

introdução aos sistemas dinâmicos

autómatos celulares elementares — dois

1.

Caracterize, em termos da sua representação binária, as regras de transição equivalentes por conjugação, considerando condições de fronteira periódicas.

2.

Sejam Φ e Φ' duas regras de transição equivalentes por conjugação.

2.1

Mostre que, se C é um ponto fixo de Φ , então \bar{C} é um ponto fixo de Φ' .

2.2

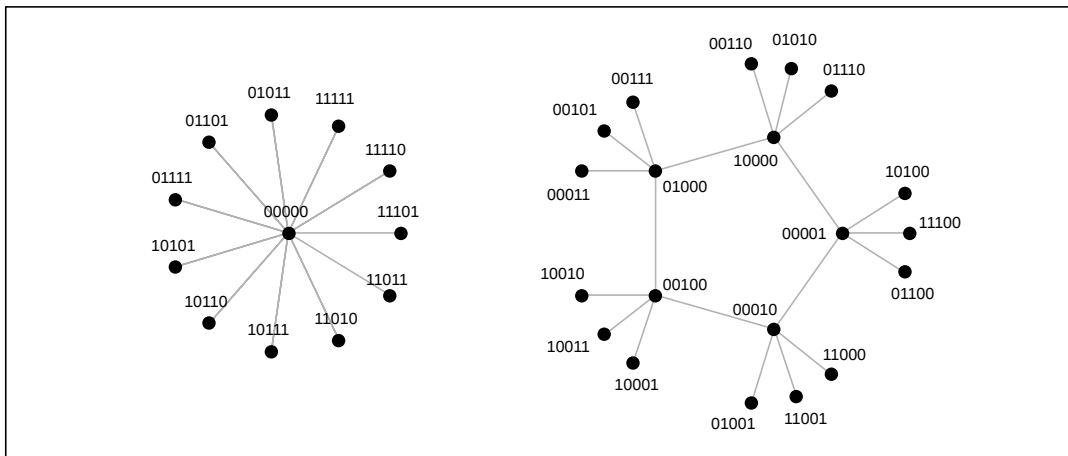
Mostre que, se C pertence à bacia de atracção de um ponto fixo C_p de Φ , então \bar{C} pertence à bacia de atracção do ponto fixo \bar{C}_p de Φ' .

2.3

Generalize os dois resultados anteriores para um ponto periódico, de período n , de Φ .

3.

Na figura é apresentado o diagrama de Wuensche para o autómato celular elementar com $N = 5$ elementos, cuja evolução temporal é definida pela regra $N_\phi = 16$, escolhidas condições de fronteira periódicas.



3.1

Determine a regra conjugada de $N_\phi = 16$, escolhidas condições de fronteira periódicas.

3.2

Desenhe o diagrama de Wuensche para o autómato celular elementar com $N = 5$ elementos, cuja evolução temporal é definida pela regra conjugada de ϕ , com condições de fronteira periódicas.

4.

Caracterize, em termos da sua representação binária, as regras de transição auto-conjugadas, considerando condições de fronteira periódicas. Dê um exemplo de uma regra de transição auto-conjugada.

5.

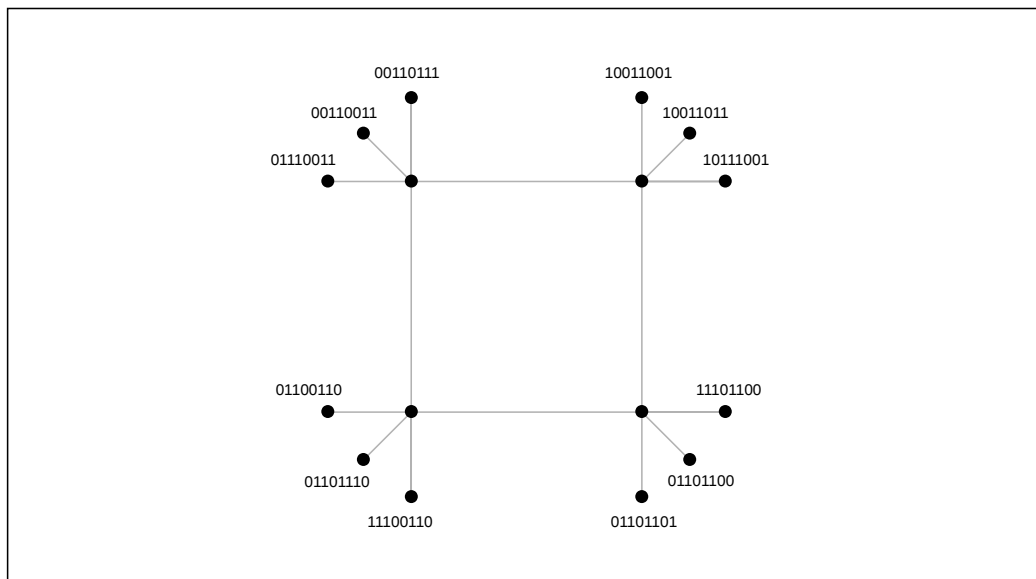
Considere o autômato celular elementar cuja evolução temporal é definida pela regra $N_\phi = 191$, escolhidas condições de fronteira periódicas.

5.1

Mostre que a configuração $C = 10110111$ é um ponto periódico de período 4 de Φ .

5.2

Na figura é apresentada uma parte do diagrama de Wuensche de Φ , correspondente a uma certa bacia de atracção. Determine as configurações que faltam nessa figura.



5.3

Encontre a regra de transição Φ' conjugada de Φ , considerando ainda condições de fronteira periódicas.

5.4

Mostre que a configuração $C' = 01001000$ é um ponto periódico de Φ' e desenhe a parte do diagrama de Wuensche correspondente à bacia de atracção do ciclo atrator a que C' pertence.