# 네트워크플로우문제풀이

최백준 choi@startlink.io

## 문제 풀이

### 등번호

- 티셔츠는 뒤집어 입을 수 있다
- 안쪽 면과 바깥쪽 면에 적힌 수는 다르다
- 한쪽 면을 선택해서 입어야 한다
- 같은 번호 티셔츠를 입지 않게 알려주자

### 등번호

https://www.acmicpc.net/problem/1733

- 왼쪽 사람
- 오른쪽 등번호

• x의 티셔츠에 y와 z가 써있으면

• x - y, x - z 를 이어준다

• 이 문제는 무엇이 매칭되는지를 찾아야 한다

### 등번호

- 코드에서 pred는 오른쪽 vertex가 무엇과 매치되는지를 나타낸다
- 응용해서 matchL과 matchR을 작성할 수 있다.
- https://gist.github.com/Baekjoon/689e5e3340bc7abe6b7e

#### N-Rook

- 게시판 구멍 막기와 같이 벽이 아닌 칸에 대해서 번호를 매겨준 다음에
- 구덩이가 아니 칸 (i, j)를 연결해주면 된다.

#### N-Rook

https://www.acmicpc.net/problem/1760

• https://gist.github.com/Baekjoon/9adfec8ca58b8360f904

### 出 42

- N-Rook과 같지만, 행/열 대신 /와 \로 문제를 풀 수 있다
- <a href="https://gist.github.com/Baekjoon/58436830ac3c7febbef0">https://gist.github.com/Baekjoon/58436830ac3c7febbef0</a>

- 길이가 N인 수열 A
- 1~N까지 수가 한 번씩 등장한다

- 설명 형식
- 1 x y v: x번째 부터 y번째 수 중에서 제일 큰 값은 v
- 2 x y v: x번째 부터 y번째 수 중에서 제일 작은 값은 v

- 왼쪽: ai
- 오른쪽: 수 j
- edge (ai, j)는 ai자리에 수 j가 들어갈 수 있다는 (ai = j) 라는 의미이다.
- 불가능한 조합을 빼주고 매칭을 돌리면 된다.
- 1 x y v인 경우
- $x \le k \le y$  이고  $v+1 \le l \le n$  인 모든 (ak, l) edge를 제거한다
- 2 x y v인 경우
- $x \le k \le y$  이고  $1 \le l \le v-1$  인 모든 (ak, l) edge를 제거한다

- 이렇게 풀면 틀린다.
- edge(x,y) 가 있을 때
- x번째 숫자가 y라면
- x는 y가 포함된 모든 구간의 교집합이어야 하고, y는 x에서 가능한 모든 숫자에 포함되어 있어야하기 때문

https://www.acmicpc.net/problem/2787

• https://gist.github.com/Baekjoon/7a04a0b212ff56f7ec76

#### Crucial Links

- 어떤 flow network에서
- crucial link의 개수를 세는 문제

- 어떤 edge의 capacity를 1 줄였을 때
- maximum flow가 1 감소한다면
- 그 edge는 crucial link다

#### Crucial Links

https://www.acmicpc.net/problem/5651

- 일단 flow network를 구한 다음에
- 각각의 edge (u, v)에 대해서
- u -> v로 가는 augmenting path를 찾는다
- 존재하지 않으면 그 edge는 crucial link다

• 존재하는 경우에는 (u, v)의 flow를 1 감소시키고 찾은 augmenting path에 flow를 1 증가하면 되기 때문

#### Crucial Links

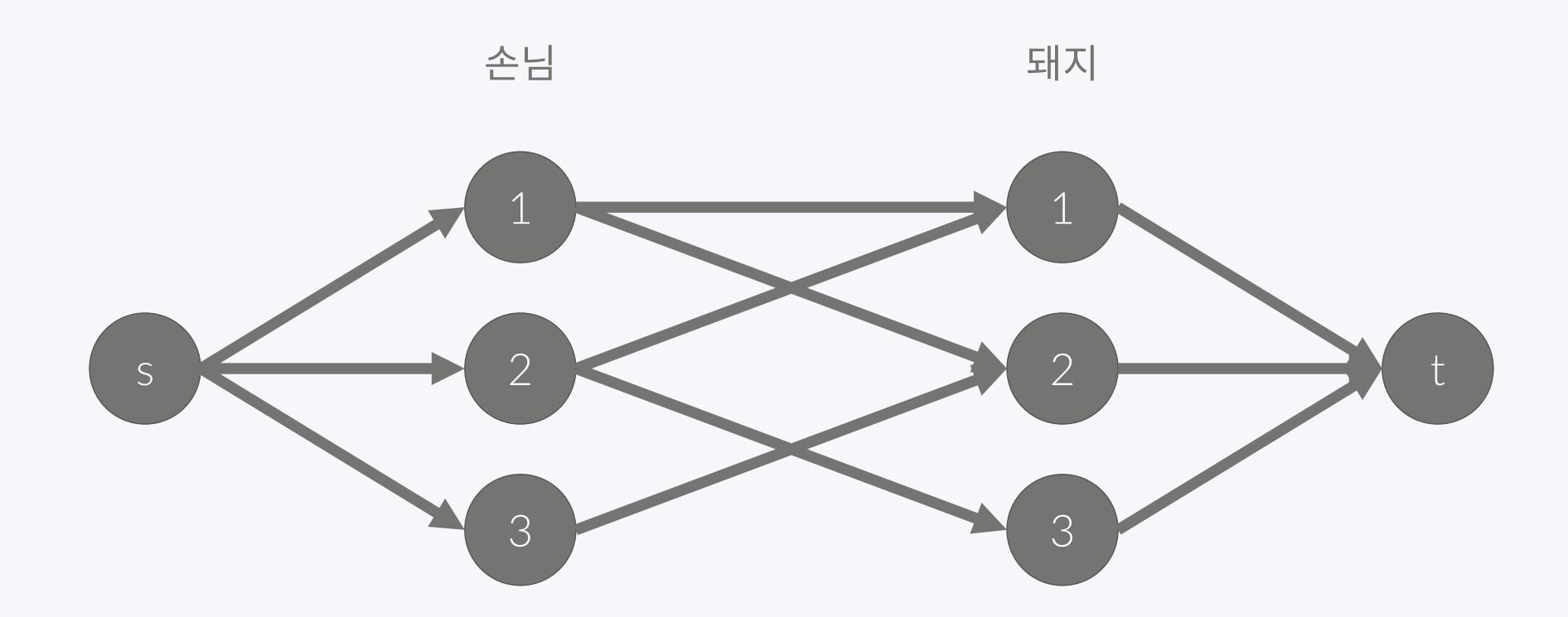
https://www.acmicpc.net/problem/5651

• https://gist.github.com/Baekjoon/ba9ad7a176dd71cf6b1f

- 돼지 우리 M개
- 손님 N명
- 손님은 하루에 한 명씩 온다.
- 우리를 열고 자신이 원하는 만큼 돼지를 사간다

- 1. 손님이 도착해서 가지고 있는 열쇠로 열 수 있는 모든 우리들을 연다.
- 2. 손님에게 몇몇 돼지들을 판다. (손님이 원하는 이상의 돼지를 팔 순 없지만 그 이하로는 팔 수 있다.)
- 3. 종혁이는 팔고 남은 돼지들을 현재 열려져 있는 우리들을 상대로 재분배 할 수 있다.

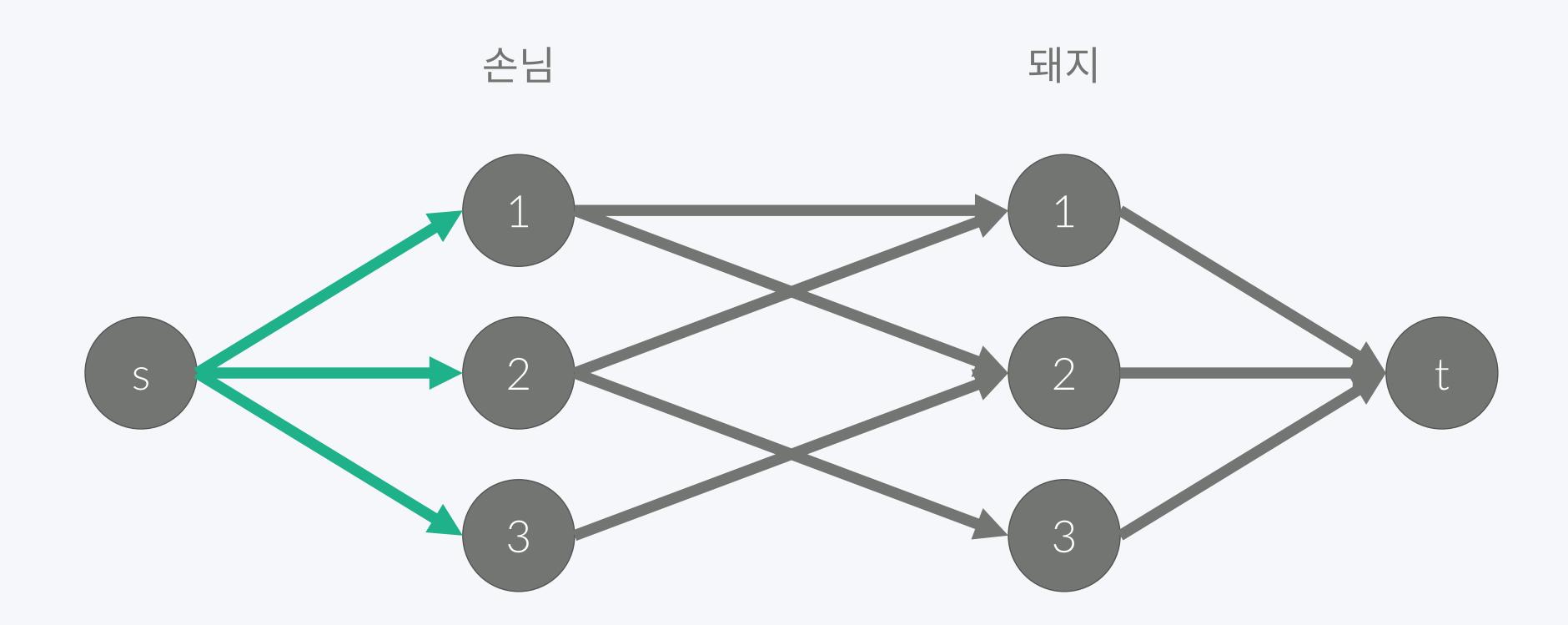
- 왼쪽: 손님, 오른쪽: 돼지 우리로 이분그래프를 만들고
- Maximum Flow가 답이 된다.



