

1º Trabalho de Grupo de Análise TP3 - 26 Fev

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

---

**Apresente todos os cálculos que efectuar**

1. Qual dos seguintes pontos  $A = (1, 2, 3)$ ,  $B = (0, -1, 1)$  e  $C = (3, 1, 2)$  de  $\mathbb{R}^3$  se encontra mais próximo do ponto  $X = (1, 1, 2)$ ? Justifique.
2. Encontre o conjunto dos pontos  $X = (x, y, z)$  pertencentes ao plano de equação  $z = x$ , tal que os vectores  $\overrightarrow{OX}$  têm norma 2 e fazem um ângulo de  $45^\circ$  com o vector  $V = (0, 1, 1)$ .  
(nota:  $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ );
3. Considere a função real de duas variáveis  $f(x, y) = \log(1 - x^2 - y^2)$ .
  - (a) Determine o domínio  $D$  da função  $f$ ;
  - (b) Apresente um esboço do domínio  $D$ ;
  - (c) Determine o contradomínio da função  $f$ .

1

$$\cdot \| (1, 2, 3) - (1, 1, 2) \| = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\cdot \| (0, -1, 1) - (1, 1, 2) \| = \| (-1, -2, -1) \| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$\cdot \| (3, 1, 2) - (1, 1, 2) \| = \| (2, 0, 0) \| = \sqrt{2^2 + 0 + 0} = 2$$

Logo o ponto  $A = (1, 2, 3)$  é o que está mais próximo de  $X = (1, 1, 2)$ .

2

$$X = (x, y, z)$$

→  $X$  pertence ao plano de equação  $z = x$ , então  $X = (x, y, x)$ .

$$\rightarrow \| \vec{OX} \| = \sqrt{x^2 + y^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 + y^2}, \text{ donde}$$

$$\| \vec{OX} \| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + y^2 = 4$$

$$\rightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\vec{OX} \cdot \vec{V}}{\| \vec{OX} \| \cdot \| \vec{V} \|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{(x, y, x) \cdot (0, 1, 1)}{2 \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{y+x}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2 = x+y \Leftrightarrow y = 2-x$$

Assim

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (2-x)^2 = 4 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 4 - 4x + x^2 = 4 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(3x-4) = 0 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$$

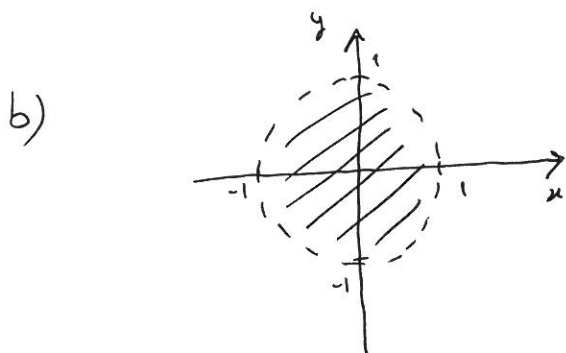
Conclusão:

$$\left\{ (0, 2, 0), \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right) \right\}$$

3

$$f(x, y) = \log(1 - x^2 - y^2)$$

a) Domínio de  $f: \mathcal{D}_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x^2 - y^2 > 0\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$



c)  $0 < 1 - x^2 - y^2 \leq 1$ ,  $\forall (x, y) \in \mathcal{D}_f$ , logo o  
contradomínio de  $f$  é  $] -\infty, 0]$ .