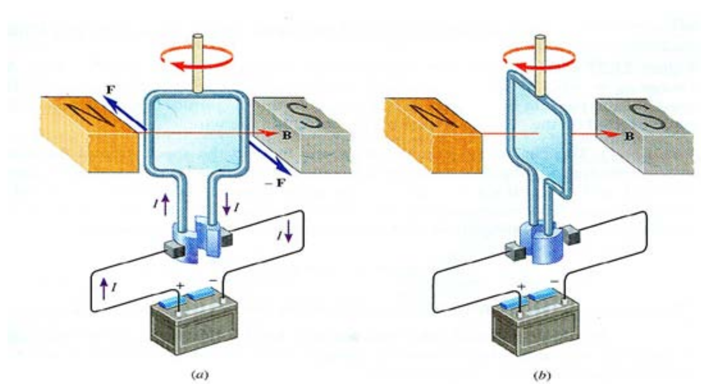
8. Campos Magnéticos

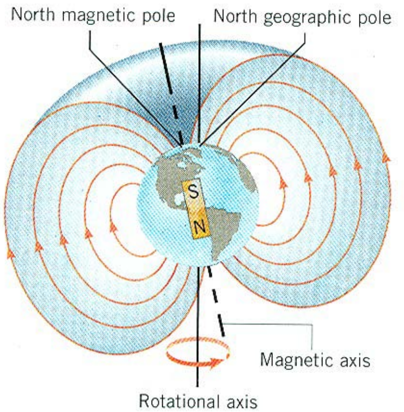
8.1. Definição e propriedades do campo magnético.

8.2. Força magnética num condutor percorrido por uma corrente.

8.3. Momento sobre uma espira de corrente num campo magnético uniforme

8.4. Movimento duma partícula carregada num campo magnético.





Historial

- Magnetismo: conhecido dos gregos, ~ 800 A.C.

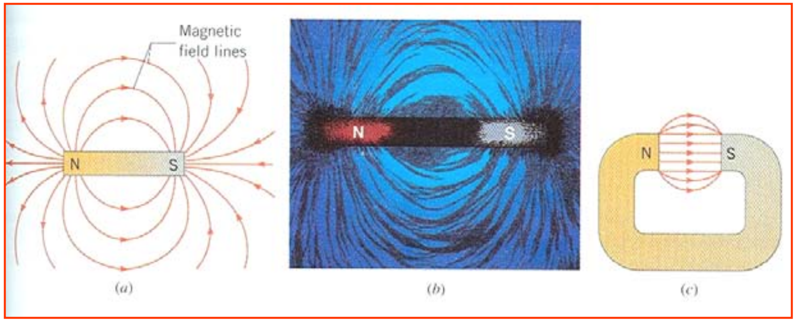
  certas pedras (magnetite, Fe_30_4) atraíam pedaços de ferro.
- 1269, Pierre de Maricourt $\rightarrow$ pólos do íman. Os pólos de mesmo nome repelem-se; os pólos de nomes opostos atraem-se.
- 1600, William Gilbert sugeriu que a própria Terra fosse um imã permanente.
- 1750, John Michell: os pólos magnéticos exercem forças atractivas ou repulsivas, uns sobre os outros, e tais forças variam com o inverso do quadrado da respectiva separação.

- 1819, Hans Oersted: uma corrente eléctrica num condutor desviava uma agulha magnetizada: relação entre o magnetismo e a electricidade.
- 1820, Faraday e J. Henry: uma corrente eléctrica pode ser induzida num circuito, seja pelo movimento de um íman perto do circuito, seja pela alteração duma corrente num outro circuito, vizinho ao primeiro. Um campo magnético variável cria um campo eléctrico.
- 1873, J.C. Maxwel: as Leis do Electromagnetismo. Um campo eléctrico variável cria um campo magnético.
- 1888, Heinrich Hertz: ondas electromagnéticas no laboratório. Verificação das previsões de Maxwell.
- Aplicações tecnológicas do magnetismo: medidores eléctricos, transformadores, motores, aceleradores de partículas, alto-falantes. Registo de som, registo de imagens de TV, memórias de computadores ...

Universidade do Minho

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad ; \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

- Vamos definir o **vector campo magnético** $\vec{B}$ num certo ponto do espaço em termos de uma força magnética que seria exercida sobre um corpo de prova



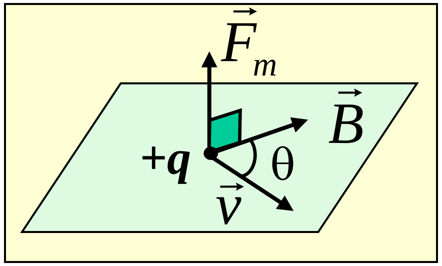
(a) (b) (c)

Uma partícula carregada que se desloca com uma velocidade $\vec{v}$

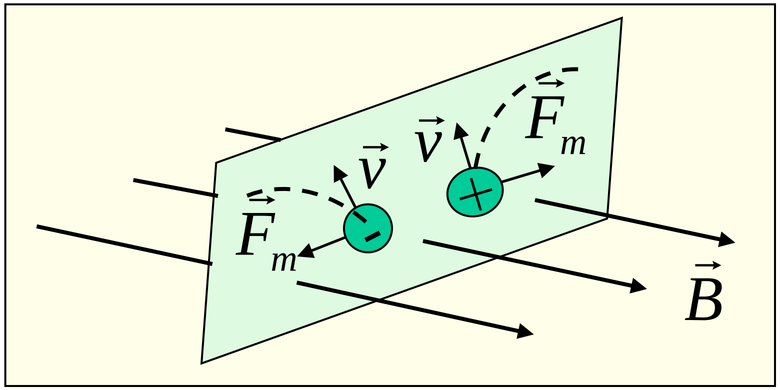
- Admitimos que não existem campos eléctricos $\vec{E}$ ou gravíticos $\vec{g}$ na região onde se encontra a partícula.

As experiências com o movimento de diversas partículas carregadas num campo magnético levam aos seguintes resultados:

1. $\vec{F}_m \propto q$ e $\vec{F}_m \propto \vec{v}$
2. O módulo $\left|\vec{F}_m\right|$ e a direcção da **força magnética** dependem da velocidade da partícula e do módulo e da direcção do campo magnético.
3. Se uma partícula carregada se move numa direcção paralela ao $\vec{B}$ $\Rightarrow$ a $\vec{F}_m$ sobre a partícula é nula.
4. Quando $\vec{v}$ fizer um ângulo θ com $\vec{B}$, $\vec{F}_m$ actua numa direcção ⊥ a $\vec{v}$ e a $\vec{B}$. $\vec{F}_m$ é ⊥ ao plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{B}$.



5. $\vec{F}_m$ sobre uma carga (+) está no sentido oposto ao sentido da $\vec{F}_m$ sobre uma carga (-) que se mova com o mesmo $\vec{v}$.



6. Quando $\vec{v}$ fizer um ângulo θ com $\vec{B} \Rightarrow \left|\vec{F}_m\right| \propto sen\theta$ **(produto vectorial)**

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v}\times\vec{B}}$$ 1 ***Força Magnética***

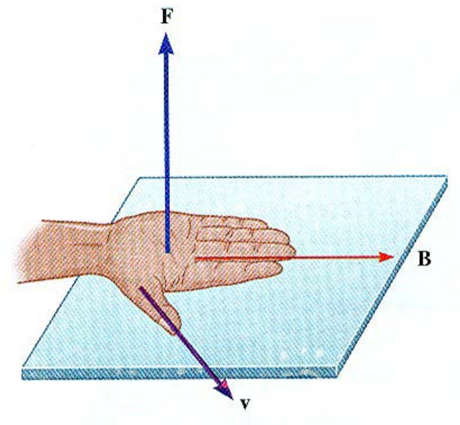
! $\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\perp\vec{v}\ \ e\ \perp\vec{B}\ \ \Rightarrow\ \ \vec{F}_m\perp\vec{v}\ \ e\ \perp\vec{B}$; o sentido de $\vec{F}_m$ é a direcção de $\vec{v}\times\vec{B}$ se q for positiva e é a direcção oposta se q for negativa (ver figuras a e b, respectivamente, da página seguinte).

! Regra da mão direita para a determinação da direcção do $\vec{v} \times \vec{B}$

Universidade do Minho

Valor da **força magnética** em módulo:

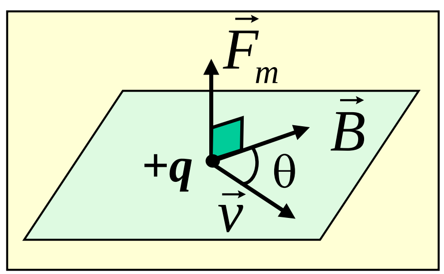
$$\boxed{F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta} \quad (1)$$



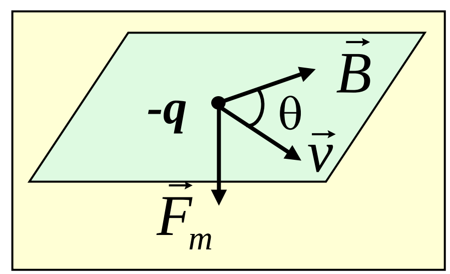
! $F_m = 0$ se $\vec{v} \,//\, \vec{B}$ ($\theta = 0$ ou 180°)

! $F_m = q\upsilon B$ (valor máximo) se $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\theta = 90°$)

(1) é uma definição operacional do $\vec{B}$ num ponto do espaço: O campo magnético define-se em termos duma força lateral que actua sobre uma partícula carregada.

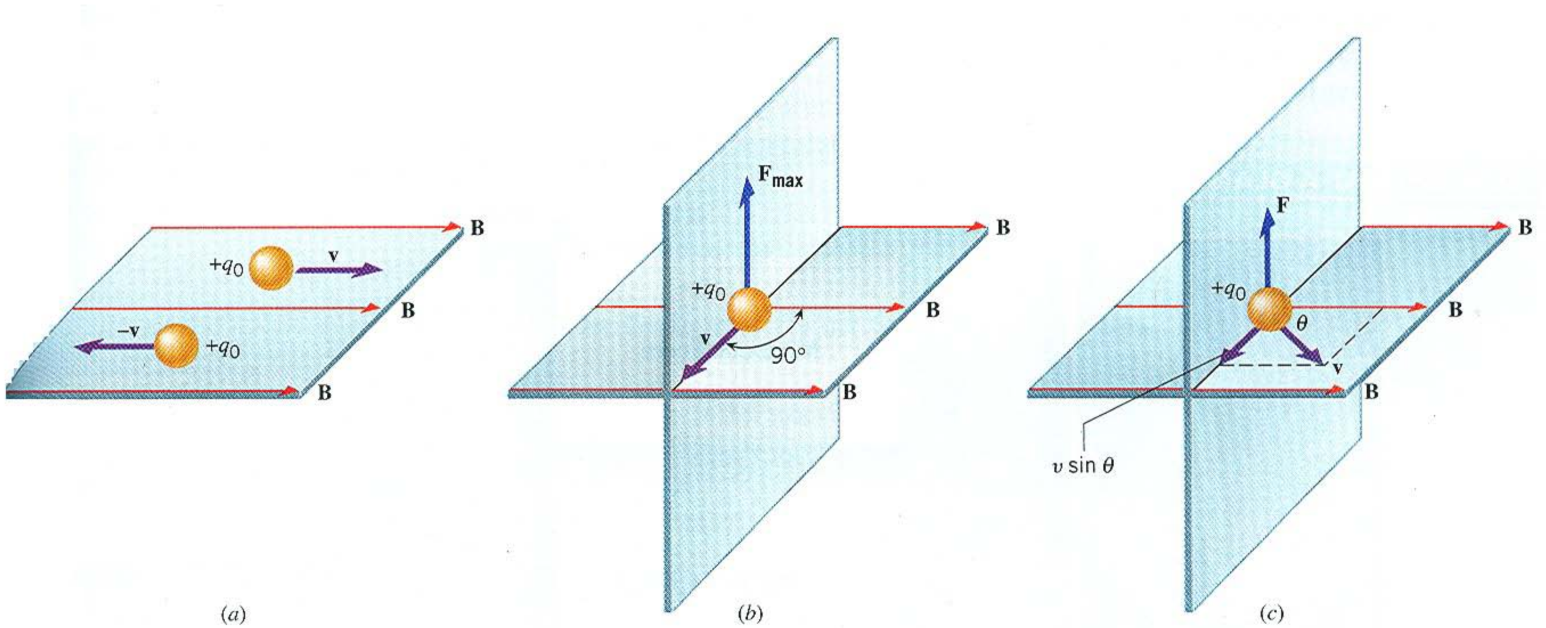


a



b

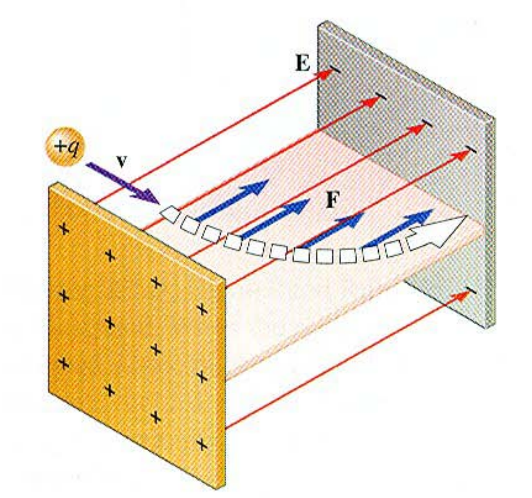
Força magnética sobre uma carga em movimento