## 돼지 잡기

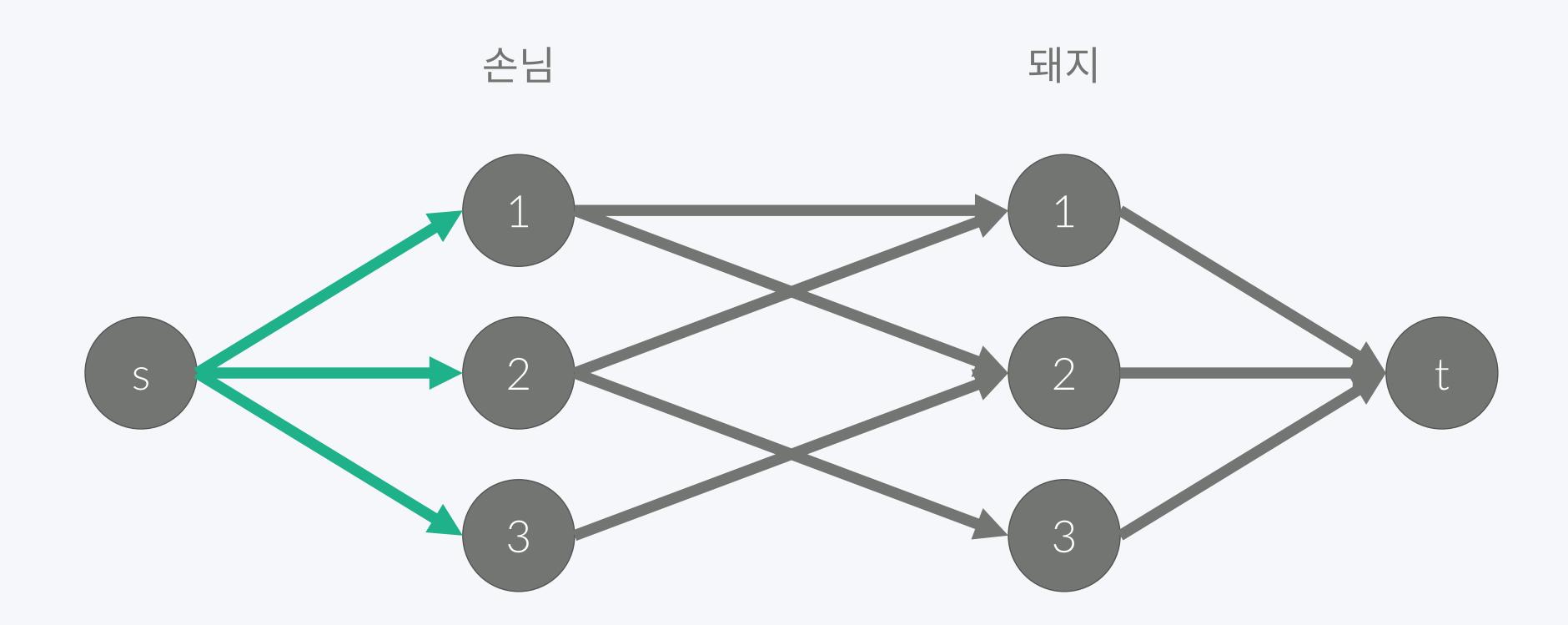
https://www.acmicpc.net/problem/1658

capacity?



