1. Determine a solução geral dos seguintes sistemas de EDOs, desenhando aproximadamente a trajectória que verifica $(x(0), y(0)) = (0, 0)$.

(a) $\begin{cases} x' &= t \\ y' &= 0 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x' &= e^t \\ y' &= 0 \end{cases}$ (g) $\begin{cases} x' &= x^2 \\ y' &= e^y \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x' &= t \\ y' &= 1 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} x' &= e^t \\ y' &= t \end{cases}$ (h) $\begin{cases} x' &= y \\ y' &= y^2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x' &= 2t^3 \\ y' &= 0 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} x' &= x \\ y' &= 2y \end{cases}$

2. Resolva o problema com condições iniciais:

$$\begin{cases} x' &= \cos(2t) \\ y' &= t^3 \end{cases} \qquad x(0) = 1, \quad y(0) = -1$$

3. Resolva o problema com condições iniciais:

$$\begin{cases} x' &= x \\ y' &= y \end{cases} \qquad x(0) = 1, \quad y(0) = -1$$

4. Considere um sistema *autónomo* de EDOs

$$\begin{cases} x' &= v(x, y) \\ y' &= u(x, y) \end{cases}$$

(a) Verifique que se $(x(t), y(t))$ é uma solução deste sistema então toda a trajectória $(\widetilde{x}(t), \widetilde{y}(t))$ definida por $\widetilde{x}(t) = x(t - t_0)$, $\widetilde{y}(t) = y(t - t_0)$ também é solução. Compare este resultado com os sistemas lineares do exercício 1.

(b) Seja $\overline{p} = (x_0, y_0)$ uma solução de equilibrio do sistema. Verifique que a origem $(0, 0)$ é então um ponto de equilíbrio do sistema:

$$\begin{cases} x' &= v(x + x_0, y + y_0) \\ y' &= u(x + x_0, y + y_0) \end{cases}$$

5. Desenhe aproximadamente as curvas de fase dos seguintes sistemas de EDOs:

(a) $\begin{cases} x' &= 1 \\ y' &= 1 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x' &= y \\ y' &= x \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x' &= x \\ y' &= y \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x' &= y \\ y' &= -x \end{cases}$

6. Determine a solução geral dos seguintes sistemas lineares de EDOs, estudando em cada caso a estabilidade da solução estacionária:

(a) $\begin{cases} x' &= x \\ y' &= 2y \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x' &= -x \\ y' &= 2y \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x' &= -3x \\ y' &= -y \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x' &= \rho_1 x \\ y' &= \rho_2 y \end{cases}$ (ρ_1, ρ_2 constantes)

7. Determine a solução geral dos seguintes sistemas lineares de EDOs, estudando em cada caso a estabilidade da solução estacionária:

(a) $\begin{cases} x' &= 2x + y \\ y' &= 2y \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x' &= 3x - 2y \\ y' &= -y \end{cases}$