1º Teste Lic. Matemática

21 Nov 08 Duração: 2 horas

# I

**Os exercícios deste grupo devem ser resolvidos na folha de exame. Se recorrer a alguma função do MATLAB, deve indicar o modo de utilização dessa função.**

Exercício 1. Considere uma máquina com sistema de numeração $\mathcal{F} = F(2, 4, -8, 8)$, com arredondamento usual.

*a)* Determine o nível de *overflow* e *underflow* de $\mathcal{F}$.

```
b=2;t=4;m=-8;M=8;
Omega=(1-b^(-t))*b^M
w=b^(m-1)
Omega =
   240
w =
    0.0020
```

*b)* Seja $R_\mathcal{F}$ o conjunto dos números representáveis deste sistema. Indique um número $x$ tal que $x \notin \mathcal{F}$ e $x \in R_\mathcal{F}$.

$x=(.11111)_2=0.96875$

*c)* Calcule $fl(512)$, $fl(0.75)$ e $fl(5.75)$.

```
fracDec2Bin(0.75,4)
```

$512 > Omega \Rightarrow fl(512)=Inf$

$fl(0.75)=(0.1100)_2\times 2^0$

$5.75=(101.11)_2=(0.10111)_2\times 2^3 \Rightarrow fl(5.75)=(0.1100)_2\times 2^3$

Exercício 2. Qual é o número decimal com a seguinte representação IEEE-formato simples?

0 10111001 10100000000000000000000

```
e=bin2dec('10111001')

e =
   185
```

$(1.101)_2=1+0.5+0.125=1.625$

$N=+1.625\times 2^{185-127}=+1.625\times 2^{58}$

# II

**Os exercícios deste grupo devem ser resolvidos no MATLAB, criando um *notebook* identificado com o seu número mecanográfico.**

Exercício 1. Execute as seguintes instruções para construção das matrizes A e B.

`x=1:6;A=x(ones(6,1),:),B=A+A'`

```
x=1:6;A=x(ones(6,1),:),B=A+A'
A =
     1     2     3     4     5     6
     1     2     3     4     5     6
     1     2     3     4     5     6
     1     2     3     4     5     6
```

```
      1      2      3      4      5      6
      1      2      3      4      5      6
B =
      2      3      4      5      6      7
      3      4      5      6      7      8
      4      5      6      7      8      9
      5      6      7      8      9     10
      6      7      8      9     10     11
      7      8      9     10     11     12
```

*a)* Defina, a partir de A e B:

(i) uma matriz C, obtida eliminando a 2ª e 4ª linhas de B;

```
C=B;C([2 4],:)=[]
C =
      2      3      4      5      6      7
      4      5      6      7      8      9
      6      7      8      9     10     11
      7      8      9     10     11     12
```

(ii) uma matriz D, obtida por substituição da 1ª linha de B pela 2ª coluna de A;

```
D=B;D(1,:)=A(:,2)
D =
      2      2      2      2      2      2
      3      4      5      6      7      8
      4      5      6      7      8      9
      5      6      7      8      9     10
      6      7      8      9     10     11
      7      8      9     10     11     12
```

(iii) uma matriz $\mathtt{E} = (e_{ij})$ tal que $e_{ij} = b_{ij}^2$, ($b_{ij}$ designam os elementos de B);

```
E=B.^2
E =
      4      9     16     25     36     49
      9     16     25     36     49     64
     16     25     36     49     64     81
     25     36     49     64     81    100
     36     49     64     81    100    121
     49     64     81    100    121    144
```

(iv) uma matriz F, por substituição dos elementos de B superiores a 8 por 0;

```
F=B;F(F>8)=0
F =
      2      3      4      5      6      7
      3      4      5      6      7      8
      4      5      6      7      8      0
      5      6      7      8      0      0
      6      7      8      0      0      0
      7      8      0      0      0      0
```

(v) uma matriz G, por substituição dos elementos ímpares de B pelo seu dobro.

```
G=B;G(rem(G,2)==1)=2*G(rem(G,2)==1)
G =
      2      6      4     10      6     14
      6      4     10      6     14      8
      4     10      6     14      8     18
     10      6     14      8     18     10
      6     14      8     18     10     22
     14      8     18     10     22     12
```

(vi) as matrizes

$$\mathtt{H} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 10 & 11 \\ 0 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix} \qquad \mathtt{I} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix} \qquad \mathtt{J} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

```
H=[B(1:2,1:2) eye(2);zeros(2) B(end-1:end,end-1:end)]
```

```
H =
      2     3     1     0
      3     4     0     1
      0     0    10    11
      0     0    11    12
I=[A(1:3,1)' A(1:3,end)']
I =
      1     1     1     6     6     6
J=fliplr(B(1:3,1:3))
J =
      4     3     2
      5     4     3
      6     5     4
```

*b)* Sugira uma forma alternativa de construção da matriz `A`.

```
A=repmat(x,6,1)
A =
      1     2     3     4     5     6
      1     2     3     4     5     6
      1     2     3     4     5     6
      1     2     3     4     5     6
      1     2     3     4     5     6
      1     2     3     4     5     6
```

*c)* Complete a frase: os elementos $b_{ij}$ da matriz `B` podem escrever-se como $b_{ij}=$ ________; $i,j=1,\cdots,6$.

$b_{ij}=i+j$

*d)* Indique a instrução que permite obter:

(i) o maior elemento de `B`;

```
max(max(B))
ans =
    12
```

(ii) o produto dos elementos da diagonal de `B`;

```
prod(diag(B))
ans =
       46080
```

(iii) um vector linha com todos os elementos de `B`, ordenados por ordem decrescente e sem elementos repetidos, (use a função `unique`);

```
[sort(unique(B(:)),'descend')]'
ans =
    12    11    10     9     8     7     6     5     4     3     2
```

(iv) a matriz $\mathtt{M}=(m_{ij})$ tal que $m_{ij}=\begin{cases}1, & \text{se } 4<i+j<10\\ 0, & \text{caso contrário}\end{cases}$

```
M=B>4&B<10
M =
      0     0     0     1     1     1
      0     0     1     1     1     1
      0     1     1     1     1     1
      1     1     1     1     1     0
      1     1     1     1     0     0
      1     1     1     0     0     0
```

Exercício 2. Um *número de Mersenne* é um número da forma $2^n-1$, onde $n$ é um número natural.

*a)* Determine os 15 primeiros números de Mersenne.

```
n=1:15;
m=2.^n-1

m =
```

```
  Columns 1 through 5
           1           3           7          15          31
  Columns 6 through 10
          63         127         255         511        1023
  Columns 11 through 15
        2047        4095        8191       16383       32767
```

*b)* Quantos desses números são primos? Explicite-os.

```
sum(isprime(m))

ans =
     5
pM=m(isprime(m))

pM =
           3           7          31         127        8191
```

*c)* Pode provar-se que, *se um número da forma* $2^n - 1$ *é primo, então* $n$ *é primo*. Ilustre este resultado para os primos de Mersenne encontrados anteriormente.

```
find(isprime(m))

ans =
     2     3     5     7    13
isprime(ans)

ans =
     1     1     1     1     1
```

*d)* O recíproco deste resultado será válido? Justifique.

```
nprimo=n(isprime(n))

nprimo =
     2     3     5     7    11    13
isprime(2.^nprimo-1)

ans =
     1     1     1     1     0     1
```

**O recíproco não é válido. Para o primo 11, o correspondente número de Mersenne não é primo.**