

2º Trabalho de Grupo de Análise TP4 - 11 Mar

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

---

Apresente todos os cálculos que efectuar

1. Considere a seguinte função de duas variáveis  $f(x, y) = \ln |x - y^2|$ :
  - (a) Identifique o contradomínio da função  $f$ ;
  - (b) Apresente um diagrama de nível da função  $f$ ;
  - (c) Partindo da posição  $(1, 0)$ , apresente um vector que indique uma direcção e sentido em que  $f$  seja crescente;
  - (d) Partindo da posição  $(1, 0)$ , apresente um vector que indique uma direcção e sentido em que  $f$  seja decrescente.
2. Considere a função  $g(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .
  - (a) Determine o domínio da função  $g$ ;
  - (b) Identifique as superfícies de nível da função  $g$ .

1

$$f(x, y) = \ln |x - y^2|$$

a) Contradomínio de  $f$ :  $\mathbb{R}$

b) Para  $k \in \mathbb{R}$ , tem-se  $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq y^2 \text{ e } \ln |x - y^2| = k\}$

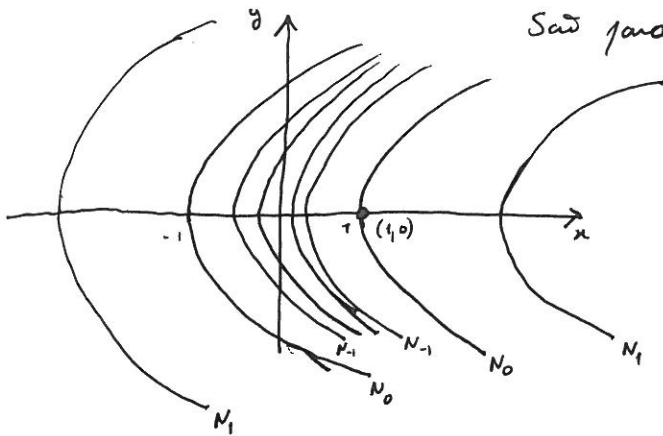
$$\ln |x - y^2| = k \Leftrightarrow |x - y^2| = e^k$$

$$\Leftrightarrow x - y^2 = e^k \text{ ou } x - y^2 = -e^k$$

$$\Leftrightarrow x = y^2 + e^k \text{ ou } x = y^2 - e^k$$



São parabolas



c) Por exemplo o vector  $\vec{n} = (1, 0)$

d) Por exemplo o vector  $\vec{n} = (-1, 0)$

2

$$g(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

a) Domínio de  $g$ :  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 0\} = \mathbb{R}^3$

b) Para  $k \in \mathbb{R}$

$$N_k = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = k\} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = k^2\}$$

• Se  $k < 0$ , então  $N_k = \emptyset$

• Se  $k = 0$ , então  $N_k = \{(0, 0, 0)\}$

• Se  $k > 0$ , então  $N_k = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = k^2\} \Leftarrow$  esfera de centro  $(0, 0, 0)$  e raio  $k$ .