



Exercício 1. [2 valores] Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{Q} : |x - 2| \leq \pi\} \cup]2 + \pi, 6[$. Indique o interior e a aderência de A .

Exercício 2. [2 valores] Calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\frac{\pi}{2} - x)^2}{\cos^2 x}$.

Exercício 3. Considere a função $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x$.

- a) [1,5 valores] Verifique que f é estritamente decrescente.
- b) [1,5 valores] Mostre que $\min f = 2$ e $\max f = 3$.
- c) [1,5 valores] Mostre que existe um único $c \in]0, \pi/2[$ tal que $f(c) = \frac{15}{7}$.
- d) [1,5 valores] Determine o ponto do gráfico de f onde a reta tangente ao gráfico é paralela à reta de equação $y = -x$.

Exercício 4. [2 valores] $\int \frac{4x}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}} dx$.

Exercício 5. [2 valores] $\int_1^e x^3 \ln x dx$.

Exercício 6. [2 valores] $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4} dx$, efectuando a mudança de variável $x = \ln t$.

Exercício 7. [2 valores] Calcule $\int \frac{-2}{x(x-1)^2} dx$.

Exercício 8. [2 valores] Calcule a área da região limitada pelas curvas de equações $y = |x| - 1$ e $y = 1 - |x|$.