

4º Trabalho de Grupo de Análise TP4 - 6 Mai

Nome: Proporta de Resolucao Número: _____

Nome: _____ Número: _____

Justifique as respostas e apresente todos os cálculos que efectuar

1. Sem efectuar os cálculos indique, justificando, o sinal de cada um dos seguintes integrais duplos:

a) $\int_{-1}^0 \int_1^2 xy e^{\cos x} dx dy$; b) $\int_0^1 \int_{-2}^{-1} xy e^{\cos x} dx dy$.

2. Calcule o valor do seguinte integral duplo:

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} x(1+y)^2 dy dx.$$

$$\boxed{1} \iint_R f(x,y) dA = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \sum_{i,j} f(x_i^*, y_j^*) (x_i - x_{i-1})(y_j - y_{j-1}),$$

$$\text{com } (x_i^*, y_j^*) \in R_{ij} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$$

$$a) \int_{-1}^0 \int_1^2 xy e^{\cos x} dx dy$$

$$\begin{cases} x \in [1, 2] \\ y \in [-1, 0] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y \leq 0 \\ e^{\cos x} > 0 \end{cases} \Rightarrow f(x,y) = xy \cdot e^{\cos x} \leq 0, \text{ logo}$$

$$\int_{-1}^0 \int_1^2 xy e^{\cos x} dx dy \leq 0$$

$$b) \int_0^1 \int_{-2}^{-1} xy e^{\omega x} dx dy$$

$$\begin{cases} y \in [0, 1] \\ x \in [-2, -1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y \leq 0 \\ e^{\omega x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x, y) = xy e^{\omega x} \leq 0, \text{ logo}$$

$$\int_0^1 \int_{-2}^{-1} xy e^{\omega x} dx dy \leq 0.$$

[2]

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} x(1+y)^2 dy dx = \int_0^1 \left[x \frac{(1+y)^3}{3} \right]_{y=0}^{y=x^2} dx =$$

$$= \int_0^1 x \left(\frac{1+x^2}{3} \right)^3 - \frac{x}{3} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \int_0^1 2x(1+x^2)^3 dx - \frac{1}{3} \int_0^1 x dx$$

$$= \frac{1}{6} \left[\frac{(1+x^2)^4}{4} \right]_0^1 - \frac{1}{3} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{6} \left(\frac{2^4}{4} - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4}{6} - \frac{1}{24} - \frac{1}{6} = \frac{11}{24}$$