



Responda aos grupos I e II em folhas de teste SEPARADAS.

Grupo I

Exercício 1. [2 valores] Exprima o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : (x - 1)^2 \geq 4, x < 7\}$ sob a forma de intervalo ou união de intervalos. Indique (ou justifique porque não existe(m)) o supremo e o ínfimo deste conjunto.

Exercício 2. [2 valores] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{x^2 + \operatorname{sen} x}$.

Exercício 3. [2 valores] Calcule a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = e^{x \operatorname{sen} x}$ no ponto de abcissa $x = \frac{\pi}{2}$.

Exercício 4. Considere a função $f(x) = x^2 - 1 - \ln x, x > 0$.

a) [1 valor] Mostre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Sugestão: Note que $f(x) = x^2(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2})$.

b) [1 valor] Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$.

c) [1 valor] Mostre que f' tem exatamente um zero.

d) [1 valor] Conclua, justificando, que f tem exatamente dois zeros.

Grupo II

Exercício 5. [2 valores] Determine a primitiva da função $f(x) = x^3 e^{x^4}$ cujo gráfico passa pelo ponto $(0, -1)$.

Exercício 6. [2 valores] Determine $\int \operatorname{arctg} x \, dx$.

Exercício 7. [2 valores] Calcule $\int_{-2}^2 |(x - 1)(x + 1)| \, dx$.

Exercício 8. [2 valores] Determine $\int \frac{x^2 + 2x - 3}{(x - 2)(x^2 + 1)} \, dx$.

Exercício 9. [2 valores] Calcule a área da região delimitada pelas curvas de equações $y = -x^2 + 1$ e $y = -x - 1$.