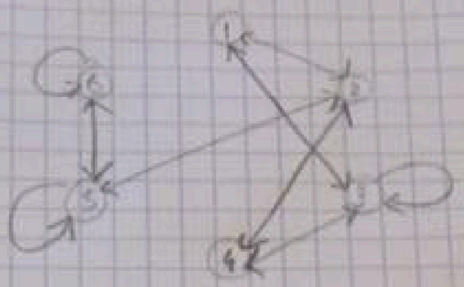
[illegible]

1)

1.1)



1.2)

$f_1(0,0)=0$ $\qquad$ $f_1(0,1)=0$

$f_1(1,0)=0$ $\qquad$ $f_1(1,1)=1$

$f_2(0,0,0)=0$ $\qquad$ $f_2(0,0,1)=0$

$f_2(0,1,0)=0$ $\qquad$ $f_2(0,1,1)=0$

$f_2(1,0,0)=0$ $\qquad$ $f_2(1,0,1)=1$

$f_2(1,1,0)=1$ $\qquad$ $f_2(1,1,1)=1$

$f_3(0,0,0)=0$ $\qquad$ $f_3(0,0,1)=0$

$f_3(0,1,0)=0$ $\qquad$ $f_3(0,1,1)=0$

$f_3(1,0,0)=0$ $\qquad$ $f_3(1,0,1)=0$

$f_3(1,1,0)=0$ $\qquad$ $f_3(1,1,1)=1$

$f_4(0,0)=0$ $\qquad$ $f_4(0,1)=0$

$f_4(1,0)=0$ $\qquad$ $f_4(1,1)=1$

$f_5(0,0,0)=0$ $\qquad$ $f_5(0,0,1)=0$

$f_5(0,1,0)=0$ $\qquad$ $f_5(0,1,1)=0$

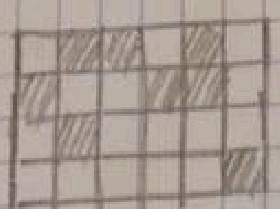
$f_5(1,0,0)=0$ $\qquad$ $f_5(1,0,1)=1$

$f_5(1,1,0)=1$ $\qquad$ $f_5(1,1,1)=1$

$f_6(0,0)=1$ $\qquad$ $f_6(0,1)=1$

$f_6(1,0)=0$ $\qquad$ $f_6(1,1)=1$

1.3) Diagrama [illegible]



$t=0$, 011010

$t=1$, 100110

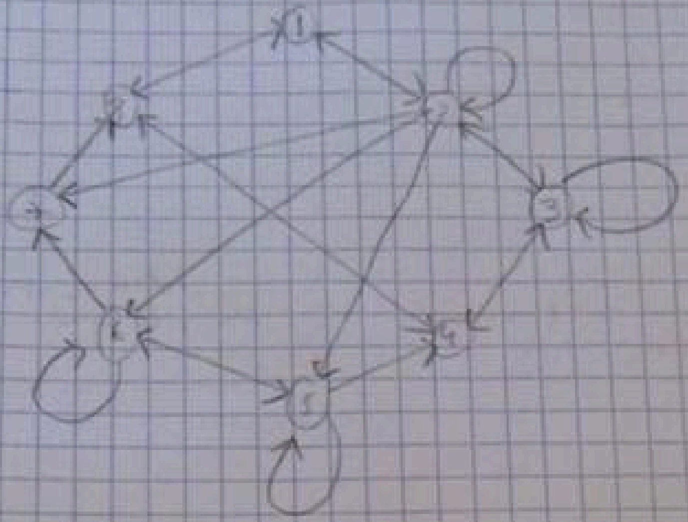
$t=2$, 010000

$t=3$, 000001

1.4) [illegible] C = 111111

[illegible] C = 000000, C = 000001, ..., C = 111111

2)
2.1)



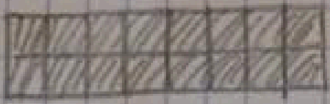
2.2) Sejam C_0 e C_1 as configurações homogéneas do sistema.

