

# Problemas de Cosmologia

Ricardo Mendes Ribeiro

25 de Maio de 2011

1. Suponha que a Via Láctea é uma galáxia típica em termos de tamanho, contendo cerca de  $10^{11}$  estrelas, e que as galáxias estão separadas por uma distância de 1 megaparsec (Mpc). Estime a densidade do Universo em unidades SI, e compare com a densidade da Terra.

$$(1M_{\odot} \simeq 2 \times 10^{30} \text{ kg}, 1 \text{ pc} \simeq 3 \times 10^{16} \text{ m})$$

**R:** <sup>1</sup>

2. Escreva a equação para o desvio para o vermelho (redshift)  $z$  em função dos comprimentos de onda emitidos e recebidos na Terra.

**R:** <sup>2</sup>

3. Uma radiação frequentemente utilizada para observações cosmológicas é a transição hiperfina no átomo de hidrogénio, que corresponde a uma frequência  $f = 1420.40575177$  MHz.

(a) Se uma nuvem de hidrogénio tiver um desvio para o vermelho (redshift)  $z = 1$ , qual é a frequência dessa radiação medida na Terra?

(b) E se  $z = 10$ ?

**R:** <sup>3</sup>

4. O hidrogénio tem uma transição hiperfina com 21 cm de comprimento de onda. Qual é o comprimento de onda medido na Terra, se esse hidrogénio tiver um desvio para o vermelho (redshift)  $z = 5$ ?

**R:** <sup>4</sup>

5. A radiação cósmica de fundo tem um máximo de intensidade a  $f = 160.2$  GHz. Sabendo que a radiação cósmica de fundo tem um desvio para o vermelho (redshift)  $z = 1100$ , calcule o máximo de frequência da radiação quando foi criada, e a respectiva temperatura de corpo negro.

**R:** <sup>5</sup>

6. Qual será a dependência que a densidade de matéria deve ter do factor de escala?

**R:** <sup>6</sup>

7. Se a densidade de radiação depender do factor de escala na forma  $\rho_r \propto a^{-4}$ , não depender de outras densidades e  $k = 0$ , como deve ser a expressão da evolução do factor de escala  $a(t)$  em função do tempo?

**R:** <sup>7</sup>

8. Num Universo plano só com constante cosmológica  $\Lambda$ , como varia o factor de escala em função do tempo?

**R:** <sup>8</sup>

# Soluções

## Notes

$$^1 \quad 7.41 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3; \rho_{\oplus} = 5515 \text{ kg/m}^3$$

$$^2 \quad z = \frac{\lambda_{\oplus} - \lambda_e}{\lambda_e}$$

$$^3 \quad 710.2 \text{ MHz}; 129.1 \text{ MHz}$$

$$^4 \quad 126 \text{ cm}$$

$$^5 \quad f_{max} = 176.4 \text{ THz}; T = 1700 \text{ K}$$

$$^6 \quad \rho_m \propto a^{-3}$$

$$^7 \quad a(t) \propto t^{1/2}$$

$$^8 \quad a(t) \propto e^{\sqrt{\Lambda/3} t}$$