

Departamento de Produção e Sistemas
Universidade do Minho

Investigação Operacional

Exame Meio-Semestre - 3 de Novembro de 2014

Duração - 1:30 horas (tolerância - 0:30)

MDIO(LE)

Responda às questões utilizando técnicas adequadas à resolução de problemas de grande dimensão.

1. Considere o seguinte modelo de programação linear, em que x_1 e x_2 são variáveis de decisão e designe por s_1 e s_2 as variáveis de folga da primeira e da segunda restrição, respectivamente:

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a} \quad & x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Desenhe o domínio de soluções válidas no espaço x_1, x_2 .
- Identifique o vértice óptimo e as respectivas variáveis básicas e não-básicas. Calcule os valores das variáveis básicas e não-básicas e do óptimo do problema. Justifique sucintamente e apresente os cálculos efectuados.
- Identifique um vértice adjacente ao vértice óptimo. Suponha que é feito um movimento do vértice óptimo para esse vértice adjacente. Identifique a variável que entra na base e a que sai da base nesta iteração.
- Calcule os valores das variáveis básicas e não-básicas do mesmo vértice adjacente. De seguida, indique os valores das variáveis x_1, x_2, s_1 e s_2 do ponto a meio da aresta (segmento) que une o vértice óptimo e o vértice adjacente. Quantas variáveis têm um valor positivo?

Nota: Respostas a estas alíneas usando o método simplex não serão consideradas.

2. Para produzir os 3 produtos que comercializa, uma companhia necessita de mão-de-obra e matéria prima nas quantidades listadas na tabela seguinte:

| | Produto 1 | Produto 2 | Produto 3 |
|---|-----------|-----------|-----------|
| Matéria prima (unidades por unidade de produto) | 2 | 4 | 2 |
| Mão-de-obra (horas por unidade de produto) | 3 | 5 | 4 |

Neste momento, a companhia dispõe de 600 unidades de matéria prima, e pode comprar até 900 horas de mão-de-obra a um preço unitário de 1 U.M.. Os preços de venda unitários dos produtos 1, 2 e 3 são de 6, 12 e 8 U.M., respectivamente.

a) Construa um modelo de programação linear que permita à companhia determinar o plano de produção que maximiza o lucro da venda.

Optimize o modelo, efectuando, no máximo, duas iterações, e indicando se obteve a solução a solução ótima.

c) Partindo da solução obtida na alínea b), considere agora que a quantidade de produto 2 deve ser maior ou igual a 120. Insira esta restrição no quadro obtido, determine qual seria o elemento pivot, e diga como prosseguiria a resolução desta questão, sem efectuar nenhuma iteração.

Uma transportadora opera entre três localidades de origem e três localidades de destino. Os custos unitários de operação entre as origens e os destinos são dados pela seguinte tabela:

| | 1 | 2 | 3 |
|---|----|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 2 |
| 2 | 8 | 7 | 9 |
| 3 | 11 | 8 | 9 |

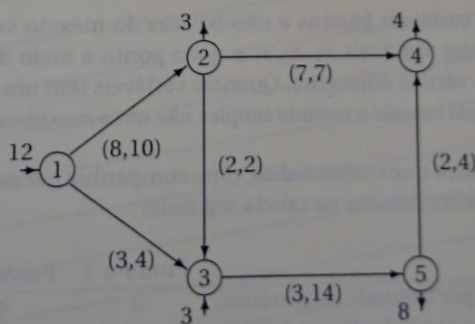
As disponibilidades das origens são, respectivamente, iguais a 20, 30 e 20. As procuras nos destinos são, respectivamente, iguais a 30, 30 e 10.

Partindo da solução dada pelo método do Canto NW, determine a solução ótima. Quais são as quantidades a transportar?

Existirão soluções ótimas alternativas? Justifique, e indique uma, em caso afirmativo.

Partindo da solução dada pelo método dos custos mínimos, determine a solução ótima.

4. Considere a rede apresentada na figura, em que os valores associados aos arcos, (c_{ij}, u_{ij}) , representam o custo unitário de transporte e a capacidade do arco, respectivamente, e os valores associados aos vértices representam ofertas e procuras.



Considere a seguinte solução: $x_{12} = 9$, $x_{13} = 3$, $x_{23} = 2$, $x_{24} = 4$, e $x_{35} = 8$.

a) Verifique que a solução é válida, e identifique as variáveis básicas e não-básicas.

b) Partindo da solução indicada na alínea a), utilizando o método de optimização de redes com limites superiores, determine a solução ótima do problema.

c) Existirão soluções ótimas alternativas? Justifique, e indique uma, em caso afirmativo.

VC