

5º Trabalho de Grupo de Análise TP4 - 6 Mai

Nome: _____ Número: _____

Nome: Progeta de Resolucao Número: _____

Justifique as respostas e apresente todos os cálculos que efectuar

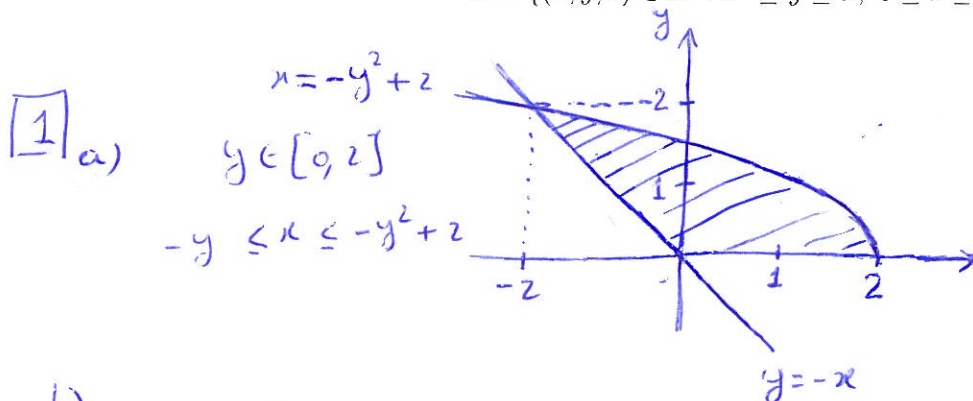
1. Considere o integral duplo que se segue:

$$\int_0^2 \int_{-y}^{-y^2+2} f(x, y) dx dy.$$

- (a) Esboce a região de integração do integral apresentado;
(b) Troque a ordem de integração no integral apresentado.

2. Calcule o volume do sólido S definido por

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq x + y\}.$$



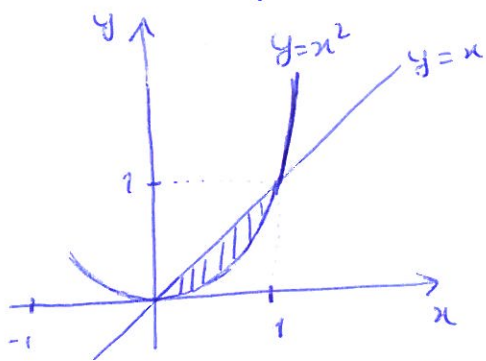
b)

$$\int_0^2 \int_{-y}^{-y^2+2} f(x, y) dx dy = \int_{-2}^0 \int_{-x}^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy dx + \int_0^2 \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy dx$$

$$x = -y^2 + 2 \Leftrightarrow y^2 = -x + 2 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{-x + 2}$$

2

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq x+y\}$$



$$\text{Volume}(S) = \int_0^1 \int_{x^2}^x (x+y) - 0 \, dy \, dx = \int_0^1 \left[xy + \frac{y^2}{2} \right]_{x^2}^x dx =$$

$$= \int_0^1 \left(x^2 + \frac{x^2}{2} - x^3 - \frac{x^4}{2} \right) dx = \int_0^1 \left(\frac{3}{2}x^2 - x^3 - \frac{x^4}{2} \right) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{10} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$