



Universidade do Minho

Exercícios nº 2

Licenciatura em Engenharia Informática

Paula Varandas Ferreira

2012/2013

I. CONCEITOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

1. Se investir hoje 5000 € num fundo de investimento sem risco que garante uma taxa mínima de rentabilidade de 2.5% ao ano, qual o valor que espera obter ao fim de 3 anos?

R: 5384 €

2. Um investidor vai receber daqui a 6 anos 3000 €. Considerando uma taxa de juro de 5% ao ano, qual o valor atual da quantia a receber? Quanto deverá valer daqui a 10 anos se aplicada à mesma taxa de 5%?

R: 2239 €; 3646 €

3. Foi acordada a realização de uma série de pagamentos para amortizar uma dívida contraída à taxa de 8% ao ano. Determine o valor da dívida, sabendo que os pagamentos acordados foram:

Ano	1	2	3	4	5
Pagamento	1400 €	1320 €	1240 €	1160 €	1080 €

R: 5000 €

4. Na compra de uma casa apareceram três pessoas interessadas. A primeira oferece 65000 € a pronto; a segunda 74000 € a pagar ao fim de 3 anos; e a terceira oferece 79800 € a pagar ao fim de 5 anos. Qual a proposta mais vantajosa, considerando que a taxa de juro é:

- a) 5% ao ano.
- b) 3% ao ano.

R: a) primeira; b) terceira

5. Considerando a taxa anual nominal de 8% com capitalização semestral determine:

- a) a taxa anual efetiva.
- b) a taxa mensal efetiva.

R: a) 8,16%; b) 0,656%

6. Uma empresa comprou um novo sistema de produção que custou 500 000 €, tendo acordado com o fornecedor pagar o sistema daí a um ano. Ao longo desse ano, a taxa de juro trimestral variou, tendo sido igual a 2% no primeiro trimestre, 2.5% no segundo

trimestre e 3% no terceiro e quarto trimestres. Qual o valor a pagar ao fornecedor dentro de um ano?

R: 554585 €

7. Uma empresa do ramo financeiro tem em análise diversas opções de investimento, todas elas baseadas numa taxa anual nominal de 12% com capitalização semestral. Indique qual das seguintes opções trará mais benefícios à empresa ao fim de 10 anos.

A- Depositar 30000 € agora.

B- Depositar 4076 € no fim de cada semestre durante os primeiros 5 anos.

C- Depositar 10000 € agora e 35817 € ao fim de 5 anos.

D- Depositar 2615.5 € no fim de cada semestre durante 10 anos.

R: São equivalentes.

8. Suponha que pretende contrair um empréstimo de 80 000 € para adquirir uma casa. O pagamento será feito com base em mensalidades constantes, durante 10 anos. Assumindo uma taxa de juro de 6% ao ano com capitalização trimestral presente:

a) A taxa de juro efetiva (anual, trimestral e mensal).

b) O pagamento mensal a efetuar.

c) A tabela completa de amortização do empréstimo (pagamento, juro pago, capital em dívida no início e fim do período).

R: a) 6,14%; 1,5%; 0,497%; b) 886,7 €/mês

9. Um empresário necessita de uma carrinha de transporte de carga para utilizar durante os próximos 3 anos. Poderá recorrer ao aluguer de uma carrinha por 3000 €/ano, onde se inclui a manutenção. Em alternativa poderá adquirir uma carrinha por 7000 € fazendo um contrato adicional para a manutenção com pagamentos anuais. O empresário espera manter a carrinha durante 3 anos e vende-la então por 1500 €.

a) Qual deverá ser o custo anual de manutenção para ser economicamente mais interessante adquirir a carrinha do que aluga-la?

b) Se o o contrato anual de manutenção exigir pagamento ao início do ano haverá alteração à resposta anterior? Justifique.

Assuma uma taxa de juro nominal de 12% ao ano com capitalização anual.

R: a) 530 €/ano; b) 473 €/ano.

10. Um apartamento vai ser adquirido por 100000 €. Tem custos de manutenção estimados anuais de 500 €. Espera-se que dentro de 15 anos possa ser vendido pelo mesmo valor de aquisição. Pretende-se arrendá-lo, de modo a garantir que o investido tenha um lucro de 20% sobre o valor atual do custo. Assumindo uma taxa de interesse de 10% ao ano, determine qual deverá ser o valor da renda mensal a cobrar.

R: 1004,4 €/mês

11. O Sr. Silva pediu um empréstimo de 15 000 €, tendo acordado em pagar 2955 €/ano durante 6 anos. No entanto faltou ao pagamento da 2ª prestação. No momento em que deveria pagar a 3ª prestação vai renegociar com o Banco de modo a estabelecer um novo pagamento e satisfazer a dívida em tempo. Qual deverá ser o valor da nova prestação acordada?

