Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Produção e Sistemas

EXAME DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Curso de Engenharia: CIVIL

1^a chamada **20 de Junho de 2005** **Duração: 3 horas**

APRESENTE **TODOS** OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFECTUAR

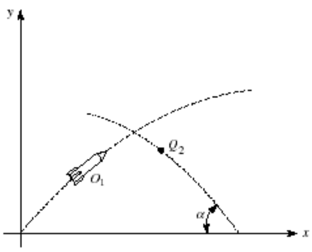
1. A posição de um determinado objecto O_1 no plano xy é descrita em função do tempo (t) pelas seguintes equações:

$$x_1(t) = t \qquad y_1(t) = 1 - e^{-t}$$

A posição de um segundo objecto O_2 é descrita pelas seguintes equações:

$$x_2(t) = 1 - t\cos(\alpha) \qquad y_2(t) = -0.1t^2 + tsen(\alpha)$$

em que α representa o ângulo, como mostra a figura



Determine os valores de t e α na posição em que os dois objectos colidem, *i.e.*, na posição em que se igualam as coordenadas x e y:

$$\begin{aligned} t &= 1 - t\cos(\alpha) \\ 1 - e^{-t} &= -0.1t^2 + tsen(\alpha) \end{aligned}$$

Considere os valores iniciais $(t, \alpha)^{(1)} = (4.3, 2.4)$ e $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.015$ ou no máximo duas iterações.

2. Suponha que pretende resolver um sistema linear cuja matriz dos coeficientes é

$$\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$$

em que $a \neq 0$. Calcule a norma ∞ da matriz de iteração do método de Gauss-Seidel. Que conclusão poderia retirar relativamente à convergência do método na resolução do sistema, se $a > 1$?

3. A velocidade do som na água varia com a temperatura de acordo com a tabela abaixo:

Temperatura (^oC)	86.0	93.3	98.9	104.4	110.0
Velocidade (m/s)	1552	1548	1544	1538	1532

Pretende-se estimar a velocidade do som na água a uma temperatura de 100^oC, utilizando:

a) um polinómio interpolador de Newton de grau dois;

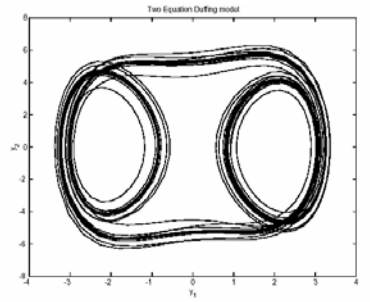
b) um polinómio de grau dois no sentido dos Mínimos Quadrados, usando os mesmos pontos que utilizou na alínea a).

Comente e justifique os resultados.

4. A equação de Duffing,

$$\frac{d^2y}{dt^2} + ky + y^3 = B\cos t,$$

descreve a dinâmica caótica de um circuito com um inductor não linear. A representação gráfica das variáveis de estado (y e $\frac{dy}{dt}$) ao longo do tempo (t), origina uma figura denominada mapa de Poincaré:



Estime os valores das variáveis de estado, para $k = 0.1$, $B = 12$ e $0 \leq t \leq 0.1$. Considere $h = 0.05$ e as condições $y(0) = 0$ e $\frac{dy}{dt}(0) = 4$ usando o método de Runge-Kutta de 2^a ordem.

5. Suponha que na construção de um templo egípcio com 150 m de altura foram necessários muitos anos, durante os quais cada operário realizou 1.742×10^6 Kg m de quantidade de trabalho. Sabe-se que a secção transversal horizontal do edifício, à altura x, é um quadrado cuja área é dada por $A(x) = \frac{9}{4}(200 - x)^2$.

Através da fórmula que dá a quantidade total de trabalho realizado

$$T = \rho \int_a^b x\, A(x) dx$$

em que $\rho = 2014$ Kg/m^3 representa a densidade da rocha, calcule:

a) T, usando separadamente duas fórmulas compostas de integração, com base em 5 pontos;

b) os erros de truncatura cometidos na alínea a) e comente os resultados;

c) o número de operários utilizados na construção do templo.

FIM