

introdução aos sistemas dinâmicos

teste
21.12.2016

1.

Resolva a seguinte equação diferencial de primeira ordem sujeita a uma condição inicial:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4tx^2 \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

2.

Considere a família parametrizada de funções $f_a(x) = x^2 + a$, para $x \in \mathbb{R}$, com valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.

2.1 Desenhe o diagrama de bifurcação de f_a relativamente aos seus pontos fixos.

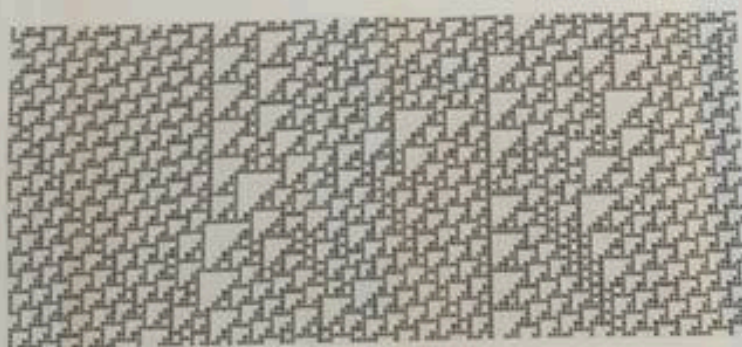
2.2 Identifique a bifurcação que ocorre para $a_0 = 1/4$.

3.

Seja f uma função contínua num intervalo $[a, b]$. Mostre que, se f admite um número finito de ciclos, então o período de todos esses ciclos é da forma $p = 2^k$, para algum $k \in \mathbb{N}$.

4.

Na figura apresenta-se o diagrama espaço-tempo da dinâmica de um certo autómato celular elementar Φ , escolhidas condições de fronteira periódicas, a partir de uma configuração inicial escolhida aleatoriamente.



Identifique a que classe de Wolfram pertence Φ e descreva as características principais dessa classe.

5.

Considere a rede booleana com $N = 6$ elementos, cujas ligações e funções de evolução booleanas associadas são dadas por:

$$\begin{aligned} e_1^{t+1} &= e_2^t \wedge e_3^t & e_2^{t+1} &= e_1^t \vee (e_3^t \wedge e_6^t) & e_3^{t+1} &= e_2^t \vee e_3^t \vee e_4^t \\ e_4^{t+1} &= e_3^t \vee e_6^t & e_5^{t+1} &= e_5^t \vee e_6^t & e_6^{t+1} &= e_1^t \vee e_2^t \vee e_3^t \vee e_5^t \end{aligned}$$

5.1 Desenhe o grafo que corresponde às interações entre os elementos do sistema.

5.2 Suponha que, no instante $t = 0$, o sistema assume a configuração $C = 010000$. Apresente o diagrama espaço-tempo da dinâmica para $t = 0, 1, 2, 3$.