

Departamento de Produção e Sistemas  
Universidade de Minho

Módulo Operacionais de Investigação Operacional

Diogo Melo Fernandes - 27 de outubro de 2015

TEMA/M02  
Duração: 1,30 horas (incluindo 0,30)

Responda às questões em folhas separadas utilizando técnicas adequadas à resolução de problemas de grande dimensão.

1. Considere o seguinte modelo de programação linear, em que  $x_1$  e  $x_2$  são variáveis de decisão, e designe por  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$  os valores de lado associados às restrições.

$$\begin{aligned} \max \quad & 5x_1 + 7x_2 \\ \text{sujeito a} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 \leq 4 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

a) Desenhe o espaço de soluções viáveis no plano  $x_1, x_2$ , e o gradiente da função objetivo. Identifique o(s) vértice(s) óptimo(s) e as respetivas variáveis básicas e não-básicas. Calcule os valores das variáveis básicas e não-básicas e o valor da função do problema. Justifique melhoramento e apressante no cálculo efectuado.

b) Identifique um vértice adjacente ao vértice óptimo. Dependa que é feito um movimento do vértice óptimo para esse vértice adjacente, identifique a variável que entra na base e a que sai da base sem ser forçada.

Nota: Responda às últimas questões usando o método simples não vectorializado.

c) Desenhe o problema aproximado com o método simples. Efectue apenas duas pivotações, ou seja, apressante e grande inicial e mais duas grandes.

2. Uma empresa abastece os seus clientes a partir de armazéns localizados em A, B e C. A capacidade dos armazéns e a procura dos clientes, localizados em D, E, F e G, bem como os custos unitários de transporte, são as indicadas na seguinte tabela:

	D	E	F	G	
A	1	4	3	2	20
B	7	3	1	6	10
C	7	5	4	2	25
	12	18	17	14	

a) Apressante a solução inicial grande pelo método dos custos mínimos.

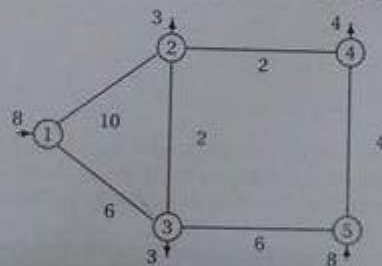
b) Desenhe a solução ótima do problema e o seu custo.

c) Existem soluções óptimas alternativas? Apressante sim, se for caso contrário.

Considere que adicionalmente era possível recorrer ao transporte entre  $D$  e  $E$ . Em cada sentido, é possível transportar com custo unitário de 2, havendo um limite superior de uma unidade.

- d) Represente a solução óptima da alínea b) numa rede, modele a nova situação proposta, e use o algoritmo de transportes com limites superiores para determinar a nova solução óptima.  
e) Qual o novo plano óptimo de transporte e qual a economia obtida?

3. A figura representa uma rede de distribuição de energia eléctrica ligando pontos de produção e de consumo. Os arcos são não-orientados, ou seja, pode haver fluxo de energia em qualquer sentido. As capacidades de produção e as necessidades de consumo, em MWatt.hora (MWH), são os indicados na figura. As linhas de transmissão de energia têm os custos de transmissão, em €/MWH, indicados na figura e não têm limite de capacidade. Os custos de produção, em €/MWH, são de 20 e de 25 nos pontos 1 e 5, respectivamente.



a) Construa, **mas não resolva**, um modelo de programação linear que lhe permita determinar o nível de geração de energia em cada ponto de produção e as quantidades a transportar nas linhas. Identifique claramente as variáveis de decisão e explique com detalhe o significado das restrições e da função objectivo do problema. Teça todas as considerações necessárias.

4. Considere o problema de programação linear  $\max\{cx : Ax \leq b, x \geq 0\}$ . Diga se as afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas. Para cada caso, construa um pequeno exemplo ou contra-exemplo, em que mostre com detalhe o seu ponto de vista.

- a) Se o domínio de soluções admissíveis for ilimitado, então a solução óptima é ilimitada.  
b) Se existir um coeficiente negativo na linha da função objectivo de um quadro simplex de um problema de maximização, após efectuar o pivô, obtém-se sempre uma nova solução com um valor de função objectivo maior.