https://www.acmicpc.net/problem/1658

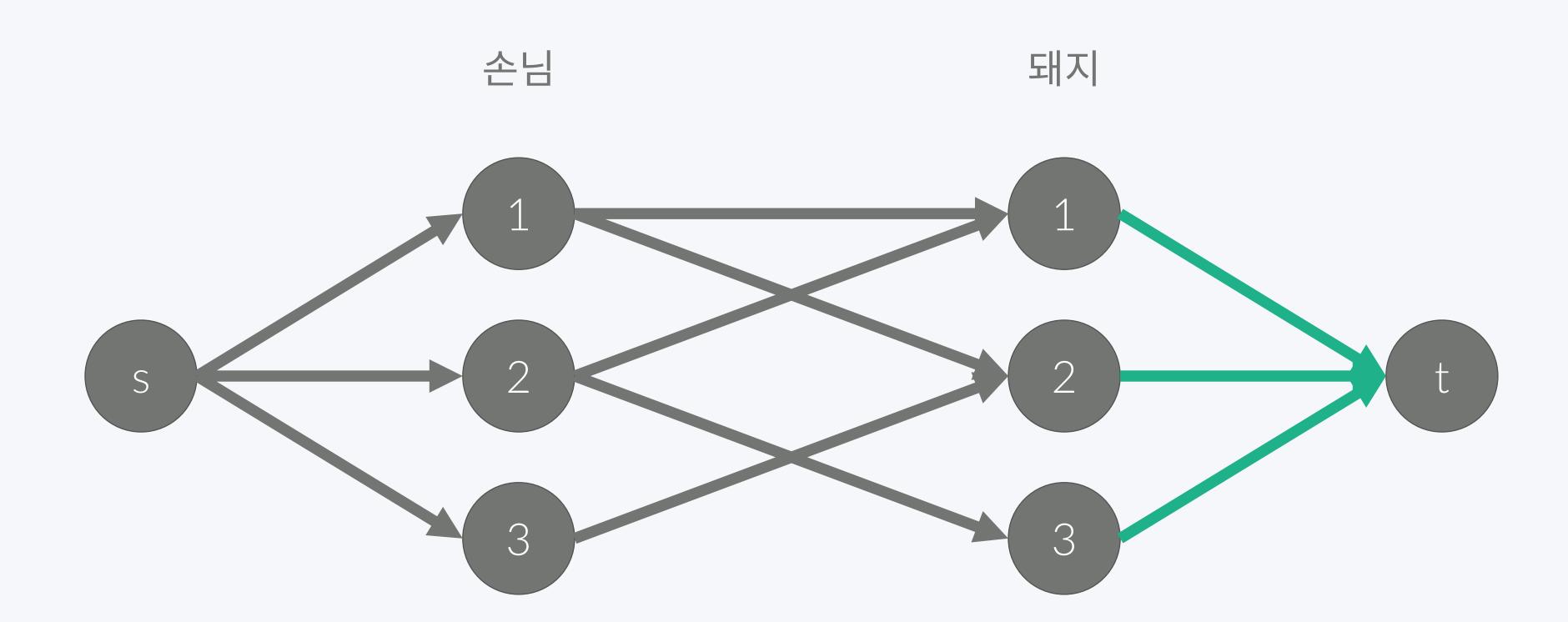
• capacity = 각 손님이 사려고 하는 돼지의 수



## 돼지 잡기

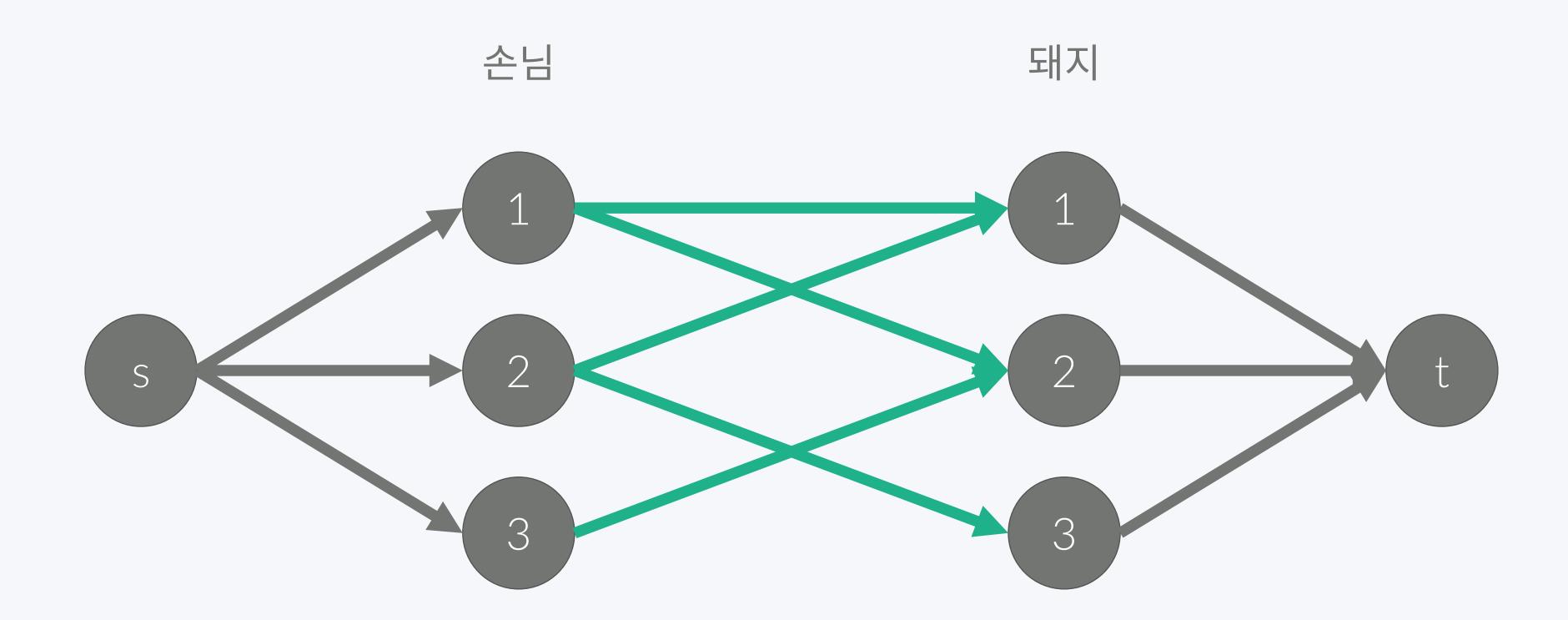
https://www.acmicpc.net/problem/1658

• 각 우리에 들어있는 돼지의 수



