Universidade do Minho
Escola de Ciências
Departamento de Matemática e Aplicações

Cálculo

Licenciatura em Engenharia Informática

Exame de recurso :: 6 de fevereiro de 2013

Exercício 1. [3 valores]

a) Resolva a inequação $\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| \geq 1$.

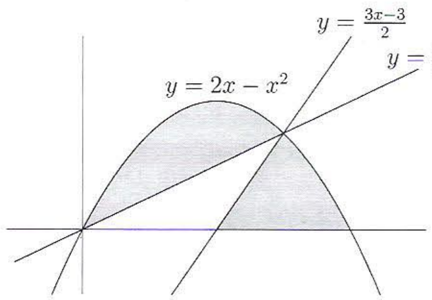
b) Seja A o conjunto solução da inequação acima. Indique o conjunto dos minorantes e o conjunto dos majorantes de A e, caso existam, o supremo e o ínfimo de A.
Caso não tenha respondido à alínea anterior, use $A = [-2,3[\cup]3,+\infty[$.

Exercício 2. [2,5 valores] Calcule $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{\operatorname{sen}\frac{1}{x}}$.

Exercício 3. [2,5 valores] Calcule $\displaystyle\int \frac{1}{x(1+\ln x)^2}\,dx$, usando a mudança de variável $y = \ln x$.

Exercício 4. [2,5 valores] Calcule $\displaystyle\int_0^1 x^3 e^{x^2}\,dx$.

Exercício 5. [3 valores] Calcule a área de região sombreada na figura.



Exercício 6. [2 valores] Seja $F(x) = \displaystyle\int_0^{-x^2} e^{-t^2}\,dt$, com $x \in \mathbb{R}$. Justifique que F é derivável e calcule F'.

Exercício 7. [2,5 valores] Calcule a soma da série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{2}{3^n}\right)$.

Exercício 8. [2 valores] Indique, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

a) Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $g(x) = f(|x|)$, com $x \in \mathbb{R}$, é contínua. Então f é contínua;

b) A equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = e^{\operatorname{sen} x}$ no ponto de abcissa $x = \pi$ é $y = -x + \pi$;

c) Se $(a_n)_n$ é uma sucessão de termos positivos tal que $\lim\limits_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, então $\lim\limits_n a_n = 0$;

d) Se $f : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ é derivável e $f'(x) > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$, então $f([0,1]) = [f(0), f(1)]$.