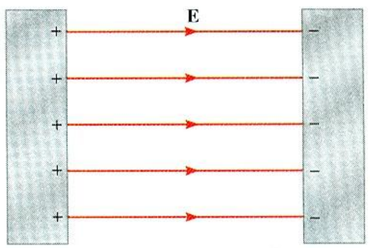
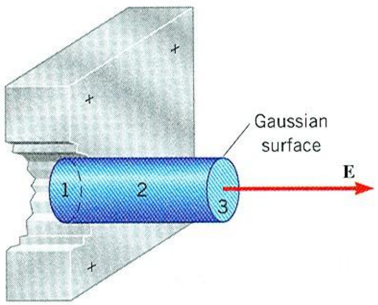
Electricidade e Magnetismo

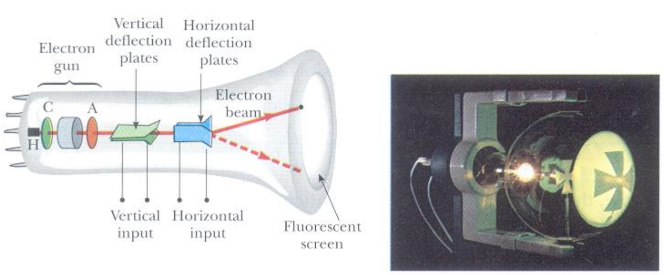
1. Campos Eléctricos
2. A lei de Gauss
3. Potencial Eléctrico
4. Capacidade e Dieléctricos
5. Correntes e Resistência
6. Circuitos de Corrente Contínua
7. Campos Magnéticos
8. Fontes do Campo Magnético
9. A lei de Faraday
10. Indutância
11. Circuitos de Corrente Alternada

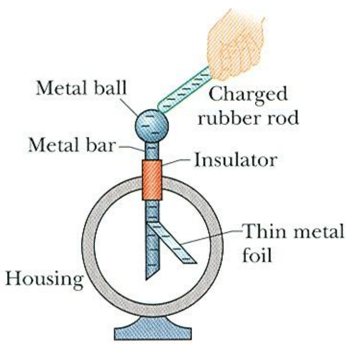


(a)



(b)



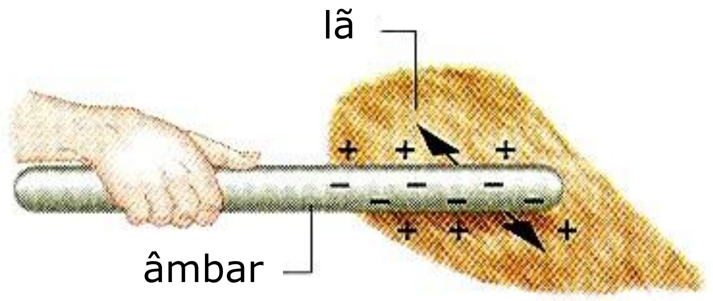


Historial

- Magnetismo: chineses 2,000 A.C.
- Electricidade e Magnetismo: gregos 700 A.C.
  - Âmbar (material fóssil) friccionado com lã atrai palha e penas.
  - Magnetite (Fe_3O_4) atrai o ferro

    eléctrico $\Rightarrow$ elektron (âmbar)

    magnético $\Rightarrow$ magnesia (distrito a Norte da Grécia)
- 1600 William Gilbert $\Rightarrow$ electrificação é um fenómeno geral



- 1785 Charles Coulomb ⇒ $F_e \sim 1/r^2$
- 1ª Metade do Século XIX ⇒ Electricidade e Magnetismo fenómenos correlacionados
- 1820 Hans Oersted ⇒ agulha magnética desviava-se na vizinhança de um circuito eléctrico.
- 1831 Michael Faraday / Joseph Henry ⇒ fio condutor deslocava-se nas vizinhanças de um íman ⇒ corrente eléctrica induzida no condutor vizinho.
- 1873 James Clerk Maxwell ⇒ leis do electromagnetismo.
- 1888 Heinrich Hertz ⇒ verificou as previsões de Maxwell, gerando ondas electromagnéticas no laboratório.

Desenvolvimentos práticos como a rádio e a televisão.

Universidade do Minho

And God said:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q / \varepsilon_0$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = -d\Phi_{\mathbf{B}} / dt$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 d\Phi_{\mathbf{E}} / dt$$

and there was ***Light!...***

1. Campos Eléctricos

1.1. Carga eléctrica como propriedade da matéria

1.2. Condutores e isoladores

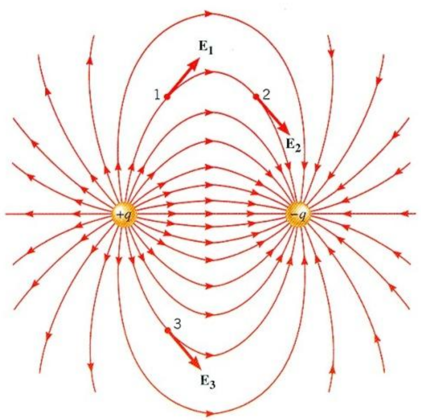
1.3. A Lei de Coulomb

1.4. Campo Eléctrico

1.5. Campo Eléctrico de uma Distribui contínua de cargas

1.6. Linhas do Campo Eléctrico

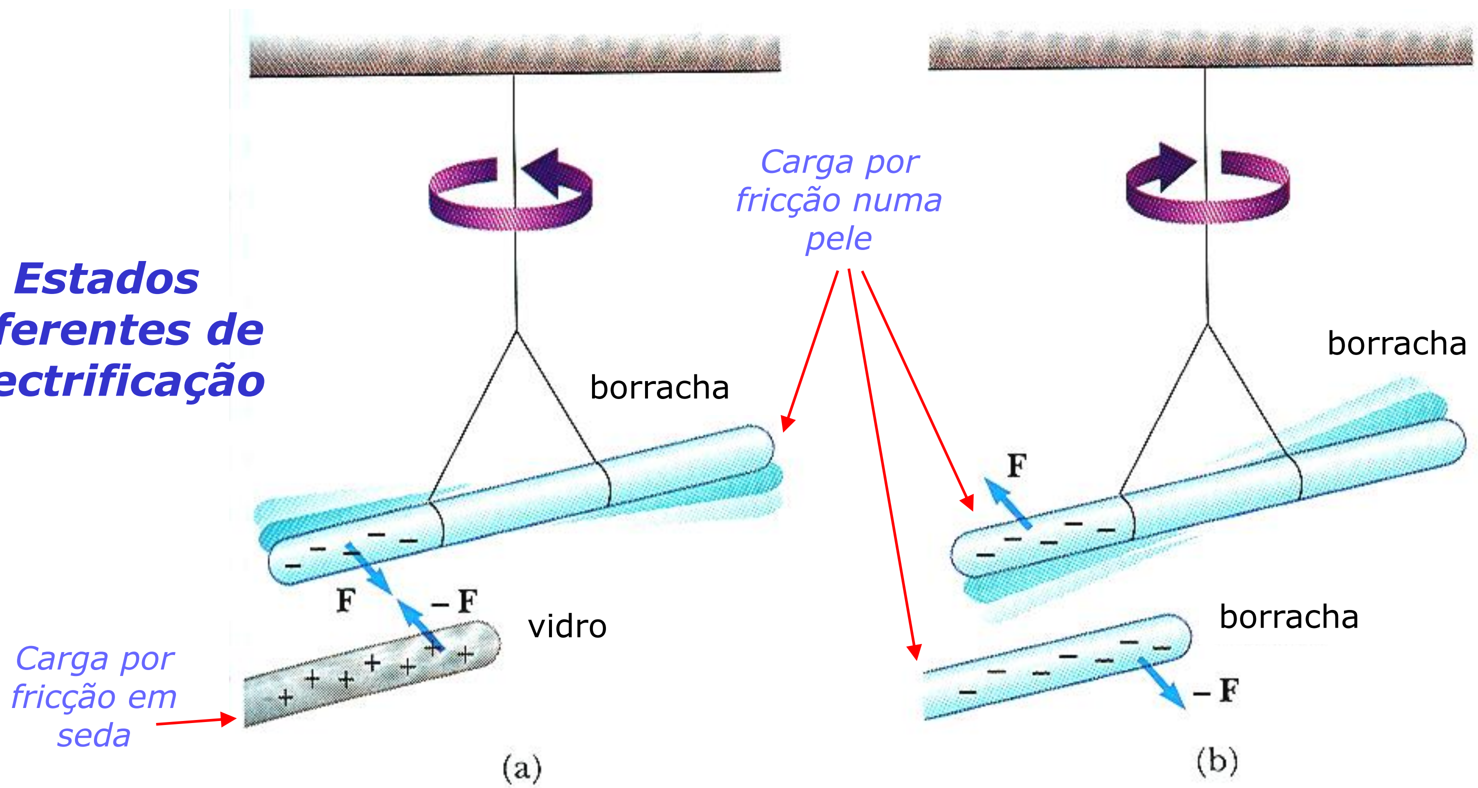
1.7. Movimento de Partículas Carregadas num Campo Eléctrico Uniforme



