Dúvidas TMD

X. Mostre por indução que para todo o número natural $n \geq 1$, $\{1, \ldots, n\} \times \{1, \ldots, n\}$ tem n^2 elementos.

X. Mostre por indução que para todo o número natural $n \geq 1$,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

$\sum_{i=1}^{n}$ 1/i(i+1) = 1 – 1/n+1

Base da Indução:
p(1) 1/1(1+1) = 1- 1/1+1 ½ = ½ → p(1) é verdadeiro

Passo de Indução:
P(n+1) é verdadeiro se e só se p(n) é verdadeiro

Hipótese de Indução:
p(n) é verdadeiro → $\sum_{i=1}^{n}$ 1/i(i+1) = (1 – 1/n+1) é verdadeiro

$\sum_{i=1}^{n+1}$ 1/i(i+1) = (1 – 1/n+2)

$\sum_{i=1}^{n+1}$ 1/i(i+1) = $\sum_{i=1}^{n}$ 1/i(i+1) + 1/(n+1)(n+2) =

= 1 – 1/(n+1) + 1/(n+1)(n+2) = (n+1-1)/(n+1) + 1/(n+1)(n+2) =
= n(n+2) +1 / (n+1)(n+2) = (n^2 + 2n + 1) / (n+1)(n+2) =
= $(n+1)^2$ /(n+1)(n+2) = (n+1) / (n+2) = 1 -(1/n+2)

Portanto p(n+1) é verdadeira