$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B} = 0$$

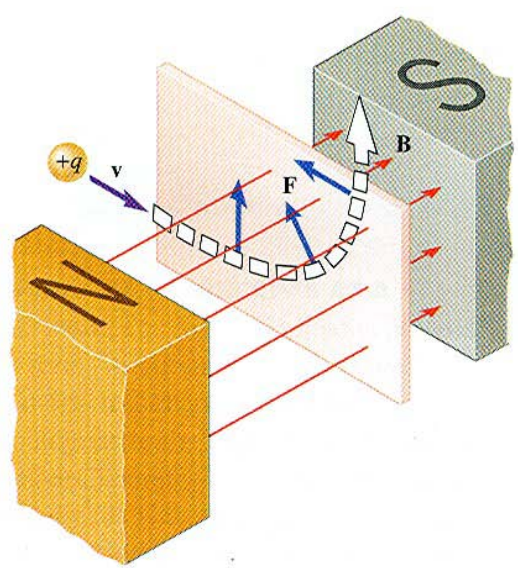
$$\vec{v} \parallel \vec{B}$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow \left|\vec{F}_m\right| = qvB\sin\theta$$



(a)

(a) A força eléctrica ao actuar numa carga positiva é paralela ao campo eléctrico (**E**) e faz com que a trajectória dessa carga encurve no plano horizontal.



(b)

(b) A força magnética é perpendicular quer ao vector velocidade (**v**) quer ao campo magnético (**B**), fazendo com que a trajectória da partícula encurve no plano vertical.

Diferenças importantes entre as forças eléctricas e as magnéticas:

- $\vec{F}_e$ está sempre na direcção do $\vec{E}$; $\vec{F}_m \perp \vec{B}$
- $\vec{F}_e$ actua sobre uma partícula carregada, independentemente da $\vec{v}$ da partícula
- $\vec{F}_m$ actua sobre uma partícula carregada somente se $\vec{v} \neq 0$

$\vec{F}_e$ efectua trabalho ao deslocar uma *q*, enquanto a $\vec{F}_m$ associada a um $\vec{B}$ permanente, não efectua trabalho quando a partícula é deslocada.

$$W = \vec{F}_m \cdot d\vec{s} = \left(\vec{F}_m \cdot \vec{v}\right) d\,t = 0 \qquad \left(\vec{F}_m \perp \vec{v}\right)$$

A energia cinética (K) de uma carga não pode ser alterada por um $\vec{B}$ isolado. Isto é, quando uma carga se deslocar com velocidade ***v*,** um campo magnético aplicado pode alterar a direcção do vector velocidade mas não o seu módulo.

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}}\quad (1)$$

Unidade SI de $\vec{B}$: Weber por metro quadrado (Wb/m^2) também designado Tesla (T).

Eq. (1): Uma carga de 1 C, movendo-se num campo de 1 T, com a velocidade de 1 m/s, $\perp$ ao campo, sofre uma força de 1N.

$$[B] = T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{N}{C \cdot m/s} = \frac{N}{A \cdot m}$$

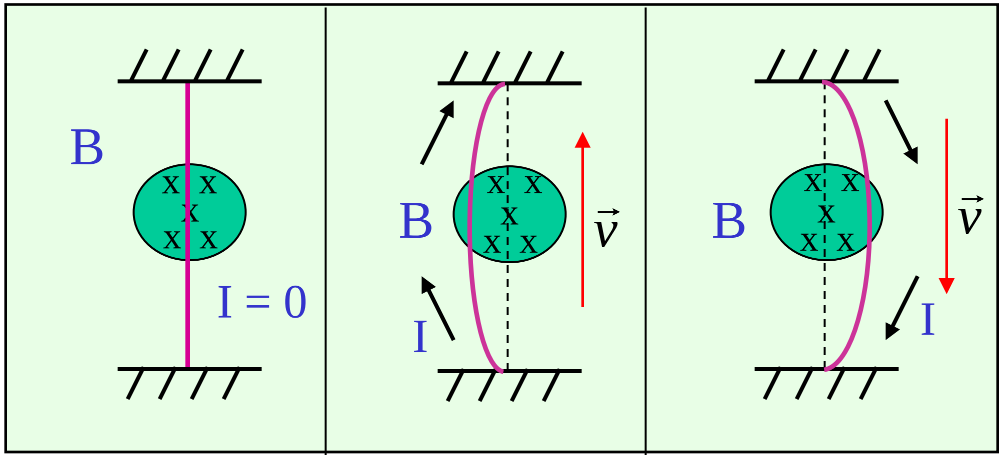
- Muitas vezes, na prática, usa-se o Gauss (G) (unidade cgs)

$$\boxed{1\ T = 10^4\ G}$$

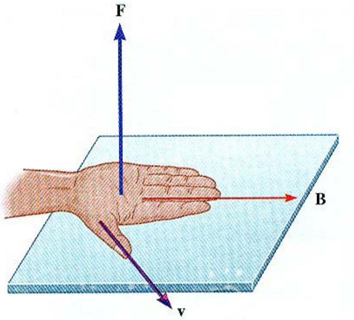
- Ímanes de laboratório ~ 25.000 G, ou 2.5 T
- Ímanes supercondutores ~ 250.000 G, ou 25 T
- Campo magnético da Terra, nas vizinhanças da superfície terrestre ~ 0.5 G ou 0.5×10^{-4} T

► Exercício 8.1

- Caso exista uma força sobre uma carga (q) em movimento num $\vec{B}$ $\Rightarrow$ um fio condutor percorrido por uma corrente também **sofre** uma $\vec{F}_m$ nesse $\vec{B}$
- **I**: conjunto de muitas ***q*** em movimento $\Rightarrow$ a $\vec{F}_m$ resultante no fio deve-se à soma das $\vec{F}_m$ individuais sobre as *q*.