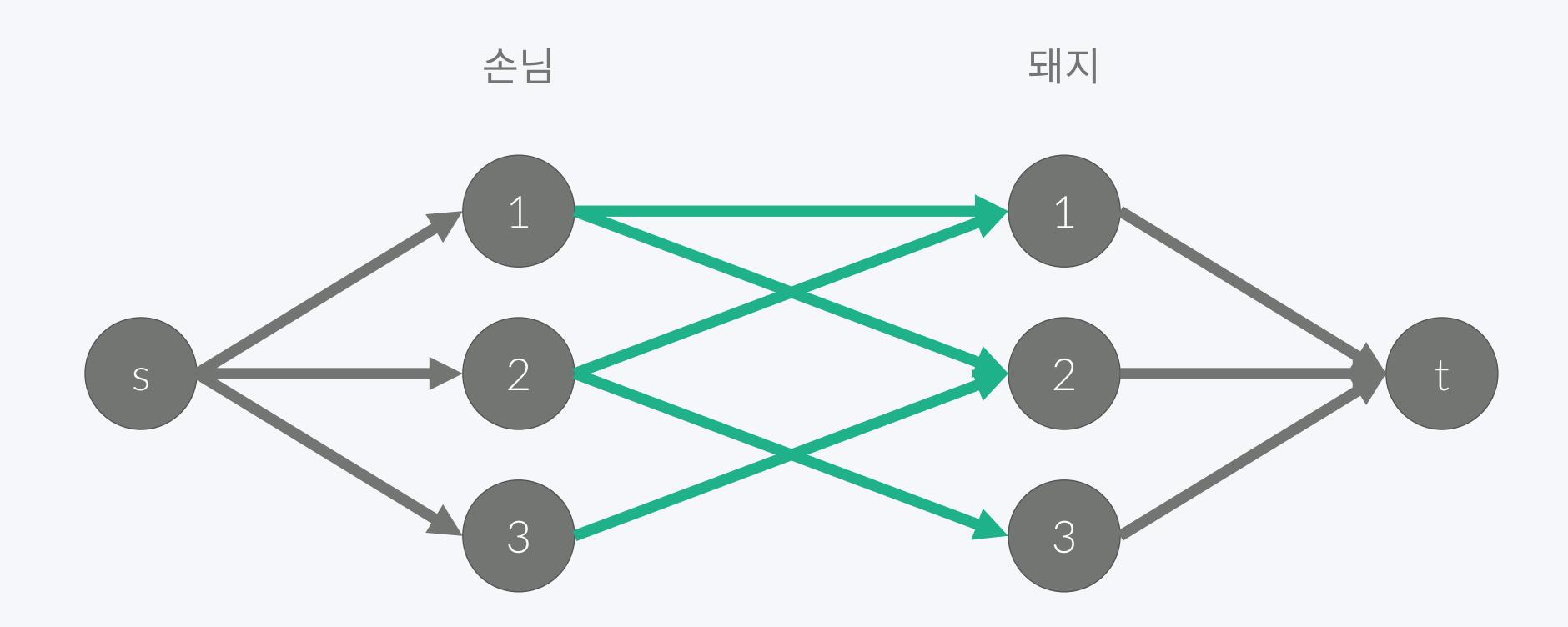
https://www.acmicpc.net/problem/1658

• 손님과 돼지는 언제 연결해야 할까?



https://www.acmicpc.net/problem/1658

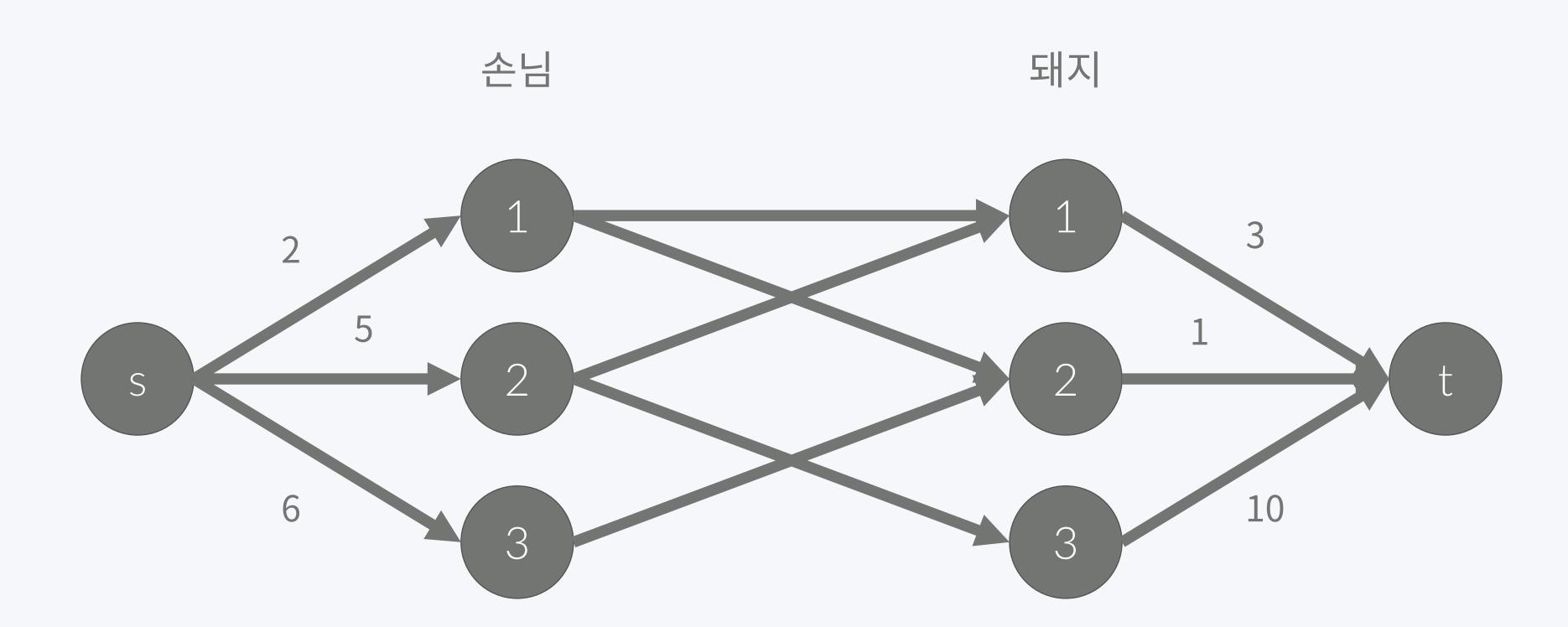
• 그 손님이 열쇠를 가지고 있을 때 (capacity: infinity)



