



Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas

EXAME DE MÉTODOS NUMÉRICOS

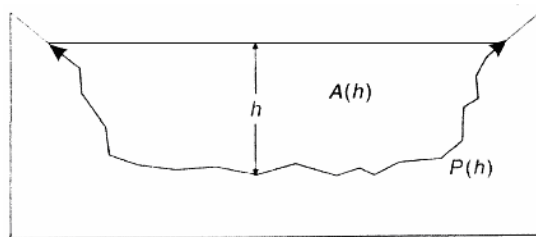
Curso de Engenharia: CIVIL

Recurso 22 de Julho de 2005 Duração: 3 horas

LEIA O ENUNCIADO COM ATENÇÃO

APRESENTE **TODOS OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFECTUAR**

1. Considere a seguinte figura que representa um lago:



em que h é a profundidade do lago, $A(h) = 4.7h$ é a área da secção molhada, $P(h) = 4 + 2h$ representa o perímetro molhado, $R(h)$ é o raio hidráulico dado por $\frac{A(h)}{P(h)}$, $S = 0.001$ (inclinação longitudinal do lago), $v = 0.02$ (parâmetro de rugosidade da superfície do lago) e $Q = 12.2$ (vazão do lago).

Pretende-se determinar a profundidade h do lago pela aplicação da equação de Manning para verificação da capacidade da vazão de lagos:

$$Q = \frac{A(h) R(h)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}}{v}.$$

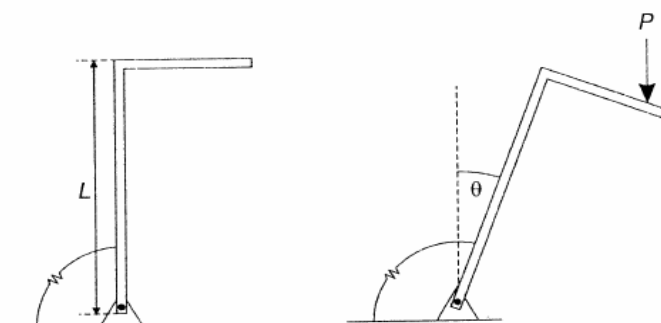
Sabendo que $h \in [1, 2]$, utilize o método mais adequado, considerando no critério de paragem $\varepsilon_1 = 10^{-1}$ e $\varepsilon_2 = 10^{-2}$, ou no máximo 2 iterações.

2. Considere a matriz dos coeficientes de um certo sistema linear

$$A = \begin{pmatrix} k & 3 & -1 \\ k & 6 & 1 \\ 1 & 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

Com base numa das condições suficientes baseada na matriz A , para que valores de k se garante a convergência do método de Gauss-Seidel?

3. Considere-se um pórtico em L invertido com um apoio flexível de rotação:



a) Para os seguintes valores θ_i do ângulo, obtiveram-se os correspondentes f_i :

θ_i	0	$\pi/3$	$2\pi/3$	π
f_i	0.5	-0.2453	-2.1067	-4.5841

Pretende-se ajustar o modelo

$$f(\theta) = c_1 \cos(\theta) + c_2 \sin(\theta) + c_3 \theta$$

em que $c_3 = K/(PL)$ e K é constante, aos valores da tabela, utilizando a técnica dos mínimos quadrados.

Usando 4 casas decimais nos cálculos, apresente (na sua forma final) o sistema das equações normais que utilizaria para calcular c_1, c_2 e c_3 . Não resolva o sistema.

Nota: Use radianos nos cálculos.

b) Considere o modelo da alínea anterior, com $c_1 = 0.5$, $c_2 = 1$ e $c_3 = -1.3$.

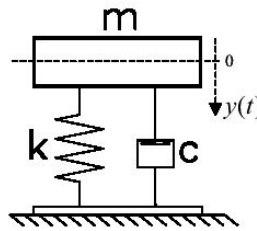
Construa uma *spline* cúbica completa para aproximar $f(\theta)$, usando a informação disponível na tabela (cujos valores foram calculados com base no modelo dado).

Para $\theta = 0.82634$, temos uma situação de equilíbrio $f(\theta) \approx 0$. Para o mesmo valor de θ , que valor fornece a *spline*?

4. A equação diferencial

$$my'' + cy' + ky = 0$$

constitui um modelo para o sistema mecânico de massa, mola e amortecedor representado na figura:



em que $y(t)$ exprime o deslocamento da mola em relação à sua posição de equilíbrio. Supondo $m = 1$, $c = 2$, $k = 25$, $y(0) = 1$ e $y'(0) = -1$, calcule o deslocamento ao fim de 0.5 segundos, usando $h = 0.25$ e um método de passo único e de 2ª ordem.

5. Um fluido atravessa a secção de um tubo com uma velocidade $v(r)$, sendo r a distância radial ao centro da secção. Determine a quantidade Q de fluido que atravessa esta secção por unidade de tempo, dada por:

$$Q = 2\pi \int_0^{r_0} r v(r) dr$$

em que $r_0 = 4.5$ é o raio da secção circular do tubo, usando os valores da tabela:

r	0	0.5	1	1.5	2	3	3.5	4	r_0
$v(r)$	3	2.9499	2.8942	2.8312	2.7584	2.5643	2.4199	2.1918	0

Use 4 casas decimais nos cálculos.

Estime também o erro de truncatura cometido no intervalo $[2, 3]$.

FIM