1.1. Carga Eléctrica como propriedade da matéria

1. Há duas espécies de cargas eléctricas na natureza: positivas e negativas, com a propriedade: *as cargas de espécies diferentes atraem-se e as da mesma espécie repelem-se*. (***Franklin, 1706-1790***)

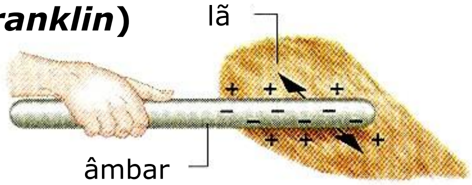
Estados diferentes de electrificação



2. A força entre as cargas varia com o inverso do quadrado de separação entre elas:

$$F_e \propto 1/r^2$$ (***Coulomb, 1736-1806***)

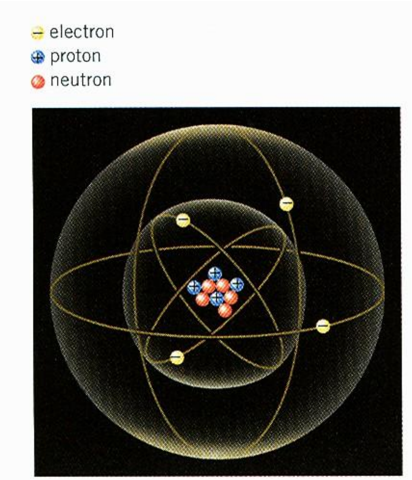
3. **<u>A carga conserva-se</u>**: quando dois objectos estão inicialmente sem carga (neutros) e são posteriormente friccionados um no outro, **a carga não é criada neste processo**. Os corpos ficam carregados porque a carga negativa (electrões) é transferida de um material para o outro. Um adquire uma quantidade de carga negativa enquanto o outro perde essa mesma quantidade de carga negativa, daí ficar carregado positivamente. ***(Franklin)***



4. A carga é quantificada: $q = N \cdot e$ (***Millikan, 1909***)

electrão: - e

protão : + e



1.2. Condutores e Isoladores

Universidade do Minho

1. Os ***condutores*** são materiais nos quais as cargas eléctricas se podem movimentar livremente $\Rightarrow$ cobre, alumínio, prata...
2. Os ***isoladores*** são materiais que não transportam facilmente cargas eléctricas $\Rightarrow$ vidro, borracha, madeira...
3. Nos ***Semicondutores*** a facilidade de transporte de carga é intermédia $\Rightarrow$ silício, germânio, arseneto de gálio.

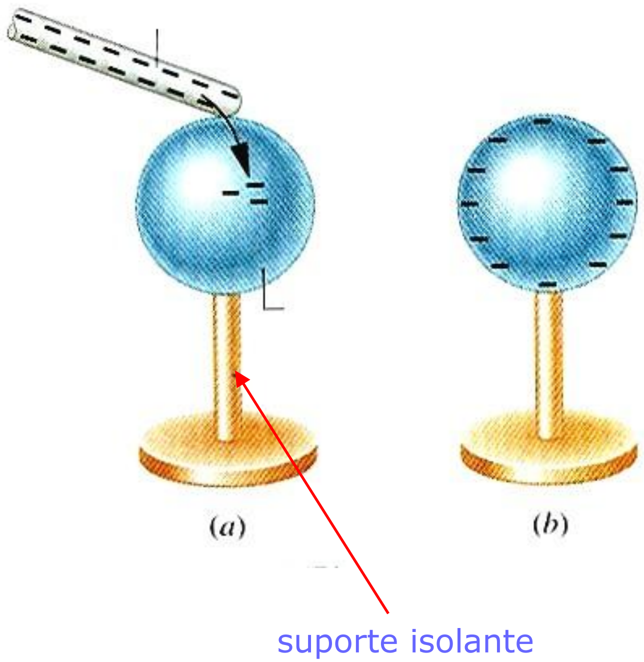
- Quando um condutor está ligado à terra por um fio metálico diz-se que o condutor está ***a um potencial nulo***.

Carga por Contacto (condução)

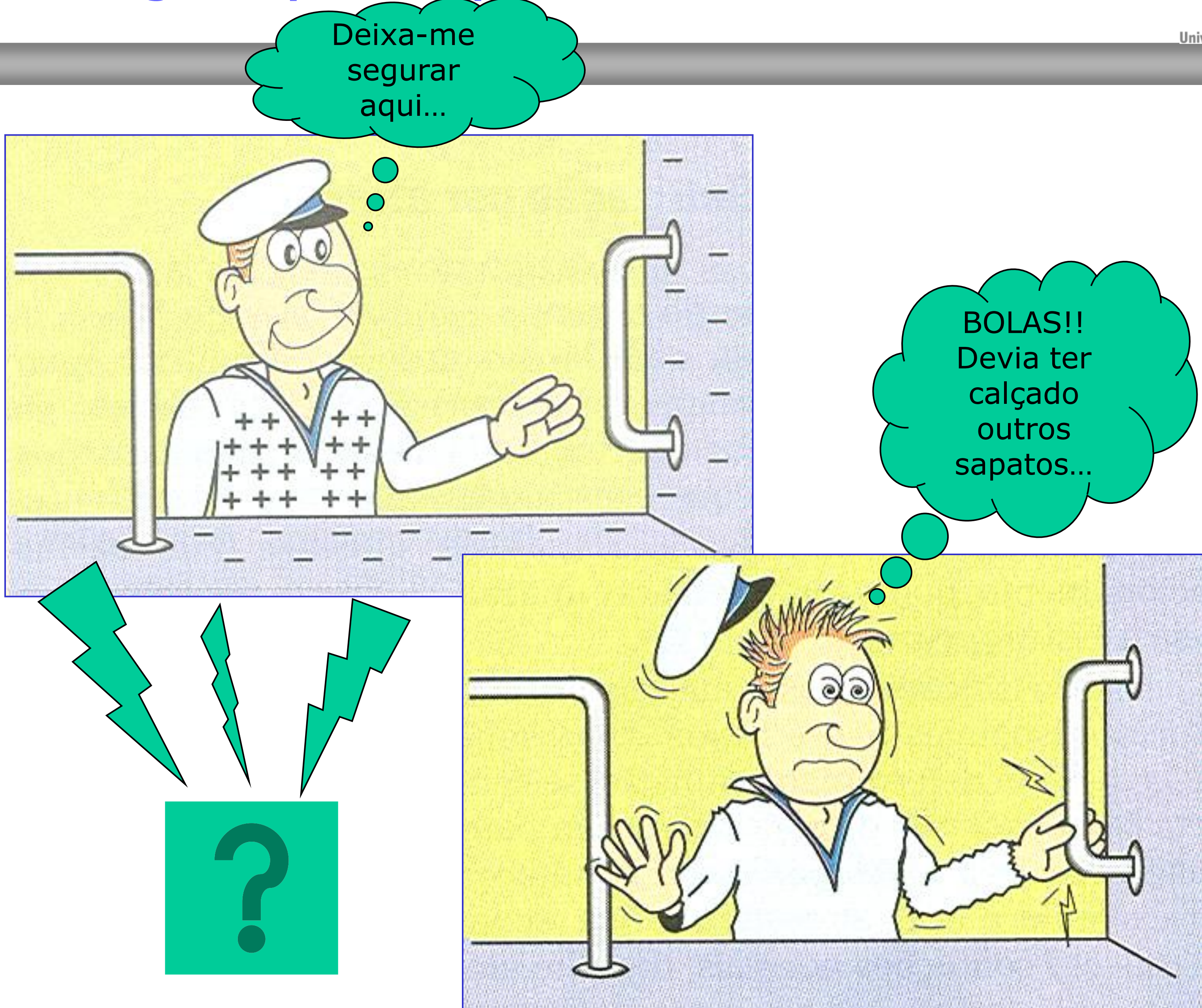
Quando friccionamos uma barra de borracha numa pele, a barra fica electrificada negativamente. Se fizermos contacto dessa barra com uma esfera metálica isolada da terra, um excesso de electrões da barra migra para a esfera.

Depois de afastarmos a barra de borracha, os electrões movem-se livremente na esfera, repelindo-se uns aos outros e redistribuindo-se na superfície da esfera.

O suporte isolante da esfera impede a passagem de electrões para a terra.



Consegue explicar o que aconteceu ao marinheiro?



