10. Lei de Faraday

- Até agora: campos eléctricos produzidos pelas cargas estacionárias e campos magnéticos produzidos pelas cargas em movimento.

- Neste capítulo: campos eléctricos que são criados por campos magnéticos variáveis.

  ➢ Lei da indução, de Faraday.

- Com a Lei de Faraday, completamos a introdução às leis fundamentais do electromagnetismo.

  ⮙ estas leis podem ser resumidas num conjunto de quatro equações, as equações de Maxwell.

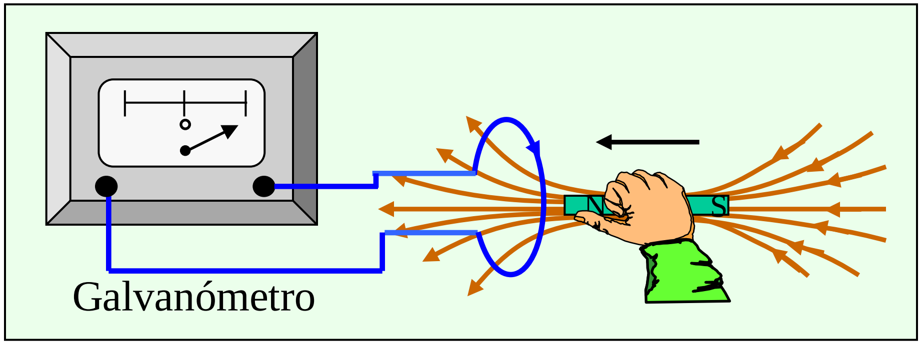
  Juntamente com a força de Lorentz, representam a teoria completa para a descrição clássica da interacção dos corpos carregados.

- As equações de Maxwell relacionam entre si os campos eléctricos e magnéticos e relacionam os campos com as suas fontes: as cargas eléctricas.

10.1. A Lei de Faraday da Indução

Comecemos por descrever duas experiências que demonstram que uma corrente pode ser gerada por um campo magnético variável.

- **Experiência 1:** Consideremos o circuito da figura abaixo:

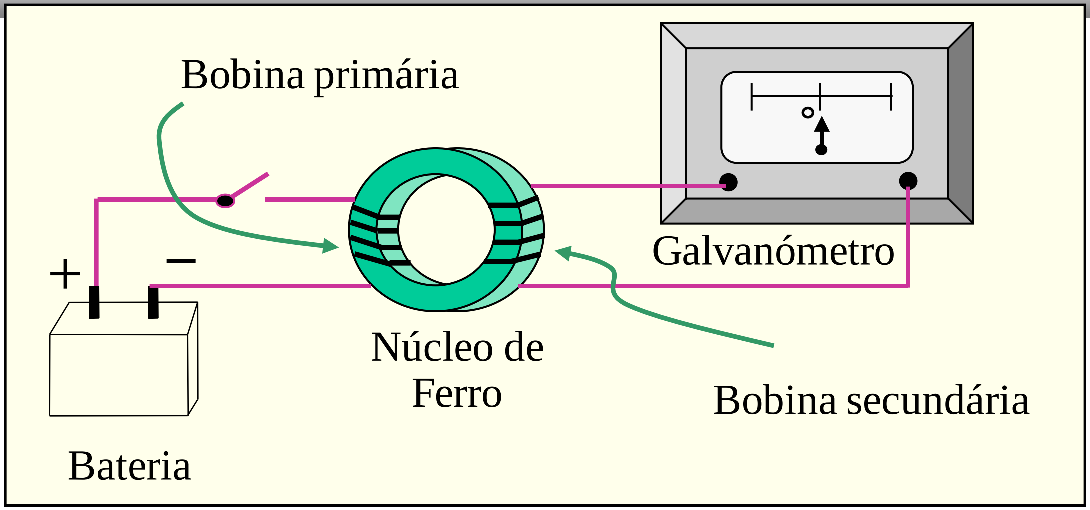


- Se o imã for aproximado da espira, a agulha do galvanómetro desvia-se num sentido

- Se o imã for afastado da espira, a agulha do galvanómetro desvia-se na direcção oposta.
- Se o imã ficar estacionário em relação à espira, não há deflexão da agulha.

