



Responda aos grupos I e II em folhas de teste SEPARADAS.

Grupo I

Exercício 1. [3 valores] Considere a função $f(x) = x^5 + 5x^3 - 20x + 5$.

- a) Mostre que f' tem exatamente dois zeros.
- b) Conclua que f tem no máximo três zeros.

Exercício 2. [1,5 valores] Resolva a equação $e^{2x} - 6e^{-2x} + 1 = 0$.

Exercício 3. [2 valores] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sh} x} \right)$.

Exercício 4. [1,5 valores] Calcule o polinómio de Taylor de ordem 2, à volta do ponto zero, de $f(x) = e^{x^2}$.

Exercício 5. [2 valores] Determine a primitiva da função $f(x) = x^2 \operatorname{sen}(x^3)$ cujo gráfico passa pelo ponto $(0, 2)$.

Grupo II

Exercício 6. [2 valores] Determine $\int x \operatorname{arcsen} x \, dx$.

Exercício 7. [2 valores] Calcule $\int_{-1}^1 |e^x - 1| \, dx$.

Exercício 8. [2 valores] Determine $\int \frac{3x - 2}{x^2 - x} \, dx$.

Exercício 9. [2 valores] Calcule a derivada da função $F(x) = \int_1^{\ln x} \frac{e^t}{t} \, dt$.

Exercício 10. [2 valores] Calcule a área da região limitada pelas curvas de equações $x = 0$, $x = 2$, $y = \sqrt{x}$ e $y = -x + 2$.