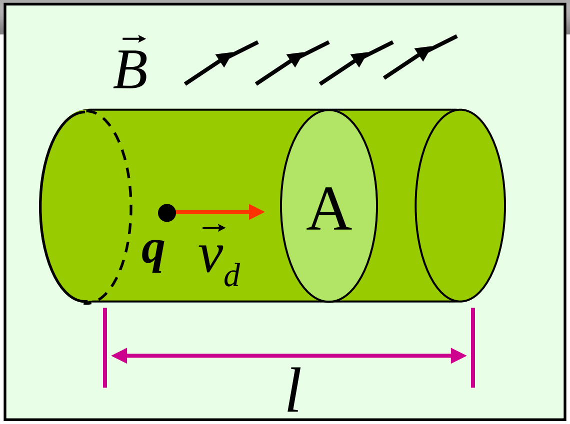
O campo magnético é perpendicular ao plano da folha e aponta para dentro desta.



- Fio condutor rectilíneo de secção recta uniforme, num $\vec{B}$ externo uniforme:

Universidade do Minho

Segmento condutor rectilíneo; comprimento l; área da secção recta A; percorrido por uma corrente I, num campo magnético externo $\vec{B}$



$\vec{F}_m$ sobre uma carga **q** com a velocidade de migração $\vec{v}_d :\Rightarrow$ $\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B}}$

$\vec{F}_m$ total sobre o condutor: ($q\vec{v}_d \times \vec{B}$) multiplicado pelo número de cargas **q** no segmento.

A força sobre as cargas é transmitida ao fio condutor através das colisões dessa cargas com os átomo do material do fio.

- ***A·l:*** volume do segmento;
- ***n***: nº de cargas por unidade de volume (densidade de cargas);
- ***nA l*** = nº de cargas no segmento.

$$\Rightarrow \vec{F}_m = \left(q\vec{v}_d \times \vec{B}\right) n\, A\ell$$

$$I = nqv_d A$$ **(Capítulo 5)**

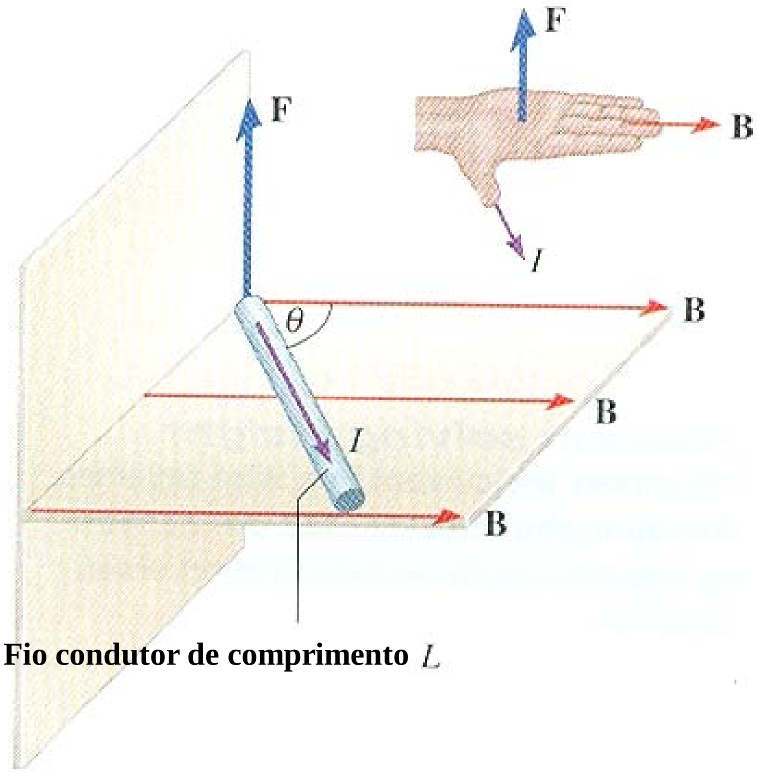
$$\boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}} \quad (1)$$

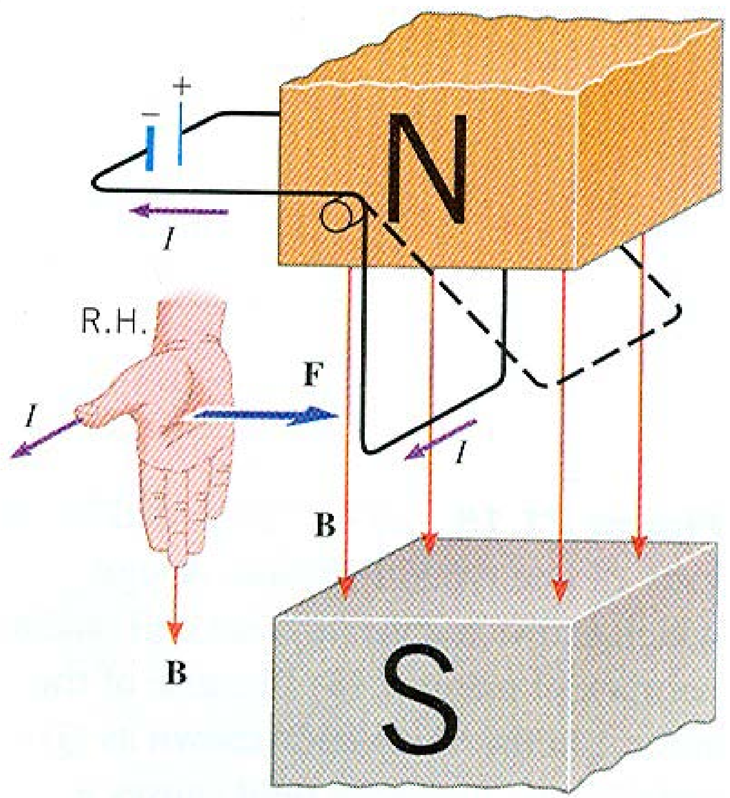
$\vec{\ell}$: é um vector na direcção de I

$\left|\vec{\ell}\right|$ = comprimento *l*

(1) só se aplica a um fio condutor rectilíneo, num $\vec{B}$ externo e uniforme.