$\Rightarrow$ Há uma corrente no circuito desde que exista um movimento relativo entre o imã e a bobina. $\rightarrow$ a corrente é uma corrente induzida, gerada por uma fem induzida.

• Experiência 2 (Experiência de Faraday)



Núcleo de ferro: a fim de intensificar o $\vec{B}$ gerado pela I que circula na bobina.

- No instante em que se liga o interruptor no circuito primário, o galvanómetro no circuito secundário desvia-se numa direcção e depois retorna a zero.
- Quando se desliga o interruptor, o G desvia-se na outra direcção, e depois retorna a zero.
- A leitura do G, é nula, quando há uma corrente constante no circuito primário.

- Uma corrente eléctrica pode ser produzida por um campo magnético variável $\Rightarrow$ Uma força electromotriz induzida produz-se no circuito secundário em virtude do campo magnético variável.

- Nas duas experiências descritas houve uma fem induzida num circuito quando o fluxo magnético (ϕ_m) através do circuito variou no tempo.

$\Rightarrow$ A fem induzida num circuito é directamente proporcional à taxa temporal de variação do ϕ_m através do circuito.

$$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}}}$$

Lei de Faraday da indução

$$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

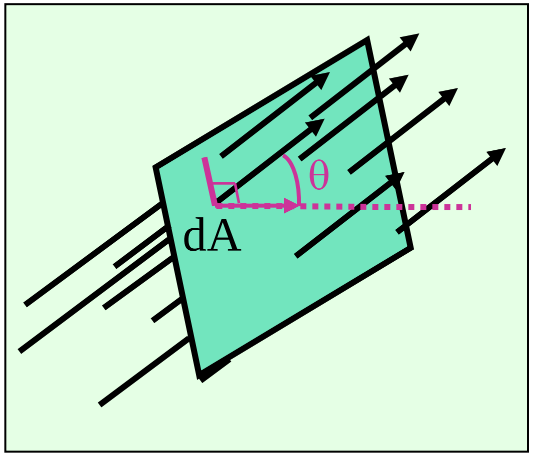
o integral é tomado sobre a área limitada pelo circuito.

Sinal negativo: consequência da Lei de Lenz (9.3)

- Se o circuito for uma bobina, constituída por N espiras com a mesma área, e se o fluxo atravessa igualmente todas as espiras $\Rightarrow$

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_m}{dt}$$

Suponhamos $\vec{B}$ uniforme no interior de uma espira de área A, no plano.



$\Rightarrow$ ϕ_m = B.A.cos(θ)

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d}{dt}\left(B.A.\cos\theta\right)} \quad \Rightarrow$$

É possível induzir uma fem num circuito de diversas maneiras:

1) O módulo de $\vec{B}$ pode variar com o tempo;

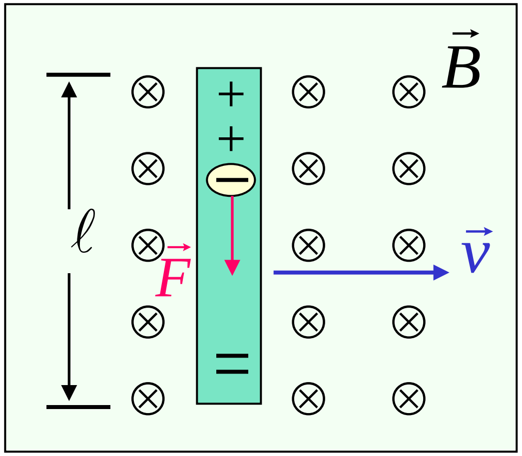
2) a área limitada pelo circuito pode variar com o tempo;

3) o ângulo, θ, entre $\vec{B}$ e a normal ao plano da espira pode variar com o tempo

4) qualquer combinação destas situações.