R: 5180 €/ano

12. Para liquidação de equipamento adquirido, a empresa Alfabet, Lda, estabeleceu com o vendedor o pagamento em 3 prestações anuais de €500 cada, incluindo juros à taxa de 20% ao ano.

(a) Quanto deveria a empresa pagar se pretendesse liquidar no ato de compra toda a sua dívida.

(b) Quanto deveria a empresa pagar se pretendesse liquidar o valor total do equipamento no fim do terceiro ano.

R: a) € 1053,24; b) €1820.

II. COMPARAÇÃO DE CUSTOS

1. Compare o valor presente de duas opções de para aquisição de máquinas, assumindo uma taxa de juro anual nominal de 12% com capitalização semestral. As características de ambas as máquinas são detalhadas na tabela:

	Opção A	Opção B
Custo inicial	20 000 €	35 000 €
Custo mensal de manutenção	100 €	0 €
Valor residual	5 000 €	12 000 €
Tempo de vida	10 anos	10 anos

$$R: VP_A = -25492 \text{ €}; VP_B = -31258 \text{ €}$$

2. Uma empresa alimentar pretende modernizar o seu sistema de refrigeração do armazém tendo solicitado para o efeito orçamentos a várias empresas. As propostas recebidas estão resumidas na tabela:

	Opção A	Opção B
Custo inicial	45 000 €	25 000 €
Custo anual de utilização	3 000 €	8 000 €
Substituição de peças	2 000 € ao fim do 3º e 6º ano	0
Valor residual	10% do custo inicial	10% do custo inicial
Tempo de vida útil	8 anos	6 anos

Selecione o projeto economicamente mais atrativo, assumindo uma taxa de interesse de 6% ao ano.

$$R: AA = -10288 \text{ €/ano}; AB = -12726 \text{ €/ano}$$

3. Pretende-se construir uma ponte móvel sobre o rio Peixinho. Para tal, duas empresas de construção apresentaram propostas diferentes descritas na tabela:

	Opção A	Opção B
Custo inicial	50 M€	48 M€
Custo anual de manutenção	30 000 €	18 000 €
Repavimentação	75 000 € de 9 em 9 anos	150 000 € de 5 em 5 anos
Obras não incluídas na manutenção anual	0	30 000 € de 5 em 5 anos
Valor residual	--	--
Tempo de vida útil	> 50 anos	> 50 anos

Compare as duas opções assumindo uma taxa e interesse de 5% ao ano.

$$R: A_A = -2\,536\,802 \text{ €/ano}; A_B = -2\,450\,580 \text{ €/ano}$$

4. Considere duas máquinas X e Y concorrentes propostas à empresa “Tinta Fresca” para possível aquisição.

A máquina X tem um custo de aquisição de 10 000 €, um custo de manutenção de 1000 € no final de cada 6 meses e um valor residual de 4000 € ao fim de 5 anos. Esta máquina permite gerar receitas no valor de 2200 €/semestre.

A máquina Y tem um custo inicial de 8000 €, um custo de manutenção anual de 2000 € e permite gerar receitas no valor de 2000 €/semestre.

Considerando uma taxa de juro semestral igual a 2%, qual deverá ser o valor residual da máquina Y ao fim de 5 anos, para que ambas as máquinas sejam economicamente equivalentes?

R: 3644 €

III. AVALIAÇÃO DE PROJETOS

1. Uma empresa de produção de cerveja está a instalar um sistema que lhe permite reduzir os consumos de energia. O custo deste sistema é de 137 000 € e os custos de instalação representam um adicional de 78 000 €. A redução do consumo de energia deverá ser equivalente a 32 000 €/ano para os primeiros 5 anos de operação e de 53 000 € entre o 6º e o 10º ano.

Analise a viabilidade do projeto descrito, utilizando os critérios VAL, TIR e tempo de recuperação. Considere que a taxa mínima de rentabilidade exigida pelos investidores é igual a 15% ao ano.

R: VAL = - 19400 €; TIR = 12,9%, TR simples = 6,0 anos; TR atualizado >10 anos

2. Foi apresentada a uma empresa a possibilidade de investimento descrito em seguida:

Custo inicial	60 000 m€
Valor residual após 9 anos	2 000 m€
Benefícios do projeto	20 000 m€/ano
Custos operacionais:	
Mão de obra	2 500 m€/ano
Materiais	1 000 m€/ano
Combustíveis	1 500 m€/ano
Manutenção	500 m€/ano

O projeto deverá operar por 9 anos. Se a taxa mínima de rentabilidade exigida for igual a 17% recomenda o projeto?