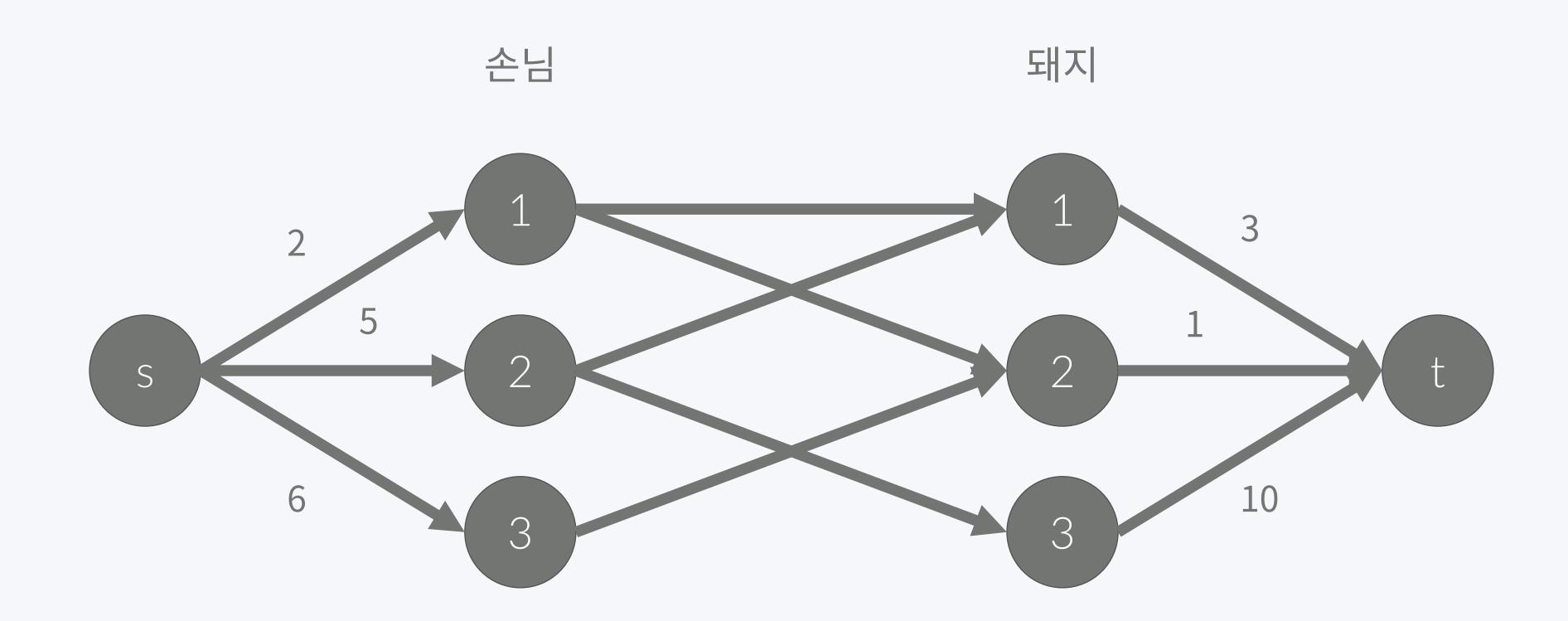
## 돼지 잡기

https://www.acmicpc.net/problem/1658

• 예제 그림



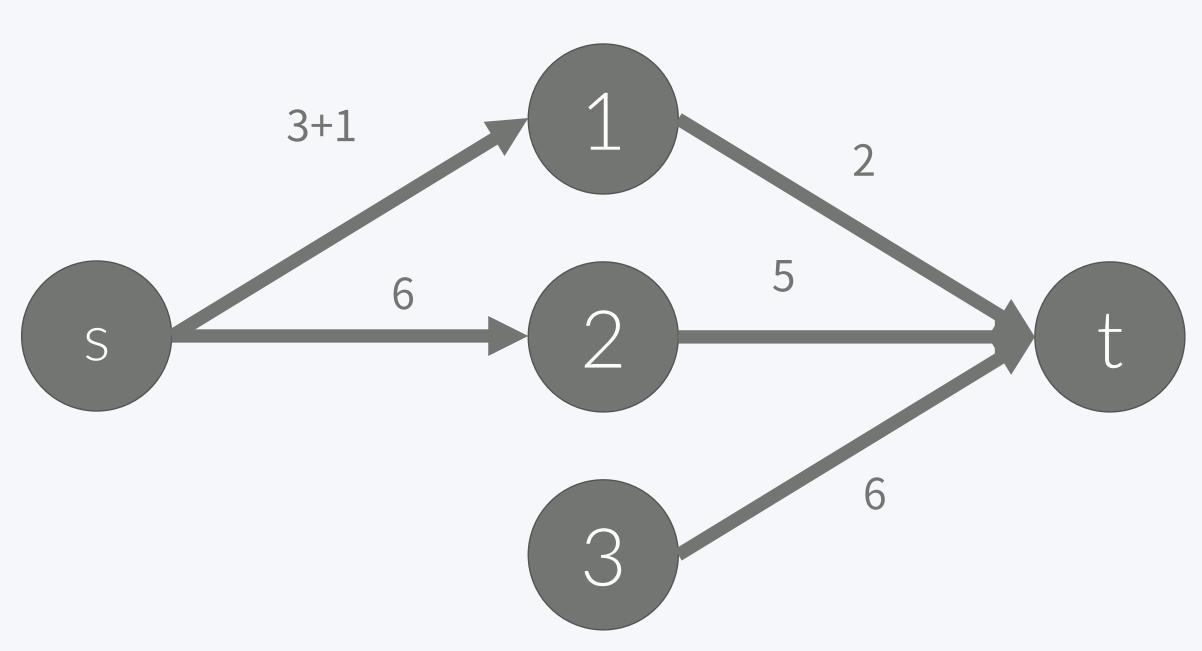
- 이렇게 풀면 3번 조건을 고려하지 않은 그래프이다
- 종혁이는 팔고 남은 돼지들을 현재 열려져 있는 우리들을 상대로 재분배 할 수 있다.



