

Nota: *Justifique adequadamente cada uma das suas respostas.*

1. Seja $X = \{0, 1\}$ e seja $G \subseteq X^*$ o conjunto gerado pela seguinte definição indutiva:

$$\frac{}{1 \in G} \quad (i) \qquad \frac{u \in G}{00u \in G} \quad (ii) \qquad \frac{u \in G}{u1 \in G} \quad (iii)$$

- Construa uma árvore de formação do elemento 0011 de G .
- A definição indutiva de G é determinista?
- Enuncie o Teorema de Indução Estrutural para G .
- Seja $f : X^* \rightarrow X^*$ a função definida, para cada $u \in X^*$, por $f(u) = 0u$. Diga se G é fechado para f .

2. Considere $f : \mathcal{F}^{CP} \rightarrow \{0, 1\}$ a função definida recursivamente por:

$$\begin{array}{ll} (i) & f(p_i) = 0 \quad (i \in \mathbb{N}_0). \\ (ii) & f(\perp) = 0. \\ (iii) & f(\neg\varphi) = f(\varphi)^2. \\ (iv) & f(\varphi \square \psi) = f(\varphi) \times f(\psi) \quad (\square \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}). \end{array}$$

- Verifique que $f(\neg(\neg p_3 \rightarrow \perp)) = 0$.
- Prove por indução estrutural que, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, $f(\varphi) = 0$.
- Diga se f é uma valoração.

3. Seja φ a seguinte fórmula do Cálculo Proposicional:

$$\varphi = (p_0 \rightarrow \perp) \vee (p_1 \leftrightarrow \neg p_2).$$

- Dê exemplo de uma forma normal conjuntiva logicamente equivalente a φ .
- Diga se $\varphi[(p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2)/p_0]$ é uma tautologia.
- Verifique se $\neg(p_1 \wedge p_2)$ é consequência semântica de $\{\varphi, p_0\}$.

4. Considere as seguintes proposições:

- João gosta de computadores mas não usa óculos.
- Se João gosta de computadores, então usa óculos se e só se é engenheiro.
- João não é engenheiro ou usa óculos.

- Exprima as afirmações anteriores através de fórmulas do Cálculo Proposicional, utilizando variáveis proposicionais para representar as frases atômicas.
- Diga se as três proposições acima podem ser simultaneamente verdadeiras.

5. Sejam $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$ e $\Gamma \subseteq \mathcal{F}^{CP}$. Diga se as afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas:

- Se Γ é consistente e $\Gamma \models \varphi$, então φ não é uma contradição.
- $p_0 \vee \neg p_0 \models \varphi$ se e só se φ é uma tautologia.
- Se $\Gamma, p_0 \rightarrow p_2 \models p_0 \wedge p_2$, então Γ é inconsistente.

Cotações

1.	2.	3.	4.	5.
1+1+1+1	1+2+1	1,5+1,5+1,5	1,5+1,5	1,5+1,5+1,5