

Introdução aos Sistemas Dinâmicos

Dezembro 2011

Teste 3

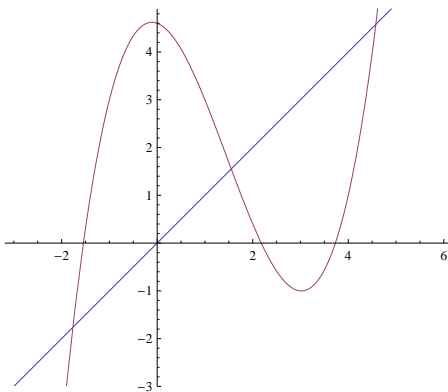
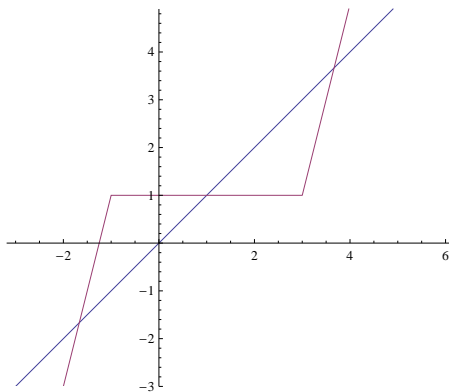
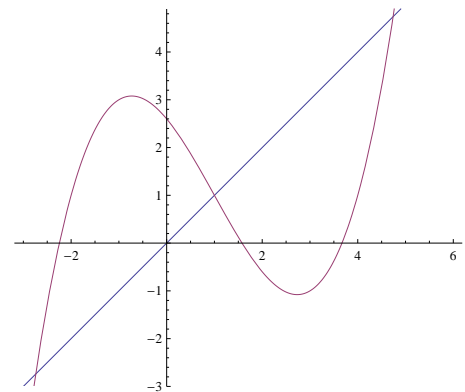
Duração: 60m

Nome:

Número:

Exercício 1. Qual dos seguintes sistemas dinâmicos é tal que $\omega(1) = \{-1, 3\}$?

Indique a sua resposta, escolhendo uma das seguintes opções:

☐☐☐**Exercício 2.** Considere o sistema dinâmico $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definido por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

Determine os pontos fixos e a sua natureza (atractivos/repulsivos).

Indique a sua resposta, escolhendo uma das seguintes opções:

- ☐ $x = 1$ ponto fixo repulsivo; $x = 2$ ponto fixo atrativo
- ☐ $x = -1$ ponto fixo repulsivo; $x = 2$ ponto fixo atrativo
- ☐ $x = 1$ ponto fixo atrativo; $x = 2$ ponto fixo repulsivo
- ☐ $x = -2$ ponto fixo atrativo; $x = 1$ ponto fixo atrativo

Exercício 3. Considere o sistema dinâmico *tenda* $T : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ definido por

$$T(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq 1/2 \\ 2 - 2x & \text{se } x > 1/2 \end{cases}.$$

- (a) Procure os pontos periódicos de T e mostre que $|\text{Fix}(T^n)| = 2^n$.
- (b) Mostre que o conjunto dos pontos periódicos de T é denso em $[0, 1]$.
- (c) Mostre que a transformação T é topologicamente transitiva.
- (d) O sistema dinâmico *tenda* é caótico