



Leia com atenção os enunciados e apresente todos os cálculos que tiver de efectuar.

- I. Os detectores de mentiras são rotineiramente administrados a empregados em posições sensíveis. Seja + o símbolo que representa o evento de que o detector de mentiras dá um sinal positivo e indica que o sujeito está a mentir. Seja V o evento de que o sujeito está a dizer a verdade e M o evento de que o sujeito está a mentir.
- Se uma pessoa está a mentir, a probabilidade de que tal seja detectado é de 0.88, enquanto que se estiver a dizer a verdade, o detector de mentiras indica tal facto (não dá sinal positivo) com uma probabilidade de 0.86. Suponha que o detector de mentiras é usado rotineiramente por razões de segurança e que numa dada questão a maioria dos sujeitos não têm razões para mentir, de tal forma que $P(V) = 0.98$, enquanto que a $P(M) = 0.02$.

- Qual a probabilidade de que um sujeito seleccionado aleatoriamente produza uma resposta positiva no detector de mentiras?
- Um sujeito produz uma resposta positiva no detector de mentiras. Qual é a probabilidade de que o detector de mentiras esteja errado e a pessoa esteja de facto a dizer a verdade?

- II. O tempo requerido para um estudante completar um exame de 1 hora é uma variável aleatória com a seguinte função densidade

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$$

- Encontre o valor de c .
- Encontre $F(x)$.
- Calcule a probabilidade de que um aluno seleccionado aleatoriamente termine o exame em menos de meia hora.
- Dado que à partida um determinado aluno precisa de pelo menos 15 minutos para completar o exame, qual a probabilidade de que requeira pelo menos 30 minutos para o terminar?
- Qual o valor esperado de X ?

- III. A leucemia linfoblástica aguda é um dos cancros infantis com maior incidência. Um tratamento recomendado é a droga *asparaginase*, em geral, derivada da bactéria *Escherichia coli*. Num artigo publicado na revista *Blood*, constatou-se que 30% das crianças eram alérgicas à droga. Se a droga for prescrita para um grupo de 5 crianças hospitalizadas com leucemia linfoblástica, calcule:

- a probabilidade de nenhuma criança apresentar reacções alérgicas.
- a probabilidade de todas as crianças apresentarem reacções alérgicas.
- a probabilidade de no máximo uma criança apresentar reacções alérgicas.
- o número esperado de crianças (desse grupo de 5) que serão alérgicas à droga.

- IV. Sejam y_1, y_2, \dots, y_n , os elementos de uma amostra aleatória da distribuição:

$$f(y) = \frac{y e^{-y/\beta}}{\beta} \text{ com } y \geq 0 \text{ e } \beta > 0$$

Encontre o Estimador de Máxima Verosimilhança para β .

- V. Suponha que um centro de computação quer avaliar o desempenho do seu sistema de memória em disco. Uma medida de desempenho é o tempo médio entre falhas do disco. Como o centro possui dois modelos discos, quer estimar a diferença entre os tempos médios de falha dos dois modelos de discos. Duas amostras aleatórias dos tempos entre falhas nos dois modelos de discos produziram as seguintes estatísticas:

| Modelo | n | Média | Desvio padrão |
|---------|-----|-----------|---------------|
| Disco 1 | 10 | 92 horas | 16 horas |
| Disco 2 | 15 | 108 horas | 12 horas |

- Construa o intervalo de confiança para a diferença entre os tempos entre falhas médios dos dois discos, considerando 95% de confiança.
 - Que pode concluir acerca do desempenho dos discos?
 - Quais os pressupostos que se devem verificar para que o intervalo de confiança seja válido?
- VI. Suponha que pretende estimar a percentagem de estudantes que são contra a introdução de propinas. Para o efeito recolhe uma amostra de 225 estudantes dos quais 144 manifestam a sua oposição.
- Estabeleça um intervalo de confiança de 95% para a percentagem de estudantes que se opõem à introdução de propinas.
 - Qual o erro da estimativa?
 - Suponha que pretende um erro da estimativa inferior a 5%. Qual a dimensão da amostra a ser recolhida, para uma confiança de 95%?