Novembro 2014

1. Determine a solução geral do sistema de EDOs

$$\begin{cases} x' &= \rho x + y \\ y' &= \rho y \end{cases}$$

com ρ constante não nula.

2. Considere o sistema linear de EDOs

$$\begin{cases} x' &= \omega y \\ y' &= -\omega x \end{cases}$$

com ω constante. Verifique que as trajectórias indicadas de seguida são soluções do sistema:

$$(x_1(t), y_1(t)) = (\cos(\omega t), -\sin(\omega t)) \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(x_2(t), y_2(t)) = (\sin(\omega t), \cos(\omega t)) \quad t \in \mathbb{R}$$

Indique a solução geral do sistema.

3. Determine a solução geral dos seguintes sistemas lineares de EDOs, estudando em cada caso a estabilidade da solução estacionária:

(a) $\begin{cases} x' &= y \\ y' &= -x \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x' &= -4y \\ y' &= 4x \end{cases}$

4. Considere o sistema linear de EDOs

$$\begin{cases} x' &= \rho x + \omega y \\ y' &= -\omega x + \rho y \end{cases}$$

com ω constante. Verifique que as trajectórias indicadas de seguida são soluções do sistema:

$$(x_1(t), y_1(t)) = (e^{\rho t}\cos(\omega t), -e^{\rho t}\sin(\omega t)) \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(x_2(t), y_2(t)) = (e^{\rho t}\sin(\omega t), e^{\rho t}\cos(\omega t)) \quad t \in \mathbb{R}$$

Indique a solução geral do sistema.

5. Resolva o problema com condição inicial:

$$\begin{cases} x' &= x + y \\ y' &= -x + y \end{cases} \qquad (x(0), y(0)) = (1, 0)$$

6. Considere o sistema de Lotka-Volterra:

$$\begin{cases} x' &= bx - rxy \\ y' &= -sy + cxy \end{cases}$$

Verifique que $\overline{p} = (s/c, b/r)$ é uma solução de equilíbrio $(a, b, r, s > 0)$. Estude a estabilidade do sistema em $\overline{p}$.