https://www.acmicpc.net/problem/1658

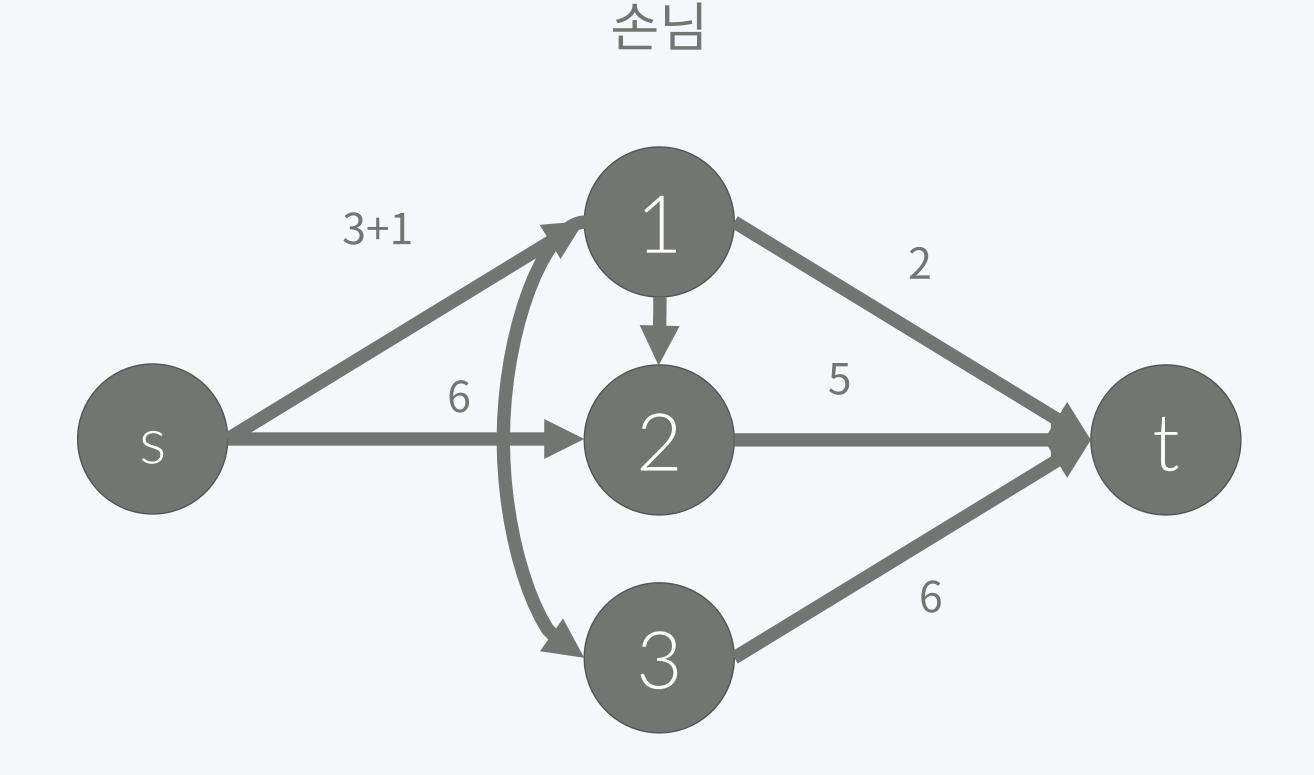
• 그래프를 다시 그린다.

- 각 우리별로 열쇠를 가지고 있는 손님의 번호를 저장
- 첫 번째로 우리를 여는 사람에게
- 해당하는 우리에 들어있는 돼지의 수를
- capacity로 간선을 만들어 준다
- 1번 우리: 12
- 2번 우리: 13
- 3번 우리 2



