



Exercício 5.1 Determine equações da reta normal e do plano tangente a cada uma das superfícies dadas, no ponto indicado:

- a)  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ ,  $(1, 1, 1)$ ;
- b)  $xyz^2 = 1$ ,  $(1, 1, 1)$ ;
- c)  $z = x^2 + 3y^3 + \sin(xy)$ ,  $(1, 0, 1)$ ;
- d)  $e^{xyz} = 1$ ,  $(1, 1, 0)$ .

Exercício 5.2 Considere a superfície de nível  $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^3 + xyz = 12\}$ .

- a) Determine equações da reta normal e do plano tangente a  $\mathcal{S}$  no ponto  $(2, 2, 1)$ .
- b) Verifique se a reta encontrada na alínea anterior intersecta o eixo  $Oz$ .

Exercício 5.3 Sejam  $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$  e  $A = (-1, 0)$ .  
 $(x, y) \longmapsto x - y^2$

- a) Determine e represente graficamente a curva de nível de  $f$  que passa em  $A$ .
- b) Calcule o vetor  $\nabla f(A)$ ; coloque no esboço efetuada na alínea anterior, um representante de  $\nabla f(A)$  com origem em  $A$ .
- c) Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  em  $(A, f(A))$ .

Exercício 5.4 Determine os pontos da curva de equação  $x(x^2 + y^2) + 9x^2 + y^2 = 0$  cuja reta tangente é horizontal ou vertical.

Exercício 5.5 Determine os pontos da elipse  $2x^2 + y^2 = 1$  cuja reta tangente passa pelo ponto  $(1, 1)$ .

Exercício 5.6 Determine os pontos da curva  $x^2 + y^2 - 2x + xy = 0$  cuja reta normal é paralela à reta  $y = x$ .

Exercício 5.7 Determine os planos tangentes à esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$  que contêm a reta de equação  $\begin{cases} x = 5 - z, \\ y = -5 + 2z. \end{cases}$

Exercício 5.8 Determine o ângulo de inclinação do plano tangente ao elipsoide definido por

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{3} = 1$$

no ponto de coordenadas  $(2, 2, 1)$ .