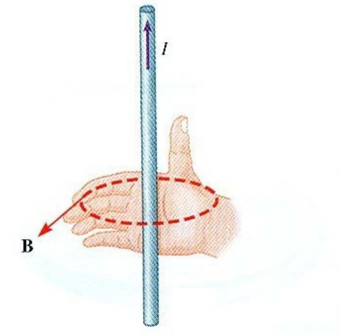
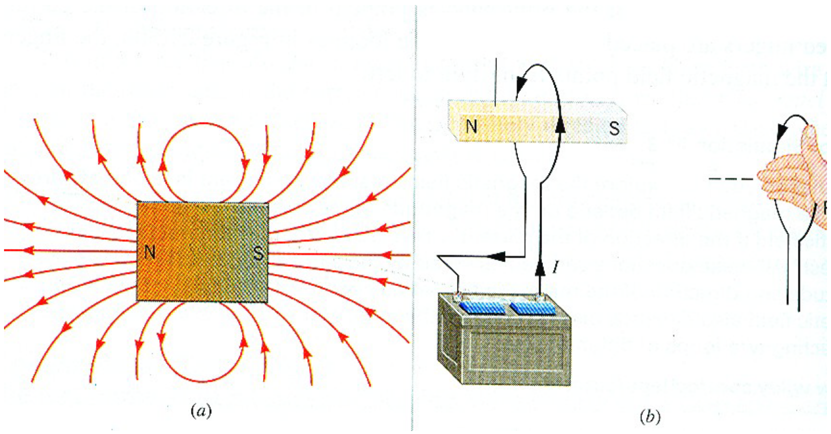
9. Fontes do Campo Magnético





- Este capítulo trata da origem (fonte) do campo magnético: cargas em movimento ou correntes eléctricas.
- Lei de Biot-Savart: cálculo de $\vec{B}$ provocado, num ponto, por um elemento de corrente
- Lei de Biot-Savart + princípio de sobreposição: cálculo de $\vec{B}$ duma distribuição de correntes.
- Lei de Ampère: cálculo de $\vec{B}$ para configurações muito simétricas de correntes permanentes.
- A presença dum corpo material modifica, em geral o $\vec{B}$ que as correntes eléctricas produzem.

9.1. A Lei de Biot-Savart (criação de um campo magnético)

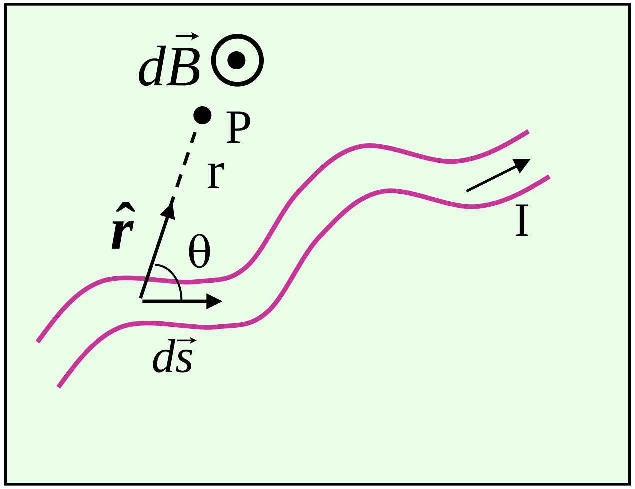
- Um condutor, com uma corrente permanente, exerce uma força sobre um íman (por exemplo: uma corrente eléctrica num fio condutor pode desviar a agulha magnetizada de uma bússola).

