

**EXAME DE ESTATÍSTICA APLICADA**  
**Eng<sup>a</sup> de Sistemas e Informática e Lic. Matemática e Ciências de Computação**  
**04 de Julho de 2006**  
**(Duração 3 horas)**

**Resolva Grupo A e Grupo B em cadernos separados**  
**Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar**

**GRUPO A**

- 1. Na Análise de Variância de uma entrada, para amostras de tamanho diferente, a partir da relação  $Y_{ij} - \bar{Y} = (Y_{ij} - \bar{Y}_i) + (\bar{Y}_i - \bar{Y})$  mostre que:

$$\sum \sum (Y_{ij} - \bar{Y})^2 = \sum \sum (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 + \sum_i n_i (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$$

- 2. A distribuição de Pareto, usada para modelar distribuição de renda, tem função de distribuição cumulativa dada por

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha, & x \geq \beta \\ 0, & x < \beta \end{cases}$$

onde  $\alpha, \beta > 0$ . Portanto, sua função de densidade é

$$f(x) = \alpha \beta^\alpha x^{-(\alpha+1)}, x \geq \beta.$$

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$  **i.i.d.** com distribuição de Pareto com parâmetro  $\beta$  **conhecido e igual a 1**. Obtenha o estimador de máxima verosimilhança de  $\alpha$ .

- 3. Um determinado Município pretende efectuar uma sondagem junto da população que vive num bairro mais afastado a fim de determinar a proporção de pessoas que diariamente utilizam os transportes públicos. Optima para 50%

a)- Determine o número de munícipes a inquirir de modo a obter um erro de estimativa máximo igual a 2% para um nível de confiança de 95%.

b) Os meios financeiros disponíveis apenas permitiam inquirir 1000 pessoas, das quais 150 afirmaram utilizar os transportes públicos regularmente. Obtenha um intervalo de confiança a 95% para a proporção de munícipes que utilizam regularmente os transportes públicos. Diga qual o erro de estimativa associado e comente o resultado.

4. Um modelo de automóvel é vendido em quatro versões, SX, LX, GLX, GTX. Foi feita uma campanha publicitária para melhorar as vendas das versões GLX e GTX. Posteriormente, foi verificada a escolha das versões em 500 vendas escolhidas ao acaso. Os resultados foram: SX (205), LX (125), GLX (110), GTX (60). De acordo com o fabricante, a participação de cada versão nas vendas deste modelo até a realização da campanha era de 40% de SX, 30% de LX e 20% de GLX. Faça o teste estatístico adequado a 5% e verifique se há evidências de para afirmar que houve mudanças na participação das vendas de cada versão.

GRUPO B

5. A tensão à rotura (psi – pouns per square inch), de determinados componentes poliméricos, depende do tempo de polimerização e da temperatura do banho. Para investigar a relação entre estas duas variáveis foram realizadas experiências que produziram os seguintes dados:

Temperatura do Banho	Tempo de polimerização	
	20 min	60 min
100 °C	11.80; 11.75; 11.90 <i>35,45</i>	11.90; 12.00; 12.10 <i>34</i>
120 °C	10.55; 11.10; 11.20 <i>32,45</i>	9.90; 10.15; 9.40 <i>29,45</i>

- a) Apresente a tabela ANOVA para estes dados, indicando as condições de aplicabilidade. (Cálculos auxiliares:  $\sum y_{ijk}^2 = 1500,2775$   $STQ = 9,5223$ ).

- b) O que pode concluir acerca da experiência?

6. Os tempos entre as chegadas de nove fregueses consecutivos ao balcão de informações de uma loja foram, em minutos,

1,0 0,6 1,2 0,6 1,8 0,3 0,5 2,0

Teste a hipótese de que os tempos entre as chegadas obedecem a uma distribuição exponencial. (Use  $\alpha = 1\%$ )

7. Uma companhia de seguros de automóveis classifica seus segurados em fumadores e não-fumadores. Para oito grupos, de 100 fumadores cada um, a frequência de acidentes foi a seguinte:

7 9 5 13 8 11 8 6

As frequências correspondentes para doze grupos de não-fumadores foram:

4 2 4 3 3 6 3 4 2 4 3 2

Verifique se esses dados confirmam a hipótese de que a distribuição de acidentes dos não fumadores é significativamente menor do que o dos fumadores.

8. Os dados representam o rendimento per capita (milhares de dólares) em função do número de habitantes de alguns países (em milhões).

Pop X	54	42	28	38	25	70	48	41	20	52	65
Rend Y	6	16	33	18	41	3	10	14	45	9	5

- a) Ajuste um modelo do tipo

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{1}{X_i}$$

- b) Teste a hipótese de que não existe relação entre o rendimento e a população. O que pode concluir? (Cálculos auxiliares:  $\bar{\sigma}^2 = 6,469$ ).



Boa Sorte!