ , em geral, diminui com a elevação de T $\Rightarrow \alpha < 0$
 \rightarrow deve-se à elevação da densidade de portadores de carga a T altas.
- Os portadores de carga nos *semicondutores* estão, muitas vezes, associados aos átomos de impurezas $\Rightarrow \rho$ é muito sensível ao tipo e à % dessas impurezas.

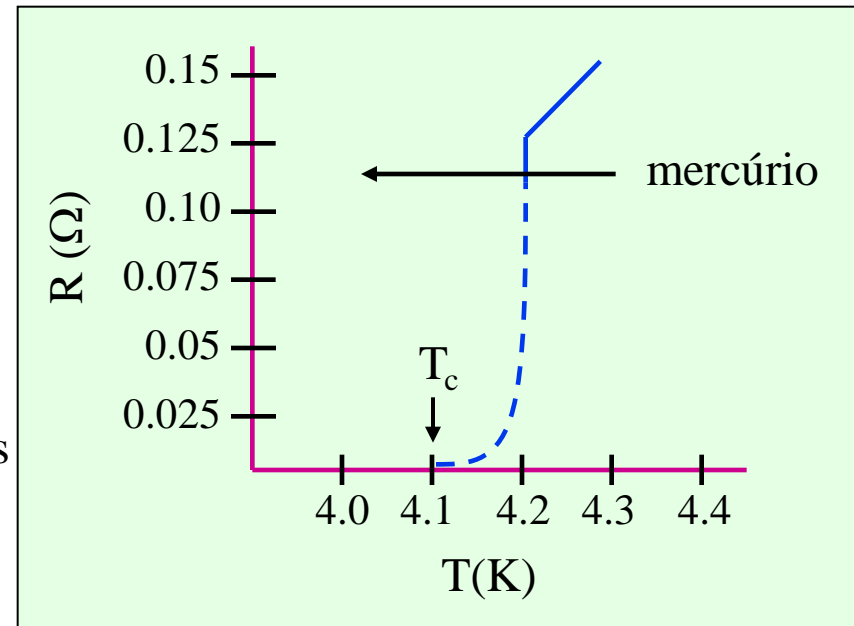


- O *termistor* é um termómetro de semicondutor que aproveita as grandes variações da ρ com a T

5.4. Supercondutores (SC)

- Compostos cuja R tende para zero abaixo duma certa temperatura, T_c , a *temperatura crítica*.

- Fenómeno descoberto em 1911, H. Kamerlingh-Onnes, no Hg.
- A ρ dos SC a baixo de T_c é menor que $4 \times 10^{-25} \Omega \cdot m \Rightarrow$ praticamente 10^{17} vezes menor que a ρ do cobre; quase nula!



- São conhecidos vários materiais SC: alumínio, estanho, zinco, índio...

- T_c é sensível à composição química, pressão, estrutura cristalina.
- Uma vez se estabeleça uma corrente num SC, a corrente persiste sem a presença duma V aplicada (pois $R = 0$)
- SC a altas T : Bednorz & Müller, num óxido de bário, lantânio e cobre, $T_c \sim 30\text{k}$
 $\rightarrow T_c = 92\text{ k (YBa}_2\text{Cu}_2\text{O}_7)$; $T_c = 105\text{ k (Bi-Sr-Ca-Cu-O)}$
 $T_c = 124\text{ k (Tl-Ba-Ca-Cu-O)}$
- Não fica excluída SC a temperatura ambiente. Busca de novos materiais SC.
- Aplicações práticas: (mais prováveis e amplas, a medida que T_c é mais elevada.) Imans supercondutores (armazenar energia?), dado que têm uma intensidade de campo magnético mais de 10 vezes superiores aos melhores electro-imans ; dispositivos electrónicos \rightarrow magnetómetros, equipamento microondas...

5.5. Um Modelo para a Condução Eléctrica

- Modelo clássico
- Condutor como uma rede regular de átomos que contém e^- livres (e^- de condução) = (número de átomos)
- Na ausência de $\vec{E} \Rightarrow e^-$ movem-se de maneira caótica (velocidade média $\sim 10^6$ m/s)
- O conjunto de e^- de condução num metal é denominado, muitas vezes, gás de electrões.
- Os e^- “livres” efectuam colisões com o átomo da rede \rightarrow mecanismo predominante da ρ num metal a $T \sim$ ambiente.
- ! Não há corrente na ausência de \vec{E} , pois a velocidade média dos e^- é nula \rightarrow não há fluxo líquido de carga.

- Se aplica um $\vec{E} \Rightarrow$ além do movimento térmico caótico, os e^- migram em direcção oposta a \vec{E}

Velocidade media de migração, v_d , é muito menor ($\sim 10^{-4}$ m/s) do que a velocidade média entre as colisões ($\sim 10^6$ m/s)

- No modelo admitiremos que o excesso de energia adquirido pelos e^- , no \vec{E} , se perde para o condutor no processo de condução. Essa energia, cedida aos átomos nas colisões, aumenta a energia vibracional dos átomos e provoca o aquecimento do condutor.
- O movimento dum e^- , depois da colisão, é independente do seu movimento antes da colisão.

- Partícula carregada, massa m , carga q , sujeita a $\vec{E} \Rightarrow$

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

- \vec{a} nos intervalos de tempo que separam as colisões.

Se t : tempo decorrido a partir de certa colisão,

e v_0 : velocidade inicial \Rightarrow

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = \vec{v}_0 + \frac{q\vec{E}}{m}t$$

- Agora, tomamos o valor médio de $v \forall t$ e $\forall v_0$; v_0 aleatoriamente distribuídas

\Rightarrow valor médio = 0

Valor médio $\left(q \frac{\vec{E}}{m} \right) t = \left(q \frac{\vec{E}}{m} \right) \tau$; onde τ é o tempo médio entre colisões sucessivas.

- Como a média de \vec{v} é igual à velocidade de migração \Rightarrow

$$\vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m} \tau$$

O módulo da densidade de corrente

$$J = nqv_d = \frac{nq^2E}{m} \tau$$

- Comparando com a Lei de Ohm, $J = \sigma E \Rightarrow$

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{nq^2\tau}$$

$$\tau = \frac{\ell}{|\vec{v}|}$$


ℓ : distância media entre colisões.

\vec{v} : velocidade térmica média, v , de uma partícula em virtude da temperatura do ambiente.

- σ e ρ não dependem do \vec{E} ; característica de um condutor ohmico.
- $\sigma = \sigma(n, q, m, \tau)$
- O modelo clássico não é satisfatório na explicação de alguns fenómenos importantes.
 - \vec{v} (clássico) ~ 10 vezes $< \vec{v}$ (real)
 - $\rho(T) \propto T^{1/2}$ (clássico); $\rho(T)$ linear nos metais puros.

Modelo da mecânica quântica

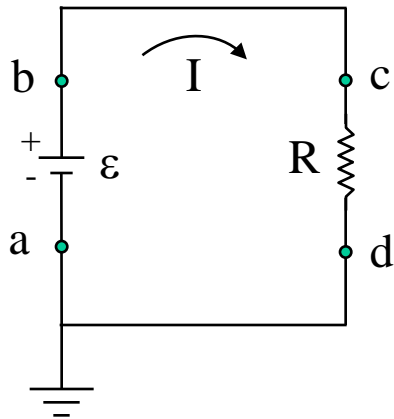
- Mecânica quântica: os e^- possuem propriedades ondulatórias.
- Rede de átomos regularmente espaçada (periódica) \Rightarrow o carácter ondulatório permite o movimento dos e^- sem colisão $\Rightarrow \rho = 0$ (condutor ideal,) livre percurso médio ∞ .

- 
- As ondas dos e^- só são dispersas quando a disposição espacial dos átomos é irregular (aperiódica) \rightarrow defeitos estruturais, impurezas.
 - T baixas: ρ dominada (nos metais) pela dispersão provocada pelas colisões entre os e^- e as impurezas.
 - T elevadas: ρ determinada pela dispersão provocada pelas colisões entre os e^- e os átomos do condutor, que se deslocam em virtude da agitação térmica.

