

Introdução aos Sistemas Dinâmicos

ELEMENTOS DE TEORIA DAS BIFURCAÇÕES

1. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^2 + x - 2ax$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.
 - (a) Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
 - (b) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_a .
2. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^2 + a$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$. Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
3. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^3 - ax$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$. Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
4. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = ax(1 - x)$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a > 0$.
 - (a) Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
 - (b) Mostre que ocorre uma bifurcação de tipo duplicação do período, para $a_0 = 3$.