- A **Lei de Biot-Savart** diz que se um fio condutor transporta uma corrente constante, o campo magnético criado, $d\vec{B}$, num ponto P, associado a um elemento do condutor, $d\vec{s}$, tem as seguintes propriedades:

1. $d\vec{B} \perp d\vec{s}$ ($d\vec{s}$ está na direcção da I) e

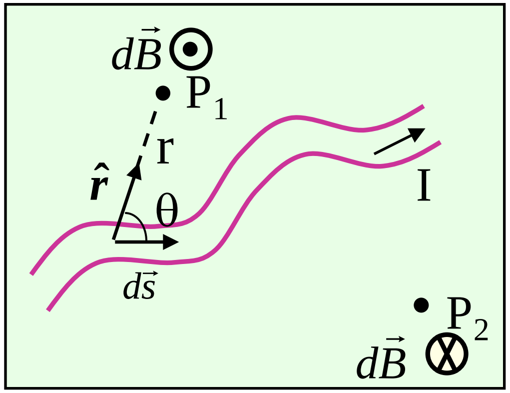
   $d\vec{B} \perp \hat{r}$ (vector unitário dirigido do elemento condutor até P).

2. $\left| d\vec{B} \right| \propto \dfrac{1}{r^2}$ (r: distância entre $d\vec{s}$ e P)



3. $|d\vec{B}| \propto I$ e $|d\vec{B}| \propto$ ao comprimento $|d\vec{s}|$ do elemento condutor.

4. $|d\vec{B}| \propto$ sen θ; θ: ângulo entre $\hat{r}$ e $d\vec{s}$



⇒ A **Lei de Biot-Savart**:

$$d\vec{B} = K_m \frac{I \cdot d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

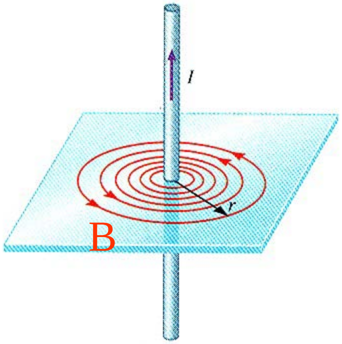
$$K_m = cte = 10^{-7} \frac{Wb}{A \cdot m} \quad SI$$

$$\boxed{K_m = \frac{\mu_0}{4\pi}} \Rightarrow \boxed{\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Wb}{A \cdot m}}$$

Permeabilidade magnética do vazio

⇒ A Lei de Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



! A Lei de Biot-Savart dá-nos o valor do campo magnético criado num ponto produzido por um pequeno elemento $d\vec{s}$ do condutor.

O campo magnético total $\vec{B}$ num certo ponto P, devido a um condutor de dimensões finitas: soma para todo $d\vec{s}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Integração sobre todo o condutor.

(O integrando é uma grandeza vectorial.)

Para o caso de um **fio condutor muito comprido e direito**, a expressão anterior tem como módulo de campo magnético:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

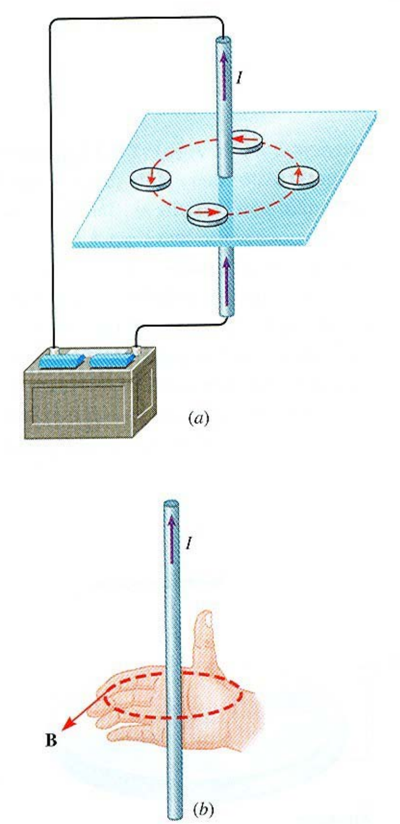
Lei de Biot-Savart do magnetismo versus **Lei de Coulomb da electrostática**:

- O elemento de corrente $I \cdot d\vec{s}$ produz um campo magnético. Uma carga pontual produz um campo eléctrico.
- $\left|d\vec{B}\right| \propto 1/r^2$, $\left|\vec{E}\right| \propto 1/r^2$
- O $\vec{E}$ de uma carga pontual é radial
- O $d\vec{B}$ de um $d\vec{s}$ é $\perp$ ao $d\vec{s}$ e $\perp$ ao $\hat{r}$

$\Rightarrow$ Exercícios 1,2

9.2. A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos.

- **A força magnética actua sobre um condutor com uma corrente I colocado num campo magnético externo.**
- **Uma corrente I num condutor gera o seu próprio campo magnético.**



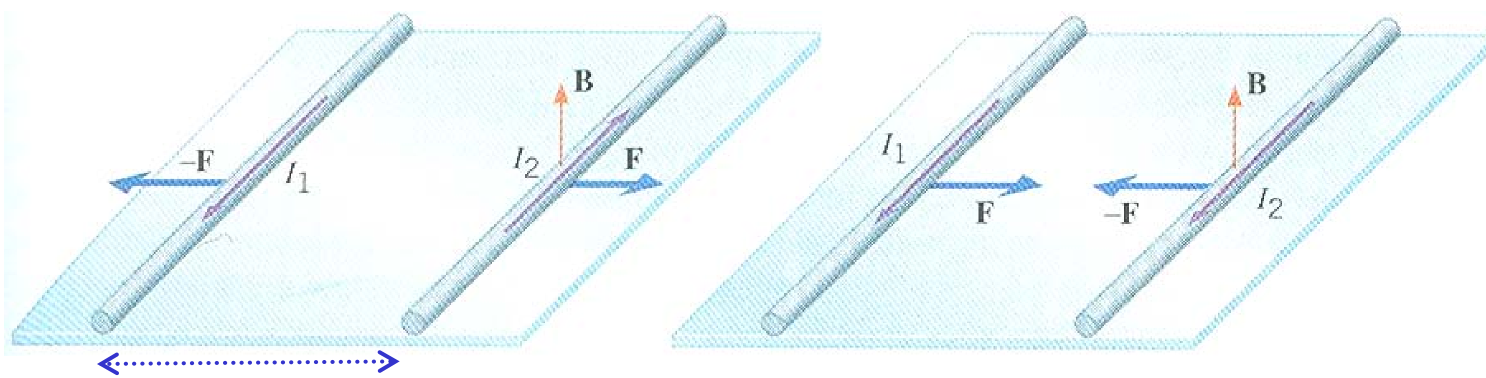
(a) Um fio condutor muito comprido percorrido por uma corrente produz linhas de campo magnético que são concêntricas com esse fio. Se colocarmos várias agulhas de uma bússola em redor do fio condutor, repara-se que elas alinham-se na direcção do campo magnético criado.

(b) Pela regra da mão direita, se o polegar estiver na direcção e sentido da corrente, o encurvamento da mão dá-nos a direcção do campo magnético.

$\Rightarrow$ **Dois condutores, cada qual com uma corrente I, exercerão forças magnéticas $\vec{F}_m$ um sobre o outro.**

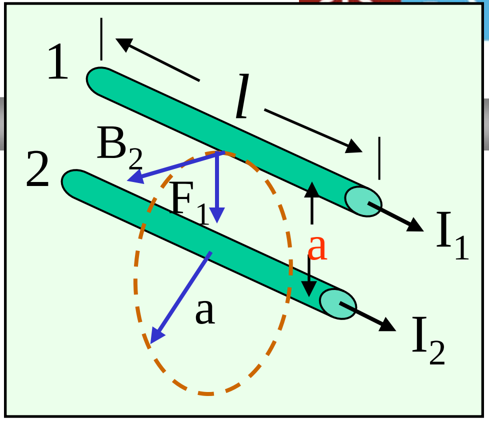
- Dois fios condutores rectilíneos, compridos, paralelos, separados de "a", com I_1 e I_2 na mesma direcção, sentidos diferentes (fig. esquerda) e mesmo sentido (fig. direita).

- $\vec{F}_m$ que actua sobre um dos condutores é originada pelo outro condutor.



a

- **O fio 2 gera um campo $\vec{B}_2$ na posição onde está o fio 1.**



- $\vec{B}_2$ é ⊥ ao fio 1.
- A $\vec{F}_m$ sobre o comprimento *l* do fio 1 é: $\vec{F}_1 = I_1 \vec{\ell} \times \vec{B}_2$
- $\vec{\ell} \perp \vec{B}_2 \Rightarrow \left|\vec{F}_1\right| = I_1 \ell B_2$
- Ver página 5 ⟹ O campo do fio 2 é: $\boxed{B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi a}}$ (r=a)

$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi\, a} \right) = \frac{\ell \mu_0 I_1 I_2}{2\pi\, a}$$

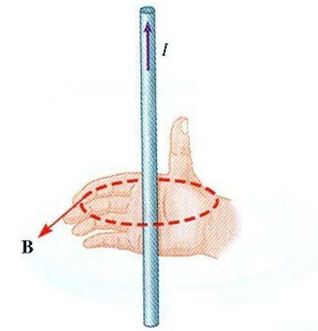
⟹ **Força magnética por unidade de comprimento:** $\boxed{\dfrac{F_m}{\ell} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\, a}}$

- $\vec{F}_1$ para baixo, para o fio 2 ($\vec{\ell} \times \vec{B}_2$ para baixo)
- A $\vec{F}_2$ sobre o fio 2 é igual e oposta à $\vec{F}_1$ (terceira Lei de Newton) ⟹ **os fios atraem-se mutuamente quando as correntes têm o mesmo sentido.**

Quando as correntes tem sentidos opostos, as $\vec{F}_m$ invertem-se e os 2 fios repelem-se.

- Um condutor com uma corrente gera um campo magnético.

- Quando um fio for percorrido por uma I constante, se o fio for agarrado pela mão direita, com o polegar na direcção da I, os outros dedos da mão curvam-se na direcção de $\vec{B}$.

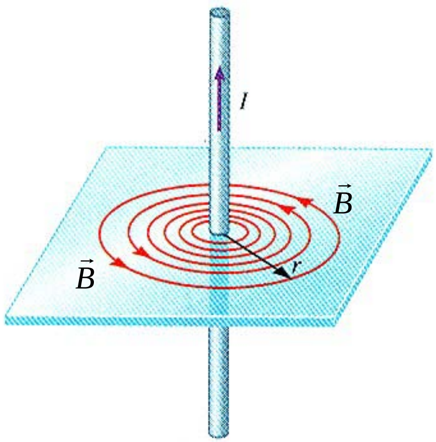


- As linhas de $\vec{B}$ são circunferências concêntricas com o fio.

- $\left|\vec{B}\right| = cte$ $\forall$P duma circunferência que tenha o centro no fio e que esteja num plano $\perp$ ao fio.

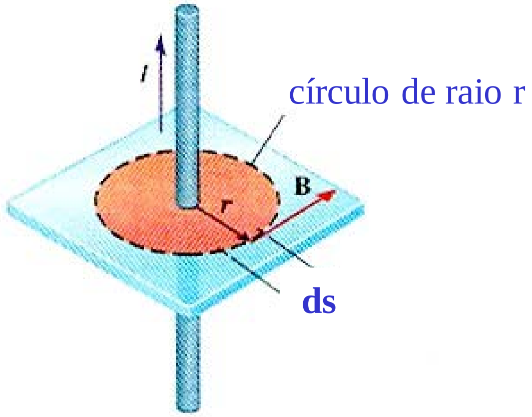
- $\left|\vec{B}\right| \propto I$; $\left|d\vec{B}\right| \propto 1/r^2$

Ver exemplo das bússolas alinhadas



$\vec{B}$ é tangente em cada ponto do círculo

- Cálculo do $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ e a sua soma <u>sobre um círculo</u> centrada no fio.
- Sobre esta curva $d\vec{s} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\cdot ds \cdot \cos 0$
- $B = cte = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ sobre este círculo



$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\oint ds = \frac{\mu_0 I}{\cancel{2\pi} r}\left(\cancel{2\pi} r\right) = \mu_0 I}$$

$\rightarrow$ **Lei de Ampère**

! O resultado pode ser aplicado ao caso geral de uma curva fechada arbitrária atravessada por uma <u>corrente constante</u>.

