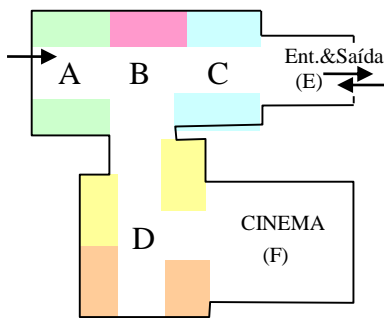


**UNIVERSIDADE do MINHO**  
**Departamento de Produção e Sistemas**  
***MIEI – Modelos Estocásticos de Investigação Operacional, 2015/16***

**Cap. 1.1 Processos estocásticos**

**(Exercício referente à FICHA de AVALIAÇÃO Nº 1)**

A figura seguinte ilustra a planta de um pequeno centro comercial (as cores representam lojas). As entradas possíveis são por A e por E. Em condições normais, a única saída possível é por E. O centro dispõe de três lojas para arrendamento, uma em cada uma das áreas A, C e D.



Durante a parte da manhã, muito poucos clientes afluem ao centro comercial. No entanto, os que aqui chegam tendem a permanecer no centro durante um período de tempo bastante longo, pelo que se pode admitir que, durante essa parte do dia, qualquer cliente chegado a C retorna de seguida a B, não saindo pois do edifício. Dentro deste, os clientes movem-se aleatoriamente de uma área de lojas para outra. Por exemplo, uma vez chegado à área B, um cliente segue tipicamente para A, C ou D com

probabilidades  $p_1$ ,  $p_2$  e  $1-p_1-p_2$ , respetivamente<sup>(\*)</sup>.

- Defina a matriz de transição representativa dos movimentos dos clientes da manhã entre as diversas áreas do centro comercial, tendo em consideração que o cinema só abre à tarde.
- Se um cliente entra no centro comercial através da área C, qual a probabilidade de ele poder ser encontrado na área A após ter efetuado 2 movimentos de mudança de área? E após 3, 4 e 5 movimentos? (*Sugestão: efetuar os cálculos com a ajuda de uma folha de cálculo, ex. Excel; na ficha, explicitar analiticamente que cálculos foram feitos e indicar apenas os valores finais*).
- Que se pode concluir acerca da natureza, ergódica ou não ergódica, do processo? Justificar.

Durante o resto dia (tarde e noite), o centro comercial tem muito mais afluência de público (30% entram por A e 70% por E), mas o padrão de movimentos, a partir de B, é essencialmente idêntico ao da manhã. No entanto, uma vez em C, há agora uma probabilidade de 0.3 de o cliente sair de seguida do centro comercial (por E). E, uma vez chegado a D, há uma probabilidade de 0.2 de o cliente ir ao cinema. Como os filmes terminam já depois de as lojas terem encerrado, pode considerar-se que F constitui uma segunda saída do centro comercial.

- Redefina a matriz de transição, fazendo a distinção entre estados transientes e estados absorventes.
- Determine com que frequência cada cliente, tendo entrado por E, visita a área D antes de ir ao cinema ou sair do centro comercial. (Apresente os cálculos efetuados. *Dica: estudar matéria da página 31 dos Apontamentos e exemplo de aplicação da página 32, questão 1.*)
- Que loja um investidor arrendaria neste centro comercial, se o seu critério de escolha se baseasse única e exclusivamente em optar por aquela cuja área fosse a mais frequentemente visitada?

<sup>(\*)</sup> Probabilidades:  $p_i = 0.275 + 0.025 * \lfloor D_i / 2 \rfloor$  para  $i = \{1, 2\}$ , em que  $D_1$  e  $D_2$  são, respetivamente, o último e o penúltimo dígito do número mecanográfico do aluno.

Exemplo 1: Aluno Nº 43349:  $D_1 = 9$  e  $D_2 = 4$ , logo  $p_1 = 0.375$  e  $p_2 = 0.325$

Exemplo 2: Aluno Nº 44606:  $D_1 = 6$  e  $D_2 = 0$ , logo  $p_1 = 0.35$  e  $p_2 = 0.275$