Universidade [...]

Departamento de Produção e Sistemas

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

Exame de Fim-Semestre - 16 de janeiro de 2015

Duração - 2:30 horas (tolerância [...]

Responda às questões utilizando técnicas adequadas à resolução de problemas de grande dimensão.

1. Considere o seguinte problema de programação linear (em formato .lp) e os respectivos quadro óptim[o] e relatório de sensibilidade.

```
max:   20x1 +20x2 +10x3;
rest1:  3x1 + 2x2       + x3 <= 130;
rest2:  3x1        x2 + 2x3 <=  60;
rest3:  4x1                  <=  30;
```

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
s_1	0	0	$-19/4$	1	$-3/4$	-2	25
x_1	1	0	$1/4$	0	$1/4$	0	15
x_2	0	1	2	0	0	1	30
	0	0	35	0	5	20	900

Duals			
Variables	value	from	till
objective	900	900	900
rest1	0	$-\infty$	$+\infty$
rest2	5	0	93.333333
rest3	20	0	42.5
x1	0	$-\infty$	$+\infty$
x2	0	$-\infty$	$+\infty$
x3	-35	-5.263158	15

a) Quanto estaria disposto a pagar para aumentar a disponibilidade do recurso 1. Justifique.

b) Quanto estaria disposto a pagar para aumentar a disponibilidade do recurso 2. Justifique. → Aumenta (unitário) F.O. aumenta

c) Da análise do relatório, indique que quantidade adicional de recurso 2 é que estaria disposto a adquirir ao preço indicado na alínea anterior. Justifique.

d) Qual seria o valor da solução óptima caso adquirisse essa quantidade adicional. Justifique.

e) Faça a análise matricial para derivar os limites de variação do recurso 2, que serve para verificar que a informação dada pelo relatório (relativa à alínea c) está correcta.

f) Se fosse proposta uma nova actividade (x_4) com coeficiente da função objectivo de 20 e coeficientes das restrições iguais a 3, 2, 0, respectivamente, será que essa actividade seria atractiva? Em caso afirmativo, construa a novo quadro, **mas não o resolva;** indique apenas a variável que sairia da base. Justifique.

g) Qual deveria ser, no mínimo, o coeficiente c_3 da variável x_3 para esta actividade ser atractiva?

h) Face ao preço-sombra do recurso 3 e ao número de unidades de recurso usadas na actividade 3, apresente um argumento, justificando sucintamente, para mostrar que a actividade 3 nunca poderia ser atractiva.

Nota: Todas as alíneas são independentes entre si. Qualquer resposta que envolva a resolução do problema desde o quadro inicial não será classificada.

2. Considere o seguinte problema de programação inteira e a solução óptima da respectiva relaxação linear:

$$
\begin{array}{ll}
\max & 3x_1+3x_2 \\
\text{suj.} & 3x_1+2x_2 \le 6 \\
& -3x_1+2x_2 \le 0 \\
& x_1,\ x_2 \ge 0 \text{ e inteiros}
\end{array}
$$

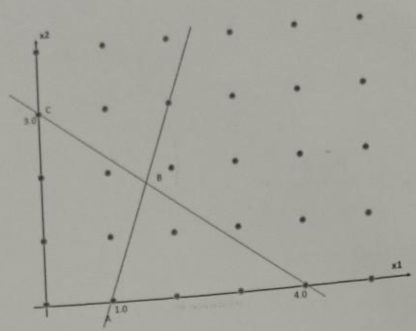
	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	1	0	1/6	-1/6	1
x_2	0	1	1/4	1/4	3/2
	0	0	5/4	1/4	15/2

a) Determine **apenas** 1 plano de corte, e obtenha a nova solução após re-optimizar o quadro simplex com o novo plano de corte.

b) Indique os limites superiores para o valor do óptimo antes e depois de acrescentar o plano de corte. [J]ustifique.

c) Quando se adiciona um plano de corte a um quadro, na resolução através do método dos planos de [cor]te, pode obter-se um problema impossível? Justifique a resposta, indicando em que condições é que o [prob]lema seria impossível após adicionar a restrição do plano de corte e mostrando se tal pode acontecer [...].

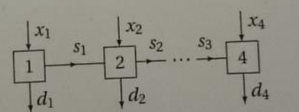
3. Considere o problema: max $1000x_1 + 1x_2$, suj. a $3x_1 + 4x_2 \leq 12$, $4x_1 - x_2 \leq 4$, $x_1, x_2 \geq 0$ e inteiros. Os pontos extremos abaixo indicados têm as coordenadas $A = (1,0)^t$, $B = (28/19, 36/19)^t = (1.474, 1.895)^t$, $C = (0,3)^t$, respectivamente.



a) Usando a regra de pesquisa $DFS(LIFO)$, seleccionando para partição a variável fraccionária com menor índice, e explorando em primeiro lugar o ramo correspondente à restrição do tipo $\geq$, resolva graficamente (*i.e.*, pode determinar a solução óptima de cada nó usando a informação dada acima, inspeccionando o desenho ou calculando a intersecção de rectas, **não sendo necessário usar o método simplex**) o problema pelo método de partição e avaliação, construindo uma árvore de pesquisa (justificando sucintamente todas as decisões tomadas) em que sejam indicados:

- em cada nó: as coordenadas do ponto e o valor da função objectivo;
- em cada ramo: a restrição de partição.

4. Considere o seguinte problema de produção/armazenagem. Em cada dia j, existe uma procura d_j que é necessário satisfazer. Para esse efeito, podem usar-se as unidades produzidas no próprio dia e/ou as unidades em armazém. Se, num determinado dia, as unidades produzidas mais as unidades em armazém forem superiores à procura, o excesso é armazenado para o dia subsequente. O diagrama de fluxos das unidades é o seguinte:



sendo x_j o número de unidades produzidas no dia j e s_j o stock existente após o dia j.

O horizonte de planeamento é de 4 dias. A procura em cada dia é de 3, 5, 4 e 2 unidades, respectivamente. Os custos unitários de produção dependem do dia, e são 14, 12, 15, e 12 U.M., respectivamente. A capacidade máxima de produção diária é de 8 unidades. Os custos de armazenagem são de 1 U.M./dia/unidade e a capacidade máxima de armazenagem é de 3 unidades.

a) Formule um modelo para este problema com o objectivo de minimizar a soma dos custos de produção e de armazenagem. Justifique sucintamente.

b) Considere que existe um custo fixo de preparação de 2 U.M., quando existe produção num dado dia. Indique **as restrições a acrescentar** ao modelo. Justifique sucintamente.

c) Considere que existe um custo de limpeza, relativo a limpeza de máquinas, com o valor de 3 U.M./limpeza, quando num período deixa de haver produção tendo havido produção no período anterior. Indique **as restrições a acrescentar** ao modelo. Justifique sucintamente.

VC