- **A Lei de Ampère afirma que o integral de linha de $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ sobre qualquer curva fechada, é igual a μ_0I, onde I é a corrente constante total que passa por qualquer superfície limitada pela curva fechada.**

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I}$$

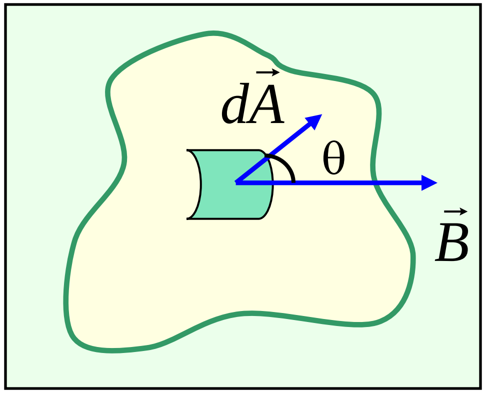
- Só vale para correntes constantes. Só tem utilidade no cálculo do campo magnético duma configuração de correntes que tenha um elevado grau de simetria.

- Analogia com a Lei de Gauss, onde somente tinha utilidade para calcular o campo eléctrico em distribuições muito simétricas de cargas.

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

$\Rightarrow$ Exercícios 4,5

9.4. O Fluxo Magnético



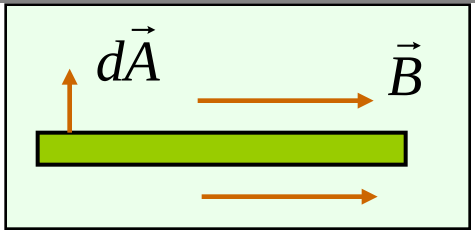
- Elemento de área dA duma superfície arbitrária.
- $\vec{B}$: campo nesse elemento
- **Fluxo magnético através do elemento**: $\vec{B}\cdot d\vec{A}$
- $d\vec{A}$: é um vector ⊥ à superfície e cujo módulo é igual à área

- O **fluxo magnético** ϕ_m através da superfície é assim: $\boxed{\phi_m = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}}$

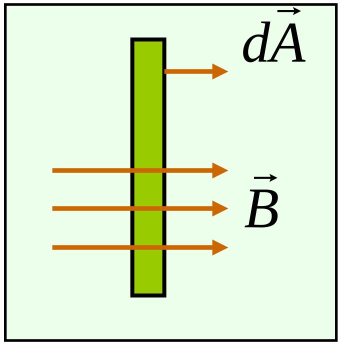
Caso especial: plano de área A, campo uniforme $\vec{B}$ que faz um ângulo θ com o vector $d\vec{A}$

$$\boxed{\phi_m = B\cdot A\cdot \cos\theta}$$ fluxo através do plano

- Se $\vec{B}$ estiver no plano $\Rightarrow$ $\theta = 90°$, $\phi_m = 0$



- Se $\vec{B}$ $\perp$ ao plano $\Rightarrow$ $\theta = 0°$, $\phi_m = B \cdot A$ (valor máximo)



Unidades SI $\rightarrow$ [B]: Wb/m^2 ou T $\Rightarrow$ [ϕ]: weber (Wb)

