

## Dualidade

No problema da dieta (\*), o avicultor pretende escolher a mistura de rações para alimentar as galinhas a um custo mínimo.

Qual é o problema do produtor de rações (que também conhece as necessidades nutricionais das galinhas e os custos das rações da concorrência)?

<p>Há 5 rações à venda no mercado (em 2 casos, os nutrientes são vendidos isoladamente). A variável de decisão <math>x_j</math> é a quantidade de ração <math>j</math> da mistura. O avicultor quer:</p> <p>min: <math>6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 9x_5</math>; nutriente1: <math>1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 2x_5 \geq 3</math>; nutriente2: <math>1x_1 + 4x_2 + 1x_4 + 1x_5 \geq 5</math>; nutriente3: <math>2x_1 + 2x_2 + 2x_5 \geq 4</math>; <math>x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0</math></p> <p>A solução óptima do problema é:</p> <table><tr><th>Variables</th><th>result</th></tr><tr><td></td><td>16</td></tr><tr><td><math>x_1</math></td><td>1</td></tr><tr><td><math>x_2</math></td><td>1</td></tr><tr><td><math>x_3</math></td><td>1</td></tr><tr><td><math>x_4</math></td><td>0</td></tr><tr><td><math>x_5</math></td><td>0</td></tr></table> <p>A mistura de rações, 1, 2 e 3, em partes iguais, satisfaz as necessidades nutricionais a um custo mínimo, de 16.</p> <p>-----</p> <p>O essencial é: <u>o avicultor compra os nutrientes</u> das rações.</p> <p>As rações escolhidas são competitivas, porque têm um custo que reflecte os valores associados aos nutrientes. <u>Cada nutriente tem o que se designa por preço sombra.</u></p> <p>Uma ração não é competitiva se o seu custo exceder o valor dos seus nutrientes. Por exemplo, o avicultor não escolhe a ração 5, porque a mistura das rações 1 e 3, em partes iguais, tem os mesmos nutrientes, <math>(2,1,2)^t</math>, e é mais barata (8 em vez de 9).</p> <p>Os <i>preços sombra</i> dos nutrientes dependem dos <u>preços das rações oferecidas no mercado</u> e das <u>necessidades nutricionais das galinhas</u>.</p>	Variables	result		16	$x_1$	1	$x_2$	1	$x_3$	1	$x_4$	0	$x_5$	0	<p><b>1.</b> Um produtor tem uma nova ração (para simplificar as contas) com a composição <math>(3,5,4)^t</math>, que coincide com as necessidades nutricionais das galinhas.</p> <p>Para <u>conseguir vender e lucrar o máximo possível</u>, qual deve ser o preço de venda da ração?</p> <p>i. 17 ii. 16 iii. 15</p> <p>Tenho _____ % de confiança. A minha dúvida é:</p> <p>.....</p> <p><b>2.</b> O custo <math>c_j</math> (o preço de venda) de uma ração competitiva deve ser: <math>c_j = a_{1j} \pi_1 + a_{2j} \pi_2 + a_{3j} \pi_3</math>, sendo <math>\pi_1, \pi_2</math> e <math>\pi_3</math> os <i>preços sombra</i> dos nutrientes 1, 2 e 3, respectivamente. No exemplo:</p> $6 = 1 \pi_1 + 1 \pi_2 + 2 \pi_3$ $8 = 1 \pi_1 + 4 \pi_2 + 2 \pi_3$ $2 = 1 \pi_1$ <p>Qual é o conjunto correcto dos <i>preços sombra</i> ?</p> <p>iv. <math>(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = (2, 1, 1)</math> v. <math>(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = (2, 2/3, 5/3)</math> vi. <math>(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = (2, 2, 2)</math></p> <p>Tenho _____ % de confiança. A minha dúvida é:</p> <p>.....</p>	<p><b>3.</b> O essencial é: <u>o produtor vende os nutrientes</u> das rações, e <u>quer descobrir os seus preços sombra</u> para marcar o preço de venda da sua ração.</p> <p>Qual o tipo das restrições (<math>\geq</math>, <math>\leq</math> ou <math>=</math>) relativas aos <i>preços sombra</i> que o mercado impõe para a ração do produtor ser competitiva?</p> <p><math>1 \pi_1 + 1 \pi_2 + 2 \pi_3 \dots 6</math> ; <math>1 \pi_2 \dots 1</math> ; <math>1 \pi_1 + 4 \pi_2 + 2 \pi_3 \dots 8</math> ; <math>2 \pi_1 + 1 \pi_2 + 2 \pi_3 \dots 9</math> ; <math>1 \pi_1 \dots 2</math> ; <math>\pi_1, \pi_2, \pi_3 \dots 0</math> ;</p> <p>Tenho _____ % de confiança. A minha dúvida é:</p> <p>.....</p> <p><b>4.</b> As <u>necessidades nutricionais das galinhas de todos os avicultores</u> é que determinam as vendas de todos os produtores de rações. Os <i>preços sombra</i> formam -se nesse mercado, onde todos intervêm.</p> <p>É por eles que um produtor <u>individual</u> deve alinhar o <u>preço da sua ração</u>, com a composição <math>(a_{1j}, a_{2j}, a_{3j})^t</math>, que <u>poderá ser misturada com rações de outros produtores</u>.</p> <p>A facturação da venda de rações (que <u>os produtores, em conjunto, querem maximizar</u>) é proporcional a:</p> <p>vii. <math>3 \pi_1 + 5 \pi_2 + 4 \pi_3</math> viii. <math>a_{1j} \pi_1 + a_{2j} \pi_2 + a_{3j} \pi_3</math> ix. <math>1 \pi_1 + 1 \pi_2 + 2 \pi_3</math></p> <p>Tenho _____ % de confiança. A minha dúvida é:</p> <p>.....</p>
Variables	result															
	16															
$x_1$	1															
$x_2$	1															
$x_3$	1															
$x_4$	0															
$x_5$	0															

(\*)  $\min\{cx: Ax \geq b, x \geq 0\}$ ,  $c=[c_j]$ ,  $A=[a_{ij}]$  e  $b=[b_i]$ , sendo  $c_j$ : custo da ração  $j$ ,  $b_i$ : necessidade de nutriente  $i$  e  $a_{ij}$ : quantidade de nutriente  $i$  na ração  $j$ .