Força magnética sobre um condutor inserido num campo magnético



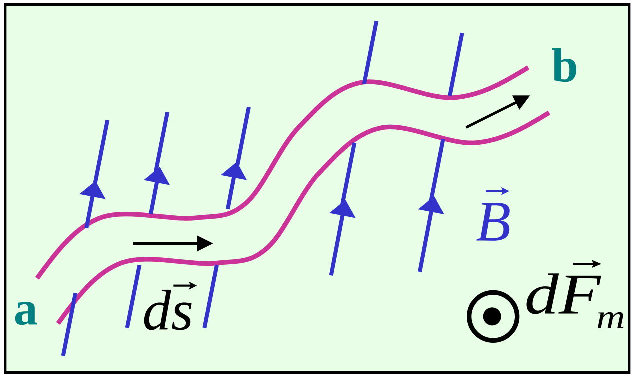


$$\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

- Fio condutor, de forma arbitrária e secção recta uniforme, num $\vec{B}$ externo uniforme:

Eq 1 anterior $\Rightarrow d\vec{F}_m$ sobre um segmento muito pequeno $d\vec{s}$, na presença de $\vec{B}$, é dada por:

$$\boxed{d\vec{F}_m = I d\vec{s} \times \vec{B}} \quad (2)$$



a

2 é uma outra definição de $\vec{B}$: em termos duma força mensurável sobre um elemento de corrente.

$d\vec{F}_m$ é máxima quando $\vec{B} \perp d\vec{s}$; $d\vec{F}_m = 0$ se $\vec{B} \,//\, d\vec{s}$

- Força magnética total sobre o fio condutor:

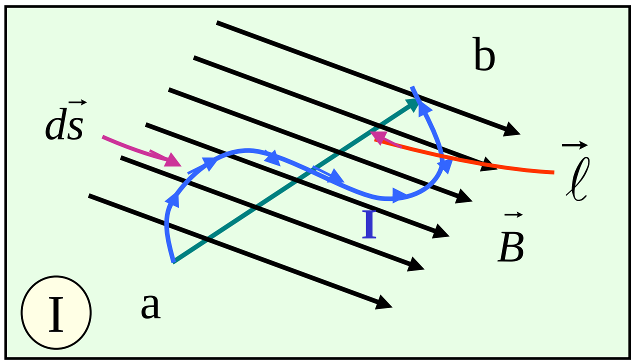
$$\boxed{\vec{F}_m = I\int_a^b d\vec{s} \times \vec{B} = IB\int_a^b \sin\theta ds}$$

a, *b*: pontos terminais do fio condutor.

Ao longo do percurso, o ângulo entre a direcção do campo $\vec{B}$ e o vector $d\vec{s}$ pode variar de ponto para ponto.

Consideremos dois casos com $\vec{B}$ constante em módulo e direcção:

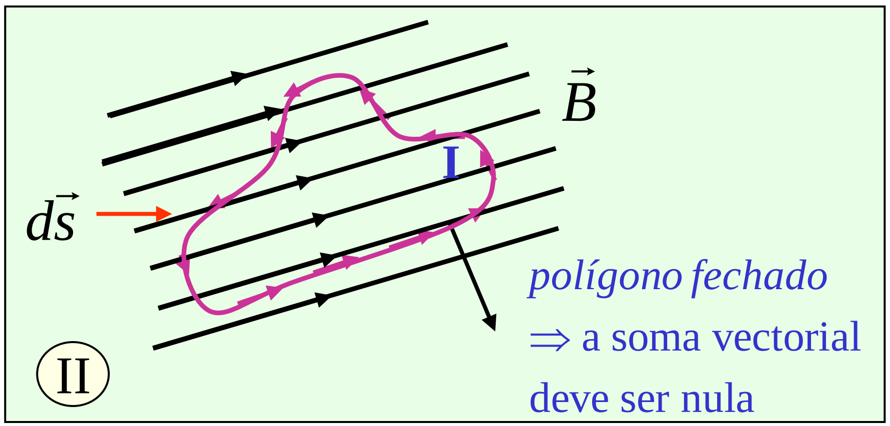
I fio condutor curvo; II espira fechada



$$\vec{F}_m = I\left(\underbrace{\int_a^b d\vec{s}}\right)\times\vec{B}$$

soma vectorial de todo $d\vec{s}$ de a até b = l (pela Lei de adição de vectores)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell}\times\vec{B}}$$



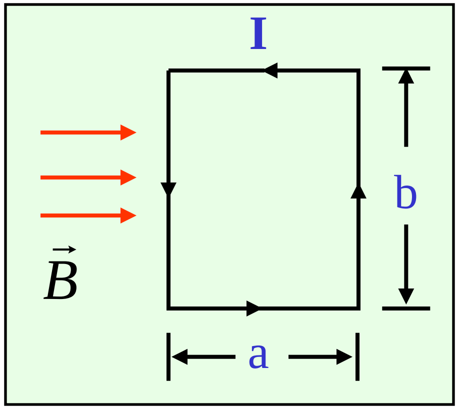
$$\vec{F}_m = I\left(\oint d\vec{s}\right)\times\vec{B}$$

$$\oint d\vec{s} = \vec{0} \quad \Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = \vec{0}}$$

A $\vec{F}_m$ magnética total sobre qualquer espira de corrente, fechada, num campo magnético uniforme é igual a zero.

► **Exercício 8.4**

8.3. Momento sobre uma Espira de Corrente num Campo Magnético Uniforme.



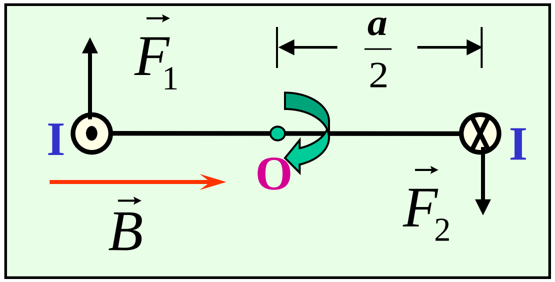
- $\vec{B}$ uniforme no plano da espira
- As $\vec{F}_m$ sobre os lados "a" são nulas

$$d\vec{s} \,//\, \vec{B} \Rightarrow d\vec{s} \times \vec{B} = \vec{0}$$

- O $|\vec{F}_m|$ sobre os lados "b" $\Rightarrow$ $F_1 = F_2 = I \cdot b \cdot B \cdot \sin 90^\circ = IbB$

- A direcção de F_1 (lado esquerdo) : $\odot$
- A direcção de F_2 (lado direito): $\otimes$

$$\boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}}$$



(vista inferior da espira)

- Essas duas forças provocam um momento (torque) em relação a O, que *provoca uma rotação no sentido horário*.

