

Exercícios de Investigação Operacional

1. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & 4x_1 + 4x_2 \\ \text{sujeito a} & 2x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ & 7x_1 + 2x_2 \leq 49 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- Desenhe o domínio de soluções válidas no espaço (x_1, x_2) .
 - Identifique graficamente o ponto ótimo, e indique o valor das variáveis de decisão no ponto ótimo e o valor do ótimo do problema.
 - Determine a variação permitida para os coeficientes da função objectiva de modo a que a solução da alínea anterior se mantenha ótima.
 - Resolver o problema usando o método simplex.
2. Determine a solução ótima do seguinte problema de programação linear usando o método simplex:

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 \\ \text{sujeito a} & x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 7x_4 \leq 46 \\ & 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 8 \\ & 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0\end{array}$$

3. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 \\ \text{sujeito a} & x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 \leq 2 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0\end{array}$$

- Determine um limite superior para o número de soluções possíveis.
 - Determine os pontos extremos válidos (soluções básicas válidas).
 - Determine a solução básica ótima.
4. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 5x_4 - 8x_5 \\ \text{sujeito a} & x_3 - 4x_4 + x_5 \leq 10 \\ & -5x_1 + x_2 + 4x_4 + 5x_5 \leq 5 \\ & -3x_1 + 6x_3 + x_4 + 9x_5 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0\end{array}$$

a) Determine a solução ótima usando o método simplex.

5. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & 1x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{su.} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

a) Determine todas as soluções básicas ótimas alternativas.

b) Escreva uma expressão que represente as soluções ótimas não-básicas como uma combinação convexa das soluções ótimas alternativas determinadas na alínea anterior.

6. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \\ \text{su.} & x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 10 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 40 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

a) Diga o que se pode concluir em relação ao espaço de soluções e à função objectivo.

b) Mostre que os valores das variáveis básicas ótimas podem ser aumentados indefinidamente, permanecendo o valor da função objectivo constante.

7. Considere o seguinte problema de programação linear com apenas uma restrição.

$$\begin{array}{ll}\max & 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 12x_5 \\ \text{su.} & x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 3x_5 \leq 90 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0\end{array}$$

a) Considerando a estrutura das soluções ótimas dadas pelo método de simplex, determine a solução ótima do problema por inspecção.

8. Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 + 10x_2 + x_3 \\ \text{su.} & 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 \leq 50 \\ & x_1 + x_3 \leq 10 \\ & x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 20 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

- a) Em que direcção é que o espaço de soluções é ilimitado?
- b) O que se pode concluir em relação à solução óptima do problema?
9. Desenhe o domínio de soluções válidas e interprete graficamente as situações que ocorrem em cada um dos seguintes problemas, acompanhando com a resolução utilizando o algoritmo Simplex.

- Soluções óptimas alternativas

$$\begin{array}{ll} \min & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{su.} & x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ & 4x_1 + 6x_2 \geq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Solução óptima ilimitada

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + x_2 \\ \text{su.} & x_1 \leq 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Espaço não limitado e solução óptima limitada

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 - x_2 \\ \text{su.} & x_1 \leq 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Solução temporariamente degenerada

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 2x_2 \\ \text{su.} & 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Solução óptima degenerada

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{su.} & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$