10.2. A fem de indução num condutor em movimento

- Uma fem é induzida num condutor que se move num campo magnético.
- Consideremos um condutor rectilíneo; comprimento ℓ ; $\vec{v}$ = cte; $\vec{B}$ uniforme ⊗; $\vec{v} \perp \vec{B}$ (para simplificar).



- Os e⁻ no condutor sofrerão uma $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$\Rightarrow$ os e⁻ vão mover-se para a extremidade de baixo $\Rightarrow$ em virtude desta separação de cargas, há um $\vec{E}$ no interior do condutor.

- A carga nas duas extremidades acumula-se até que a $\vec{F}_m$ seja equilibrada pela $\vec{F}_e$ $\Rightarrow$ cessa o deslocamento das cargas,

$$\left|\vec{F}_m\right| = \left|\vec{F}_e\right| \;,\; qvB = qE \rightarrow E = vB$$

- Uma vez que o $\vec{E}$ é constante $\Rightarrow$ V = E.ℓ ; V: diferença de potencial entre as extremidades do condutor.

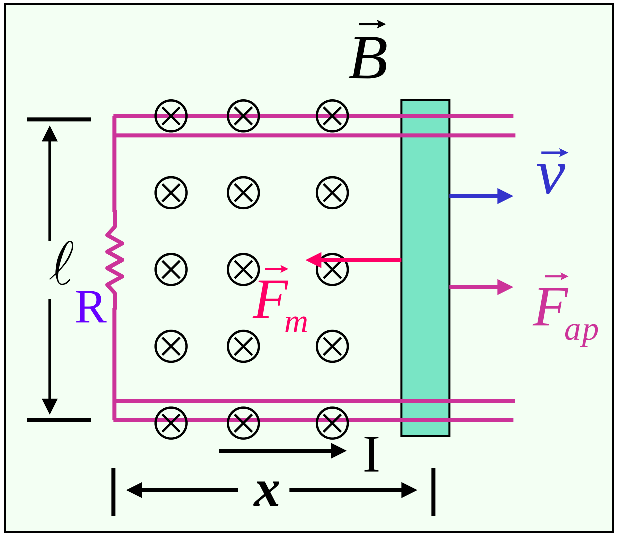
$$V = E.\ \ell = B.\ \ell.v$$

- Neste caso V na ponta de cima > V na ponta de baixo

$\Rightarrow$ Há uma diferença de potencial constante no condutor enquanto se mantiver o movimento através do campo. Se o movimento for invertido, a polaridade de V também se inverterá.

- Condutor móvel parte dum condutor fechado.

  Circuito: barra condutora de comprimento ℓ; escorrega sobre dois trilhos condutores paralelos fixos; $\vec{B}$ uniforme e constante $\otimes$.



- Barra puxada para a direita com $\vec{v}$ pela força aplicada $\vec{F}_{ap}$ $\Rightarrow$ as cargas livres sofrem uma força magnética ao longo do comprimento da barra $\Rightarrow$ a força estabelece uma I induzida.

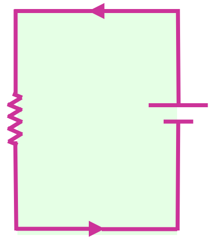
- Neste caso, $d\phi_m/dt$ e a fem induzida correspondente são proporcionais à variação da área do circuito quando a barra se desloca através do $\vec{B}$.

