

1.º Teste B  
DURAÇÃO: 90 min  
RC neste grupo vale: 1,5  
RE vale: -0,5  
ND vale: 0

CÁLCULO - LEI 2013/2014

16-11-2013

GRUPO I

Questão 1

Seja  $f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$  a função definida por  $f(x) = \cos x$ .

Então  $f$  é uma função:

- a) bijetiva  
b) injetiva e não sobrejetiva  
c) não injetiva e sobrejetiva  
d) não injetiva e não sobrejetiva.

Questão 2

Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -1, \\ \arcsen x & \text{se } -1 < x < 1, \\ \pi \operatorname{sen}(\pi x) & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

Então  $f$  é uma função:

- a) Contínua  
b) Contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$   
c) Contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$   
d) Contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

Questão 3

Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$

Então:

- a) Existe  $f'(0)$ .  
b) não existe  $f'_-(0)$ .  
c) não existe  $f'_+(0)$ .  
d) não existe  $f'(0)$ .

Questão 4

Sejam  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções deriváveis tais que  $f(x) = g(x^2 - 5x)$  e  $g(-4) = g'(-4) = 2$ . Então uma equação da reta normal ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa 1 é:

- a)  $y = 6x + \frac{11}{6}$   
b)  $y = -6x + \frac{13}{6}$   
c)  $y = \frac{1}{6}x + \frac{11}{6}$   
d)  $y = -\frac{1}{6}x + \frac{13}{6}$

Questão 5

A equação  $3x - \operatorname{sen}^2(x) - 2 = 0$

- a) tem uma única solução no intervalo  $[0, \pi]$ .  
b) tem exatamente duas soluções no intervalo  $[0, \pi]$ .  
c) tem, pelo menos, duas soluções no intervalo  $[0, \pi]$ .  
d) não tem solução no intervalo  $[0, \pi]$ .



### Questão 6

Uma função primitiva da função  $f$  definida por  $f(x) = \cos x$  é

a)  $F(x) = -\cos x$

c)  $F(x) = -\sin x$

b)  $F(x) = \cos^3 x + \cos x \sin^2 x$

d)  $F(x) = \sin^3 x + \sin x \cos^2 x$

### GRUPO II

RESponder NO ENUNCIADO

INDICAR OS CÁLCULOS E RESPECTIVAS JUSTIFICAÇÕES.

### Questão 7

Calcule, se existirem, os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$   
[5 VALORES]

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{1 - \cos x}$   
[1,5 VALORES]

$\frac{1 + \frac{2}{x} - 0}{1 - \cos x}$

### Questão 8

Considere a função real de variável real definida por

$f(x) = \pi + \arctg(2x+3)$

a) Determine o domínio e o contradomínio de  $f$ .  
[2 VALORES]

b) Caracterize a função inversa de  $f$ .  
[1,5 VALORES]

c) Caracterize a função derivada de  $f$ .  
[1,5 VALORES]

### Questão 9

Calcule:

a)  $\int \frac{1 + \arctg^3 x}{1 + x^2} dx$   
[5 VALORES]

b)  $\int x \operatorname{ch} x dx$   
[1,5 VALORES]

MATERIAL: - FOLHA PRIMITIVAS IMEDIATAS

- FOLHA DAS DERIVADAS

- UMA PAGINA (PODE SER IMPRESSA) DE ANOTAÇÕES.