Universidade do Minho — Engenharia Informática

Departamento de Matemática

Tópicos de Matemática Discreta

Prova Escrita 15.nov'06 — [duração] 1h15min

1. Indique, justificando, se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa:
   (a) Se o valor lógico da fórmula proposicional $\neg(p \Leftrightarrow (q \Rightarrow \neg p)) \wedge r$ é o de falsidade então a proposição p é verdadeira.
   (b) A fórmula $p \Rightarrow \big((q \Rightarrow p) \vee \neg q\big)$ não é tautologia nem contradição.
   (c) Dado o predicado "$n^2 > 1 \Rightarrow n - 2 < 2$" sobre os números naturais, a proposição correspondente a cada valor de n é verdadeira somente se $n < 4$.
   (d) Os conjuntos $A = \big\{x \in \mathbb{R} \,:\, x^2 + 4x = -3\big\}$ e $B = \big\{x \in \mathbb{R}^+ \,:\, x^2 = 9 \vee x^2 = 1\big\}$ são iguais.

2. Dê exemplo de ou justifique por que não existe(m)
   (a) conjuntos A, B e C tais que $A \cap B = A \cap C$ e $B \neq C$.
   (b) subconjuntos A e B do universo $X = \{1,2,3,4,5,6\}$ tais que $A \cup B = \{1,2,4,5\}$ e $A \setminus B = \{1,4,6\}$.
   (c) um subconjunto A de $\mathbb{N}$, com um número finito de elementos, para o qual a proposição $\exists_{x\in A}\forall_{y\in A}\; x^2 = y$ seja verdadeira.

3. Construa uma prova para cada uma das seguintes afirmações:
   (a) Existe um natural n tal que $n^2 > 3n$ e n é primo.
   (b) Para qualquer natural n, $n^2 + 2n + 1$ é par se e só se n é ímpar.

4. Considere o operador lógico binário $\uparrow$ (chamado *seta de Sheffer*) com a seguinte tabela de verdade:

p	q	$p \uparrow q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

   (a) Construa a tabela de verdade para $((p \uparrow q) \uparrow p)$.
   (b) Determine, justificando, uma fórmula proposional logicamente equivalente a $p \uparrow q$ que use apenas alguns dos conectivos $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\Rightarrow$ e $\Leftrightarrow$.
   (c) Escreva a negação de uma proposição p em termos da seta de Sheffer.

Cotação:

1. $\sim (1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5)$; 2. $\sim (1,5 + 1,5 + 1,5)$; 3. $\sim (1,5 + 3,5)$; 4. $\sim (1,5 + 2 + 1)$