Departamento de Produção e Sistemas | Universidade do Minho

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional (LEI)

Exame de Fim-Semestre - 18 de Janeiro de 2013 | Duração - 2:30 horas (tolerância - 0:30)

Responda às questões utilizando técnicas adequadas à resolução de problemas de grande dimensão.

1. Considere o modelo e a solução óptima de um problema em que os coeficientes da função objectivo representam os lucros unitários de três actividades actualmente desenvolvidas pela companhia e as variáveis s_1, s_2, s_3 correspondem às variáveis de folga das restrições.

$$\begin{array}{ll} \max & 30x_1 + 20x_2 + 10x3 \\ \text{suj.} & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40 \text{ (recurso 1)} \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 150 \text{ (recurso 2)} \\ & 2x_1 + x_2 \leq 20 \text{ (recurso 3)} \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{array}$$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
x_3	-1/2	0	1	1/2	0	-1/2	10
s_2	-3/2	0	0	-1/2	1	-3/2	100
x_2	2	1	0	0	0	1	20
	5	0	0	5	0	15	500

Nota: Todas as seguintes alíneas são independentes entre si. Qualquer resposta que envolva a resolução do problema desde o quadro inicial não será classificada.

a) Que variação deveria ter o coeficiente de x_1 na função objectivo para que esta actividade se tornasse atractiva? Qual seria o novo coeficiente de x_1? Justifique.

b) Suponha que existia uma variação igual à determinada na alínea anterior mais uma quantidade pequena (ϵ). Construa o novo quadro, **mas não o resolva**, indicando apenas a variável que sairia da base. Antecipe as actividades a realizar no novo cenário. Justifique.

c) Quanto estaria disposto a pagar para aumentar a disponibilidade do recurso 1. Justifique.

d) Que quantidade de recurso 1 é que estaria disposto a adquirir ao preço indicado na alínea anterior? Justifique.

e) Se fosse proposta uma nova actividade (x_4) com lucro unitário de 40 e coeficientes de 3, 2, 1, respectivamente, será que essa actividade seria atractiva? Em caso afirmativo, construa o novo quadro, **mas não o resolva**, indicando apenas a variável que sairia da base. Antecipe as actividades a realizar no novo cenário. Justifique.

f) Neste problema, a primeira e a terceira restrições dizem respeito a mão–de–obra. Determine se seria atractivo utilizar mão–de–obra da primeira restrição (40 horas-homem) como recurso adicional das 20 horas-homem inicialmente atribuídas à terceira restrição. Justifique.

2. Considere o seguinte problema de programação inteira e a solução óptima da respectiva relaxação linear:

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + 2x_2 \\ \text{suj.} & 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ & x_1,\ x_2 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{array}$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	1	0	1/6	-1/6	1
x_2	0	1	1/4	1/4	3/2
	0	0	5/6	1/6	5

a) Determine **apenas** 1 plano de corte, e obtenha a nova solução após re-optimizar o quadro simplex com o novo plano de corte.

b) Indique um limite superior para o valor do óptimo. Justifique.

3. Considere o seguinte problema de programação inteira:

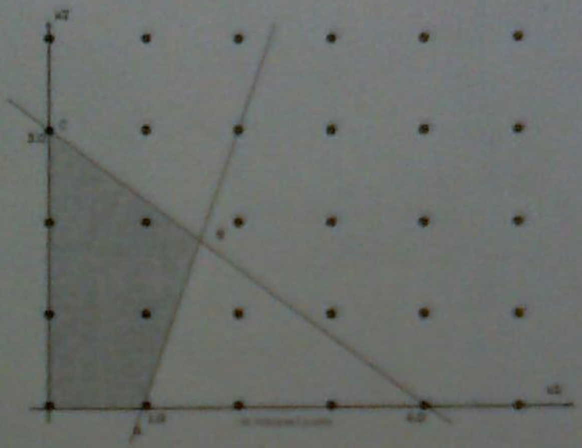
$$\max 1000x_1 + 1x_2 \text{ suj. a } 3x_1 + 4x_2 \leq 12, \; 4x_1 - x_2 \leq 4, \quad x_1, x_2 \geq 0 \text{ e inteiros}$$

Os pontos extremos abaixo indicados têm as coordenadas $A = (1,0)^t, B = (28/19, 36/19)^t = (1.474, 1.895)^t, C = (0,3)^t$, respectivamente.

a) Determine a solução óptima pelo método de partição e avaliação, construindo uma árvore de pesquisa em que sejam indicados:

- em cada nó: as coordenadas do ponto e o valor da função objectivo;
- em cada ramo: a restrição de partição.

Justifique sucintamente todas as decisões tomadas. Pode escolher as regras de pesquisa e de partição, e pode determinar a solução óptima de cada nó inspeccionando o desenho e usando cálculos adequados.



4. Considere 4 possíveis armazéns (A, B, C e D) com as capacidades de 35, 28, 22 e 28, respectivamente, e com as rendas mensais indicadas na Tabela. Existe um conjunto de 5 clientes (a, b, c, d e e) que representam as procuras de 14, 12, 10, 12 e 8, respectivamente. Os custos dos transportes mensais entre cada possível armazém e cada cliente são:

	renda	custo de transporte					capacidade
		a	b	c	d	e	
A	50	2	5	1	2	5	35
B	32	4	4	9	1	4	28
C	28	1	8	5	6	2	22
D	36	7	1	2	1	8	28
		14	12	10	12	8	

Em todas as alíneas, deve apenas formular o modelo, mas **não o deve resolver**. Explique sucintamente e justifique as restrições apresentadas.

a) Formule um modelo de programação inteira que lhe permita determinar qual o conjunto de armazéns a seleccionar de modo a minimizar os custos globais de operação.

Considere agora as seguintes restrições adicionais:

b) dos locais C e D, exactamente 1 deve ser seleccionado.

c) a selecção do local A ou do local B implica a exclusão do local C.

d) a selecção do local A e do local B implica a selecção do local D.