Exame de Métodos Numéricos

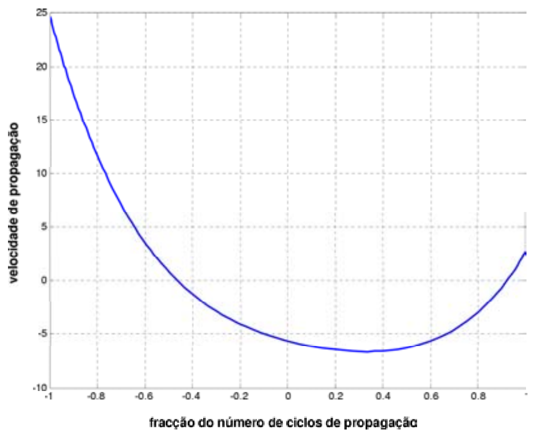
1^a chamada, 9 de Junho de 2006 (3 horas)

Licenciatura em Engenharia Civil

Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas

Leia o teste com muita atenção
e apresente todos os cálculos que tiver de efectuar

1. A função
$$a(x) = 2.02x^5 - 1.28x^4 + 3.06x^3 - 2.92x^2 - 5.66x + 6.08$$
é utilizada num estudo do comportamento mecânico de materiais, representando $a(x)$ o comprimento da fissura e x (> 0) uma fracção do número de ciclos de propagação.



Pretende-se saber para que valores de x a velocidade de propagação da fissura é nula. Utilize um método que não recorre ao cálculo de derivadas, usando no critério de paragem $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}$ ou no máximo 3 iterações.

2. Seja $A_{2\times 2}$ a matrix dos coeficientes de um sistema linear:
$$A = \begin{pmatrix} k & 2 \\ -3 & k-1 \end{pmatrix}.$$
Para valores de k reais, tais que $2 < k \leq 4$, o que podíamos concluir sobre a convergência do método iterativo de Gauss-Seidel na resolução do sistema (analise apenas as duas condições suficientes baseadas na matriz A)? Justifique.

3. Os dados da tabela representam os pesos e as alturas de uma amostra de quatro crianças:

x (Altura (cm))	80	95	110	115
$f(x)$ (Peso (Kg))	9	15	20	24

Pretende-se estimar o peso de uma criança com altura de 100 cm usando uma spline cúbica, cuja curvatura nos extremos é dada por: $s_3^1{''}(80) = 0.25$ e $s_3^n{''}(115) = 0.55$.

4. O movimento de um pêndulo no plano vertical pode ser descrito pela seguinte equação diferencial:

$$\theta''(t) + \frac{g}{L}\, sen(\theta(t)) - u(t) = 0$$

onde $\theta(t)$ é a deslocação angular, em π radianos, da vertical no instante de tempo t, $L = 10$ é o comprimento do segmento que une a bola do pêndulo, $g = 9.81$ é a constante gravitacional e $u(t)$ o termo da força aplicada na bola. Se $u(t) > 0$, então a força puxa a bola do pêndulo para a direita; se $u(t) < 0$, então a força puxa a bola do pêndulo para a esquerda.

Calcule a posição do pêndulo ao fim de 2 segundos ($h = 1$) sabendo que é aplicada a seguinte força ao pêndulo:

$$u(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 1.5 \\ 1, & 1.5 < t \leq 3 \end{cases}$$

O pêndulo é colocado manualmente em movimento, sendo largado a um ângulo de $\frac{\pi}{3}$, com velocidade inicial nula ($\theta(0) = \frac{\pi}{3}$ e $\theta'(0) = 0$).

5. A velocidade de queda de um pára-quedista é dada pela seguinte equação:

$$v(t) = \begin{cases} v_0 - \dfrac{g}{c_0} t, & 0 \leq t \leq 5 \\ -\dfrac{gm}{c_1}\left(1 - e^{-\left(\frac{c_1}{m}\right)t}\right), & t \geq 5 \end{cases}$$

em que $m = 80$ Kg é a massa do pára-quedista e $g = 9.81$ m/s^2 é a aceleração da gravidade. Os primeiros 5 segundos correspondem a uma queda livre em que o coeficiente de atrito é $c_0 = 1.42144135$ e velocidade inicial $v_0 = 0$. Após os 5 segundos o pára-quedas abre e o coeficiente de atrito passa a ser $c_1 = 12$.

a) Determine a distância percorrida pelo pára-quedista ao fim de 10 segundos usando: na primeira fase da queda a fórmula composta do trapézio com 4 subintervalos; na segunda fase da queda, a regra composta de Simpson, com erro de truncatura em valor absoluto inferior a 0.002.

b) Se em vez da fórmula do trapézio, na primeira de fase, tivesse utilizado a de Simpson, obteria melhores resultados? Justifique.

FIM