- O módulo desse momento de rotação é dado por:

$$\tau_{\max} = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} = (IbB)\frac{a}{2} + (IbB)\frac{a}{2} = IabB$$

$\dfrac{a}{2}$ é o braço de cada força em relação a O

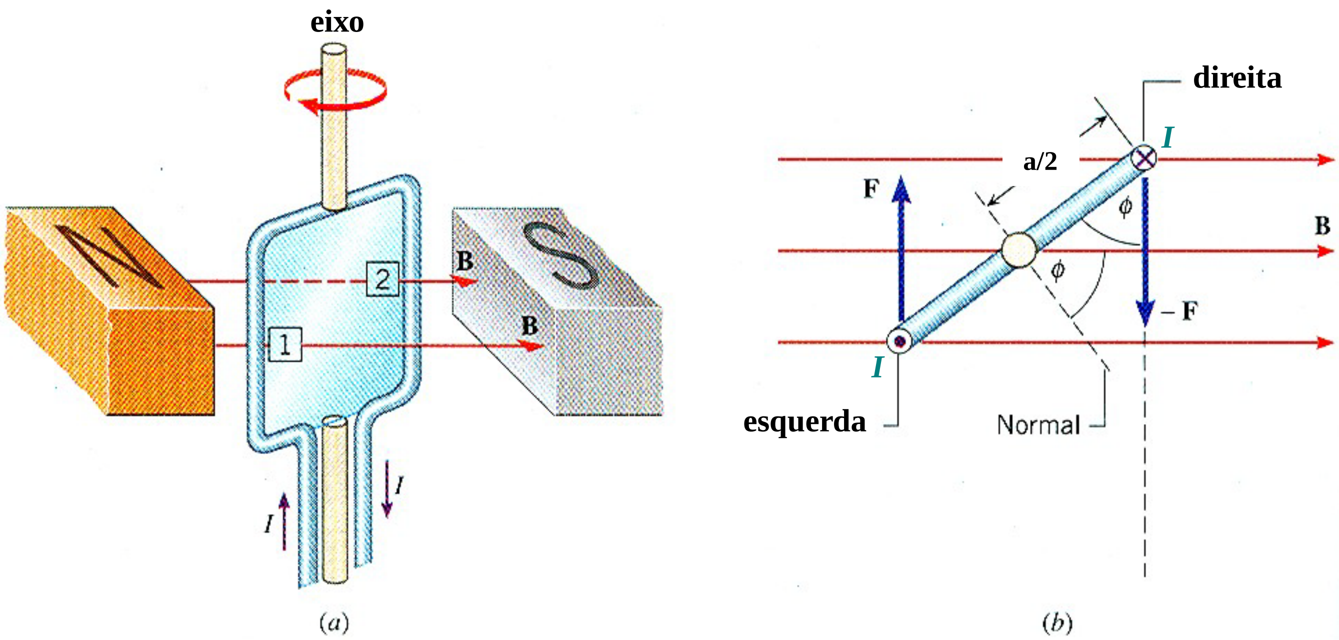
Como ***A* = *ab*** $\Rightarrow$ $\boxed{\tau = I \cdot A \cdot B}$

! Só válido quando $\vec{B}$ // ao plano da espira

! Sentido de rotação horário

! Se a I for invertida $\Rightarrow$ as forças são invertidas $\Rightarrow$ rotação anti-horária.

Momento sobre uma espira de corrente



(a) Espira percorrida por uma corrente (I) inserida num campo magnético produzido por um íman. A espira pode rodar em torno de um eixo vertical.

(b) Vista de cima da espira. As forças em ambos os lados são opostas, e conjuntas produzem um momento no sentido horário.

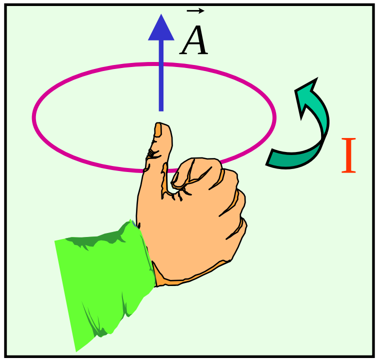
Vectorialmente podemos escrever: $\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A}\times\vec{B}}$

τ_{max} = ***IAB*** se θ = 90° ($\vec{B}$ // ao plano da espira)

$\tau = 0$ se θ = 0 ($\vec{B}$ ⊥ ao plano da espira)

$\vec{A}$ é um vector ⊥ ao plano da espira, $|\vec{A}|$ = área da espira

Sentido de $\vec{A}$: regra da mão direita



O produto $I\vec{A}$ é definido como o **momento magnético da espira**: $\boxed{\vec{\mu} = I\vec{A}}$

$$[\mu]=[I]L^2 \rightarrow SI : A\cdot m^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}}$$

∀ orientação de $\vec{B}$ em relação à espira e para uma espira de qualquer forma!

- Se uma bobina tiver N espiras com as mesmas dimensões e a mesma I :

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{\tau} = N\vec{\mu} \times \vec{B}} \qquad \boxed{\vec{\mu}_T = N\vec{\mu}_{1espira}}$$

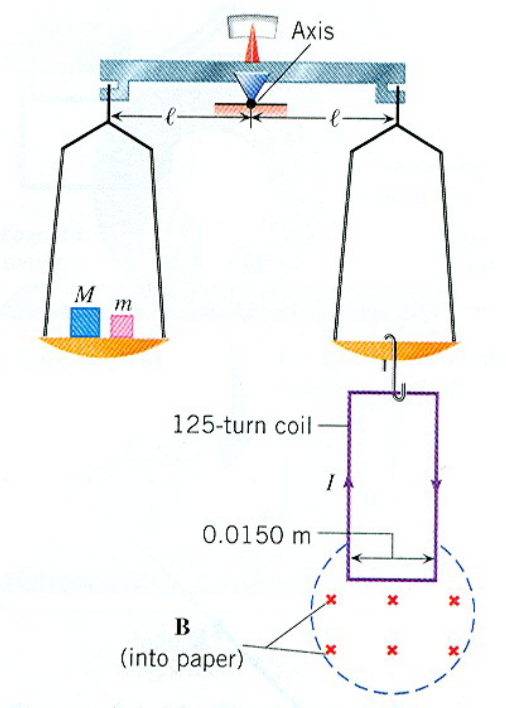
Resultado análogo ao obtido para um **dipolo eléctrico** , ***p***, num campo eléctrico!