Carga por Indução

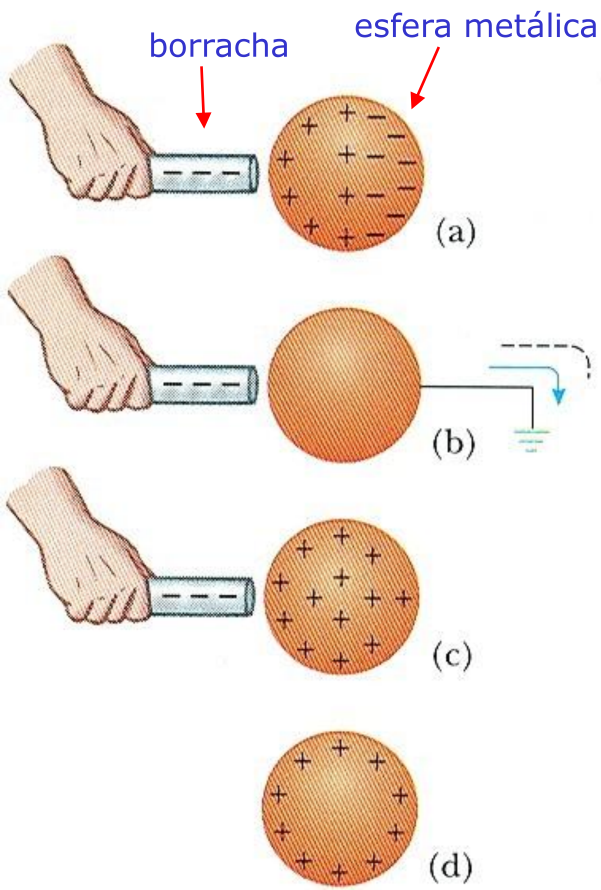
Electrificação de um ***condutor*** por ***indução***

a) Uma barra de borracha (ou âmbar) carregada negativamente por fricção é aproximada de uma esfera condutora neutra que se encontra isolada da terra. As forças repulsivas entre os electrões da barra e da esfera levam a um redistribuição das cargas na esfera.

b) Se a esfera for ligada à terra por um fio condutor, os electrões deixam a esfera ao migrarem para a terra.

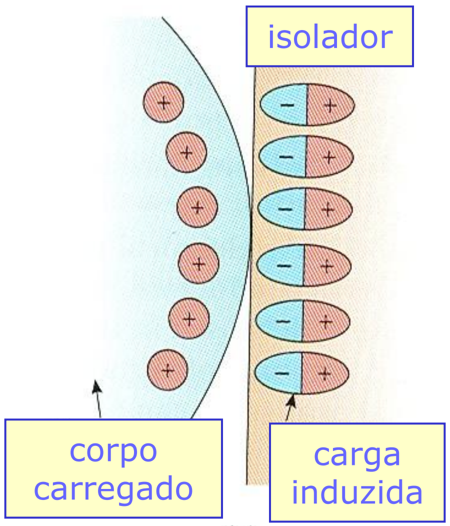
c) Se retirarmos o fio condutor, a esfera fica com um excesso de carga induzida positiva.

d) Ao afastar-se a barra de borracha, esse excesso de carga positiva distribui-se livremente e uniformemente à superfície da esfera.

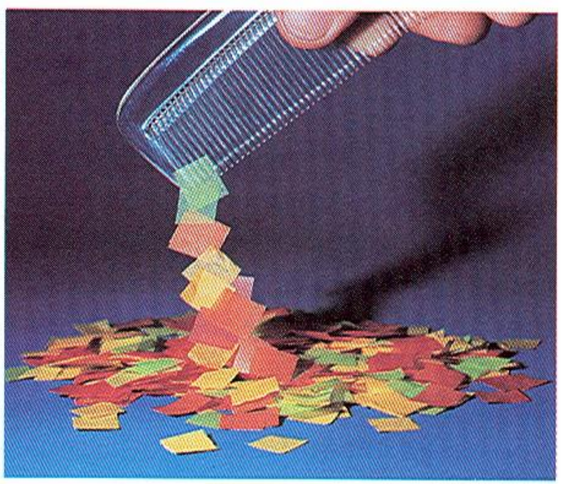


Carga por Polarização

Processo semelhante ao do carregamento por indução ocorre nos isolantes. Nos isoladores, os centros de carga positiva e negativa coincidem, porém na presença de um objecto carregado (pente) os centros de carga desviam-se ligeiramente, resultando numa distribuição mais positiva num lado e outra mais negativa no outro. Este efeito é designado por **Polarização**. Num isolador as cargas não se movem livremente!



(a)

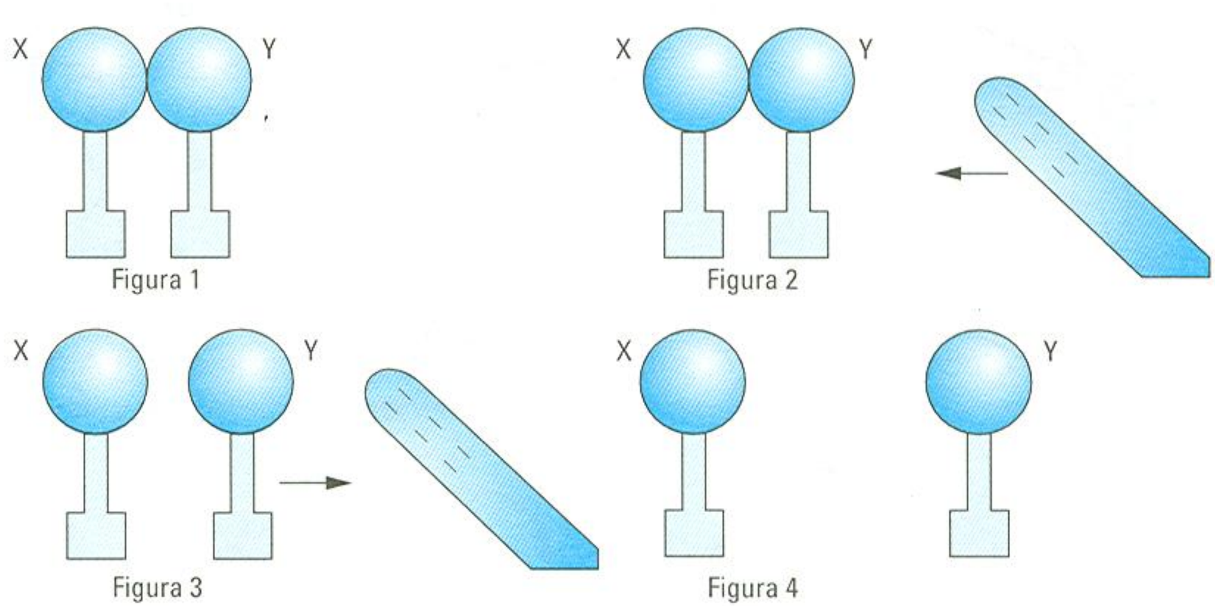

(b)

Exemplo de um pente friccionado que atrai pedaços de papel:

Num isolador, somente a área friccionada fica carregada, não havendo tendência dessa carga migrar para outras zonas do mesmo corpo. Nos metais (condutores), a carga distribui-se uniformemente à superfície.

Exercício 1

A figura 1 representa duas esferas metálicas descarregadas, X e Y, apoiadas em suportes isolantes. Na figura 2, um bastão carregado negativamente é aproximado à direita das esferas, que continuam em contacto. Na figura 3, o bastão é mantido no mesmo lugar e as esferas são afastadas uma da outra. Na figura 4, o bastão é afastado e as esferas permanecem separadas. Qual o tipo de carga eléctrica de cada esfera durante o processo?



Exercício 1: solução

Figura 2 ⇒

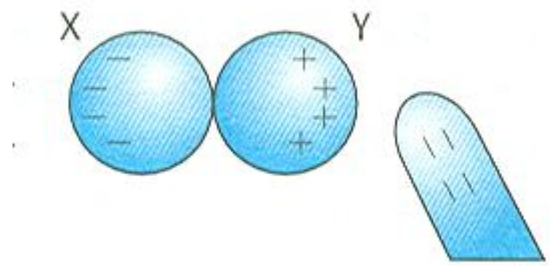


Figura 3 ⇒

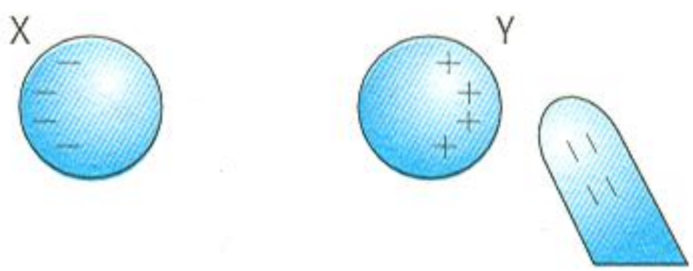


Figura 4 ⇒

1.3. Lei de Coulomb (1785)

Módulo de força eléctrica entre duas cargas:

$$\boxed{F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}$$

Constante de Coulomb

k(SI) = $8{,}9875\times10^{9}$ N.m^2/C^2

$\cong$ $9{,}0 \times 10^{9}$ N.m^2/C^2 (nossos cálculos)

- A unidade SI de carga eléctrica é o Coulomb (C).
- Def.: Quando a corrente (taxa de fluxo de carga) num fio condutor for 1A (ampere, unidade de corrente) a quantidade de carga que passa numa determinada secção do fio, em 1 s, é 1 C.

