Cálculo de Programas

2.° ano

Lic. Ciências da Computação e Mestrado Integrado em Engenharia Informática UNIVERSIDADE DO MINHO

2016/17 - Ficha nr.º 6

1. O combinador

$$flip :: (a \to b \to c) \to b \to a \to c$$
$$flip f x y = f y x$$

troca a ordem dos argumentos de uma função. É fácil de ver que *flip* é um isomorfismo de exponenciais:

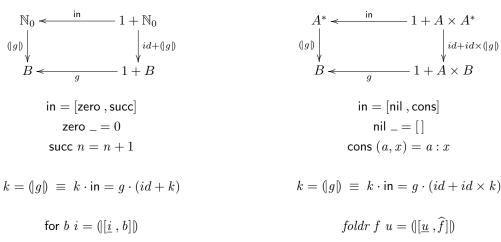
Apresente justificações para os passos seguintes do cálculo desse isomorfismo a partir da sua definição ao ponto (*pointwise*):

2. A função $A \times B \xrightarrow{\pi_2} B$ é binária e, como tal, faz sentido a sua versão "curried" $A \xrightarrow{\overline{\pi_2}} B^B$. Usando as leis da exponenciação mostre que, qualquer que seja f,

$$\overline{\pi_2} \cdot f = \overline{\pi_2}$$

Logo $\overline{\pi_2}$ é uma função constante. Consegue identificar qual? Justifique informalmente.

- 3. Inferir o tipo de $\alpha = [\overline{i_1}, \overline{i_2}]$ desenhando-o num diagrama. $\widehat{\alpha}$ é um isomorfismo conhecido: qual? Identifique-o através do seu tipo.
- 4. Os diagramas seguintes representam as **propriedades universais** que definem o combinador **catamorfismo** para dois tipos de dados números naturais \mathbb{N}_0 à esquerda e listas finitas A^* à direita:



onde \widehat{f} abrevia uncurry f.

- (a) Use a propriedade universal da esquerda para demonstrar a lei de reflexão for succ 0 = id e a propriedade for succ 1 = succ.
- (b) Usando agora a propriedade universal da direita, mostre que ([nil, cons]) = id.
- (c) Mostre que as funções

$$f = \mbox{for } id \ i$$

$$g = \mbox{for } \underline{i} \ i$$
 são a mesma função. (Qual?)

- 5. Identifique como catamorfismos de listas as funções seguintes, indicando o gene g para cada caso:
 - k é a função que multiplica todos os elementos de uma lista
 - k = reverse
 - k é a função map f, para um dado $f: A \to B$.
- 6. A função k = for f i pode ser codificada em sintaxe C escrevendo

```
int k(int n) {
   int r=i;
   int j;
   for (j=1;j<n+1;j++) {r=f(r);}
   return r;
};</pre>
```

Escreva em ${\bf C}$ as funções f e g da alínea 4c acima, bem como aquela que decorre da lei de reflexão da alínea 4a.