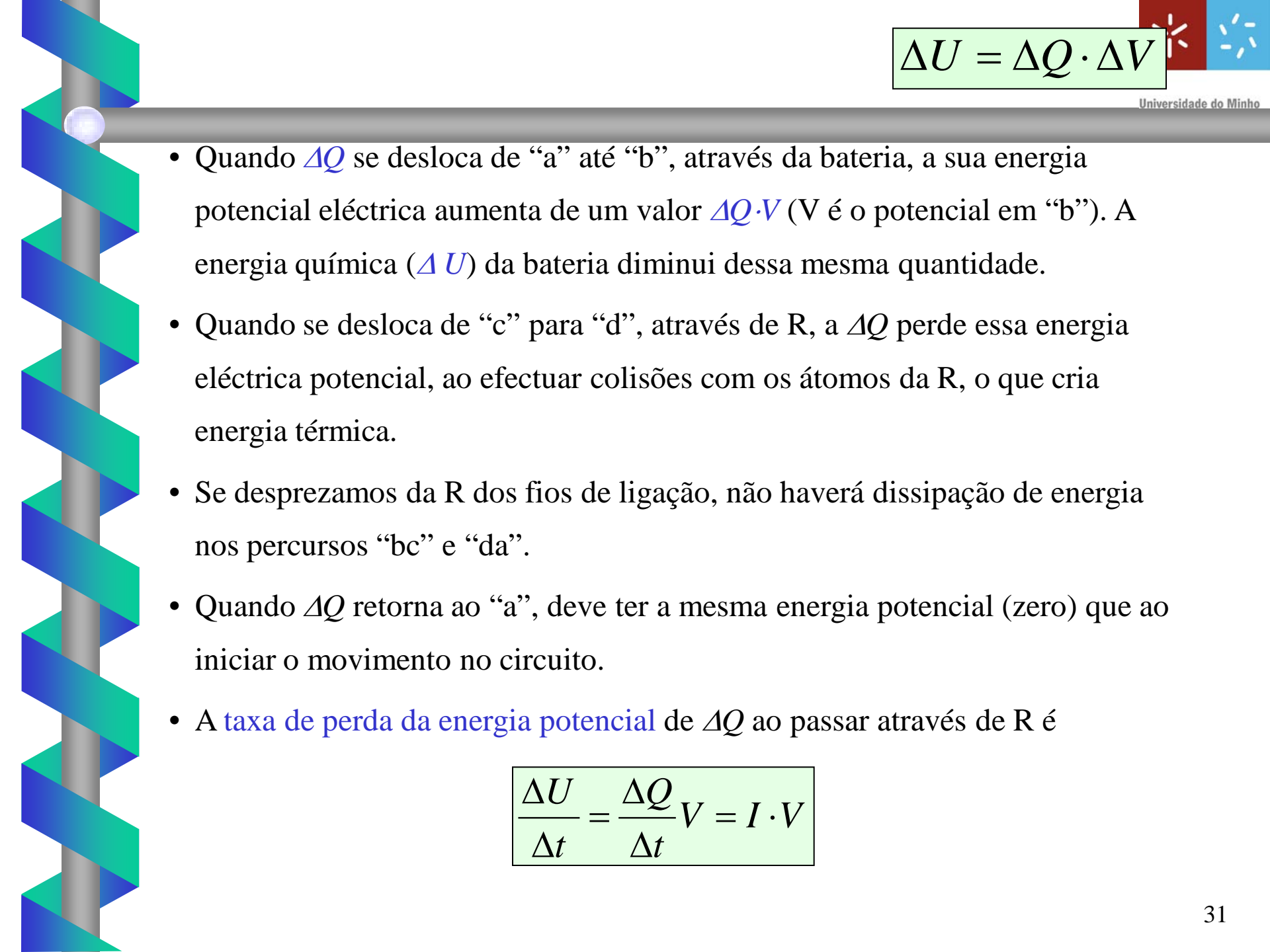
O movimento térmico dos átomos faz com que a estrutura seja irregular.

5.6. Energia Eléctrica e Potência Eléctrica

- Uma bateria estabelece uma corrente num condutor \Rightarrow *transformação continua de energia química da bateria em energia cinética (K) dos portadores de carga.*
- Essa K é dissipada pelas colisões entre os portadores de carga e os iões da rede \Rightarrow aumento da T do condutor.
- A energia química da bateria transforma-se, continuamente, em energia térmica.



- ΔQ percorre o circuito, a partir de “a”, passa através da ε e de R e retorna a “a”
- “a” é um ponto de referência, está ligado à terra e o seu V é considerado nulo.


$$\Delta U = \Delta Q \cdot \Delta V$$

- Quando ΔQ se desloca de “a” até “b”, através da bateria, a sua energia potencial eléctrica aumenta de um valor $\Delta Q \cdot V$ (V é o potencial em “b”). A energia química (ΔU) da bateria diminui dessa mesma quantidade.
- Quando se desloca de “c” para “d”, através de R , a ΔQ perde essa energia eléctrica potencial, ao efectuar colisões com os átomos da R , o que cria energia térmica.
- Se desprezamos da R dos fios de ligação, não haverá dissipação de energia nos percursos “bc” e “da”.
- Quando ΔQ retorna ao “a”, deve ter a mesma energia potencial (zero) que ao iniciar o movimento no circuito.
- A taxa de perda da energia potencial de ΔQ ao passar através de R é

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = I \cdot V$$

- A taxa de dissipação da energia é igual à **potência**, P , dissipada em R

$$P = I \cdot V$$

- A P é fornecida a R pela bateria.
- A equação pode ser usada para determinar a P transferida a qualquer dispositivo.

- Com $P = I \cdot V$ e $V = I \cdot R$, para um dado R \Rightarrow

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

(SI) watt (W)

- A dissipação de P^* sob a forma de calor num condutor de resistência R chama-se **efeito Joule**; também se diz perda $I^2 R$
 * dimensões de energia por unidade de tempo.
- Uma bateria ou outro dispositivo que proporcione energia eléctrica é uma **fonte de força electromotriz**, *fem* (\mathcal{E}) (Não é uma força, mas uma ΔV em volts)

- Desprezando-se a R interna da bateria, a ΔV entre “a” e “b” é igual à *fem*, ε , da bateria.

$$V = V_b - V_a = \varepsilon \quad \text{e} \quad I = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\Rightarrow P = I \cdot \varepsilon = I^2 \cdot R$$

\Rightarrow A P fornecida pela fonte de *fem* = P dissipada no R .

- Quilowatt-hora; $1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ W}) \cdot (3\,600 \text{ s}) = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$

\Rightarrow energia convertida, ou consumida, em 1h a uma taxa constante de 1 kW.

\Rightarrow *Exercício 6,7*