Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas

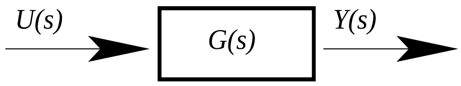
EXAME DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Curso de Engenharia: CIVIL

2^a chamada   5 de Julho de 2005   Duração: 3 horas

APRESENTE **TODOS** OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFECTUAR

1. Seja $G(s)$ a função de transferência do sistema:



A resposta do sistema no domínio de s é dada por $Y(s) = G(s)U(s)$ onde:

$$U(s) = \frac{1}{s}, \quad G(s) = \frac{2s+1}{s^3 + 11.975s^2 + 20.65625s + 9.0625}$$

A estabilidade do sistema depende dos valores dos zeros do denominador de $G(s)$. Considerando que esses zeros são todos reais e negativos, calcule o zero que está mais próximo de 0, utilizando o método de Newton com $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1$, ou no máximo 3 iterações.

2. Um braço de robô com um laser é utilizado para tarefas de verificação de qualidade, como o raio de um furo. O caminho a percorrer tem que ser suave para evitar movimentos bruscos e imprevistos (de modo a não criar um desgaste prematuro no braço), e ao mesmo tempo tem que ser curto. Assim, o braço de robô tem que verificar seis furos numa placa rectangular de dimensão 15” $\times$ 10” localizados nas posições indicadas:

x	2.00	4.25	5.25	7.81	9.20	10.60
y	7.20	7.10	6.00	5.00	3.50	5.00

O engenheiro responsável pretende utilizar ’spline’ cúbica completa de forma a poder reproduzir o trajecto mais suave e mais curto.

Qual a posição do braço de robô quando $x = 6.00$?

3. O n^o de ciclos N necessários para provocar uma falha numa peça sob acção de um peso w é dado por:

$$N = c_1 e^{-c_2 w}$$

No decorrer de um teste obtiveram-se os seguintes valores:

w	150	175	200
N	3.23	0.63	0.51

Estime os valores dos parâmetros c_1 e c_2, usando a técnica dos mínimos quadrados, recorrendo ao método de Gauss-Newton. Para estimativa inicial, use os valores de 10 e 0, respectivamente, para c_1 e c_2. Efectue apenas 1 iteração.

4. Quando o valor da tensão T não é constante, o modelo para a curva de deflexão $y(x)$ de uma corda a girar, é dado pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{d}{dx}\left[T(x)\frac{dy}{dx}\right] + \rho\varpi^2 y = 1$$

Considere que $1 \leq x \leq e$ e que $T(x) = x^2$. Se $y(1) = 0$, $y(e) = 0$ e $\rho\varpi^2 = 1$, determine os valores de deflexão nos três pontos interiores igualmente espaçados. Considere $e = 2.72$.

5. A função $\pi(x)$ fornece a quantidade de números primos $\leq x$. Esta função pode ser aproximada por

$$\pi(x) \approx \int_1^x \frac{1}{ln(t)}dt = \int_1^2 \frac{1}{ln(t)}dt + \int_2^x \frac{1}{ln(t)}dt$$

Pretende-se estimar quantos números primos existem inferiores ou iguais a 5 devendo para tal:

a) utilizar a fórmula composta do trapézio com erro de truncatura inferior a 0.1 no cálculo do integral $\int_2^x \frac{1}{ln(t)}dt$.

b) utilizar a fórmula simples de Newton-Cotes mais adequada ao cálculo do integral $\int_1^2 \frac{1}{ln(t)}dt$.

FIM