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Permitividade eléctrica do vazio:

ε_0 **= 8,85×10^{-12} C^2/N.m^2**

- Carga de um electrão ou de um protão: ***e* = 1,6×10^{-19} C**

  → 1 C de carga negativa = 6,25×10^{18} electrões (*1/e* electrões)

  → 1 C de carga positiva = 6,25×10^{18} protões (*1/e* protões)

  → 1 cm^3 Cu ⇒ ≈ 10^{23} electrões livres

- Experiências electrostáticas típicas (fricção de vidro ou borracha)⇒ 10^{-6} C (1μC) ⇒ só uma pequena fracção da carga disponível é que é transferida entre a barra e o material de fricção.
- m_e **= 9,10×10^{-31} kg**
- $m_p \approx m_n$ **= 1,67×10^{-27} kg**

Força Eléctrica entre dois corpos

Universidade do Minho

- A força é uma grandeza vectorial.
- A lei de Coulomb só se aplica exactamente a cargas pontuais ou a partículas.
- A força eléctrica de q_1 sobre q_2, F_{21}:

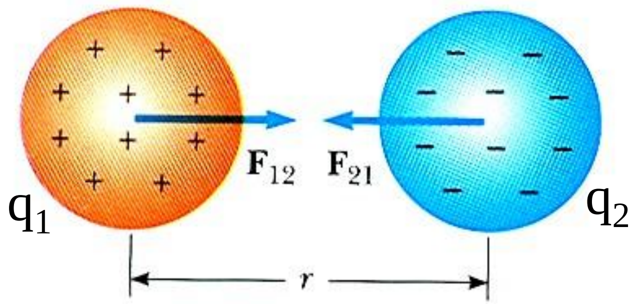
$$\vec{F}_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\hat{r}$$

Eq. 1

$\hat{r}$ → Vector unitário dirigido de q_1 para q_2

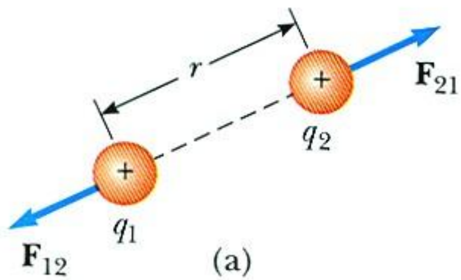
- A lei de Coulomb obedece à terceira lei de Newton:

Lei da Acção-Reacção



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

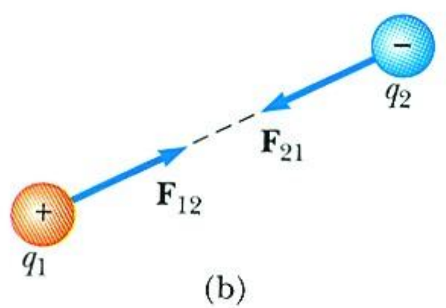
← Mesmo módulo



q_1 e q_2 mesmo sinal

$q_1 \cdot q_2$ **>** 0

Força Repulsiva



q_1 e q_2 sinais opostos

$q_1 \cdot q_2$ **<** 0

Força Atractiva

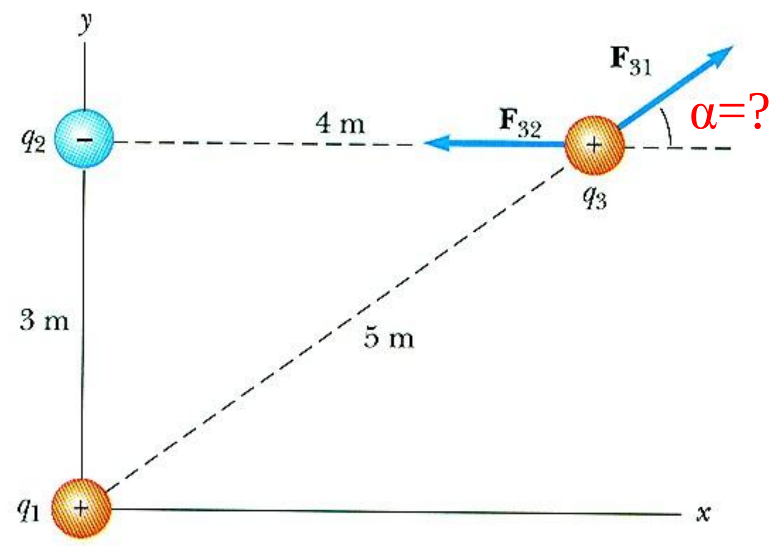
Mais de duas cargas ⇒ <u>princípio da sobreposição</u>

- A força entre <u>qualquer par de cargas</u> é dada pela Eq. 1.
- A força resultante sobre qualquer das cargas é igual à <u>**soma vectorial**</u> das forças devidas às cargas individuais.

$$\boxed{\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}}$$

Exercício 2

Considere 3 cargas pontuais nos vértices de um triângulo imaginário, conforme a figura ao lado. Sabendo que q_1=6 nC, q_2=-2 nC e que q_3=5 nC, determine a foça eléctrica resultante sobre q_3. (nota: 1 nC=1×10^{-9} C)



Resolução:

$$F_{32} = k\frac{|q_3||q_2|}{r^2} = 9\times10^9\,\frac{5\times10^{-9}\cdot2\times10^{-9}}{4^2} = 5{,}62\times10^{-9}\ \text{N}$$

$$F_{31} = k\frac{|q_3||q_1|}{r^2} = 9\times10^9\,\frac{5\times10^{-9}\cdot6\times10^{-9}}{5^2} = 1{,}08\times10^{-8}\ \text{N}$$

Cálculo de α:

$$\tan\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \arctan\frac{3}{4} \approx 37^{\circ}$$

pelo princípio da sobreposição:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = \left(F_{31}\cdot\cos37^{\circ}\,\hat{i} + F_{31}\cdot\sin37^{\circ}\,\hat{j}\right) + F_{32}\hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = \left(1{,}08\times10^{-8}\cdot\cos37^{\circ}\,\hat{i} + 1{,}08\times10^{-8}\cdot\sin37^{\circ}\,\hat{j}\right) + \left(-5{,}62\times10^{-9}\,\hat{i}\right)$$

$$\vec{F}_3 = 3{,}0\times10^{-9}\,\hat{i} + 6{,}5\times10^{-9}\,\hat{j}\ \ \text{N}$$

$$\left|\vec{F}_3\right| = \sqrt{\left(3{,}0\times10^{-9}\right)^2 + \left(6{,}5\times10^{-9}\right)^2} = 7{,}2\times10^{-9}\ \ \text{N}$$

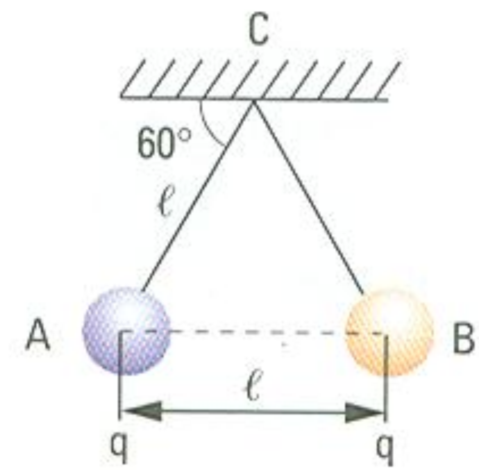
Exercício 3

A figura mostra duas esferas carregadas e suspensas, ambas em equilíbrio electrostático, com cargas (q) e massas iguais (10 g). O comprimento de cada fio é de 50 cm. Determine:

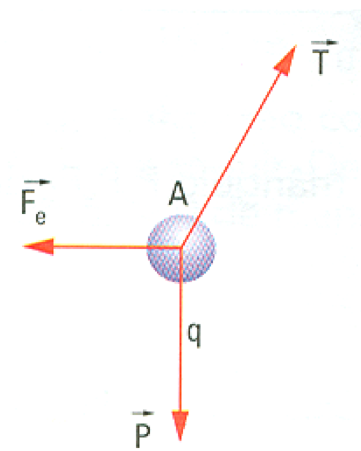
a) a intensidade da força eléctrica entre elas;

b) a tensão no fio;

c) O módulo da carga eléctrica em cada uma das esferas.



