



## EXAME DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Cursos de Engenharia: CIVIL

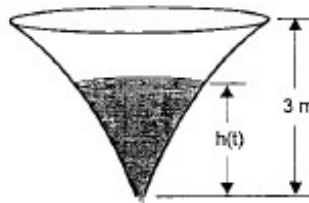
29 de Junho de 2004 Duração: 3 horas

APRESENTE **TODOS** OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFECTUAR

1. O volume  $v$  de um líquido num tanque esférico de raio  $r$  está relacionado com a profundidade  $h$  do líquido da seguinte forma:

$$v = \frac{\pi h^2(3r - h)}{3}.$$

- a) Calcule, utilizando um método que não recorre ao cálculo de derivadas, a profundidade  $h$ , num tanque de raio  $r = 1$  para um volume de 0.5. Utilize para aproximação inicial o intervalo  $[0.25, 0.5]$  e considere  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-2}$  ou no máximo 3 iterações.
- b) Repita os cálculos, nas mesmas condições da alínea anterior, mas utilizando para aproximação inicial o intervalo  $[2.5, 3]$ . Comente os resultados e analise a viabilidade da solução encontrada.
2. Que tipo de métodos poderia usar na resolução de um sistema de equações lineares? Comente relativamente às características de cada um e sua aplicabilidade.
3. A figura representa um reservatório com 2.1 metros de altura. Considere que, no início, o reservatório está cheio de água. Num certo instante abre-se a válvula e o reservatório começa a ser esvaziado.



A altura (em metros) de água do reservatório,  $t$  horas depois de este ter começado a ser esvaziado, é dada por  $h(t)$ , de acordo com a tabela

Instante, $t_i$	0	1	4	7	8	10	14
Altura de água, $h(t_i)$	2.1	2.0	1.8	1.5	1.4	1.1	0

- a) Use um polinómio interpolador de grau 2 para estimar a altura de água no reservatório ao fim de 5 horas.
- b) Suponha que a altura de água pode ser estimada pelo modelo

$$M(t; c_1, c_2) = \ln(c_1 - c_2 t).$$

Determine  $c_1$  e  $c_2$  usando o método Gauss-Newton, tomando apenas os três pontos da tabela que se encontram igualmente distanciados e use quatro casas

decimais nos cálculos. Para aproximação inicial considere o ponto  $(c_1, c_2)^{(1)} = (8, 0.5)$ . Faça apenas uma iteração.

Qual o valor da altura de água que o modelo calculado fornece, para  $t = 5$  horas?

4. A equação de Schrodinger da mecânica quântica pode ser escrita como uma equação diferencial de segunda ordem

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + [n(x) - \beta_n] \psi(x) = 0$$

com as condições de fronteira  $\psi(-1) = 0$  e  $\psi(+1) = -0.5$ . Considerando  $n(x) = n_0 = 100$ ,  $\beta_n = 95$ , estime os valores de  $\psi(-0.6)$ ,  $\psi(-0.2)$ ,  $\psi(+0.2)$ ,  $\psi(+0.6)$ .

5. A velocidade vertical ( $ms^{-1}$ ) de um foguetão é dada por

$$v(t) = \begin{cases} 10t^2, & 0 \leq t \leq 10 \\ 1000 - 5t, & 10 < t \leq 20 \\ 45t + 2(t - 20)^2, & 20 < t \leq 30 \end{cases}$$

- a) Calcule a distância percorrida ao fim de 30s com base nos seguintes pontos:

0   5   10   12   14   16   18   20   22.5   25   27.5   30 .

- b) Calcule uma estimativa do erro de truncatura cometido no cálculo da distância. Comente o valor obtido.

**FIM**