Universidade do Minho
Escola de Ciências

Departamento de Matemática e Aplicações

Cálculo

2012/2013

Licenciatura em Engenharia Informática

Folha 4

Aritmética de limites

Complete o quadro seguinte, considerando que a e b representam dois quaisquer números reais não nulos e c é um número real, $+\infty$ ou $-\infty$:

	$\lim\limits_{x\to c}(f(x)+g(x))$	$\lim\limits_{x\to c}(f(x)-g(x))$	$\lim\limits_{x\to c}(f(x)\,g(x))$	$\lim\limits_{x\to c}\dfrac{f(x)}{g(x)}$
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=a$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=b$	$a+b$			
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=b$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=a$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=0$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=b$				$+\infty$, se $b>0$ $-\infty$, se $b<0$
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=b$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=a$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=+\infty$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=a$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=-\infty$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=\pm\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=0$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=\pm\infty$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=+\infty$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=-\infty$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=+\infty$				
$\lim\limits_{x\to c} f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to c} g(x)=-\infty$				

	$a-b$	ab	$\frac{a}{b}$
b	$-b$	0	0
a	a	0	$(*)$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$, se $b>0$ $-\infty$, se $b<0$	
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$, se $b>0$ $+\infty$, se $b<0$	$-\infty$, se $b>0$ $+\infty$, se $b<0$
$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$, se $a>0$ $-\infty$, se $a<0$	0
$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$, se $a>0$ $+\infty$, se $a<0$	0
$\pm\infty$	$\pm\infty$	—	$(**)$
$\pm\infty$	$\mp\infty$	—	0
$+\infty$	—	$+\infty$	—
—	$+\infty$	$-\infty$	—
—	$-\infty$	$-\infty$	—
$-\infty$	—	$+\infty$	—

$$(*)\quad \begin{cases} +\infty \text{ se } \begin{cases} a>0 \text{ e } \lim\limits_{x\to c} g(x)=0^+ \\ a<0 \text{ e } \lim\limits_{x\to c} g(x)=0^- \end{cases} \\ -\infty \text{ se } \begin{cases} a>0 \text{ e } \lim\limits_{x\to c} g(x)=0^- \\ a<0 \text{ e } \lim\limits_{x\to c} g(x)=0^+ \end{cases} \\ \text{sem limite nos outros casos} \end{cases}$$

$$(**)\quad \begin{cases} \pm\infty \text{ se } \lim\limits_{x\to c} g(x)=0^+ \\ \mp\infty \text{ se } \lim\limits_{x\to c} g(x)=0^- \\ \text{sem limite nos outros casos} \end{cases}$$