- Área do circuito: $\ell.x$ $(\forall t)$ $\Rightarrow$ $\phi_m = B.\ell.x$; $x = x(t)$
- Pela Lei de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B\ell x\right) = -B\ell\frac{dx}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon = -B\ell v}$$

Se R = resistência do circuito $\Rightarrow$ $$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{B\ell v}{R}$$

1  $\varepsilon = B.\ell.v$ (circuito equivalente)

<u>Considerações sobre a energia:</u>

- Quando o condutor se desloca através do $\vec{B}$ sofre uma

F_m = I.ℓ.B (direcção oposta ao movimento da barra)

- v = cte $\Rightarrow$ **F_{ap} = I.ℓ.B**

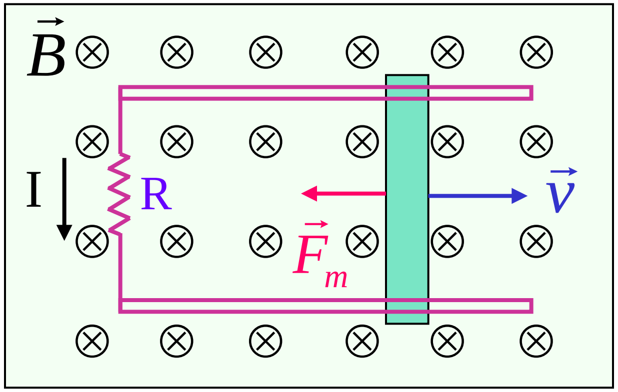
- A potência proporcionada pela força aplicada é:

$$P = F_{ap}v = \left(I.\ell.B\right).v = \frac{B^2\ell^2v^2}{R} = \frac{V^2}{R}$$

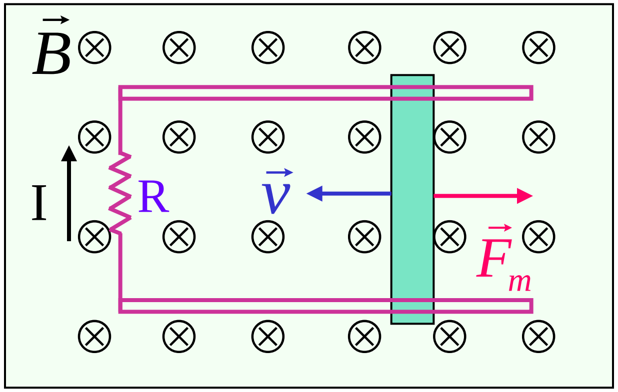
- Esta P é igual à taxa de dissipação da energia na R, $R.I^2$.
- É também a P proporcionada pela fem induzida I.ε .
- Conversão de energia mecânica em energia eléctrica e a conversão desta em energia térmica (efeito Joule)

10.3. A Lei de Lenz

A direcção tanto da fem induzida como da corrente induzida, podem ser achadas pela Lei de Lenz: a polaridade da fem induzida é tal que ela tende a provocar uma corrente que irá gerar um fluxo magnético que se opõe à variação do fluxo magnético através do circuito fechado → é uma consequência da Lei de conservação da energia.



A



B

Lei de Lenz: a I induzida deve ter uma direcção tal que o fluxo que ela gera se oponha à variação do ϕ_m externo.

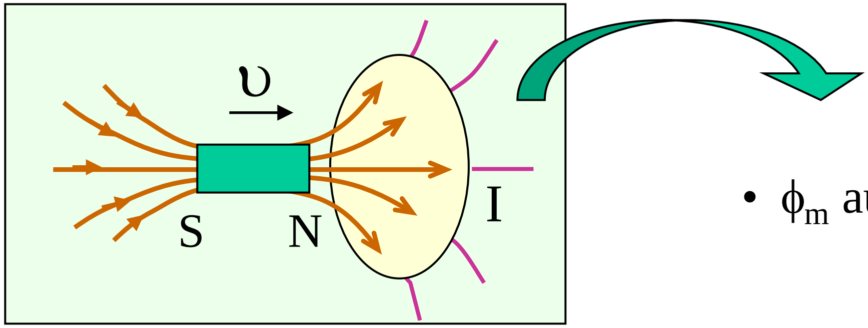
A I induzida tende a manter o fluxo original através do circuito.

A ϕ_m externo crescendo $\otimes \Rightarrow$ I 🡨 anti horário

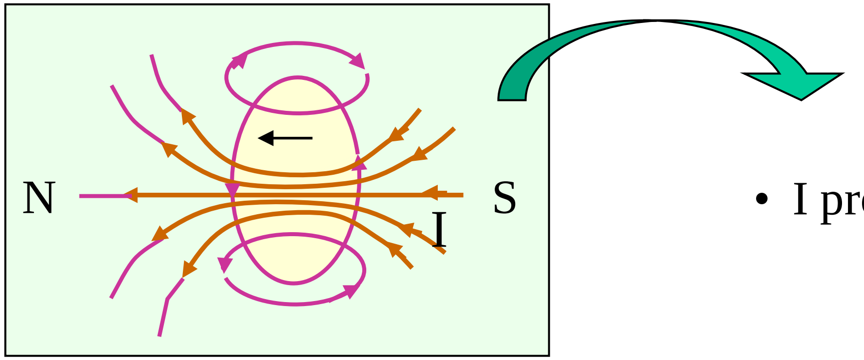
B ϕ_m externo diminuindo $\otimes \Rightarrow$ I 🡨 horário

Do ponto de vista da energia:

A : se I sentido horário $\Rightarrow$ F_m para a direita $\Rightarrow$ aceleração da barra $\Rightarrow$ aumento da υ $\Rightarrow$ aumento da área do circuito mais rápido $\Rightarrow$ aumento da I induzida $\Rightarrow$ aumento da F_m $\Rightarrow$ aumento da I $\Rightarrow$ ... $\Rightarrow$ O sistema adquiriria energia sem injecção adicional de energia. $\Rightarrow$ I sentido anti horário.



- ϕ_m aumenta com o tempo, para a direita.



- I provoca um ϕ_m para a esquerda.

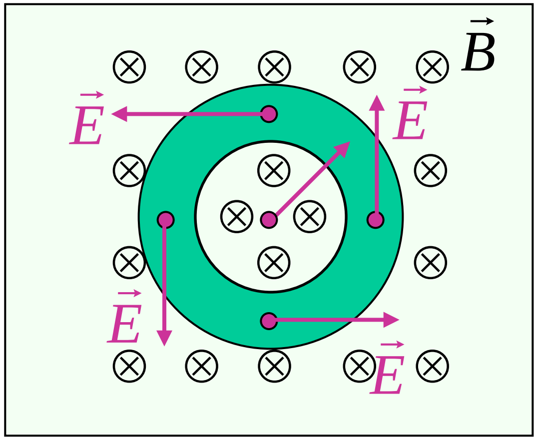
- Que ocorreria se o íman se estivesse a deslocar para a esquerda ?

10.4. Fems Induzidas e Campos Eléctricos Induzidos

- Um ϕ_m variável induz uma fem e uma I numa espira condutora $\Rightarrow$ gera-se um campo eléctrico devido ao ϕ_m variável, mesmo no vácuo.

- Esse $\vec{E}$ induzido tem propriedades bastantes diferentes de um $\vec{E}$ electrostático de cargas estacionárias.

- Espira condutora; raio r; $\vec{B}$ uniforme $\otimes \perp$ ao plano da espira.



- Se $\vec{B} = \vec{B}(t)$ $\Rightarrow$ Lei de Faraday

$$\rightarrow \quad \varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

- A I induzida na espira implica a presença de um E induzido tangente à espira $\forall$P (pontos equivalentes)

- W = $q\varepsilon$: 0 W necessário para deslocar uma carga de prova q ao longo da espira.

- $\vec{F} = q\vec{E}$: $\vec{F}_e$ sobre a $q \Rightarrow$ W = q.E.(2πr): O W efectuado por essa força ao deslocar a q uma volta ao longo da espira.