Resolução:



a)

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Leftrightarrow T\cos 60^o - F_e = 0 \\ \sum F_y = 0 \Leftrightarrow T\sin 60^o - P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \tan 60^o = \frac{P}{F_e} \Rightarrow F_e = 0{,}058 \text{ N}$$

b)

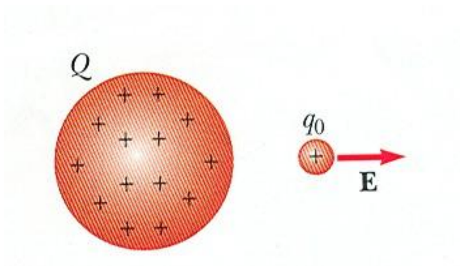
$$T = \frac{P}{\sin 60^o} = 0{,}12 \text{ N}$$

c)

$$F_e = k\frac{|q||q|}{r^2} = k\frac{q^2}{l^2} \Leftrightarrow 0{,}058 = 9\times10^9\,\frac{q^2}{0{,}5^2} \Rightarrow q = 1{,}3\times10^{-6}\ \text{C}$$

1.4. Campo Eléctrico

O vector do campo eléctrico, $\vec{E}$, externo, num ponto do espaço define-se como a força eléctrica, $\vec{F}$, que actua sobre uma carga de prova positiva colocada nesse ponto, dividida pelo módulo dessa carga de prova, $\mathbf{q_0}$:



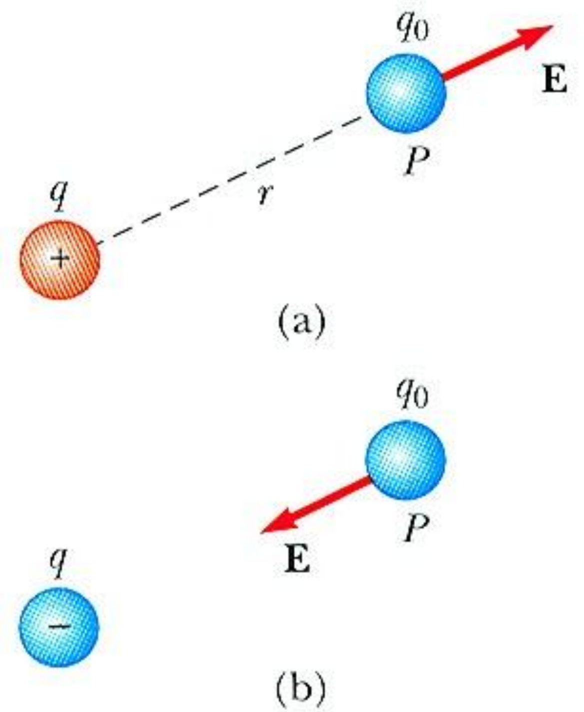
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

Unidade SI:
N/C

Como temos, pela lei de Coulomb:

$$\boxed{\vec{F} = k\frac{Qq_0}{r^2}\hat{r}} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}}$$

Assim, para o campo criado sobre uma carga pontual de prova positiva (***q₀***), temos:



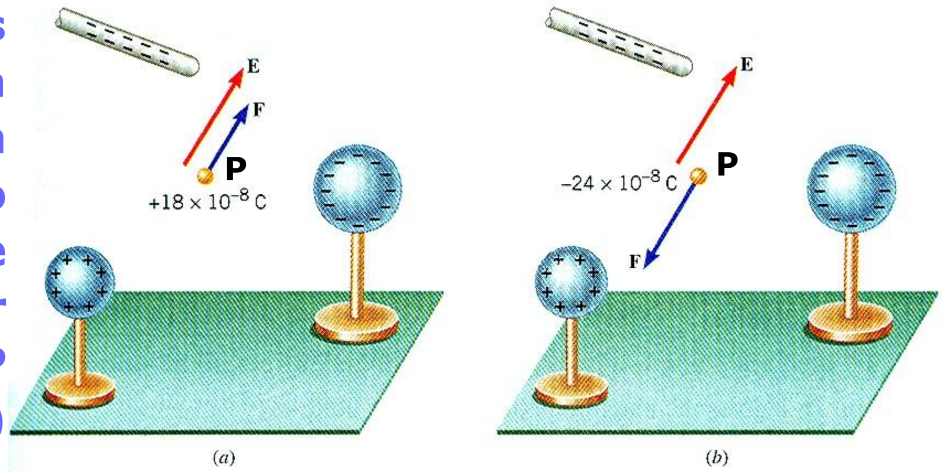
- **q > 0** ⇒ campo radial, dirigido para fora

- **q < 0** ⇒ campo radial, dirigido para q

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Exercício 4

As cargas de duas esferas metálicas e as de uma barra carregada originam um campo eléctrico de 2 N/C no ponto P da figura. Determine a força eléctrica sentida por uma carga de prova em P para as situações da alínea a) e b).



Resolução:

$a)$

$$F = |q_0| E = 18\times10^{-8}\times 2 = 36\times10^{-8}\ \mathrm{N}$$

dado q_0 ser positiva F aponta no mesmo sentido de E

$b)$

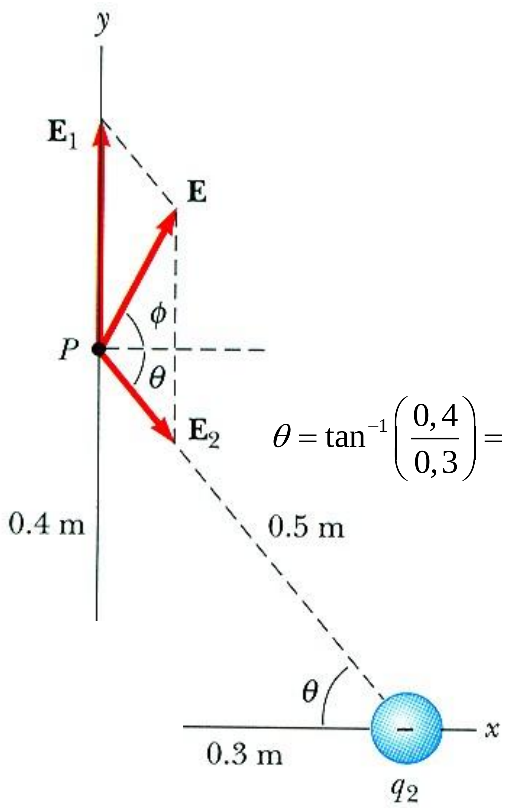
$$F = |q_0| E = 24\times10^{-8}\times 2 = 48\times10^{-8}\ \mathrm{N}$$

dado q_0 ser negativa F aponta no sentido contrário de E

Exercício 5 (problema 1.2)

Universidade do Minho

Calcule o campo eléctrico no ponto *P* de coordenadas (0;0,4) tendo em conta que q_1=7 μC e encontra-se na origem, e que q_2=-5 μC estando no eixo dos xx' a 30 cm da origem. (nota: 1 μC=1×10^{-6} C)



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0,4}{0,3}\right) = 53,1^{\circ}$$

Resolução:

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9\,\frac{7\times10^{-6}}{0,4^2} = 3,93\times10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9\,\frac{5\times10^{-6}}{0,5^2} = 1,8\times10^5 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_1 = E_{1x}\hat{\imath} + E_{1y}\hat{\jmath} = 0\hat{\imath} + 3,93\times10^5\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{E}_2 = E_{2x}\hat{\imath} + E_{2y}\hat{\jmath} = 1,8\times10^5\cos\theta\hat{\imath} - 1,8\times10^5\sin\theta\hat{\jmath} = 1,8\times10^5\hat{\imath} - 1,44\times10^5\,\hat{\jmath}$$

$$\therefore\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 1,08\times10^5\hat{\imath} + 2,49\times10^5\,\hat{\jmath} \text{ N/C}$$

$$\therefore\Rightarrow |\vec{E}| = \sqrt{\left(1,08\times10^5\right)^2 + \left(2,49\times10^5\right)^2} = 2,72\times10^5 \text{ N/C}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2,49\times10^5}{1,08\times10^5}\right) = 64,4^{\circ}$$

Princípio da Sobreposição

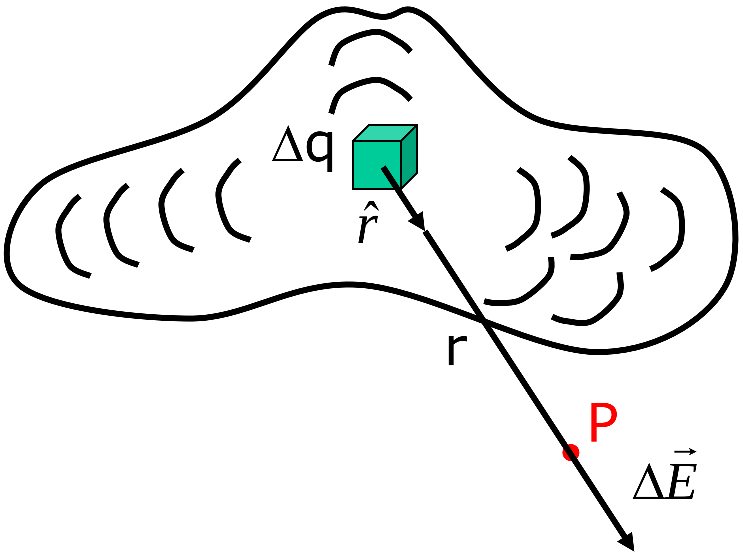
- Principio de sobreposição: O campo eléctrico total exercido sobre uma carga pontual de prova $\mathbf{q_o}$, devido a um grupo de cargas, é igual à soma vectorial dos campos eléctricos de todas as cargas.

