



Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Licenciatura em Engenharia Informática
Elementos de Engenharia de Sistemas 2009/10

Exercícios de Filas de Espera

Filipe Pereira e Alvelos

falvelos@dps.uminho.pt

Departamento de Produção e Sistemas

Versão 03: 02 de Novembro de 2009

ÍNDICE

1 Caracterização de um sistema	2
2 Barbearia	2
3 Serviço de urgência	3
4 Reparação de máquinas	3
5 Folha de cálculo	3
6 Impressora(s) de rede	4
7 Cais de carga	4
8 Eleições	5
9 Serviços académicos	5
10 Loja de fotocópias	6
11 Máquina de café	6

1 Caracterização de um sistema

Descreva sucintamente um sistema que possa ser analisado através de um modelo de filas de espera, explicitando a que correspondem os clientes, o serviço e os servidores. Preencha a tabela que se apresenta de seguida.

Fonte	Número de fontes	?
	Clientes	?
	Dimensão da população	?
	Dimensão da chegada	?
	Controlo das chegadas	?
	Padrão das chegadas	?
	Taxa de chegada	?
	Atitude dos clientes	?
Fila	Número	?
	Capacidade	?
	Disciplina	?
Serviço	Configuração	?
	Dimensão	?
	Padrão do serviço	?
	Taxa de serviço	?

2 Barbearia

Uma determinada barbearia tem dois funcionários, duas cadeiras para quem está a cortar o cabelo e mais duas para quem está à espera. As probabilidades de estarem exactamente n clientes ($n=0,1,...,4$) na barbearia são $\pi_0 = 1/16$, $\pi_1 = 1/4$, $\pi_2 = 3/8$, $\pi_3 = 1/4$ e $\pi_4 = 1/16$.

- Determine L , L_q e L_s e explicita os seus significados no contexto do problema apresentado.
- Em média, entram na barbearia quatro clientes (que são efectivamente atendidos) por hora. Determine W e W_q e explicita os seus significados no contexto do problema apresentado.
- Qual a duração média de um corte de cabelo (assumindo que ambos os barbeiros cortam cabelos à mesma velocidade)?

3 Serviço de urgência

Num turno de um serviço de urgência de um hospital existe uma equipa de triagem dos doentes. Em média, chegam 2 pessoas por hora e, em média, demoram 12 minutos a ser observadas. Consideram-se aceitáveis os pressupostos de que o tempo entre duas chegadas consecutivas à urgência e o tempo de observação seguem uma distribuição exponencial negativa.

a) Em média, quantas pessoas estão à espera para serem observadas?

b) E se houver duas equipas de triagem?

4 Reparação de máquinas

Numa fábrica existe um técnico que é responsável pela reparação das máquinas. O tempo médio entre duas avarias consecutivas é de 10 horas e o tempo médio de reparação de uma avaria é de 1 hora. Consideram-se aceitáveis os pressupostos de que o tempo médio entre duas avarias consecutivas e o tempo de reparação seguem uma distribuição exponencial negativa.

Em média, quanto tempo fica uma máquina à espera do início da reparação? E no caso de ser contratado mais um técnico que trabalhe independentemente do primeiro?

5 Folha de cálculo

Construa uma folha de cálculo que lhe permita obter as principais medidas de desempenho para filas de espera $M/M/1$ e $M/M/s$ em função da taxa de chegada, taxa de serviço e número de servidores.

6 Impressora(s) de rede

Numa determinada empresa é utilizada uma impressora ligada em rede que recebe, em média, 10 pedidos de impressão de documentos por hora. A impressora pode imprimir, em média, 15 documentos/hora. Assumindo que pode representar o sistema através de uma fila de espera de Markov, compare a situação actual com a possibilidade de colocar três impressoras em paralelo, cada uma com uma taxa de impressão de 5 documentos/hora. Baseie a sua comparação na probabilidade de um utilizador ter de esperar para o seu documento começar a ser impresso e no tempo médio de impressão de um documento (desde que é feito o pedido até que o documento está pronto).

