TESTE MATLAB

MIEI - 2015/2016 – Métodos Numéricos e Otimização Não Linear

dezembro de 2015 – Duração 2h – **5 Valores** (A1)

Nome:______________________________ Número:__________

Nome:______________________________ Número:__________

1. A tabela seguinte fornece informação sobre o número de acidentes de viação nos dias de um mês, numa dada região, onde **A** representa o dia em questão e **B** o número de acidentes.

A	1	3	4	7	9	10	11
B	8	10	10	13	18	20	26

a) **[0.25 valores]** Pretende estimar-se o número de acidentes de viação no dia 8, utilizando um polinómio interpolador de Newton de grau 3.

Construa o polinómio: $p_3(x) =$

Comandos:

$B(8) \approx$

Comandos:

b) **[0.5 valores]** Pretende estimar-se o número de acidentes de viação usando a técnica dos Mínimos Quadrados. Utilizando a tabela, calcule o modelo do tipo $M(x) = c_1 \ln(x) + c_2\, sen(x) + c_3 x^2$ que faça prever o número de acidentes em função do dia. Utilize o vetor $(1, 1, 1)$ para aproximação inicial aos parâmetros. (NOTA: A função $\ln(x)$ em MATLAB é $\log(x)$.)

Modelo: $M(x) =$

Avaliação do modelo

`function`

Comandos:

2. **[0.5 valores]** Considere-se a seguinte tabela de valores obtidos experimentalmente

x_i	1	2	3	5	7	9
f_i	1	3	2	12	21	6

Apresente os resultados com 6 casas decimais.

a) Estime o valor de $f(7.5)$ usando uma *spline* cúbica.

$f(7.5) \approx$

Comandos:

b) Escreva a expressão do segmento a que pertence $x = 7.5$.

$s_3^{5}(x) =$

Comandos:

c) Estime o valor de $f(7.5)$ usando uma *spline* cúbica completa.

$f(7.5) \approx$

Comandos:

3. **[0.25 valores]** Calcule uma aproximação à solução do integral com uma precisão de 10^{-10}

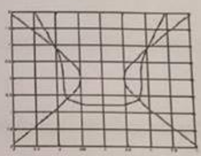
$$\int_{0.1}^{1} \frac{\ln(x)}{1+x}\,dx.$$

$\int_{0.1}^{1} \frac{\ln(x)}{1+x}dx \approx$ (com 10 casas decimais)

```
function
```

Comandos:

4. **[0.75 valores]** As curvas representadas na figura



têm as seguintes equações:

$$\begin{cases} (x^6 - y^3 - 0.5)e^{-x^2-y^2} = 0 \\ 20(x^2 - y^2) = 5 \end{cases}$$

Calcule a solução do primeiro quadrante usando a aproximação inicial $(1.5, 0.5)$, Tol $TolFun = 10^{-5}$. **Não forneça as derivadas das funções.**

(solução com 10 casas decimais)
$x^* \approx$ $y^* \approx$

Número de cálculos da função:

```
function
```

Comandos:

O processo convergiu? Justifique.

5. **[0.5 valores]** Se a e b forem os lados de um triângulo e α o ângulo formado por estes dois lados, a área é calculada por

$$A = \frac{absen(\alpha)}{2}.$$

Para uma área de 10 cm^2, e supondo que $\alpha = b/2$ e $a = 10$ cm, é expectável que a solução estej próxima de 5.

Utilize as seguintes opções: TolX=10^{-12}, TolFun=10^{-12}.

Aproximação à solução b (6 casas decimais):

```
function
```

Comandos:

Número de iterações: Número de cálculos de função:

O processo convergiu? Justifique.

6. **[0.75 valores]** Dada a função f de $\mathbb{R}^2$ diferenciável definida por

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3\cos(3\pi x_1) - 0.4\cos(4\pi x_2) + 0.7.$$

Calcule o seu mínimo usando o método de quasi-Newton (versão DFP)

a) sem fornecer derivadas, com a aproximação inicial $x^{(1)} = (1,1)^T$;

i. Qual é o mínimo da função?

$f_{\min} =$

ii. Quantas iterações e cálculos de função foram necessários?

Iterações = Cálculos de função =

b) fornecendo as primeiras derivadas com a mesma aproximação da alínea anterior;

i. Qual é o mínimo da função?

$f_{\min} =$

ii. Quantas iterações e cálculos de função foram necessários?

Iterações = Cálculos de função =

```
function
```

Comandos:

7. **[0.75 valores]** Considere o seguinte problema não diferenciável

$$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) \equiv \max_{1\leq i\leq 21} (u_i(x)^2) - \max_{1\leq i\leq 21} |u_i(x)|$$

em que $u_i = x_4 - (x_1 t_i^2 + x_2 t_i + x_3)^2 - \sqrt{t_i}$, $i = 1, \ldots, 21$. A partir da aproximação inicial a solução, usando o método do simplex de Nelder-Mead e considerando:

a) os seguintes parâmetros $t_i = 0.25 + 0.75(i-1)/20$, $i = 1, \ldots, 21$.

i. Qual é o mínimo da função?

$f_{\min} =$

ii. Quantas iterações e cálculos de função foram necessários?

Iterações = Cálculos de função =

b) Repita o processo, mas agora considerando o seguintes parâmetros $t_i = 0.2i$, $i = 1, \ldots, 21$, e os valores iniciais $x_i = 10$, $i = 1, \ldots, 4$.

i. Qual é o mínimo da função?

$f_{\min} =$

ii. Quantas iterações e cálculos de função foram necessários?

Iterações = Cálculos de função =

```
function
```

Comandos:

8. **[0.75 valores]** Resolva o problema de optimização com restrições

$$\min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) \equiv (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 3)^2 + (x_4 - 4)^2,$$

sujeito a

$$\begin{array}{ll} x_1 - 2 & = 0 \\ x_3^2 + x_4^2 & = 2 \\ -10 \leq x_i \leq 5, i = 1, \ldots, 4 & \end{array}$$

Para iniciar o processo iterativo, considere $x^1 = (1, 1, 1, 1)^T$.

i. Qual é o mínimo da função? Qual o minimizante?

$f_{\min} =$ $x^* \approx$

ii. Quantas iterações e cálculos de função foram necessários?

Iterações = Cálculos de função =

```
function(s)
```

Comandos: