



---

---

Superfícies Quádricas

Exercício 2.1 Identifique todas as superfícies quádricas definidas por  $z = Ax^2 + By^2$ , quando

- a)  $AB > 0$
- b)  $AB < 0$
- c)  $AB = 0$ .

Exercício 2.2 Quais são os planos de simetria dos cilindros definidos por  $4z - y^2 = 0$ ?

Exercício 2.3 Defina, analiticamente, a superfície obtida pela rotação da de uma parábola (definida por)  $4z - y^2 = 0$  em torno do eixo das cotas.

Exercício 2.4 Seja  $\mathcal{S}$  uma folha de uma superfície cônica que tem o vértice na origem do referencial  $OXYZ$ . Defina, analiticamente,  $\mathcal{S}$ , sabendo que

- a) o semi eixo negativo das cotas é o eixo de simetria e a curva de nível (definida por)  $z = -2$  é uma circunferência de raio igual a 6.
- b) o semi eixo positivo das ordenadas é o eixo de simetria e a curva de nível (definida por)  $y = 2$  é uma circunferência de raio igual a 1.

Funções reais definidas em  $\mathbb{R}^3$

Exercício 2.5 Estude as funções – identificando, em particular, as respetivas superfícies de nível – definidas por:

- a)  $f(x, y, z) = 3x + 2y - z$
- b)  $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- c)  $g(x, y, z) = \frac{|z|}{x^2 + y^2}$
- d)  $w = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

Exercício 2.6 Identifique as superfícies de nível da função real, de 3 variáveis reais, definida por  $w = x^2 + y^2 - z^2$  quando

- a)  $w_0 < 0$
- b)  $w_0 = 0$
- c)  $w_0 > 0$ .

Exercício 2.7 Mostre, por definição, que

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} y = b.$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^2y}{x^2 + y^2} = 0.$

Exercício 2.8 Atente nas figuras seguintes e use-as como suporte na resolução do exercício.

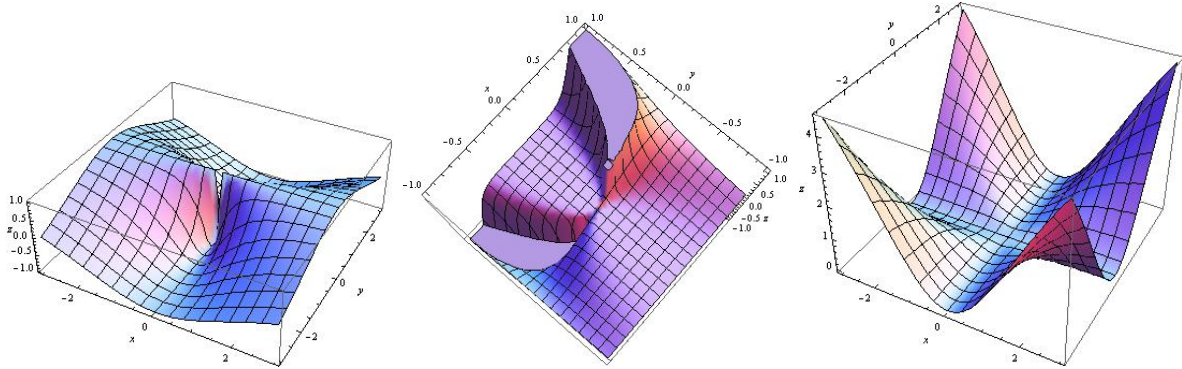


Figura 1:  $z = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

$z = \frac{x^5}{x^8 + (y - x^2)^2}$

$z = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

Calcule, na origem, os limites direcionais da função  $f$  definida por

a)  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

b)  $f(x, y) = \frac{x^5}{x^8 + (y - x^2)^2}$

c)  $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

Que conclusões poderá retirar quanto à existência de  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ?

Exercício 2.9 Calcule, se existir, ou explique porque razão não existe o seguinte limite:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + y}{x^2 + y}$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy - 1}{xy + 1}$

c)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + yz + xz}{x^2 + y^2 + z^2}$

d)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + yz^2 + xz^2}{x^2 + y^2 + z^2}$

e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x^2 - y^2}$

f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + y}{x + y^3}$

Exercício 2.10 Nas alíneas seguintes, calcule o limite e discuta a continuidade da função:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} (x + 3y^3)$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,4)} \frac{x+y}{x-y}$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\arcsin\left(\frac{x}{y}\right)}{1+xy}$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (-1,2)} e^{xy}$

e)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,2,5)} \sqrt{x+y+z}$

Exercício 2.11 Discuta a continuidade de cada uma das funções definidas por:

a)  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

b)  $f(x, y, z) = \frac{\sin z}{e^x + e^y}$

c)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{xy}, & xy \neq 0 \\ 1, & xy = 0 \end{cases}$

d)  $f \circ g$ , sabendo que  $f(t) = t^2$  e  $g(x, y) = 3x - 2y$ .