



EXAME DE MÉTODOS NUMÉRICOS
Curso de Engenharia: CIVIL
17 de Julho de 2004 Duração: 3 horas
APRESENTE TODOS OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFECTUAR

1. Pretende-se determinar um ponto de coordenadas (x_1, x_2, x_3) . Sabe-se que esse ponto pertence à esfera de raio 2 de equação

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4,$$

que está sobre o plano

$$x_3 = 1$$

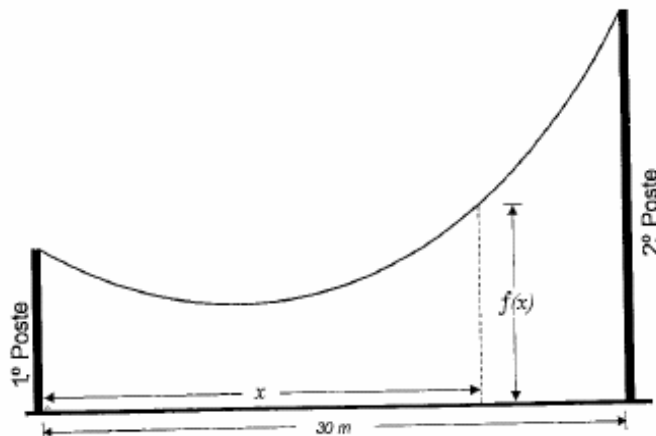
e que está a uma distância igual a 1 do ponto $(0, 1, 1)$.

- a) Formule este problema como um sistema de três equações não lineares.
- b) Utilize a equação do plano, $x_3 = 1$, para transformar o sistema encontrado num sistema de duas equações a duas variáveis (x_1, x_2) . Implemente o método iterativo de Newton para determinar o ponto, e tome como aproximação inicial $(1, 1)$. No critério de paragem use $\varepsilon_1 = 0.1$ e $\varepsilon_2 = 0.05$ ou no máximo 2 iterações.
2. Indique, justificando, se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação:
"O método iterativo de Gauss-Seidel aplicado ao sistema linear

$$\begin{cases} x_1 + 0.25x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 1.25 \end{cases}$$

tomando, para iniciar o processo iterativo, o vector $(1, 1)^T$, não converge."

3. Um fio está suspenso entre dois postes. A distância entre os postes é de 30 metros. A distância do fio ao solo $f(x)$, em metros, depende de x como mostra a figura. A tabela mostra 5 valores conhecidos de f .



| | | | | | |
|----------|-------|------|------|-------|-------|
| x_i | 0 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| $f(x_i)$ | 15.43 | 10.2 | 10.2 | 11.86 | 15.43 |

- a) Com base num polinómio interpolador de Newton, construa uma parábola para aproximar $f(x)$ e determine a distância do fio ao solo quando $x = 10$.
- b) A partir da parábola da alínea anterior, verifique se $x = 10$ é o ponto em que a distância do fio ao solo é mínima.
- c) Determine os coeficientes c_1 e c_2 do modelo

$$M(x; c_1, c_2) = c_1 e^{1-0.1x} + c_2 e^{0.1x-1}$$

que melhor se ajusta à função $f(x)$ de acordo com

$$\min_{c_1, c_2} \sum_{i=1}^5 (f(x_i) - M(x_i; c_1, c_2))^2.$$

4. Se $y(t)$ representar a altitude de uma granada no instante de tempo t , então esta pode ser descrita pela seguinte equação diferencial:

$$y''(t) = -g + 0.2y,$$

em que g representa a aceleração da gravidade ($= 9.8m/s^2$). Sabendo que a granada é lançada no instante $t = 0$, a partir do chão ($y(0) = 0$) e que, como a granada explode após 5 *segundos*, esta deverá estar a 40 *metros* do chão. Será que, com uma velocidade inicial de $18 ms^{-1}$ ($y'(0) = 18 ms^{-1}$), a granada explode antes, depois ou na distância prevista? Use um espaçamento de 2.5 *segundos*.

5. Um pára-quedista, com uma massa de $68.1kg$, salta de um balão de ar quente estacionário. A distância percorrida, em *metros*, ao fim de 10 *segundos* é dada por

$$d = \frac{gm}{c} \int_0^{10} (1 - e^{-(c/m)t}) dt$$

em que $g = 9.8m/s^2$ é a constante gravitacional, $c = 12.5kg/s$ é o coeficiente de atrito e m é a massa do pára-quedista. Calcule d , usando a fórmula composta do Trapézio, de tal forma que o erro de truncatura seja inferior a 0.20.

FIM