



Universidade do Minho
Escola de Ciências
Departamento de Matemática
e Aplicações

Cálculo II

Prova Escrita 1

Eng. Informática

24/04/20010

[2h]

Nome

Número

Justifique convenientemente todas as respostas.

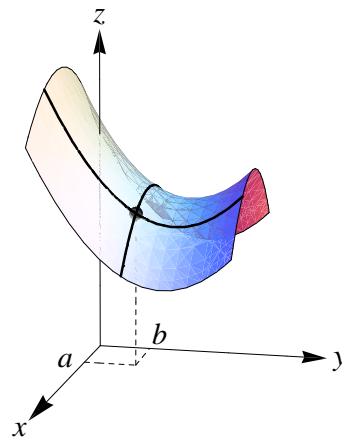
Exercício 1. Os gráficos das funções $f(x, y) = \sin(xy)$ e $g(x, y) = \sin(xy) + 2$ alguma vez se intersectam?

Exercício 2. Sejam $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 < x < 2 \wedge -2 < y < 2\}$ e $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$.
 $(x, y) \longmapsto e^{-2x^2 - y^2}$

Defina as linhas de nível de f que correspondem às cotas -1 , 1 e $\frac{1}{e^2}$ e represente-as graficamente.

Exercício 3. Calcule, se existir, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{10xy}{2x^2 + 3y^2}$.

Exercício 4. Seja f a função, real de duas variáveis reais, cujo gráfico é apresentado na figura, onde está também assinalado o ponto de coordenadas $(a, b, f(a, b))$. Indique o sinal de $\frac{\partial f}{\partial x}(a, b)$.



Exercício 5. Sejam h a função definida por $h(x, y) = \sin(\pi(x^2 - y))$ e $\vec{u} = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$.

- a) Verifique que o \vec{u} é um vector unitário.
- b) Calcule $f_{\vec{u}}(1, 2)$.

Exercício 6. Determine a equação do plano tangente à superfície definida por $z = e^y + x + x^2 + 6$, no ponto de coordenadas $(1, 0, 9)$.

Exercício 7. Considere a função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

- a) Verifique que f é contínua em \mathbb{R}^2 .
- b) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- c) Verifique se f é diferenciável em $(0, 0)$.