$$\vec{E} = k \sum_i \frac{q_i}{r_i^{\,2}} \hat{r}_i$$

$\hat{r}_i$: vector unitário dirigido de q_i para P

r_i : distância da i-ésima carga, q_i , ao ponto P (localização da carga de prova)

1.5. Campo eléctrico de uma distribuição contínua de cargas.



1. Dividimos a distribuição de carga em pequenos elementos Δq.
2. Usamos lei de Coulomb para calcular o campo eléctrico em P devido a um desses elementos Δq.

$$\boxed{\Delta\vec{E} = k\frac{\Delta q}{r^2}\hat{r}}$$

3. Calculamos o campo total pela aplicação do princípio da sobreposição:

$$\boxed{\vec{E} \cong k\sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^{\ 2}}\hat{r}_i}$$

Se a separação entre os elementos de carga, na distribuição de cargas, for pequena em comparação com a distância a P $\Rightarrow$ a distribuição de carga pode ser considerada contínua.

Campo total em P:

$$\boxed{\vec{E} = k \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^{\,2}} \hat{r}_i = k \underbrace{\int \frac{dq}{r^2} \hat{r}}_{\text{Operação vectorial}}}$$

Admitiremos:

1. Cargas uniformemente distribuídas

Densidades de carga:

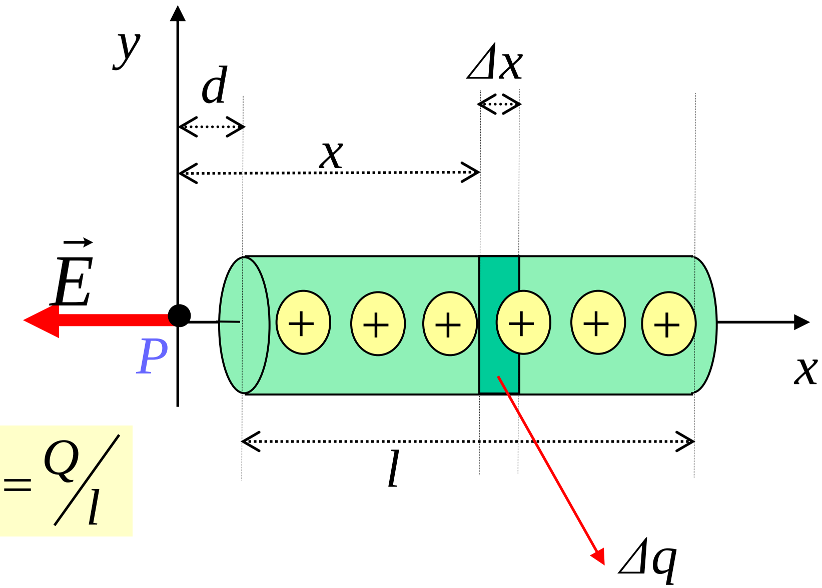
Num volume V $\Rightarrow$	$\rho \equiv \dfrac{Q}{V} \quad \left(C.m^{-3}\right)$
Uma superfície de área A $\Rightarrow$	$\sigma \equiv \dfrac{Q}{A} \quad \left(C.m^{-2}\right)$
Uma linha de comprimento *l* $\Rightarrow$	$\lambda \equiv \dfrac{Q}{l} \quad \left(C.m^{-1}\right)$

2. Cargas NÃO uniformemente distribuídas:

$$\rho \equiv \frac{dQ}{dV};\ \sigma \equiv \frac{dQ}{dA};\ \lambda \equiv \frac{dQ}{dl}$$

Exercício 6 (problema 1.5)

Um bastão, com o comprimento *l*, tem uma carga positiva uniforme λ por unidade de comprimento e uma carga total *Q*. Calcular o campo eléctrico num ponto *P* sobre o eixo do bastão, a uma distância *d* de uma das extremidades.



$$\lambda = Q/l$$

Resolução:

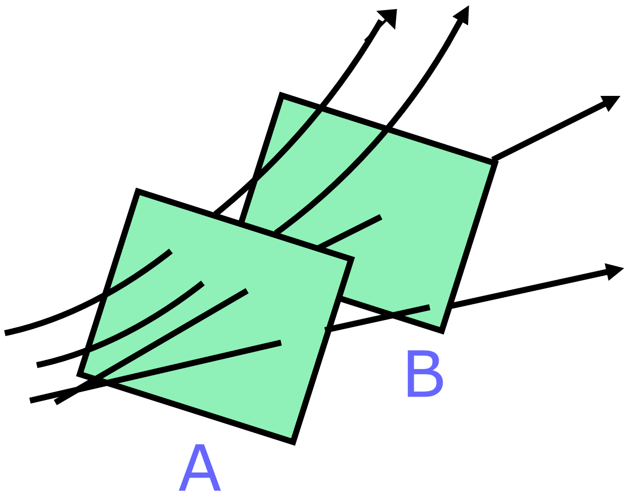
$$\Delta E = k\frac{\Delta q}{x^2} = k\frac{\lambda \Delta x}{x^2} \Rightarrow E_P = \int_d^{l+d} k\frac{\lambda}{x^2}dx = \ldots = k\lambda l\frac{1}{d(l+d)}$$

$$\therefore E = k\frac{Q}{d(l+d)}$$

$$caso\ d >> l \Rightarrow E_P \approx k\frac{Q}{d^2}$$

1.6. Linhas do Campo Eléctrico

1. $\vec{E}$ é tangente, em cada ponto, à linha do campo eléctrico que passa pelo ponto.
2. O número de linhas, por unidade de área, que atravessam uma superfície perpendicular às linhas do campo, é proporcional ao valor do campo eléctrico na região.
3. Se **E** for muito grande em módulo, as linhas de campo estarão muito juntas. Inversamente, se **E** for pequeno as linhas de campo afastam-se.



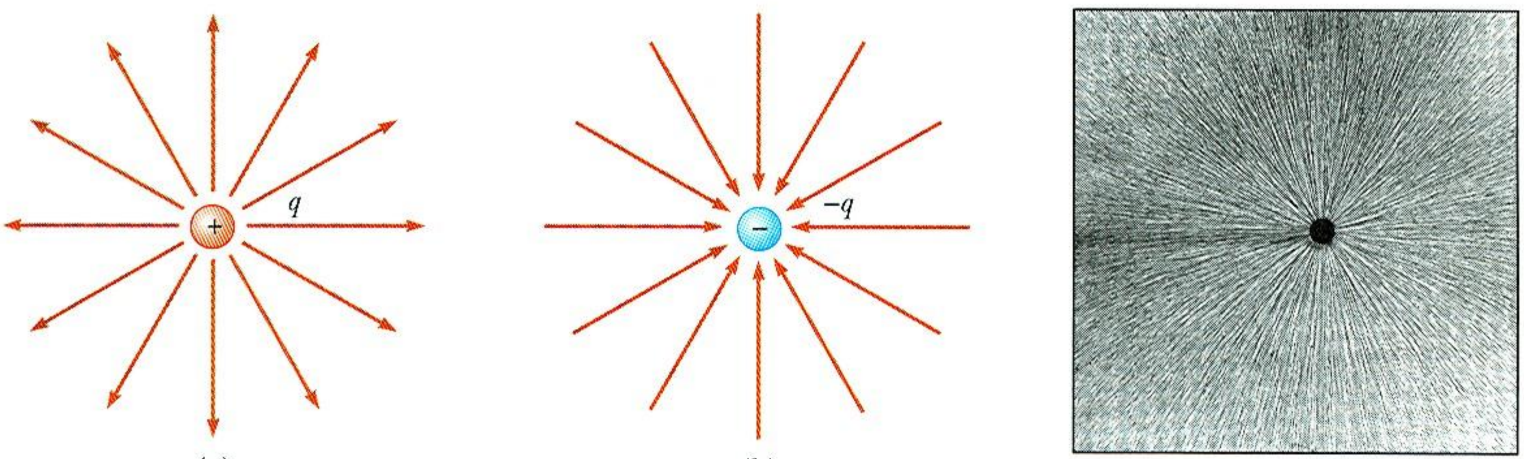
$E_A > E_B$

Linhas de campo eléctrico associadas a uma carga pontual

a) Para uma carga pontual positiva, as linhas apontam radialmente para fora;

b) Para uma carga pontual negativa, as linhas apontam radialmente para dentro (para a carga).

c) As linhas escuras são fios têxteis imersos em óleo que se alinham com o campo eléctrico produzido por uma carga eléctrica no centro da figura.