Para C_0 = 0000 0000

t=0 , 0000 0000
t=1 , 0000 0000

Logo, C_0 é ponto fixo da dinâmica

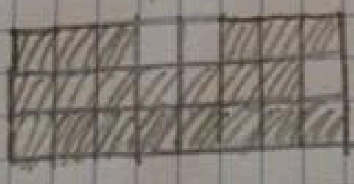
Para C_1 = 1111 1111



t=0 , 1111 1111
t=1 , 1111 1111

Logo, C_1 é ponto fixo da dinâmica

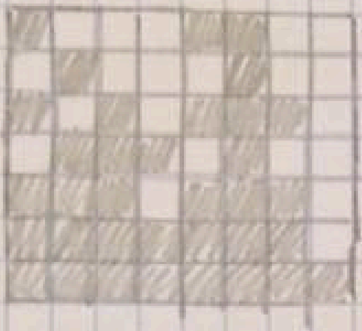
2.3) Diagrama espaço-tempo



t=0 , 111 00 111
t=1 , 1111 1110
t=2 , 1111 1111 → C_1

Como podemos observar, a dinâmica do sistema, a partir da configuração inicial C = 111 00 111, acaba no ponto atractor que é dado pela configuração homogénea C_1

2.4) Desenvolvido para o teste



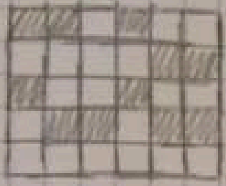
3) Consideremos um sistema com N elementos. Este sistema possui 2^N configurações distintas. Para $t > 2^N$ o sistema irá ter de repetir uma das suas configurações. Ou seja, o padrão do sistema é assintoticamente periódico.

4)

4.1) Representação tabular: $N = 146 = (10010010)_2$

$\phi(0,0,0) = 0$ $\phi(0,0,1) = 1$
$\phi(0,1,0) = 0$ $\phi(0,1,1) = 0$
$\phi(1,0,0) = 1$ $\phi(1,0,1) = 0$
$\phi(1,1,0) = 0$ $\phi(1,1,1) = 1$

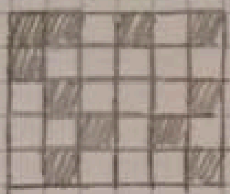
Diagrama espaço-tempo:



$C = 110100$
$\phi(C) = 000011$
$\phi^2(C) = 100100$
$\phi^3(C) = 011011$
$\phi^4(C) = 000000 = C_0$

Logo, $C = 110100$ pertence à bacia de atração da configuração homogénea C_0.

4.2) Diagrama espaço-tempo:



$C = 110101$
$\phi(C) = 100000$
$\phi^2(C) = 010001$
$\phi^3(C) = 001010$
$\phi^4(C) = 010001$

Como se pode observar, a dinâmica a partir da configuração inicial $C = 110101$ termina no 2-ciclo atrator constituído pelas configurações 010001 e 001010.

5) Demonstrando [illegible] para cada [illegible]. [illegible]
$C = 000000$, $C = 000001$, ..., $C = 111111$

6)

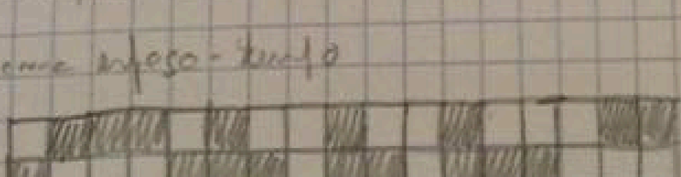
6.1) Uma vez que $53 = (d_7 d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0)_2 = (00110101)_2$, então
$\phi(0,1,0) = d_2 = 1$

6.2) Sejam C_0 e C_1 as configurações homogéneas do sistema.
Como $d_0 = 1$, temos que $\phi(C_0) = C_1$.
Da outra parte, como $d_7 = 0$ temos que $\phi(C_1) = C_0$. Assim, podemos concluir que as configurações homogéneas formam um 2-ciclo de ϕ.

