

introdução aos sistemas dinâmicos
bifurcações

■ 1. _____

Estude os pontos fixos, existência e estabilidade, da família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_{ab}(x) = ax + b$, para $x \in \mathbb{R}$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

■ 2. _____

Considere a família a-um-parâmetro de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^2 + ax$, para $x \in \mathbb{R}$, com a um parâmetro pertence a \mathbb{R} . Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.

■ 3. _____

Considere a família a-um-parâmetro de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^2 - a$, para $x \in \mathbb{R}$, com a um parâmetro pertence a \mathbb{R} .

3.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.

3.2 Mostre que a primeira das bifurcações que ocorre, no sentido crescente dos valores do parâmetro, é uma bifurcação de tipo tangente.

■ 4. _____

Considere a família parametrizada de funções $f_a(x) = x^3 - ax$, para $x \in \mathbb{R}$, com valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.

4.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.

4.2 Descreva a bifurcação que ocorre para $a_0 = -1$.

■ 5. _____

Considere a família a-um-parâmetro de sistemas dinâmicos $f_a : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, definida por $f_a(x) = ax(1 - x)$, com a um parâmetro pertencente ao intervalo $(0, 4]$.

5.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.

5.2 Estude a existência e estabilidade de pontos periódicos, de período 2, de f_a . Inclua essa informação no diagrama construído na alínea anterior.

5.3 Mostre que a segunda das bifurcações que ocorre, no sentido crescente dos valores do parâmetro, é uma bifurcação de tipo duplicação do período.

■ 6.

Considere a família a-um-parâmetro de sistemas dinâmicos $f_a(x) = e^x + a$, para $x \in \mathbb{R}$, com a um parâmetro pertencente a \mathbb{R} .

- 6.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.
- 6.2 Mostre que para $a_0 = -1$ ocorre uma bifurcação de tipo tangente relativamente aos pontos fixos de f_a .

■ 7.

Considere a família a-um-parâmetro de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^2 - a$, para $x \in \mathbb{R}$, com a um parâmetro pertence a \mathbb{R} .

- 7.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos e pontos periódicos de período 2.
- 7.2 Mostre que para $a_0 = 3/4$ ocorre uma bifurcação de tipo duplicação do período.