

Nome: _____ Número: _____ TP: _____

IMPORTANTE: A duração do teste é de 1 hora e 30 minutos. Não é permitido o uso de quaisquer materiais de apoio. O teste é composto por seis exercícios. Os exercícios I - V devem ser resolvidos no enunciado. O exercício VI deve ser resolvido numa folha separada. Nos exercícios em que a cotação não é indicada no enunciado, cada resposta certa conta 0,75 valores e cada resposta errada desconta 0,25 valores.

I. Indique quais das seguintes fórmulas são tautologias (T) e quais não são tautologias (N).

T	N	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(\neg p \wedge (p \vee q)) \Rightarrow q$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg p \Leftrightarrow (q \wedge \neg q)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Leftrightarrow \neg p) \wedge (q \vee \neg q)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Rightarrow (q \vee r)) \Leftrightarrow ((\neg q \wedge \neg r) \Rightarrow \neg p)$

II. Considere a seguinte proposição sobre os elementos de um dado universo de números reais:

$$p: \quad \forall x \forall y \quad (x \leq 0 \wedge y \leq 0) \Rightarrow x + y \leq 0$$

Indique em linguagem simbólica, sem recorrer a símbolos de negação,

a) (0,75 valores) uma proposição que seja equivalente à negação da proposição p :

b) (0,75 valores) uma proposição que seja equivalente à proposição p recorrendo à contraposição:

III. Considere o conjunto $A = \{1, \{1\}, \{\{1\}\}, \mathbb{Z}\}$, $B = \{1, \{1\}\}$ e $C = \{\emptyset, \{1, \{1\}\}\}$. Indique quais das seguintes afirmações são verdadeiras (V) e quais são falsas (F):

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{1\} \subseteq A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$B \subseteq C$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{\emptyset\} \in C$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$B \in C$ e $B \subseteq A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\mathbb{Z} \subseteq A$ ou $A \subseteq \mathbb{Z}$

IV. Sejam A, B, C três conjuntos tais que $B \cap C = B \cap (C \setminus A)$. Indique quais das seguintes afirmações são necessariamente verdadeiras (V) e quais podem ser falsas (F):

V F

☐ ☐ $B \cap C \subseteq B \setminus A$

☐ ☐ $\forall x \in B \quad x \in C \Rightarrow x \notin A$

☐ ☐ $A \cap C = \emptyset$

V. Considere o conjunto $A = \{0, 1, \{2\}\}$, $B = \{2, 4\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 \in B\}$ e $D = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : x \in B \wedge |y| = x\}$. Indique os seguintes conjuntos em extensão:

(a) (0,75 valores) $C =$

(b) (0,75 valores) $D =$

(c) (0,75 valores) $D \setminus (B \times C) =$

(d) (0,75 valores) $(A \cup \mathcal{P}(\emptyset)) \setminus \mathcal{P}(B) =$

(e) (0,75 valores) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(\mathbb{N}) =$

VI. Sejam A, B e C três conjuntos tais que $A \subseteq B$. **Justificando a sua resposta**, diga se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

(a) (2,5 valores) $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B \setminus A)$

(b) (2,5 valores) $B \times C = (A \times C) \cup ((B \setminus A) \times C)$

Nome: _____ Número: _____ TP: _____

IMPORTANTE: A duração do teste é de 1 hora e 30 minutos. Não é permitido o uso de quaisquer materiais de apoio. O teste é composto por seis exercícios. Os exercícios I - V devem ser resolvidos no enunciado. O exercício VI deve ser resolvido numa folha separada. Nos exercícios em que a cotação não é indicada no enunciado, cada resposta certa conta 0,75 valores e cada resposta errada desconta 0,25 valores.

I. Indique quais das seguintes fórmulas são tautologias (T) e quais não são tautologias (N).

T	N	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \wedge \neg p) \wedge (q \vee \neg q)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$((p \vee q) \wedge \neg q) \Rightarrow p$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(p \Rightarrow (q \vee r)) \Leftrightarrow ((\neg q \wedge \neg r) \Rightarrow \neg p)$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg p \Leftrightarrow (q \wedge \neg q)$

II. Considere a seguinte proposição sobre os elementos de um dado universo de números reais:

$$p : \quad \forall x \forall y \quad (x > 0 \wedge y > 0) \Rightarrow xy > 0$$

Indique em linguagem simbólica, sem recorrer a símbolos de negação,

a) (0,75 valores) uma proposição que seja equivalente à proposição p recorrendo à contraposição:

b) (0,75 valores) uma proposição que seja equivalente à negação da proposição p :

III. Considere o conjunto $A = \{1, \{1\}\}$, $B = \{\emptyset, \{1, \{1\}\}\}$ e $C = \{1, \{1\}, \{\{1\}\}, \mathbb{Z}\}$. Indique quais das seguintes afirmações são verdadeiras (V) e quais são falsas (F):

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$A \subseteq B$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{\emptyset\} \in B$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\{1\} \subseteq C$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$A \in B$ e $A \subseteq C$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$C \subseteq \mathbb{Z}$ ou $\mathbb{Z} \subseteq C$

IV. Sejam A, B, C três conjuntos tais que $A \cap B = A \cap (B \setminus C)$. Indique quais das seguintes afirmações são necessariamente verdadeiras (V) e quais podem ser falsas (F):

V F

$$\square \quad \square \quad \forall x \in A \quad x \in B \Rightarrow x \notin C$$
$$\square \quad \square \quad B \cap C = \emptyset$$
$$\square \quad \square \quad A \cap B \subseteq A \setminus C$$

V. Considere o conjunto $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, \{3\}\}$, $C = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : x \in A \wedge |y| = x\}$ e $D = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 \in A\}$. Indique os seguintes conjuntos em extensão:

(a) (0,75 valores) $C =$

(b) (0,75 valores) $D =$

(c) (0,75 valores) $C \setminus (A \times D) =$

(d) (0,75 valores) $\mathcal{P}(B) \cap \mathcal{P}(\mathbb{N}) =$

(e) (0,75 valores) $(B \cup \mathcal{P}(\emptyset)) \setminus \mathcal{P}(A) =$

VI. Sejam A, B e C três conjuntos tais que $A \subseteq B$. **Justificando a sua resposta**, diga se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

(a) (2,5 valores) $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B \setminus A)$

(b) (2,5 valores) $B \times C = (A \times C) \cup ((B \setminus A) \times C)$