

Nome e No.: _____

Seja $L_{ARIT} = (\{0\}, \{s, +, \times\}, \{=, <\}, \mathcal{N}_{ARIT})$ a linguagem da aritmética. Dê exemplo de uma interpretação I de L_{ARIT} tal que, para toda a atribuição a no domínio dessa interpretação, para toda a fórmula atômica φ em L_{ARIT} , se tem $v_{I,a}(\varphi) = 1$.

Resolução:

Seja U um conjunto não vazio e seja $s : U^2 \rightarrow \{0, 1\}$ tal que $s(u, v) = 1$, para todo $u, v \in U$. (Note que $\{(u, v) \in U^2 : s(u, v) = 1\} = U^2$. Por outras palavras, $\{(u, v) \in U^2 : s(u, v) = 1\}$ é a relação binária universal em U .) Basta tomar I a interpretação de L_{ARIT} em U tal que $\equiv = \overline{} = s$. Com efeito, seja a atribuição arbitrária em U . Então, para todo $R \in \{=, <\}$, para todo $t_1, t_2 \in \mathcal{T}_{ARIT}$,

$$\begin{aligned} v_{I,a}(R(t_1, t_2)) &= \overline{R}(v_{I,a}(t_1), v_{I,a}(t_2)) \\ &= s(v_{I,a}(t_1), v_{I,a}(t_2)) \\ &= 1 . \end{aligned}$$