

Nome: _____ Número: _____ TP: _____

IMPORTANTE: A duração do teste é de 1 hora e 20 minutos. Não é permitido o uso de quaisquer materiais de apoio. O teste é composto por sete exercícios. Os exercícios I - V devem ser resolvidos no enunciado. Os exercícios VI e VII devem ser resolvidos numa folha separada. Nos exercícios em que a cotação não é indicada no enunciado, cada resposta certa conta 0,75 valores e cada resposta errada desconta 0,25 valores.

I. Indique quais das seguintes fórmulas são tautologias (T) e quais não são tautologias (N).

T	N	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Rightarrow q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Rightarrow q) \vee \neg q$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg(p \vee \neg p)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$p \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow (q \wedge \neg q))$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Leftrightarrow \neg p) \Leftrightarrow (q \vee \neg q)$

II. (0,75 valores) Considere a seguinte proposição sobre os elementos de um dado universo de números reais:

$$\forall x \quad (x > 0 \Rightarrow \exists y \quad 2^y < x)$$

Indique em linguagem simbólica, sem recorrer a símbolos de negação, uma proposição que seja equivalente à negação da proposição dada:

III. Considere o conjunto $A = \{1, 2, (1, 3), \{4\}, \mathbb{N}\}$. Indique quais das seguintes afirmações são verdadeiras (V) e quais são falsas (F):

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{1, 2\} \in A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{1, 2\} \subseteq A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{1, 4\} \subseteq A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$3 \in A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$A \subseteq \mathbb{N}$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\mathbb{N} \subseteq A$

IV. Sejam A, B, C três conjuntos tais que $A \setminus B = A \setminus C$. Indique quais das seguintes afirmações são necessariamente verdadeiras (V) e quais podem ser falsas (F):

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\forall x \in A \quad x \in B \Rightarrow x \in C$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\forall x \in A \quad x \notin C \Rightarrow x \notin B$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$B = C$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$A \cap B = A \cap C$

V. Considere o conjunto $A = \{2, 3\} \times \mathcal{P}(\emptyset)$. Indique os seguintes conjuntos em extensão:

- (a) (0,75 valores) $A =$ _____
- (b) (0,75 valores) $A \cup \mathcal{P}(\emptyset) =$ _____
- (c) (0,75 valores) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(\emptyset) =$ _____
- (d) (0,75 valores) $\mathcal{P}(A \cup \mathcal{P}(\emptyset)) =$ _____

VI. (2,5 valores) Sejam A, B e C três conjuntos tais que $A \cap (B \setminus C) = A \cap B$. Mostre que $A \cap B \cap C = \emptyset$.

VII. (2,5 valores) Verdadeiro ou falso? Para quaisquer dois conjuntos A e B tem-se

$$\mathcal{P}(A \times B) = \{X \times Y \mid X \in \mathcal{P}(A) \wedge Y \in \mathcal{P}(B)\}.$$

Justifique a sua resposta.