Cálculo de Programas

2.° ano da Licenciatura em Engenharia Informática da Universidade do Minho

2010/11 - Ficha nr.º 6

1. Deduza a lei de reflexão da exponenciação,

$$\overline{ap} = id$$

onde \overline{f} abrevia curry f (a) através de um diagrama ; (b) por cálculo analítico.

2. Considere a lei de fusão da exponenciação:

$$\overline{g} \cdot f = \overline{g \cdot (f \times id)} \tag{1}$$

Apresente justificações para o cálculo que se segue dessa lei:

3. Mostre que a lei (1) é equivalente à igualdade pointwise

(curry g) (f a)
$$b = g(f a, b)$$

4. Considere a seguinte definição:

$$\begin{aligned} \exp &:: (a \longrightarrow b) \longrightarrow ((c \longrightarrow a) \longrightarrow (c \longrightarrow b)) \\ \exp &f = \overline{f \cdot \mathsf{ap}} \end{aligned}$$

- (a) Desenhe o respectivo diagrama.
- (b) Demonstre que $\exp f \cdot \exp g = \exp (f \cdot g)$.
- (c) Demonstre que exp pode também ser definida da seguinte forma:

1

$$\begin{aligned} \exp &:: (a \to b) \to ((c \to a) \to (c \to b)) \\ \exp f &= f \cdot g \end{aligned}$$

5. O combinador

$$\begin{array}{l} {\rm const} \, :: a \to b \to a \\ {\rm const} \, \, a \, \, b = a \end{array}$$

está disponível em Haskell para construir funções constantes, sendo habitual designarmos const $\,k\,$ por \underline{k} , qualquer que seja k.

(a) Sabidas que são duas proprieades deste combinador,

$$\underline{k} \cdot g = \underline{k} \tag{2}$$

$$\underline{k} \cdot g = \underline{k}$$

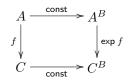
$$f \cdot (\underline{k}) = \underline{(f \ k)}$$
(2)
(3)

demonstre a igualdade

$$(b,a) = \langle \underline{b}, \underline{a} \rangle \tag{4}$$

a partir da propriedade universal do produto e das propriedades das funções constantes acima indicadas.

(b) A função const, cujo tipo também se pode escrever da forma $a \to a^b$, satisfaz a propriedade (natural) que é expressa pelo diagrama



Registe-a, converta-a para notação pointwise e exprima por palavras suas o seu significado.