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

► **Exercício 8.6**

Exercício:

Um bobina rectangular com 125 espiras é suspenso no prato direito de uma balança, conforme ilustrado na figura. Com o campo magnético desligado, um corpo de massa ***M*** é colocado no prato esquerdo da balança de modo a equilibrar o peso do bobina. Quando o campo magnético uniforme (B=0,2 T) for ligado e circular uma corrente de 8,5 A através do bobina, qual será a massa do corpo ***m*** adicional que teremos que colocar no prato esquerdo para equilibrar novamente a balança?



Resolução:

campo desligado:

$$\sum_i \vec{M}_O^{F_i}=0 \Leftrightarrow \vec{M}_O^{P_{pratoesquerdo}}+\vec{M}_O^{P_M}+\vec{M}_O^{P_{pratodireito}}+\vec{M}_O^{P_{bobina}}=0$$

$$P_{prato}l+Mg\ \ -lP_{prato}l-P_{bobina}l=Mg\ \ -lP_{bobina}l=0$$

$$\Rightarrow Mgl=P_{bobina}l$$

campo ligado:

$$\sum_i \vec{M}_O^{F_i}=0 \Leftrightarrow \vec{M}_O^{P_{pratoesquerdo}}+\vec{M}_O^{P_{M+m}}+\vec{M}_O^{P_{pratodireito}}+\vec{M}_O^{P_{bobina}}+\vec{M}_O^{F_{magnética}}=0$$

$$P_{prato}l+Mg\ \ +lmg\ \ -lP_{prato}l-P_{bobina}l-(INLB)l=0$$

$$P_{bobina}l+mgl-P_{bobina}l-(INLB)l=0 \Leftrightarrow mgl-(INLB)l=0$$

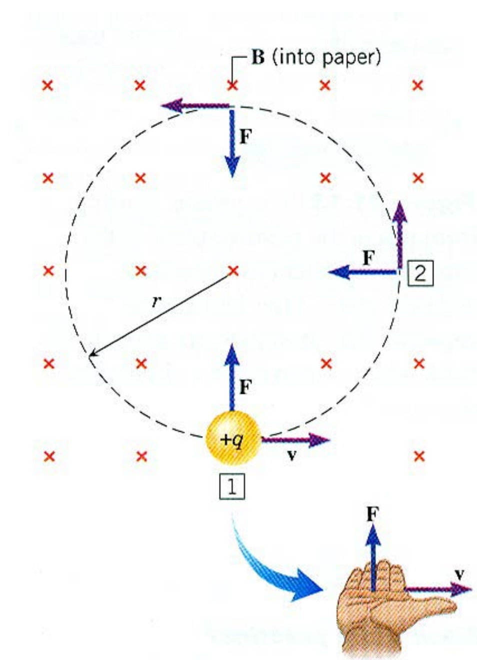
$$\Rightarrow m=\frac{INLB}{g}=\frac{8,5\cdot 125\cdot 0,015\cdot 0,2}{9,8}=0,325\ \text{kg}$$

8.4. Movimento de uma Partícula Carregada num Campo Magnético.

! $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ logo o trabalho (W) efectuado pela $\vec{F}_m$ é nulo ($\vec{F} \perp d\vec{s}$) $\Rightarrow$ um $\vec{B}$ estático altera a direcção da $\vec{v}$, mas não afecta $|\vec{v}|$ nem a energia cinética (K) duma partícula carregada (W=ΔK).

Consideramos o caso especial: +q, $\vec{B}$ uniforme, $\vec{v}$ inicial $\perp \vec{B}$;

A partícula carregada positivamente move-se num circulo cujo plano é perpendicular a $\vec{B}$ $\Rightarrow$ ocorre em virtude da $\vec{F}_m$ fazer um ângulo recto com $\vec{v}$ e com $\vec{B}$. $|\vec{F}_m|$ = **qυB.**
Quando $\vec{F}_m$ desvia a $q \Rightarrow$ as direcções de $\vec{v}$ e $\vec{F}_m$ alteram-se continuamente.



Para o caso de uma **partícula positiva**, o movimento é no sentido **anti-horário**.

$\vec{F}_m$ é uma força centrípeta, que só altera a direcção de $\vec{v}$, mas $|\vec{v}| = cte.$

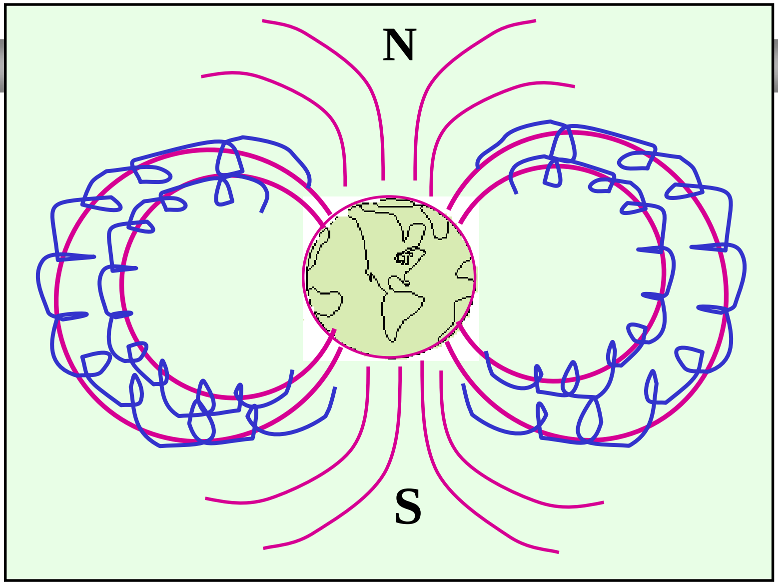
Sentido da rotação: anti-horário $\rightarrow +q$

horário $\rightarrow -q$

$\vec{F}_m$ radial; $|\vec{F}_m| = qvB \equiv m\dfrac{v^2}{r}$ ⇒ $\boxed{r = \dfrac{mv}{qB}}$ momento linear!