R: VAL = 5020 m€; TIR = 19,4%

3. Considere os projetos A, B e C, independentes, que apresentam os cash-flows a seguir indicados.

Projeto	0	1	2	3	4	5
A	-100000	100000				
B	-400000	100000	100000	400000	100000	100000
C	-250000	100000	100000	80000	120000	

Valores em €

Tendo como referência o custo de capital de 10% determine:

- Quais os projetos que poderão ser selecionados para implementação.
- Qual o tempo de recuperação simples e atualizado dos projetos.
- Que projetos poderiam ser aceites se o risco envolvido recomendasse um tempo de recuperação atualizado máximo igual a 3 anos?

R: $VAL_A = -9091 \text{ €}$; $VAL_B = 204473$; $VAL_C = 65621 \text{ €}$;
 $TIR_A = 0\%$; $TIR_B = 27,55\%$; $TIR_C = 21,44\%$.
 $TR_A = 1 \text{ ano}$; $TR_B = 2,5 \text{ anos}$; $TR_C = 2,6 \text{ anos (simples)}$.
 $TR_A > 5 \text{ anos}$ $TR_B = 2,7 \text{ anos}$; $TR_C = 3,2 \text{ anos (atualizado)}$.

IV. COMPARAÇÃO DE PROJETOS

1. Uma empresa tem em análise 3 projetos concorrentes para ampliação da sua capacidade produtiva. Todos eles têm um tempo de vida económica de 5 anos, com os seguintes cash-flows esperados:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
A	250	250	400	500	600
B	300	300	200	140	120
C	200	200	400	400	400

Valores em €

O projeto A exige um investimento inicial de 900 €, o projeto B um investimento inicial de 600 € e o projeto C um investimento inicial de 500 € seguido de um outro de 300 € no final do primeiro ano. A empresa exige para os seus investimentos uma taxa mínima de atratividade de 15% ao ano.

- (a) Utilize os critérios VAL e TIR para selecionar o projeto que considera economicamente mais interessante.
- (b) Analise novamente os projetos considerando o tempo de recuperação simples e atualizado.

$$\begin{aligned} R: \text{VAL}_A &= 353,6 \text{ €}; \text{VAL}_B = 158,9 \text{ €}; \text{VAL}_C = 254,8 \text{ €} \\ \text{TIR}_A &= 28,0\% \text{ €}; \text{TIR}_B = 28,0\% \text{ €}; \text{TIR}_C = 28,0\% \\ \text{TR}_A &= 3 \text{ anos}; \text{TR}_B = 2 \text{ anos}; \text{TR}_C = 3 \text{ anos (simples)} \\ \text{TR}_A &= 3,8 \text{ anos}; \text{TR}_B = 2,8 \text{ anos}; \text{TR}_C = 3,8 \text{ anos (atualizado)} \end{aligned}$$

2. A empresa Alfa- Tinturaria Têxtil está a analisar o interesse de dois projetos propostos por fornecedores concorrentes que permitem reduzir os consumos de água e de combustíveis. O projeto proposto pelo fornecedor X implica um investimento inicial de 50000 €, permitindo uma poupança de 15000 € no primeiro ano e de 22000 € ao longo dos anos seguintes. No final do segundo ano será necessário substituir algumas peças, com um custo de 3000 €. O projeto proposto pelo fornecedor Y implica um investimento inicial de 95000 €, permitindo uma poupança de 35000 €/ano. No final do segundo ano será necessário substituir também algumas peças, com um custo de 5000 €. Ambos os projetos têm uma vida útil de 4 anos e estima-se que valor residual seja igual a 10% do investimento inicial.

Tendo como referência um custo de oportunidade do capital de 12%, qual dos projetos deverá ser selecionado para implementação? Considere os critérios VAL e TIR para a tomada de decisão e analise graficamente o problema.

R: $VAL_X = 11358 \text{ €}$; $VAL_Y = 13359 \text{ €}$
 $TIR_X = 21,38\%$; $TIR_Y = 18,24\%$
 $TIR_{dif} = 14,16\%$

3. A tabela seguinte apresenta algumas características económicas de dois projetos de investimento mutuamente exclusivos:

Ano	0	1	2	3	4
Cash-Flows do Projeto A (€)	-51990	11488	20251	20251	32200
Cash-Flows do Projeto B (€)	-40000	X	X	X	X

- a) Assumindo que Cash-Flow anual (X) do Projeto B entre os anos 1 e 4 é igual a 16000 €, indique qual o projeto economicamente mais interessante para o investidor. Admita que a taxa dos ativos sem risco é de 4% e o prémio de risco exigido pelos investidores é de 5,77%. Considere os critérios VAL e TIR na sua análise.
- b) De acordo com os dados apresentados determine qual deveria ser o Cash-Flow anual (X) do Projeto B entre os anos 1 e 4 para ambos os projetos serem economicamente equivalentes.

R: $VAL_A = 12398 \text{ €}$; $VAL_B = 10718 \text{ €}$
 $TIR_A = 19,0\%$; $TIR_B = 21,9\%$
 $TIR_{dif} = 13,5\%$