- Estas expressões do W devem ser iguais

$$q\varepsilon = qE(2\pi r)$$

$$E = \frac{\varepsilon}{2\pi r} \qquad (1)$$

(1) + a Lei de Faraday + ϕ_m = B.A = $\pi.r^2$.B (espira circular)

$\Rightarrow$ O $\vec{E}$ induzido: $$E = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

- Se $\vec{B} = \vec{B}(t)$ for especificado $\Rightarrow$ cálculo do $\vec{E}$

- Sinal negativo: o $\vec{E}$ induzido opõe-se à variação do $\vec{B}$

! Esse resultado também vale na ausência dum condutor

$\rightarrow$ Uma q livre, num $\vec{B}$ variável sofrerá a acção do mesmo $\vec{E}$

- A fem sobre qualquer circuito fechado pode ser expressa como o integral de linha de $\vec{E}\cdot d\vec{s}$ sobre o circuito $\Rightarrow$

- A Lei de Faraday da indução, $\varepsilon = -d\phi_m / dt$, pode ser escrita:

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_m}{dt}}$$

! O $\vec{E}$ induzido que aparece na eq. é um campo não conservativo, variável no tempo, gerado por um $\vec{B}$ variável.

- O $\vec{E}$ da eq. não pode ser um campo electrostático: se o campo fosse electrostático, seria conservativo, e o integral de linha de $\vec{E}\cdot d\vec{s}$ sobre um circuito fechado seria nulo, ao contrário do que afirma a eq.

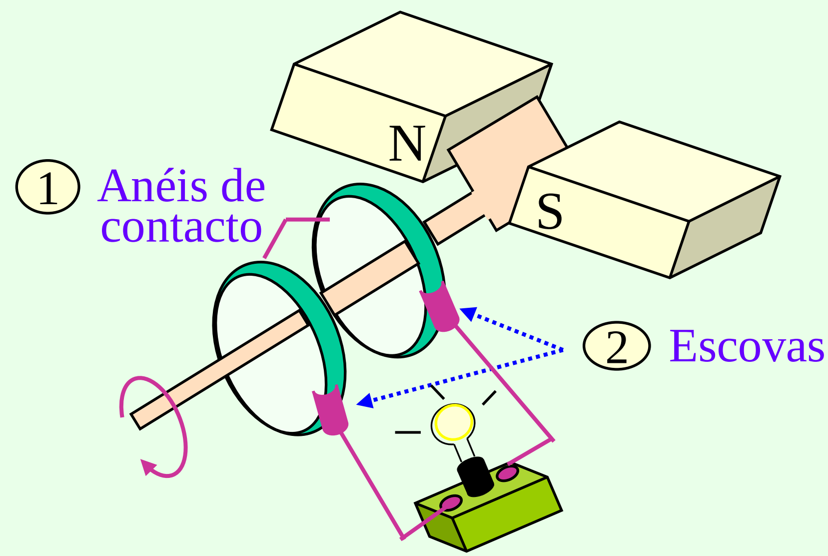
10.5. Geradores e Motores

- Operam com base na indução electromagnética.
- Gerador de corrente alternada: aparelho que converte energia mecânica em energia eléctrica.
- Gerador de AC mais simples: espira condutora que gira, graças a um agente externo, num campo magnético.

Central hidroeléctrica: queda de água

Central termoeléctrica: vapor de água

- Quando a espira gira no campo, o ϕ_m através dela altera-se com o tempo e, num circuito externo, induz-se uma fem e uma I.



1) Giram com a espira

2) Estacionárias; deslizam sobre os anéis de contacto.

- Quantitativamente:

bobina com N voltas, com a mesma área A que gira com ω constante. Se θ ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{A}$ $\Rightarrow$

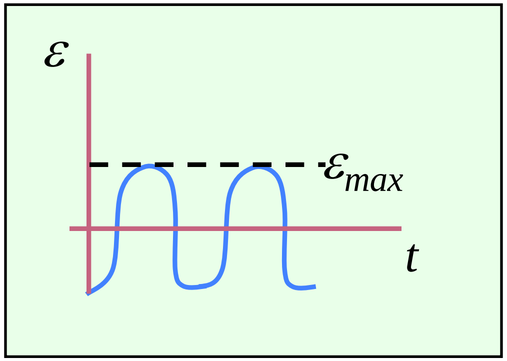
$$\phi_m = B.A.\cos(\theta) = B.A.\cos(\omega.t) \quad \text{(qualquer instante t)}$$

$$\theta = \omega.t \ (t = 0 \text{ quando } \theta = 0)$$

$\Rightarrow$ A fem induzida na bobina:

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_m}{dt} = -N.A.B\frac{d}{dt}\left[\cos(\omega t)\right] = N.A.B.sen(\omega t)$$

- A fem varia sinusoidalmente com o tempo.