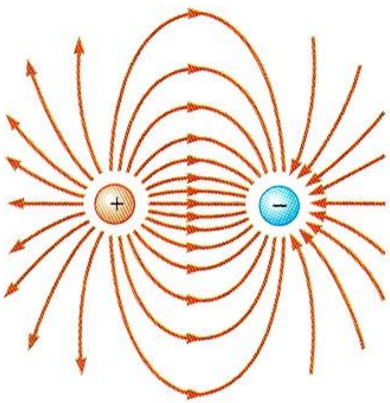


(a) (b) (c)

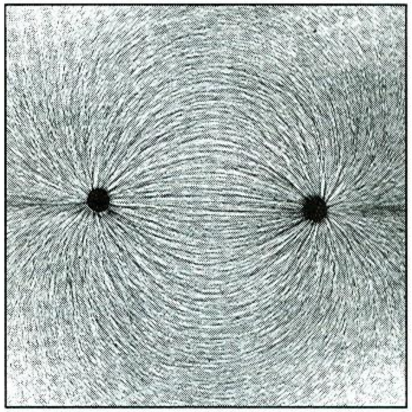
Regras para traçar as linhas de campo eléctrico:

1. As linhas começam em cargas positivas (+) e terminam em cargas negativas (-), ou, no caso de haver excesso de carga, no infinito.
2. Devido à quantificação da carga, o número de linhas que saem (+), ou que se aproximam (-) de uma carga, é proporcional ao módulo da carga (0, ±c’e, ±2c’e...), onde c’ é uma constante.
3. Não há cruzamento das linhas do campo eléctrico.

Campo eléctrico produzido por duas cargas iguais (q) mas de sinal contrário. Esta configuração denomina-se de ***dípolo eléctrico***. O nº de linhas que começam na carga (+) é igual ao nº de linhas que chegam à carga (-).



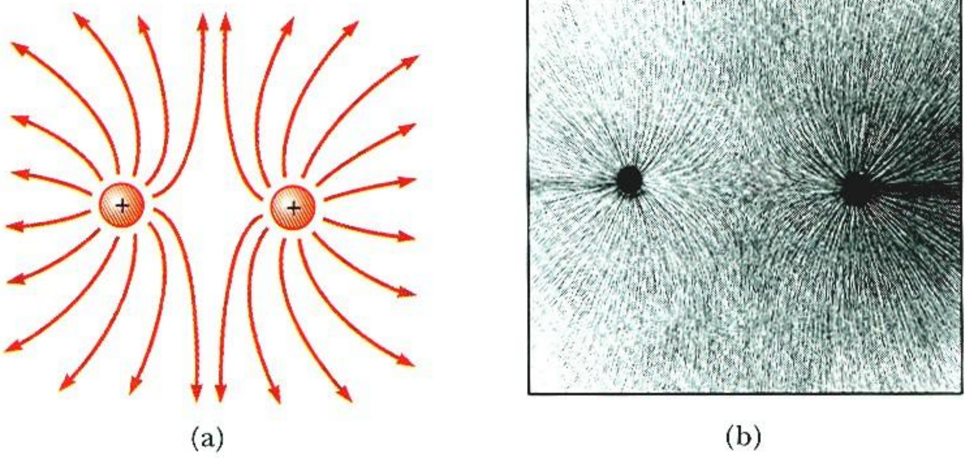
(a)

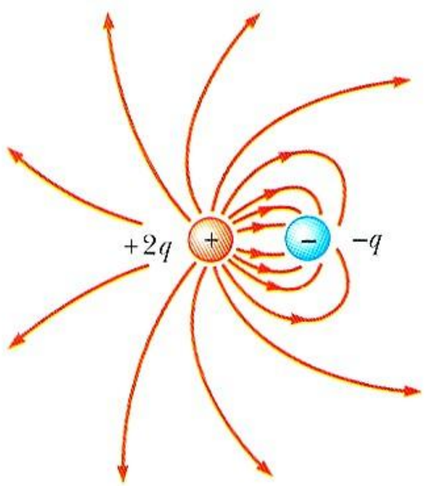


(b)

O campo eléctrico é contínuo – existe em todos os pontos !!!

Campo eléctrico produzido por duas cargas iguais (**q**) positivas. Na região entre as cargas existe uma enorme repulsão. Para distâncias grandes, o campo aproxima-se ao de uma carga **2q**.





Configuração de campo eléctrico para uma carga **+2q** e uma carga **−q**. Repara que para cada linha que chega a **−q** saem duas linhas de **+2q**.

Universidade do Minho

Equivalente ao projéctil num campo gravitacional uniforme.

Carga q colocada num campo eléctrico $\vec{E} \quad \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}}$$

2ª Lei de Newton

m = massa da carga ; *v* << c

$$\boxed{\vec{a} = q\frac{\vec{E}}{m}}$$

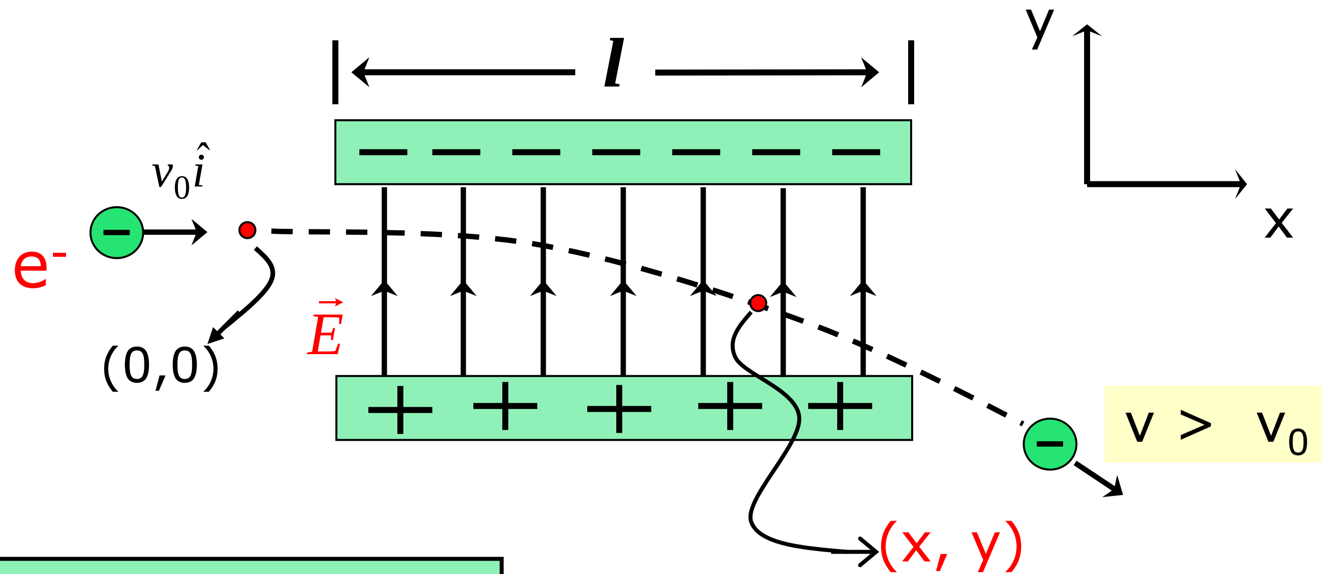
Se $\vec{E}$ for uniforme (módulo e direcção constantes)

$\Rightarrow$ $\vec{a}$ será uma constante do movimento.

$\Rightarrow$ Se a carga for positiva (+), a aceleração estará na direcção do campo eléctrico **E**, caso contrário estará na direcção oposta.

