Dúvidas – AL

Pergunta 1:

Para a matriz

$A =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$\sigma(A) = \{-3,2\}$

- Do valor próprio -3, $N(-3I_2 - A)$
o vector próprio é

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- Do valor próprio 2, $N(2I_2 - A)$
o vector próprio é

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(Página 88 do PDF que o prof. disponibilizou)

- Como se chega ao vector próprio?

Resolução:

$$(\lambda I - A) = \begin{bmatrix} \lambda-1 & -2 \\ -2 & \lambda+2 \end{bmatrix}$$

Resolves o determinante e isso é o **polinómio característico:**

$(\lambda-1)(\lambda+2) - 4 = \lambda^2 + \lambda - 6$ -----> $\lambda = -3$ y $\lambda=2$

Estes são os valores próprios: $\sigma(A) = \{-3,2\}$

Para obter os vectores próprios, substituir λ por cada valor próprio e resolver o sistema:

$\lambda=-3$

$$\begin{bmatrix} -3-1 & -2 \\ -2 & -3+2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ --------> } -4x - 2y = 0 \text{ ---> } -2x = y$$

Então, por exemplo, se $x = -1$, $y = 2$ ------> vector próprio associado a $\lambda=-3$ pode ser $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

O mesmo para $\lambda = 2$

Pergunta 2:

- Como se vê a multiplicidade algébrica de um valor próprio?
É o número de vezes que ele aparece nas raízes.

- Como se vê multiplicidade a geométrica?
É fazeres n(numero de colunas) - car (valorpróprio I - A).

- O que é a dimensão de uma matriz?
http://www.youtube.com/watch?v=8ZgWHc2z_0c

- O que é a nulidade de uma matriz?
É o número de colunas menos a característica.

Pergunta 3:

Como faço a factorização PM = LU usando Gauss?
(Teste modelo)

Resolução:

PM = LU

P-> Matriz Permutação (Por exemplo quando trocas uma linha por outra ao fazeres Gauss).
M-> É a Matriz Original (No caso do Teste Modelo é a Matriz aumentada A|b)
L-> São as matrizes que utilizas quando estás a fazer Gauss.

Por exemplo:
| 1 2 |
Aqui fazes: Linha2 <- Linha2 - 2Linha 1
E vai ficar:
| 1 2 |
Aqui a matriz é E21(-2).
Usas-te a linha 2 e 1 (1 para anular a 2) com o valor (-2):
| 2 3 |
| 0 -1 |

U-> É a Matriz que resulta do Gauss (a Matriz escada de linhas).

Ou seja, segundo o AEG vais ter uma coisa deste género:
L-1PA = U (L-1 que é para, ao passares para o outro lado da igualdade ficar PA=LU)

Neste caso L-1 = E21(-2)
E21(-2)=|1 0 |
Ou seja substituis-te a posição 21 da matriz por (-2):
|-2 1 |

A inversa de E21(-2) é E21(2) .... (trocas o sinal lá dentro).
E com isto já tens a factorização PM=LU

Livro interessante:

http://books.google.pt/books?id=pOaaSKP9IcMC&pg=PA168&lpg=PA168&dq=conjunto+solu%C3%A7%C3%A3o+matriz+em+R3&source=bl&ots=LI6wExi29A&sig=LFlT2LMe8mj_gC_vRy4wkH9mAZs&hl=pt-PT&ei=YqcgTZ7KCY6s8QOK86nlBQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CBcQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false