Quádrica

Quádrica ou superfície quádrica é, em matemática, o conjunto dos pontos do espaço tridimensional, cujas coordenadas formam um polinómio de segundo grau de, no máximo, três variáveis, denominada de **equação cartesiana da superfície**:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

Superfícies:
Numa visão informal, as superfícies quadráticas são as regiões formadas quando as cónicas se movimentam no espaço. A partir da equação geral do segundo grau nas três variáveis x, y, z é possível representar uma superfície quadrática.
Observemos que se a superfície quadrática formada pela equação geral for cortada por um plano, a curva de intersecção será uma cónica.

Superfície Esférica:
A superfície esférica S de centro C e raio r > 0 é o lugar geométrico dos pontos do espaço que mantém a distância r de C. Sendo $P = (x, y, z) \in S$ e C = (x_o, y_o, z_o) então d(P,C) = r, ou seja, a equação implícita de S é:

$$(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + (z - z_o)^2 = r^2$$

Se aproximarmos um plano π de uma superfície esférica de modo que este toque a superfície em apenas um ponto Pt, este ponto é chamado ponto de tangência, onde é válido:

- $\pi \cap S = \{Pt\}$
- $\overline{C\ Pt} \perp \pi$
- $d(C, \pi) = r$

Porém, se o plano π tocar a superfície em mais de um ponto, então o plano é secante à superfície, o que acontece sempre que $d(C, \pi) < r$.

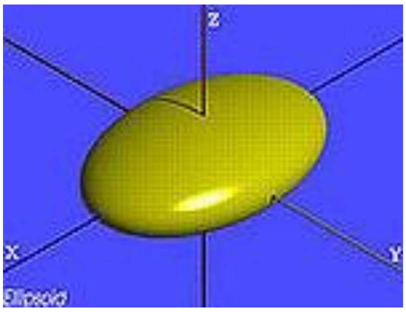
Superfície Cilíndrica:
Uma superfície é dita cilíndrica se existir uma curva C e uma recta r tais que a superfície seja a união de rectas paralelas a r que passem por C. C é chamada directriz da superfície S e as rectas paralelas a r são geratrizes de S.
Se a curva C for uma quádrica plana, então a superfície será uma quádrica no espaço.

Superfície Cónica:
Uma superfície S é dita cónica se ela for formada a partir de uma curva C e um ponto V não pertencente a C tal que S é a união das rectas VQ, onde Q percorre C.
Se a curva C for uma quádrica plana, então a superfície será uma quádrica no espaço.

Superfície de Rotação:
Uma superfície S é uma superfície de rotação se existem uma recta r e uma curva C tal que S é a união das circunferências com centro em r e que tangenciam C.
r é o eixo de rotação de S. A intersecção de S com o semi-plano de origem r é um meridiano de S.
Na maioria dos casos em que a curva C é uma quádrica plana, a superfície tem grau maior que 2 (não sendo uma quádrica; por exemplo, se C for um círculo que não intercepta r, S será um toro).
S será uma quádrica quando C, além de ser uma quádrica, ainda tem r como eixo de simetria.

Superfícies Quádricas:

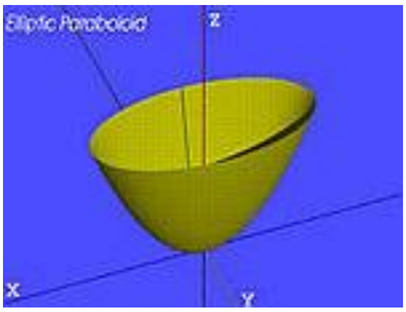
- Elipsóide: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$



- Elipsóide de Revolução (caso particular do elipsóide): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$

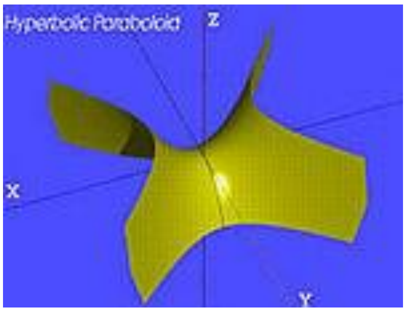
- Esfera (caso particular do elipsóide de revolução): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$

- Parabolóide Elíptico: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z = 0$

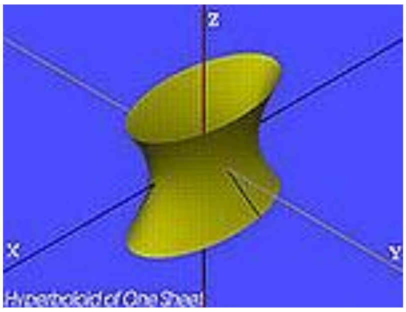


- Parabolóide de Revolução (caso particular do parabolóide elíptico): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - z = 0$

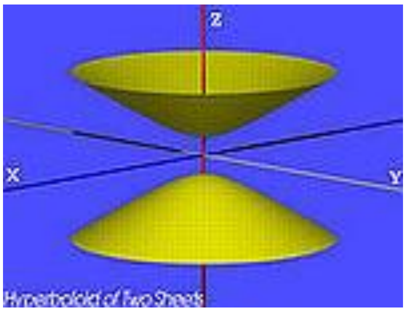
- <u>Parabolóide Hiperbólico:</u> $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} - z = 0$



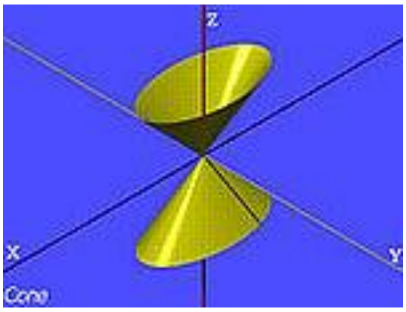
- <u>Hiperbolóide de uma folha</u>: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$



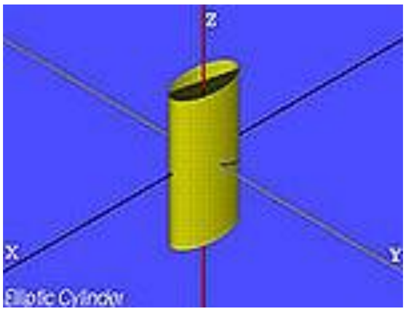
- <u>Hiperbolóide de duas folhas:</u> $-\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$



- <u>Cone:</u> $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

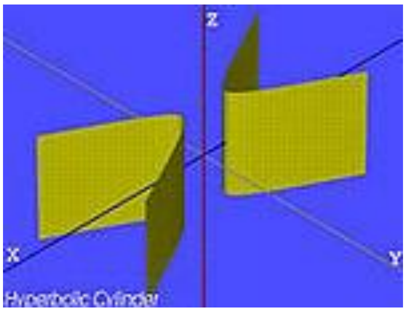


- <u>Cilindro Elíptico:</u> $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



- <u>Cilindro Circular:</u> $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

- <u>Cilindro Hiperbólico:</u> $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$



- <u>Cilindro Parabólico:</u> $x^2 + 2y = 0$