

Escola de Ciências Departamento de Matemática e Aplicações

Extremos Locais

Exercício 4.1 Procure e tente classificar, a partir da definição, os pontos críticos dos campos escalares definidos por:

a)
$$f(x,y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5$$

b)
$$g(x,y) = -\sqrt{x^2 + y^2}$$

c)
$$h(x,y) = x^2 - y^2$$

d)
$$t(x,y) = 8y^3 + 12x^2 - 24xy$$

Exercício 4.2 Procure e tente classificar os pontos críticos dos campos escalares definidos por:

a)
$$f(x,y) = x^2 - 2xy + 3y^2 - y$$

b)
$$f(x,y) = (x+y)(xy+1)$$

c)
$$f(x,y) = e^{2x^2 + y^2}$$

d)
$$f(x,y) = \sin x \sin y$$

Exercício 4.3 Seja $f(x + y) = A - (x^2 + Bx + y^2 + Cy)$.

Para que valores reais de A, B e C atinge f um valor máximo de 15 no ponto de coordenadas (-2,1)?

Exercício 4.4 Em um ponto, de coordenadas (a, b), sabe-se que $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$. Sabe-se ainda que $f_{xx} > 0$, $f_{yy} < 0$ e $f_{xy} > 0$.

- a) Que conclusões poderá retirar sobre a forma do gráfico de f, nas vizinhanças de (a,b)?
- b) Esboce um possível diagrama de nível, ilustrativo do problema enunciado.

Exercício 4.5 Sabendo que $f(x,y) = kx^2 + y^2 - 4xy$, determine (se existirem) os valores reais de k para os quais o ponto crítico de coordenadas (0,0) é:

- a) um ponto de sela.
- b) um maximizante.
- c) um minimizante.