

Cálculo de Programas

2.º ano das Licenciaturas em
Engenharia Informática (LEI) e Ciências da Computação (LCC)
da Universidade do Minho

2009/10 - Ficha nr.º 11

1. O tipo $1 + A$ (“apontador” para A) foi o primeiro exemplo de mónade apresentado nesta disciplina, em que

$$\mu = [i_1, id] \quad (1)$$

$$u = i_2 \quad (2)$$

Mostre que μ e u satisfazem as duas propriedades que caracterizam um mónade, neste caso:

$$\mu \cdot u = \mu \cdot (id + u) = id \quad (3)$$

$$\mu \cdot \mu = \mu \cdot (id + \mu) \quad (4)$$

2. O tipo

data Error $a = \text{Error String} \mid \text{Ok } a$

que vamos querer usar para gerir a emissão de mensagens de erro em funções parciais, mostra-se facilmente ser um functor definindo

$$\text{Error } f = inE \cdot (id + f) \cdot outE$$

onde $inE = [\text{Error}, \text{Ok}]$ e

$$outE (\text{Error } s) = i_1 s$$

$$outE (\text{Ok } a) = i_2 a$$

(Verifique-o como trabalho de casa.) O tipo Error forma, ainda, um mónade desde que equipado com unidade $u = \text{Ok}$ e multiplicação

$$\mu :: \text{Error} (\text{Error } a) \rightarrow \text{Error } a$$

$$\mu (\text{Error } s) = \text{Error } s$$

$$\mu (\text{Ok } a) = a$$

- (a) Complete o cálculo que se segue mais abaixo da derivação do código acima a partir da sua definição *pointfree*

$$\text{Error } a \xleftarrow{inE} S + a \xleftarrow{[i_1, id]} S + (S + a) \xleftarrow{outE} \text{Error } (S + a) \xleftarrow{(\text{Error } outE)} \text{Error } (\text{Error } a)$$

μ

onde S abbrevia String:

$$\begin{aligned}
& \mu = inE \cdot [i_1, id] \cdot outE \cdot (Error \ outE) \\
= & \{ \dots \} \\
& \mu = inE \cdot [i_1, id] \cdot outE \cdot (inE \cdot (id + outE) \cdot outE) \\
= & \{ \dots \} \\
& \vdots \\
\equiv & \{ \dots \text{alguns passos depois} \dots \} \\
& \vdots \\
= & \{ \dots \} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \mu \cdot Error = Error \\ \mu \cdot Ok = id \end{array} \right.
\end{aligned}$$

- (b) Recorra à mesma definição *pointfree* de μ para calcular definições *pointwise* para a composição monádica $f \bullet g$ e a operação de *binding*, $x \gg= f$.
- (c) Considere a expressão $((divE \ 1) \bullet headE) \ []$ onde

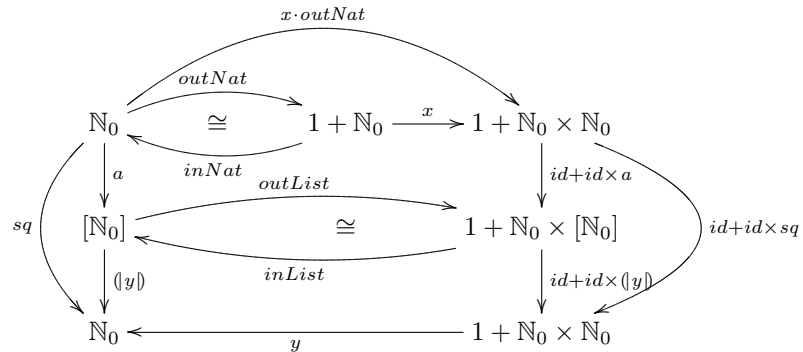
$divE :: Double \rightarrow Double \rightarrow Error \ Double$
 $divE \ n \ 0 = Error \ "tentou-se dividir por 0!"$
 $divE \ n \ m = Ok \ (n / m)$
 $headE :: [a] \rightarrow Error \ a$
 $headE \ [] = Error \ "lista vazia!"$
 $headE \ l = Ok \ (head \ l)$

Que espera do cálculo dessa expressão? Um valor do tipo Double? Duas ou uma mensagem de erro? Se uma, qual delas? Justifique.

3. Recorde a função que calcula o quadrado de um número natural

$$\begin{aligned}
sq \ 0 &= 0 \\
sq \ (n + 1) &= sq \ n + 2 \ n + 1
\end{aligned}$$

representada sob a forma de um hilomorfismo:



Defina as funções x e y e calcule a definição *pointwise* da função a .