Cálculo I | LEI

Teste 1A | 8 de Novembro de 2006

Nome ______________________________ Número __________

1. Seja $C = A \cup B$, onde A e B são dados por

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 2 < | x - 1 | \leq 3\} \quad \text{e} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : | 3x + 6 | = 9\} .$$

   (a) Verifique que $C = \{-5, 1\} \cup [-2, -1[\cup]3, 4]$.

   (b) Determine o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes, o supremo e o ínfimo do conjunto C.

   (c) Diga, justificando, se C é aberto ou fechado.

   (d) Determine a fronteira, o derivado e o conjunto dos pontos isolados de C.

2. Diga, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa: se D é um subconjunto de $\mathbb{R}$ e $f \colon D \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua que assume os valores 1 e 3, então f também assume o valor 2.

3. Determine $\displaystyle \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{x} \right)$.

Cálculo I LEI

Teste 1B 8 de Novembro de 2006

Nome ______________________________ Número __________

1. Seja $D = \{x \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q} : |x| < 1\} \cup \{x \in \mathbb{Q} : 0 \leq x < \pi\}$.

   (a) Determine o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes, o supremo e o ínfimo do conjunto D.

   (b) Diga, justificando, se D é fechado ou aberto.

   (c) Apresente, quando possível, pontos a e b tais que

$$a \in D \;\text{ mas }\; a \notin \operatorname{fr} D \quad \text{e} \quad b \in D' \;\text{ mas }\; b \notin D\,.$$

2. Dê exemplo ou justifique porque não existe uma função contínua $f : [0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f([0,2]) = \{1,2\}$.

3. Determine $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{x \cos x - \operatorname{sen} x}{x^2}$.

Cálculo I LEI

Teste 1C 8 de Novembro de 2006

Nome ______________________ Número ________

1. Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \, |x+3| = |2x| \} \quad \text{e} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \, x > 0 \wedge |2x+1| \leq 5 \} .$$

   (a) Mostre que $A \cup B = \,]0,2] \, \cup \{-1,3\}$.

   (b) Determine o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes, o supremo e o ínfimo de $A \cup B$.

   (c) Determine $\operatorname{int}(A \cup B)$, $\overline{A \cup B}$, $\operatorname{fr}(A \cup B)$, $(A \cup B)'$ e o conjunto dos pontos isolados de $A \cup B$.

2. Dê exemplo ou justifique porque não existe uma função contínua $f : [0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ que assume os valores 1 e π mas não assume o valor 2.

3. Determine $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x - x}{x \operatorname{sen} x}$.

Cálculo I LEI

Teste 1D 8 de Novembro de 2006

Nome ______________________________ Número ________

1. Seja $R = P \cup Q$, onde

$$P = \{x \in \mathbb{R} : \; |2x+1| = 5\} \quad \text{e} \quad Q = \{x \in \mathbb{R} : \; x \geq 0 \;\wedge\; |x+4| \geq 6\}.$$

   (a) Verifique que $R = \{-3\} \cup [2, +\infty[$.

   (b) Determine o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes e, se existirem, o supremo e o ínfimo do conjunto R.

   (c) Apresente, quando possível, pontos a, b e c tais que

$$a \in R \;\text{ mas }\; a \notin \operatorname{int} R, \quad b \in \overline{R} \;\text{ mas }\; b \notin \operatorname{fr} R \quad \text{e} \quad c \in R \;\text{ mas }\; c \notin R'.$$

2. Dê exemplo ou justifique porque não existem funções contínuas $f, g \colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tais que $g \circ f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \mathbb{Q}, \\ 2 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$

3. Determine $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x + \cos x - e^x}{x^2}$.