Engenharia Informática **Teste 5 – Modelo - Resolução** ISD(2010/2011)

**NOME:** **NÚMERO:**

1. *(1 valores)*

   Determine a solução formal do problema da onda:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi, \ t \geq 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad t \geq 0 \\ u(x,0) = \sum_{m\geq 1} \dfrac{1}{m^4} \sin(mx), \quad 0 \leq x \leq \pi \\ \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \displaystyle\sum_{m\geq 1} \dfrac{1}{m!} \sin(mx) \quad 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

*Resolução: A solução formal do problema da onda ($a = 2$, $L = \pi$) é:*

$$u(x,t) = \sum_{m\geq 1} (A_m \cos(2mt) + B_m \sin(2mt)) \sin(mx)$$

*Verificando-se*

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \sum_{m\geq 1} (-A_m 2m \sin(2mt) + B_m 2m \cos(2mt)) \sin(mx)$$

*Como* $u(x,0) = \sum A_m \sin(mx)$, *se* $u(x,0) = \sum_{m\geq 1} \frac{1}{m^4} \sin(mx)$ *obtemos* $A_m = \frac{1}{m^4}$.

*Por outro lado, como* $\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \sum_{m\geq 1} B_m 2m \sin(mx)$, *a condição*

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \sum_{m\geq 1} \frac{1}{m!} \sin(mx)$$

*implica* $2mB_m = \frac{1}{m!}$ *donde* $B_m = \frac{1}{m!2m}$. *Em resumo, a solução formal do problema é*

$$u(x,t) = \sum_{m\geq 1} \left( \frac{1}{m^4} \cos(2mt) + \frac{1}{m!2m} \sin(2mt) \right) \sin(mx)$$

2. *(1 valores)*

   Pergunta surpresa