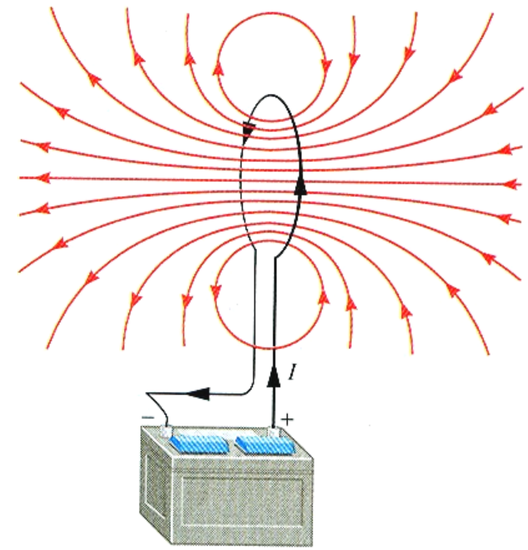
$$1\ Wb = 1\ T \cdot m^2$$

9.5. A Lei de Gauss do Magnetismo

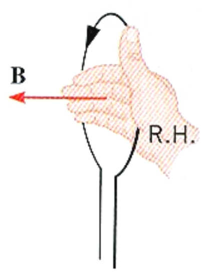
- $\phi_e \equiv q_i/\varepsilon_0$, o número de linhas do campo eléctrico que atravessam a superfície depende somente da carga líquida no interior da superfície. $\rightarrow$ as linhas do campo eléctrico principiam em cargas eléctricas.

- Nos campos magnéticos, as linhas são contínuas e são curvas fechadas: as linhas do campo magnético provocado por uma corrente não principiam nem acabam em ponto nenhum.

- Em $\forall$ superfície fechada o número de linhas que entram = número de linhas que saem $\Rightarrow \phi_m(\text{líquido}) = 0$



(a)



(b)

- A **Lei de Gauss do magnetismo** afirma que o fluxo magnético líquido através de qualquer superfície fechada é sempre nulo:

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0}$$

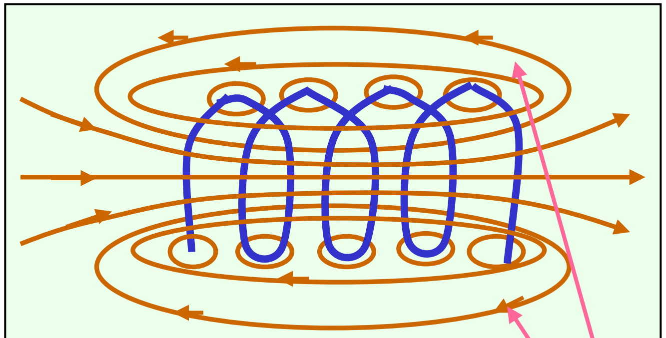
- Afirmação baseada no facto experimental de nunca se terem observado pólos magnéticos isolados (ou monopolos), que talvez não existam mesmo.
- As únicas fontes conhecidas dos campos magnéticos são os dipolos magnéticos (espiras de corrente), mesmo nos materiais magnéticos.
- Todos os efeitos magnéticos nos meios materiais podem ser explicados em termos dos momentos de dipolo magnéticos (espiras de corrente efectivas) associadas aos electrões e aos núcleos.

$\Rightarrow$ Exercício 8

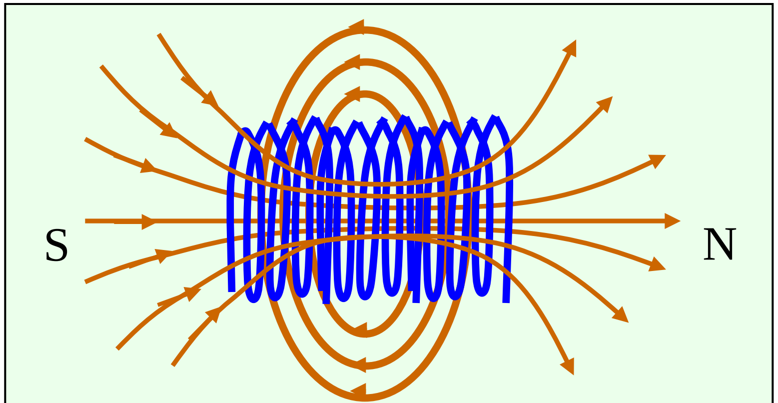
9.6. O Campo Magnético dum Solenoide

- Um solenóide é constituído por um fio condutor comprido, enrolado em forma duma hélice ⇒ é possível ter um $\vec{B}$ razoavelmente uniforme, num pequeno volume no interior do solenóide, caso as espiras estejam suficientemente juntas.

