Universidade do Minho Departamento de Matemática e Aplicações

Lic. em Engenharia Informática

4°	Trabalho	de	Grupo	de	Análise	TP4	- 6	Mai
_							_	IVIGI

Nome: Projecta de Resolução Número:

Nome: \_\_\_\_\_\_ Número:\_\_\_\_\_

## Justifique as respostas e apresente todos os cálculos que efectuar

1. Sem efectuar os cálculos indique, justificando, o sinal de cada um dos seguintes integrais duplos:

a) 
$$\int_{-1}^{0} \int_{1}^{2} xye^{\cos x} dxdy$$
; b)  $\int_{0}^{1} \int_{-2}^{-1} xye^{\cos x} dxdy$ .

2. Calcule o valor do seguinte integral duplo:

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} x (1+y)^2 \, dy dx.$$

$$\int \int \int \int f(x,y) dA = \lim_{\Delta y \to 0} \sum_{i,j} \int f(x_i^*, y_j^*) (x_i - x_{i-1}) (y_j - y_{j-1}),$$

com 
$$(x_i^*, y_j^*) \in \mathbb{R}_{ij} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$$

a) 
$$\int_{1}^{0} \int_{1}^{2} ny e^{corx} dn dy$$

$$\begin{cases} \chi \in [1,2] \implies \begin{cases} x,y \leqslant 0 \implies \beta(x,y) = xy \cdot e^{-xx} \leqslant 0, \log 0 \\ y \in [-1,0] \implies \begin{cases} e^{-x} > 0 \end{cases} \end{cases}$$

b) 
$$\int_{0}^{1} \int_{-2}^{-1} xy e^{-cx} dxdy$$

$$\begin{cases} y \in [0,1] \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y \leq 0 \\ x \in [-2,-1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x,y) = xy e^{-cx} \leqslant 0, \log 0$$

$$\begin{cases} x \in [-2,-1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} xy e^{-cx} dxdy \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} \right] \\ & \int_{0}^{1} \int_{0}^{x^{2}} \chi(1+y)^{2} dy dx = \int_{0}^{1} \left[ \chi \left( \frac{1+y}{3} \right)^{3} \right]_{y=0}^{y=\chi^{2}} dx = \\ & = \int_{0}^{1} \chi \left( \frac{1+\chi^{2}}{3} \right)^{3} - \frac{\chi}{3} dx = \frac{1}{3} \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \chi \left( \frac{1+\chi^{2}}{4} \right)^{3} dx - \frac{1}{3} \int_{0}^{1} \chi dx \right] \\ & = \frac{1}{6} \left[ \frac{(1+\chi^{2})^{4}}{4} \right]_{0}^{1} - \frac{1}{3} \left[ \frac{\chi^{2}}{2} \right]_{0}^{1} = \frac{1}{6} \left( \frac{2^{4}}{4} - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \\ & = \frac{4}{6} - \frac{1}{24} - \frac{1}{6} = \frac{11}{24} \end{aligned}$$