- A fem máxima $\varepsilon_{máx}$ = N.A.B que ocorre quando $\omega.t$ = 90° ou 270° → $\varepsilon = \varepsilon_{máx}$ quando $\vec{B}$ estiver no plano da bobina e a taxa de variação do fluxo for um máximo.

- A fem é nula quando $\omega.t$ = 0° ou 180° → $\vec{B} \perp$ ao plano da bobina e a taxa de variação do fluxo for zero.

- Os motores são máquinas que convertem a energia eléctrica em energia mecânica.

- Na sua essência, um motor é um gerador que opera de modo inverso: em lugar de se gerar uma corrente, pela rotação duma bobina, fornece-se uma corrente à bobina, mediante uma bateria, e o momento que actua sobre a bobina percorrida pela corrente provoca a rotação.

- Efectua-se trabalho mecânico útil quando se acopla a armadura giratória a um aparelho externo.

10.6. As Equações de Maxwell

- Base de todos os fenómenos eléctricos e magnéticos.

! Concordante com a teoria da relatividade restrita (1905)

- As equações de Maxwell representam as Leis da Electricidade e do Magnetismo, que já discutimos. Porém, as equações têm outras consequências: prevêem a existência de ondas electromagnéticas, que se deslocam com a velocidade da luz:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \cong 3 \times 10^8 \; m/s$$

A teoria mostra que estas ondas são irradiadas por cargas eléctricas aceleradas.

- As equações de Maxwell aplicadas ao vácuo (na ausência de qualquer material dieléctrico ou magnético):

① $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

② $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

③ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_m}{dt}$

④ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_e}{dt}$

① $\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$ $\rightarrow$ **Lei de Gauss**.

O ϕ_e total que atravessa qualquer superfície fechada é igual à carga líquida que existe no interior da superfície, dividida por ε_0.

Relaciona o $\vec{E}$ com a distribuição de carga, pois as linhas do $\vec{E}$ principiam nas ***+q*** e terminam nas ***–q***.

2 $\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0}$ → **<u>Lei de Gauss do Magnetismo</u>**.

O ϕ_m líquido através de qualquer superfície fechada é igual a zero. Número de linhas do $\vec{B}$ que entram num volume fechado = Nº de linhas que saem. As linhas do $\vec{B}$ não podem principiar ou acabar em qualquer ponto $\Rightarrow \nexists$ monopolos magnéticos isolados.

3 $\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_m}{dt}}$ → **<u>Lei de Faraday da Indução</u>**.

Descreve a relação entre um campo eléctrico e um fluxo magnético. I induzida num $\vec{B}$ variável no tempo.

4 $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{d\phi_e}{dt}$ → **Lei de Ampère-Maxwell.**

- Descreve uma relação entre os campos magnéticos, campos eléctricos e corrente.
- Conhecidos, num ponto do espaço, o campo eléctrico e o campo magnético, a força sobre uma partícula de carga ***q*** nesse ponto pode ser calculada pela expressão:

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\wedge\vec{B}}$$ Força de Lorentz

- As equações de Maxwell, junto com essa lei de força, dão a descrição completa de todas as interacções electromagnéticas.

! Simetria das equações de Maxwell: as equações 1 e 2 são simétricas, a menos da ausência do termo do monopolo magnético na equação 2.

- As equações 3 e 4 são simétricas; os integrais de linha de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$, sobre uma curva fechada, estão relacionados com a taxa temporal de variação do ϕ_m e do ϕ_e , respectivamente.

- As equações de Maxwell têm importância fundamental, não apenas para a electrónica, mas também para toda a ciência.