

## Resolução de um problema através do seu DUAL

$$\min 5x_1 + 10x_2$$

Variável dual associada à restrição

$$x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$(y_1)$

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$(y_2)$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$(y_3)$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 4$$

$(y_4)$

$$6x_1 + 7x_2 \geq 5$$

$(y_5)$

$$9x_1 + 10x_2 \geq 8$$

$(y_6)$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

### Construção do problema dual

$$\max y_1 + 2y_2 + 3y_3 + 4y_4 + 5y_5 + 8y_6$$

$$y_1 + 2y_2 + 3y_3 + 3y_4 + 6y_5 + 9y_6 \leq 5$$

$(x_1)$

$$2y_1 + y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 7y_5 + 10y_6 \leq 10$$

$(x_2)$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 \geq 0$$

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	
$y_7$	1	2	3	3	6	9	1	0	5 $(5/9)$
$y_8$	2	1	2	4	7	10	0	1	10 $(1)$
	-1	-1	-3	-4	-5	-8	0	0	0

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$		
$y_6$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{6}{9}$	1	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{5}{9}$	$(\frac{5}{3})$
$y_8$	$\frac{8}{9}$	$-\frac{11}{9}$	$-\frac{12}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{9}$	0	$-\frac{10}{9}$	1	$\frac{40}{9}$	$(\frac{20}{3})$
	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{2}{9}$	$-\frac{3}{9}$	$-\frac{12}{9}$	$\frac{3}{9}$	0	$\frac{8}{9}$	0	$\frac{40}{9}$	

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$		
$y_4$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	1	2	3	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{5}{3}$	
$y_8$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$	-2	0	-1	-2	$-\frac{4}{3}$	1	$\frac{10}{3}$	
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	0	3	4	$\frac{4}{3}$	0	$\frac{20}{3}$	

Solução ótima do problema dual =  $\frac{20}{3}$   $y_4 = \frac{5}{3}$   
 $y_8 = \frac{10}{3}$

Correspondência de variáveis primais e duais

A cada restrição do primal (ou variável de folga associada à restrição) corresponde uma variável dual e vice-versa.

Dual

Primal

$$y_1 = 0$$

$$x_3 = \frac{1}{3}$$

$$y_2 = 0$$

$$x_4 = \frac{2}{3}$$

$$y_3 = 0$$

$$x_5 = 1$$

$$y_4 = \frac{5}{3}$$

$$x_6 = 0$$

$$y_5 = 0$$

$$x_7 = 3$$

$$y_6 = 0$$

$$x_8 = 4$$

$$y_7 = 0$$

$$x_1 = \frac{4}{3}$$

$$y_8 = \frac{10}{3}$$

$$x_2 = 0$$

Construção do quadro final do problema primal a partir dos resultados do dual

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	
$x_1$	1	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	$\frac{4}{3}$	0	0	$\frac{4}{3}$
$x_3$	0	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$
$x_4$	0	$-\frac{2}{3}$	0	1	0	$\frac{5}{3}$	0	0	$\frac{2}{3}$
$x_5$	0	-1	0	0	1	2	0	0	1
$x_7$	0	-2	0	0	0	1	1	0	3
$x_8$	0	-3	0	0	0	2	0	1	4
	0	$\frac{10}{3}$	0	0	0	$\frac{5}{3}$	0	0	$-\frac{20}{3}$