



Exercício 5.1 Determine equações da reta normal e do plano tangente a cada uma das superfícies dadas, no ponto indicado:

- a) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$, $(1, 1, 1)$;
- b) $xyz^2 = 1$, $(1, 1, 1)$;
- c) $z = x^2 + 3y^3 + \sin(xy)$, $(1, 0, 1)$;
- d) $e^{xyz} = 1$, $(1, 1, 0)$.

Exercício 5.2 Considere a superfície de nível $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^3 + xyz = 12\}$.

- a) Determine equações da reta normal e do plano tangente a \mathcal{S} no ponto $(2, 2, 1)$.
- b) Verifique se a reta encontrada na alínea anterior intersecta o eixo Oz .

Exercício 5.3 Sejam $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ e $A = (-1, 0)$.
 $(x, y) \longmapsto x - y^2$

- a) Determine e represente graficamente a curva de nível de f que passa em A .
- b) Calcule o vetor $\nabla f(A)$; coloque no esboço efetuada na alínea anterior, um representante de $\nabla f(A)$ com origem em A .
- c) Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de f em $(A, f(A))$.

Exercício 5.4 Determine os pontos da curva de equação $x(x^2 + y^2) + 9x^2 + y^2 = 0$ cuja reta tangente é horizontal ou vertical.

Exercício 5.5 Determine os pontos da elipse $2x^2 + y^2 = 1$ cuja reta tangente passa pelo ponto $(1, 1)$.

Exercício 5.6 Determine os pontos da curva $x^2 + y^2 - 2x + xy = 0$ cuja reta normal é paralela à reta $y = x$.

Exercício 5.7 Determine os planos tangentes à esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ que contêm a reta de equação $\begin{cases} x = 5 - z, \\ y = -5 + 2z. \end{cases}$

Exercício 5.8 Determine o ângulo de inclinação do plano tangente ao elipsoide definido por

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{3} = 1$$

no ponto de coordenadas $(2, 2, 1)$.