$\vec{a}$ constante $\Rightarrow$ eqs. da cinemática

Exemplo



$$\vec{a} = -\frac{qE}{m}\hat{j} = -\frac{eE}{m}\hat{j}$$

Dado que a aceleração (vertical) é constante e como $\boldsymbol{v_{0x} = v_0}$ e $\boldsymbol{v_{0y} = 0}$, obtemos:

$$\begin{cases} v_x = v_0 = const. \\ v_y = a \cdot t = -\dfrac{eE}{m}t \end{cases}$$

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \quad \begin{cases} x = v_0.t \\ y = \dfrac{1}{2}a \cdot t^2 = -\dfrac{eE}{2m}t^2 \end{cases}$$

Eliminando o tempo nas equações anteriores, obtemos:

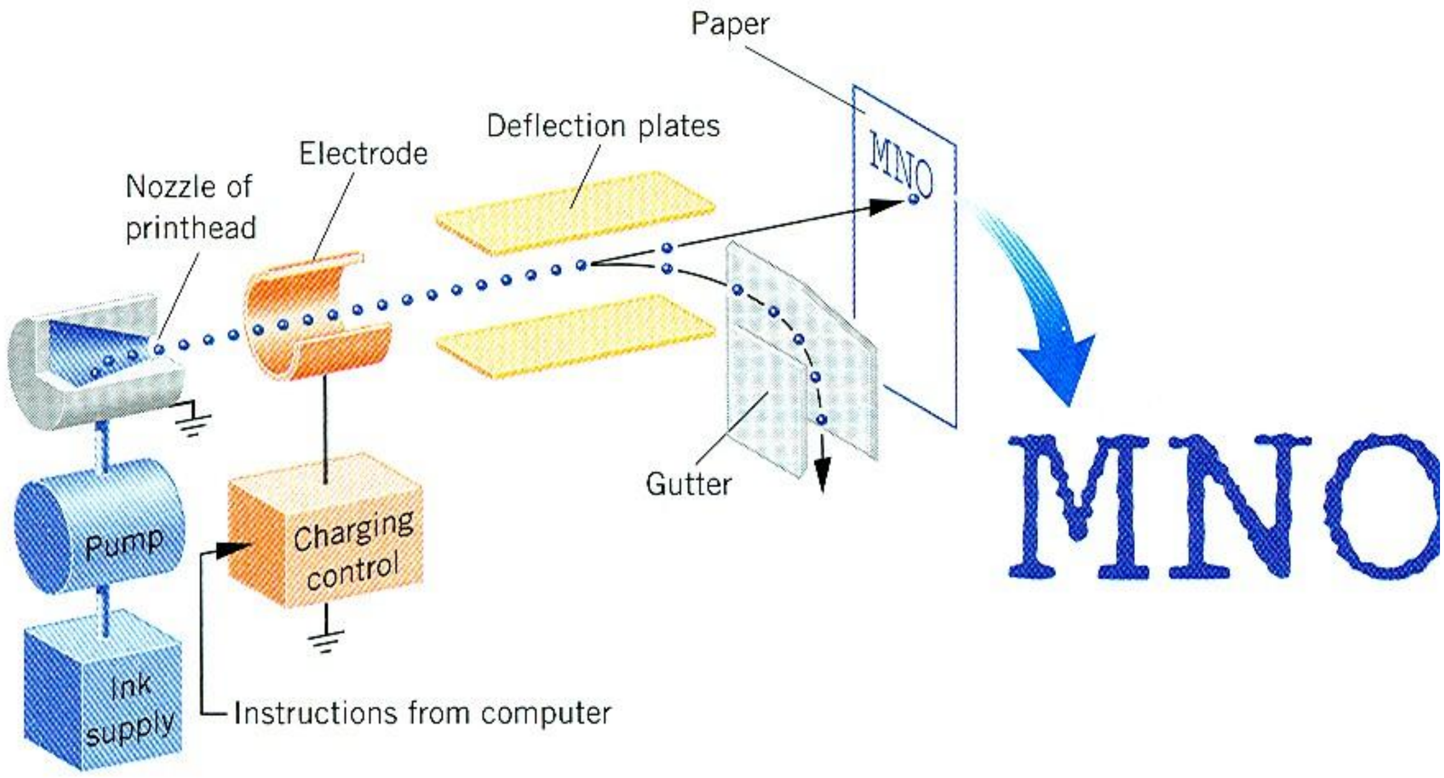
De (1): $$t = \frac{x}{v_0}$$

Substituindo em (2): $$y = -\frac{eE}{2mv_0^2}x^2$$ (equação parabólica)

Esta equação dá-nos a deflexão vertical da carga por acção do campo eléctrico entre as placas. Nestes cálculos, desprezamos a força gravitacional sobre o electrão.

$$\boxed{E = 10^4\ N.C^{-1} \Rightarrow \frac{F_e}{P} = \frac{eE}{mg} \begin{cases} \sim 10^{14} & para\ electrões \\ \sim 10^{11} & para\ protões \end{cases}}$$

Exemplo de uma impressora de jactos de tinta

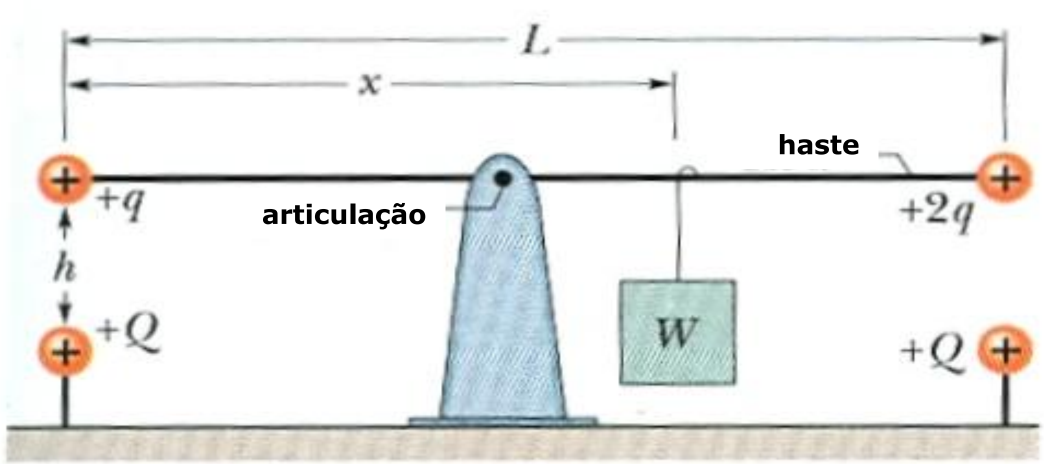


Exercício 7

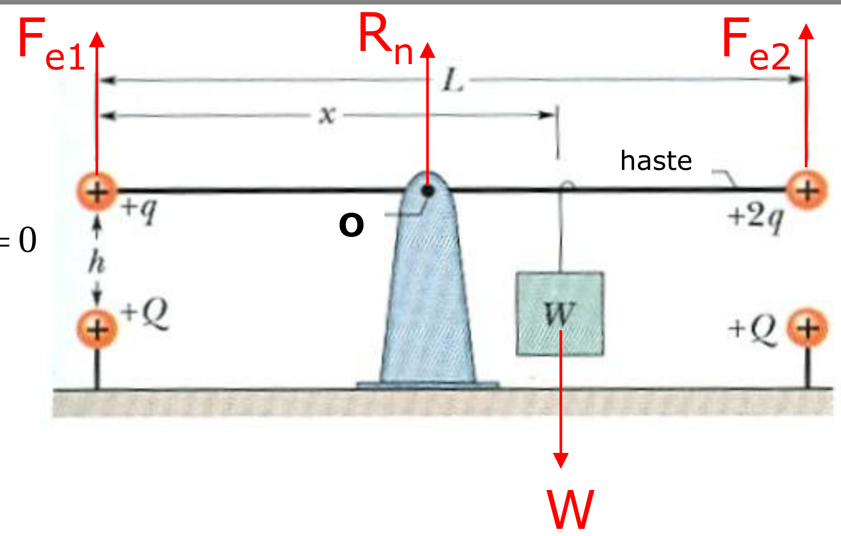
Uma haste isolante de comprimento L=2 m e de massa desprezável está articulada no seu centro e equilibrada por um peso **W** (m=1 kg), colocado a uma distância **x** da sua extremidade esquerda. Nas extremidades da barra colocaram-se duas cargas positivas, **q** e **2q** (q=1 μC). Por baixo destas duas cargas, e a um distância **h**=10 cm, colocou-se uma carga positiva **Q**=5 μC. Determine:

a) a distância **x** de modo que a barra permaneça em equilíbrio;

b) a distância **h** de modo que a barra não exerça nenhuma reacção normal no ponto da articulação.



Exercício 7: resolução



a)

$$\sum \vec{M}_o = 0 \Leftrightarrow \vec{M}_O^{F_{e1}} + \vec{M}_O^{R_n} + \vec{M}_O^{W} + \vec{M}_O^{F_{e2}} = 0$$

$$\frac{L}{2} F_{e1} \sin 90^\circ + 0 \cdot R_n + \left(x - \frac{L}{2}\right) \cdot W \sin 90^\circ - \frac{L}{2} F_{e2} \sin 90^\circ = 0$$

$$\frac{L}{2} k \frac{qQ}{h^2} + 0 + \left(x - \frac{L}{2}\right) \cdot mg - \frac{L}{2} k \frac{2qQ}{h^2} = 0$$

$$\therefore x = \frac{L}{2}\left(1 + k \frac{qQ}{h^2 mg}\right) = 1{,}46\, m$$

b)

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{e1} + \vec{R}_n + \vec{W} + \vec{F}_{e2} = 0$$

$$F_{e1} + R_n - W + F_{e2} = 0$$

$$k \frac{qQ}{h^2} + 0 - mg + k \frac{2qQ}{h^2} = 0$$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{3kqQ}{mg}} = 0{,}12\ m$$