



Nome

Número

**Todas as respostas devem ser justificadas. Responda ao exercício 7 nesta folha.**

Exercício 1. [4 valores] Calcule as seguintes primitivas:

a)  $\int \left( e^{2x} + \frac{1}{(x+1)^2} + \operatorname{ch}(5x) \right) dx;$

b)  $\int \frac{1 + \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx.$

Exercício 2. [2 valores] Calcule apenas uma das seguintes primitivas:

a)  $\int (x^2 + 1) \ln(2x) dx;$

b)  $\int \frac{8x^2 - 10x}{(x^2 - 1)(x - 2)} dx.$

Exercício 3. [2 valores] Determine o valor do integral  $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - x^2} dx.$

Exercício 4. [3 valores] Considere a região  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq -|x| + 5 \wedge y \geq \frac{1}{2}(x - 1)^2\}.$

a) Apresente um esboço gráfico da região  $D.$

b) Calcule a área de  $D.$

Exercício 5. [2 valores] Determine o comprimento da curva de equação  $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$  entre os pontos de abscissa 1 e  $e^2$ .

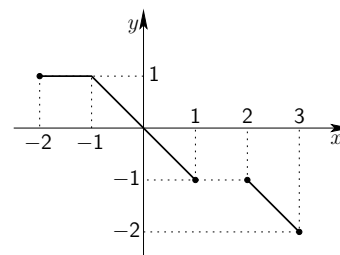
Exercício 6. [2 valores] Considere a função definida por  $f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x e^{-t^2} dt, x \in \mathbb{R}^+.$

a) Verifique que  $f(\frac{1}{x}) = -f(x), x \in \mathbb{R}^+,$  e estude o sinal de  $f.$

b) Justifique que  $f$  é derivável e calcule  $f'.$

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Exercício 7. [5 valores] Considere a função  $f : [-2, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  cujo gráfico está representado na figura.



a) Determine  $\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$ .

b) Determine  $a \in [-2, 1]$  tal que  $\int_{-2}^a f(x) dx = \frac{5}{4}$ .

c) Defina uma função  $g : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  que prolongue a função  $f$  e tal que  $\int_{-2}^3 g(x) dx = 0$ .

d) Defina uma função contínua  $h : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  que prolongue a função  $f$  e tal que o comprimento da curva que constitui o gráfico da função seja  $1 + 3\sqrt{2} + \frac{\pi}{2}$ .

e) Considere a função  $F : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ . Indique qual dos gráficos seguintes é o gráfico de  $F$ .

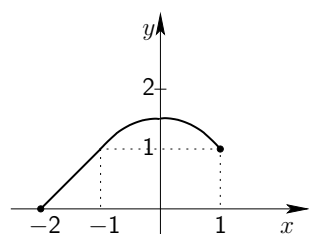


Gráfico 1

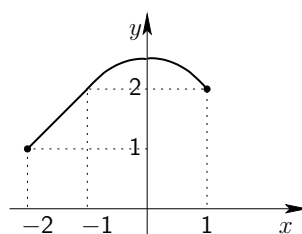


Gráfico 2

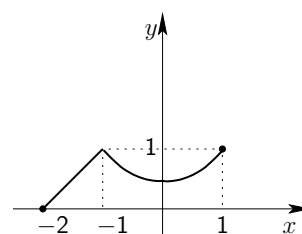


Gráfico 3