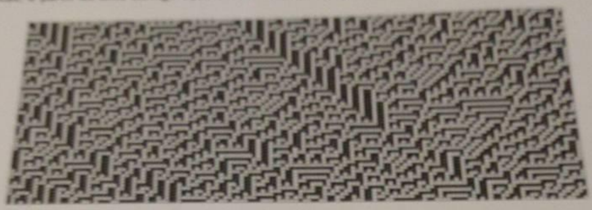
universidade do minho

miei
08.01.2016

introdução aos sistemas dinâmicos
segundo teste

1.

Na figura apresenta-se o diagrama espaço-tempo da dinâmica de um autómato celular elementar Φ, escolhidas condições de fronteira periódicas, a partir de uma configuração inicial escolhida aleatoriamente.



1.1 Identifique a classe de Wolfram a que pertence o autómato celular elementar Φ.

1.2 Descreva as características principais dessa classe.

2.

Considere a família a-um-parâmetro de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x(x + a)$, para $x \in \mathbb{R}$, com a pertencente a $\mathbb{R}$.

2.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.

2.2 Mostre que a bifurcação que ocorre para $a_o = -1$ é uma bifurcação de tipo duplicação do período.

3.

Considere o autómato celular elementar cuja evolução temporal é definida pela regra ϕ, com código de Wolfram $N_\phi = 70$.

3.1 Determine $\phi(0, 1, 0)$.

3.2 Indique qual a dinâmica das duas configurações homogéneas, escolhidas condições de fronteira periódicas.

3.3 Suponha que num certo instante o sistema assume a configuração $C = 110110001001$. Escolhidas condições de fronteira periódicas, determine a configuração do sistema nos dois instantes seguintes. Apresente o resultado graficamente.

4.

nsidere o sistema dinâmico discreto $f(x) = x(x - 1)$, com $x \in [0, 1]$. Mostre que f tem apenas pontos fixos.

5.

Considere o sistema dinâmico discreto $\mathcal{S} : [0, 1] \to [0, 1]$ definido por

$$\mathcal{S}(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x < 1/2 \\ 2x - 1 & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

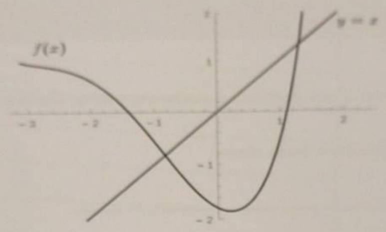
Mostre que $\mathcal{S}$ tem caos no intervalo $[0, 1]$.

6.

Considere o sistema dinâmico discreto $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cujo gráfico se desenha na figura seguinte.

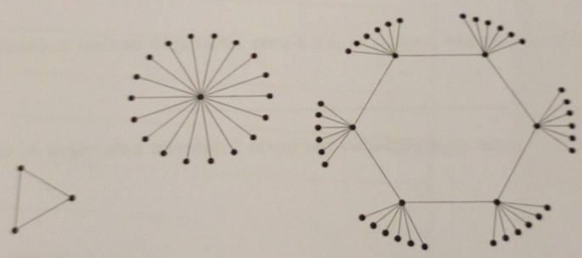
6.1 Indique no gráfico os pontos fixos de f.

6.2 Indique no gráfico os três primeiros elementos da órbita do ponto $x_0 = -2$.



7.

Descreva os diferentes atractores do autómato celular elementar Φ, quando o seu diagrama de Wuensche é dado por



formulário

$$f_{a_0}(\bar{x}) = \bar{x}$$

$$f'_{a_0}(\bar{x}) = 1$$

$$f''_{a_0}(\bar{x}) \neq 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a} f_a(\bar{x}) \neq 0\,, \quad \text{para } a = a_0.$$

$$f_a(\bar{x}) = \bar{x}\,, \quad \text{para } a \in (a_0 - \epsilon, a_0 + \epsilon)$$

$$f'_{a_0}(\bar{x}) = -1$$

$$\frac{\partial}{\partial a}(f_a^2)'(\bar{x}) \neq 0\,, \quad \text{para } a = a_0.$$