6.3) Representação tabular:

$\phi(0,0,0) = 1$ $\phi(0,0,1) = 0$
$\phi(0,1,0) = 1$ $\phi(0,1,1) = 0$
$\phi(1,0,0) = 1$ $\phi(1,0,1) = 1$
$\phi(1,1,0) = 0$ $\phi(1,1,1) = 0$

Diagrama espaço-tempo



$C = 0111010010100011$ [illegible]
$\phi(C) = 1000111101110111000$ [illegible]
$\phi^2(C) = 1110000100100111$ [illegible]

7)

7.1) Uma vez que $238 = (11101110)_2 = (d_7 d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0)$, então $\phi(1,0,1) = d_5 = 1$

7.2) Sejam c_0, c_1 as configurações homogéneas do sistema.
Como $d_0 = 0$, temos que $\phi(c_0) = c_0$. Logo, c_0 é um ponto fixo da dinâmica.
Como $d_7 = 1$, temos que $\phi(c_1) = c_1$. Logo, c_1 é um ponto fixo da dinâmica.

7.3) Representação tabular:

$\phi(0,0,0) = 0$ $\quad$ $\phi(0,0,1) = 1$

$\phi(0,1,0) = 1$ $\quad$ $\phi(0,1,1) = 1$

$\phi(1,0,0) = 0$ $\quad$ $\phi(1,0,1) = 1$

$\phi(1,1,0) = 1$ $\quad$ $\phi(1,1,1) = 1$

Diagrama espaço-tempo:

$c = 00101101110011$

$\phi(c) = 01111111110111$

$\phi^2(c) = 11111111111111$

1)

1.1) Como sabemos que $90 = (d_7 d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0)_2 = (1011010)_2$, temos a seguinte especificação tabelar:

$\phi(0,0,0) = 1$ $\phi(0,0,1) = 0$

$\phi(0,1,0) = 0$ $\phi(0,1,1) = 1$

$\phi(1,0,0) = 0$ $\phi(1,0,1) = 0$

$\phi(1,1,0) = 1$ $\phi(1,1,1) = 1$

1.2) Diagrama espaço-tempo

$C = 01001100$

$\phi(C) = 00001101$

$\phi^2(C) = 01101100$

$\phi^3(C) = 01101101$

$\phi^4(C) = 01101100$

Como se pode observar, a dinâmica do sistema, a partir da configuração inicial $C = 01001100$, acaba por ir alternando entre as configurações 01101100 e 01101101.

2)

2.1) Seja $\phi(x,y,z) = (\neg(x \vee y) \vee z)$. Temos

$d_0 = \phi(0,0,0) = 1$ $d_1 = \phi(0,0,1) = 1$

$d_2 = \phi(0,1,0) = 0$ $d_3 = \phi(0,1,1) = 1$

$d_4 = \phi(1,0,0) = 0$ $d_5 = \phi(1,0,1) = 1$

$d_6 = \phi(1,1,0) = 0$ $d_7 = \phi(1,1,1) = 1$

Sabe-se, por definição, que o código de Wolfram de ϕ é dado por $N_\phi = (d_7 d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0) = (10101011)_2 = 171$

2.2) Como $d_7 = 1$ então $\phi(C_1) = C_1$. Então, C_1 é um ponto fixo da dinâmica.

3)

3.1) Se $\phi(C_0) = C_0$, então $d_0 = \phi(0,0,0) = 0$. Como sabemos que por definição $N_\phi = (d_7 d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0)_2$, então N_ϕ é um número par.

Se N_ϕ é um número par, então $d_0 = \phi(0,0,0) = 0$, logo $\phi(C_0) = C_0$.

Logo, C_0 é um ponto fixo da dinâmica se e só se N_ϕ for par.

3.2) Como N_ϕ é ímpar temos que $d_0 = \phi(0,0,0) = 1$.

Se $d_7 = \phi(1,1,1) = 1$, temos que $\phi(C_1) = C_1$, ou seja, C_1 é um ponto fixo da dinâmica e C_0 um ponto eventualmente fixo. Caso contrário, se $d_7 = \phi(1,1,1) = 0$, temos que $\phi(C_1) = C_0$ e as duas configurações homogéneas [illegible] formam um 2-ciclo atrator.