7 Cais de carga

Um armazém de uma empresa tem um cais de carga onde uma equipa de três pessoas carrega os camiões que vão chegando. Com frequência se observa camiões aguardando durante bastante tempo para serem carregados e, por outras vezes, é a equipa que está desocupada. Para tentar melhorar a situação foi realizado um estudo prévio, concluindo-se que o sistema de carregamento em curso no armazém é do tipo $M/M/1$ com $\lambda=4$ camiões/hora e $\mu=6$ camiões/hora.

O custo horário de um camião é de 20€ e o custo de cada elemento duma equipa é de 5€/hora.

- a)** Valerá a pena acrescentar mais uma ou mesmo duas equipas para diminuir o custo total? Note-se que, mesmo com mais de uma equipa, só um camião é atendido de cada vez.
- b)** Outra alternativa é manter apenas uma equipa no cais de carga actual e abrir um segundo cais de carga onde trabalhará outra equipa, permitindo assim que dois camiões sejam carregados simultaneamente. Compare esta alternativa com as da alínea anterior.

8 Eleições

Considere a preparação da realização de um acto eleitoral numa Mesa de Voto. De acordo com o número de eleitores e com o histórico das eleições no mesmo local, estimou-se que chegará um eleitor em cada 8 minutos à Mesa de Voto e que, em média, um eleitor demorará 5 minutos a votar. Considere ainda que o pressuposto de se tratar de um sistema de filas de espera de Markov é aceitável.

- a)** Qual a percentagem de pessoas que esperarão mais de 5 minutos na fila?
- b)** Qual o ganho em termos de tempo médio no sistema, se forem colocadas duas mesas de voto com fila única? E se forem colocadas duas mesas de voto com filas independentes?
- c)** É possível determinar o número médio de clientes na fila num sistema de filas de espera $M/M/1$ com $\rho=2$? Justifique sucintamente.

9 Serviços académicos

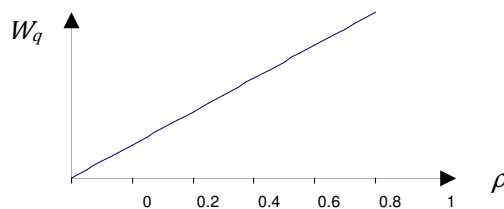
Um funcionário dos Serviços Académicos de uma Universidade está encarregue de atender todos os alunos de pós-graduação dessa Universidade. Estima-se que chega um aluno em cada 25 minutos e que, em média, o seu atendimento demora 10 minutos. Considere que o pressuposto de se tratar de um sistema de filas de espera de Markov é aceitável.

- a)** Qual a probabilidade de estarem dois ou mais alunos à espera de serem atendidos?
- b)** Considerando que o Serviço passa a contar com dois funcionários, qual a percentagem de tempo que um aluno passa à espera de ser atendido em relação ao tempo desde que entra nos Serviços Académicos até que sai?
- c)** “Num sistema de filas de espera $M/M/2$ com disciplina FIFO, um cliente que chega antes de outro sai do sistema sempre mais cedo.” Indique a veracidade da afirmação anterior, justificando sucintamente.

10 Loja de fotocópias

Um loja de fotocópias tem um funcionário e uma máquina fotocopidora. Estima-se que, em média, chega um cliente em cada 20 minutos e que, em média, o seu atendimento demora 10 minutos. Considere que o pressuposto de se tratar de um sistema de filas de espera de Markov é aceitável.

- a)** Qual a probabilidade de estarem três ou mais clientes à espera de serem atendidos?
- b)** Qual a percentagem de pessoas que esperarão mais de 5 minutos na fila?
- c)** Qual o número médio de clientes na fila?
- d)** Corresponderá o gráfico seguinte ao tempo médio na fila em função da intensidade de tráfego numa fila de espera M/M/1? Justifique sucintamente.



11 Máquina de café

O tempo entre-chegadas a uma determinada máquina de café segue uma distribuição exponencial negativa, sendo que, em média, 30 pessoas por hora pretendem utilizá-la. A máquina de café demora exactamente 75 segundos a preparar cada café.

- a)** Sabendo que, para uma fila de espera M/D/1, $L_q = \rho^2 / (2 (1-\rho))$, determine os valores de L , W_q e W .
- b)** Considere agora que é uma pessoa a servir os cafés. Considere que o tempo médio de serviço é igualmente de 75 segundos, mas segue uma distribuição exponencial negativa.
- c)** Compare os resultados obtidos nas duas alíneas anteriores.