A frequência angular da carga q: $\boxed{\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{qB}{m}}$

O período de movimento: $\boxed{T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi m}{qB}}$



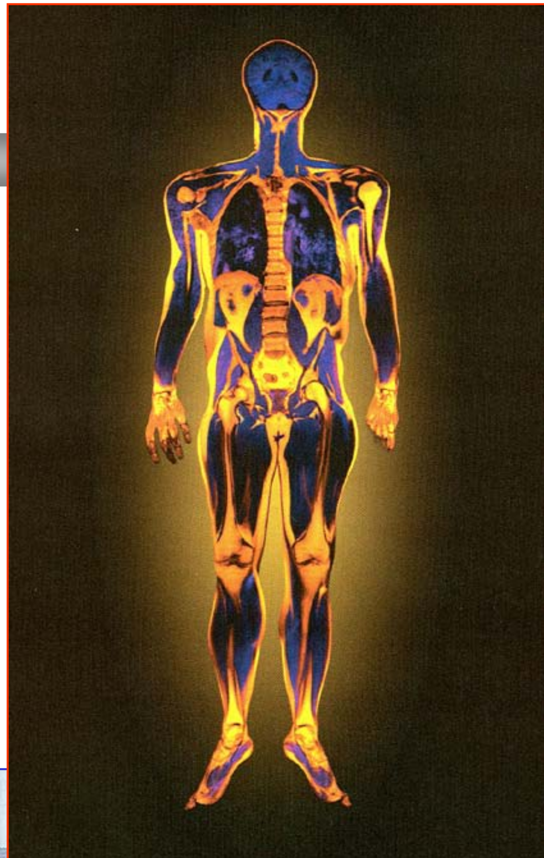
- Cinturas de radiação de Van Allen: partículas carregadas que envolvem a Terra em regiões com formato de espirais.
- Auroras boreais e austrais.

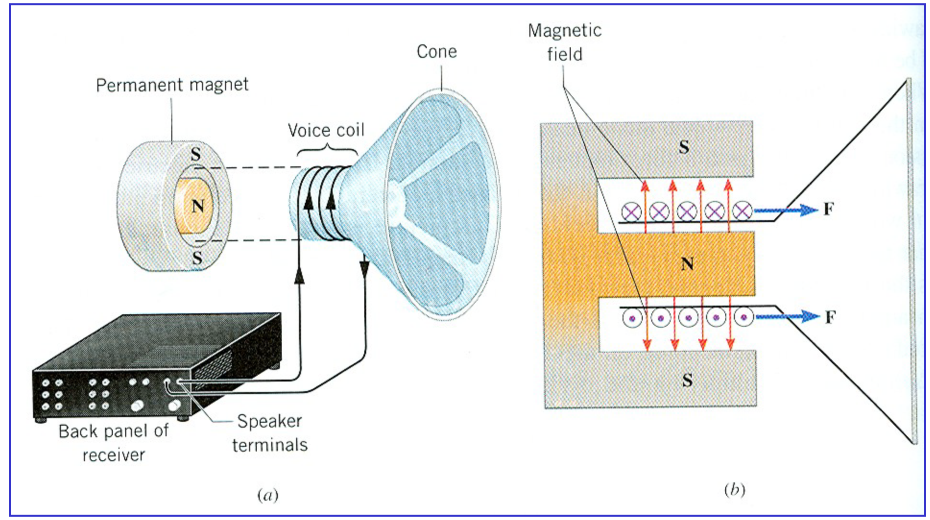
Uma partícula carregada que se movimenta na presença dum campo magnético e dum campo eléctrico, fica sujeita à força electro-magnética total que é a **força de Lorentz**:

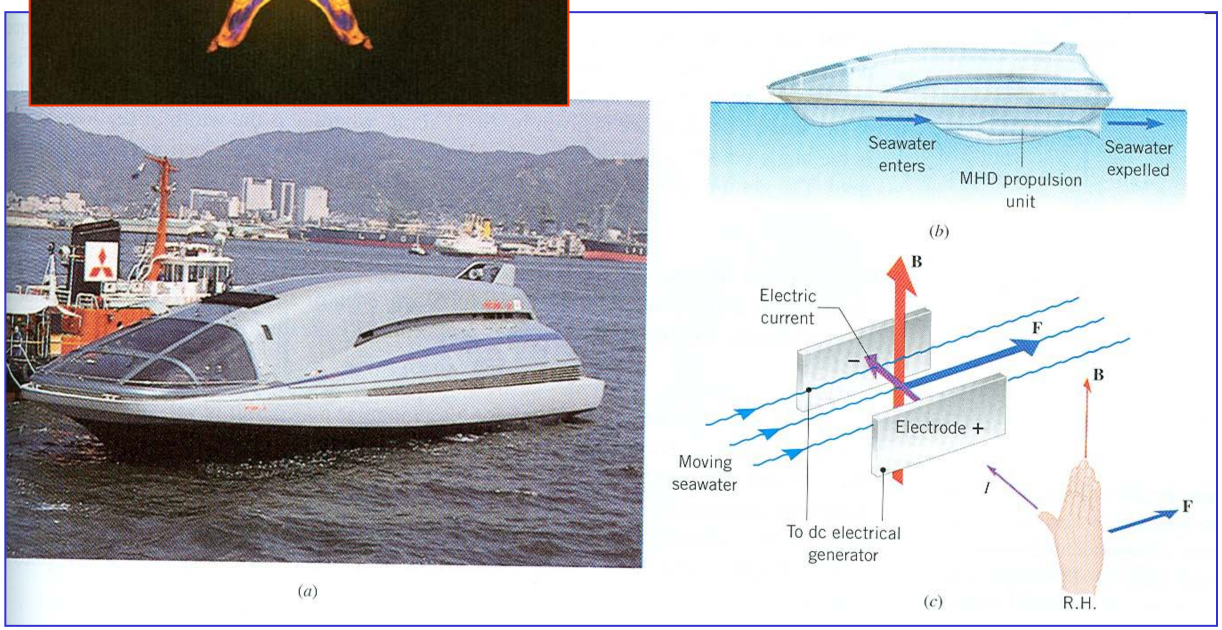
$$\boxed{\vec{F}_{em} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$

A partícula carregada sofre uma força eléctrica $q\vec{E}$ e também uma força magnética $q\vec{v} \times \vec{B}$

Exemplos:




Permanent magnet
Cone
Magnetic field
Voice coil
S
N
S
Back panel of receiver
Speaker terminals
(a)
S
N
S
F
F
(b)


(a)
Seawater enters
MHD propulsion unit
Seawater expelled
(b)
B
Electric current
F
B
Electrode +
Moving seawater
I
F
To dc electrical generator
(c)
R.H.