- Se as espiras forem muito espaçadas, cada qual pode ser encarada como uma espira circular, e o $\vec{B}$ resultante é igual à soma vectorial dos campos produzidos por cada uma das espiras, daí as de cima cancelarem as de baixo.



espiras espaçadas

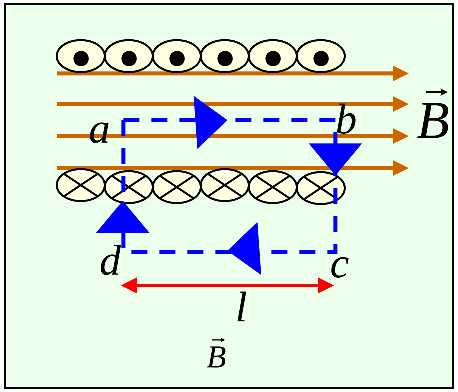


espiras muito cerradas

Os campos magnéticos cancelam-se

- Solenóide ideal: espiras muito juntas e comprimento grande em comparação com o raio das espiras $\Rightarrow \vec{B}$ no exterior é fraco comparado com o $\vec{B}$ no interior; no interior $\vec{B}$ é uniforme numa região de grande volume.

- **Lei de Ampère**: $\vec{B}$ no interior do solenóide ideal



$\vec{B}$ no interior é uniforme e paralelo ao eixo

$\vec{B}$ no exterior $= 0$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \underbrace{\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=\mathrm{B}l} + \underbrace{\int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=0} + \underbrace{\int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=0} + \underbrace{\int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=0}$$

$\vec{B} \perp d\vec{s}$ $\quad \vec{B} = \vec{0}$ $\quad \vec{B} \perp d\vec{s}$

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I}$$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B\ell = \underbrace{\mu_0 NI}$; N: nº espiras no comprimento l ⇐ Lei de Ampère

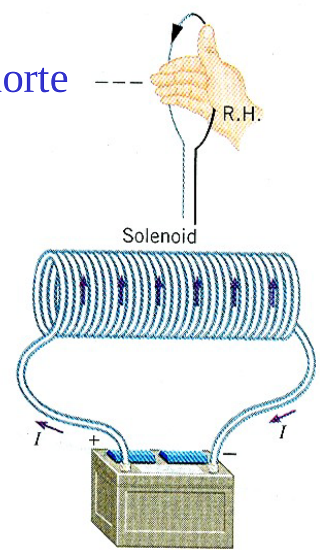
Corrente total que atravessa a área limitado pelo rectângulo = I em cada espira × nº de espiras.

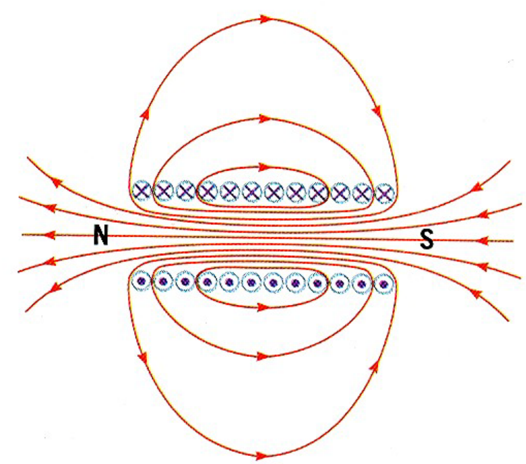
$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n\, I}$$

n: nº de espiras por unidade de comprimento

Só vale para os pontos numa vizinhança do centro dum solenóide muito comprido.

pólo norte





⇒ Exercício 9