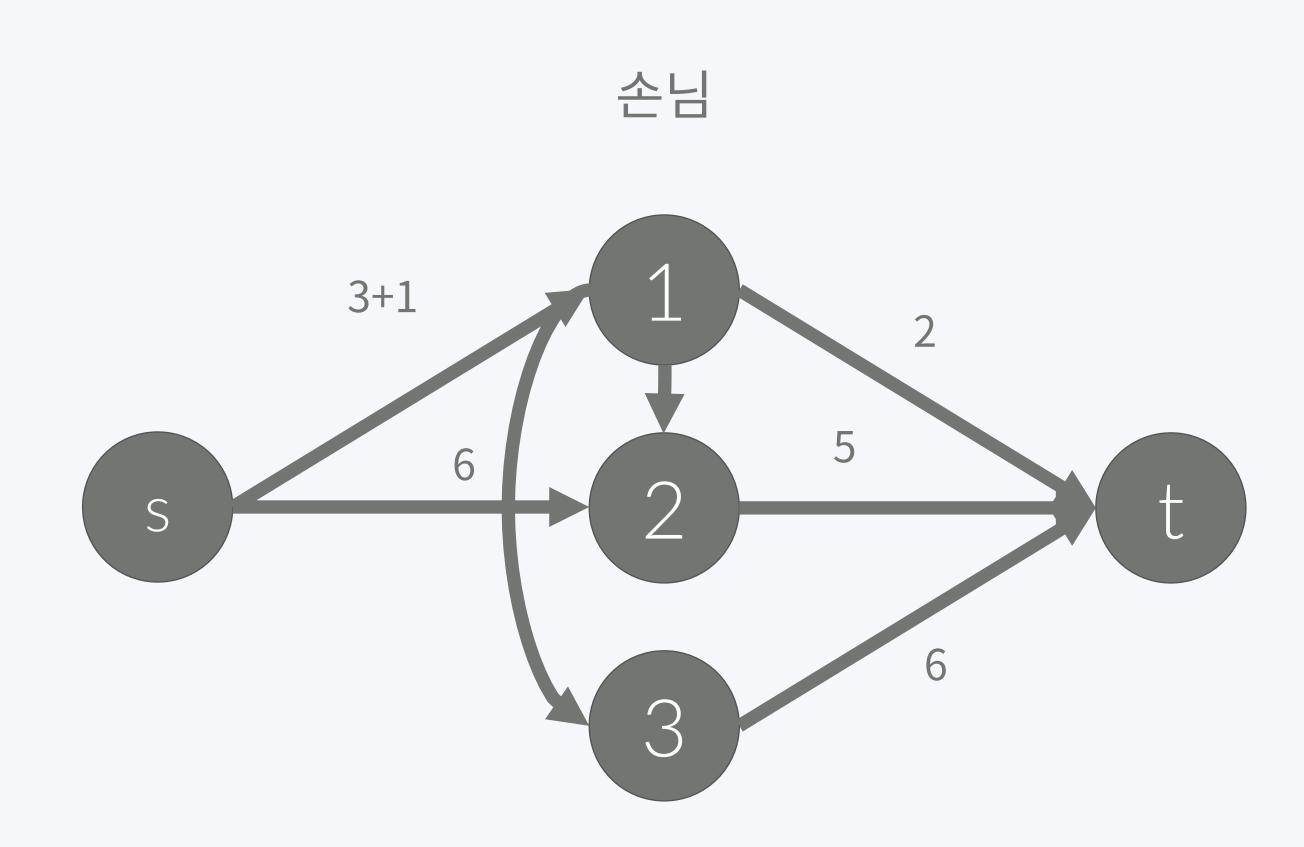
손님

- 그 다음, 같은 우리 열쇠를 가지고 있는 사람끼리는
- 서로 돼지를 공유할 수 있기 때문에 edge를 연결해 준다
- 1번 우리: 12
- 2번 우리: 13
- 3번 우리 2



https://www.acmicpc.net/problem/1658

• https://gist.github.com/Baekjoon/90081103386ac1638d5b



- 좀비로 변하지 않기 위해
- s분이내에 병원에 도착해야 한다
- 최대 몇 명이 병원에 도착할 수 있는지 구하는 문제
- 사람 1명이 아니고 여러 명이다

- Vertex: n개
- Edge: m개
- 시작 위치: i
- 사람의 수: g명
- 시간 제한: s분
- 병원의 개수: m
- 도로의 개수 r
- 도로 정보: a b p t
- a -> b로 가는 도로이고, 1분에 p명이 새로 들어갈 수 있으며, 지나가는데 필요한 시간은 t초
- 정점 위에 서 있어도 됨. 정점은 제한 없음

https://www.acmicpc.net/problem/10319

4

3 10 5

2

2

4

5

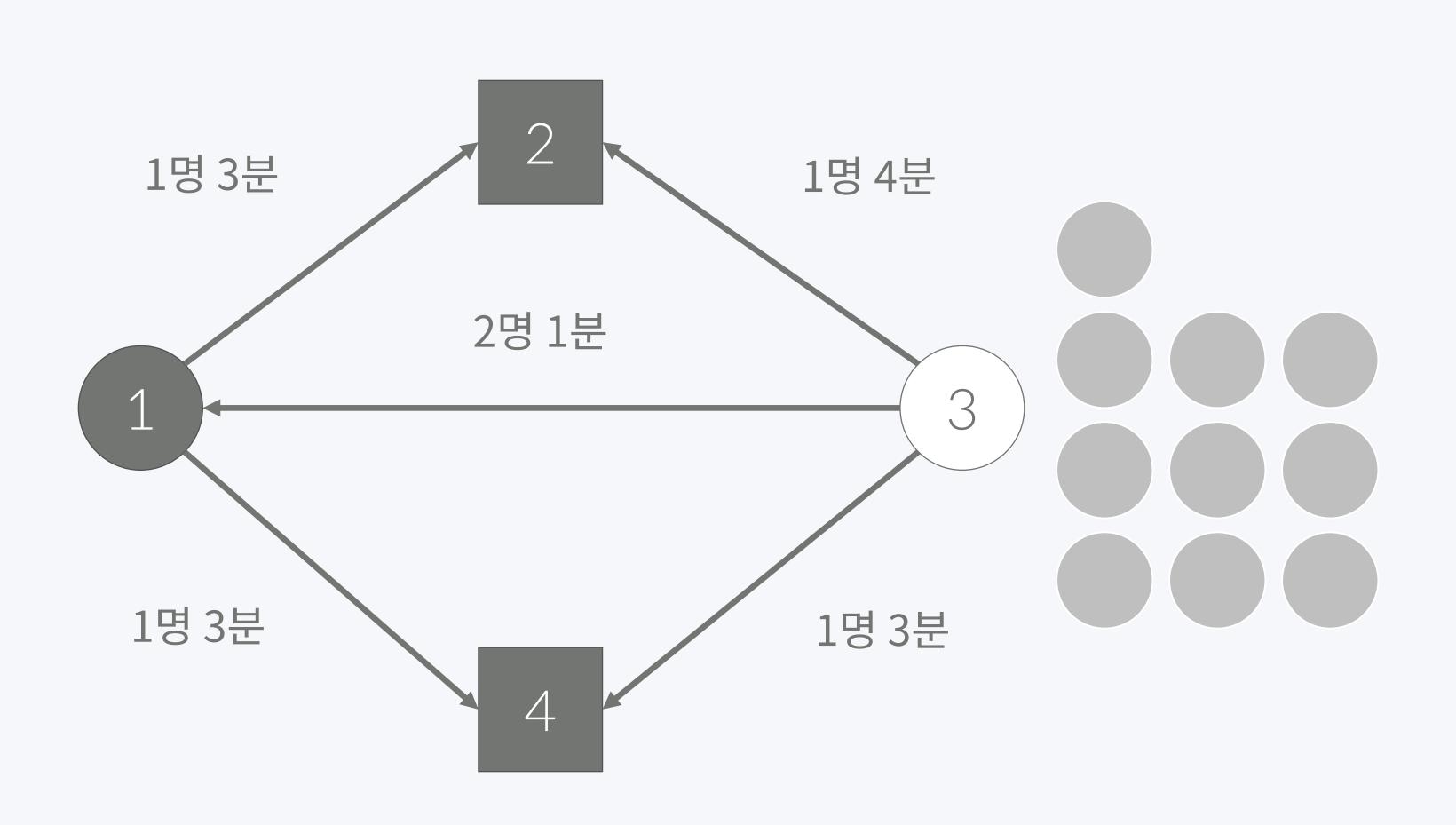
1 2 1 3

3 2 1 4

3 1 2 1

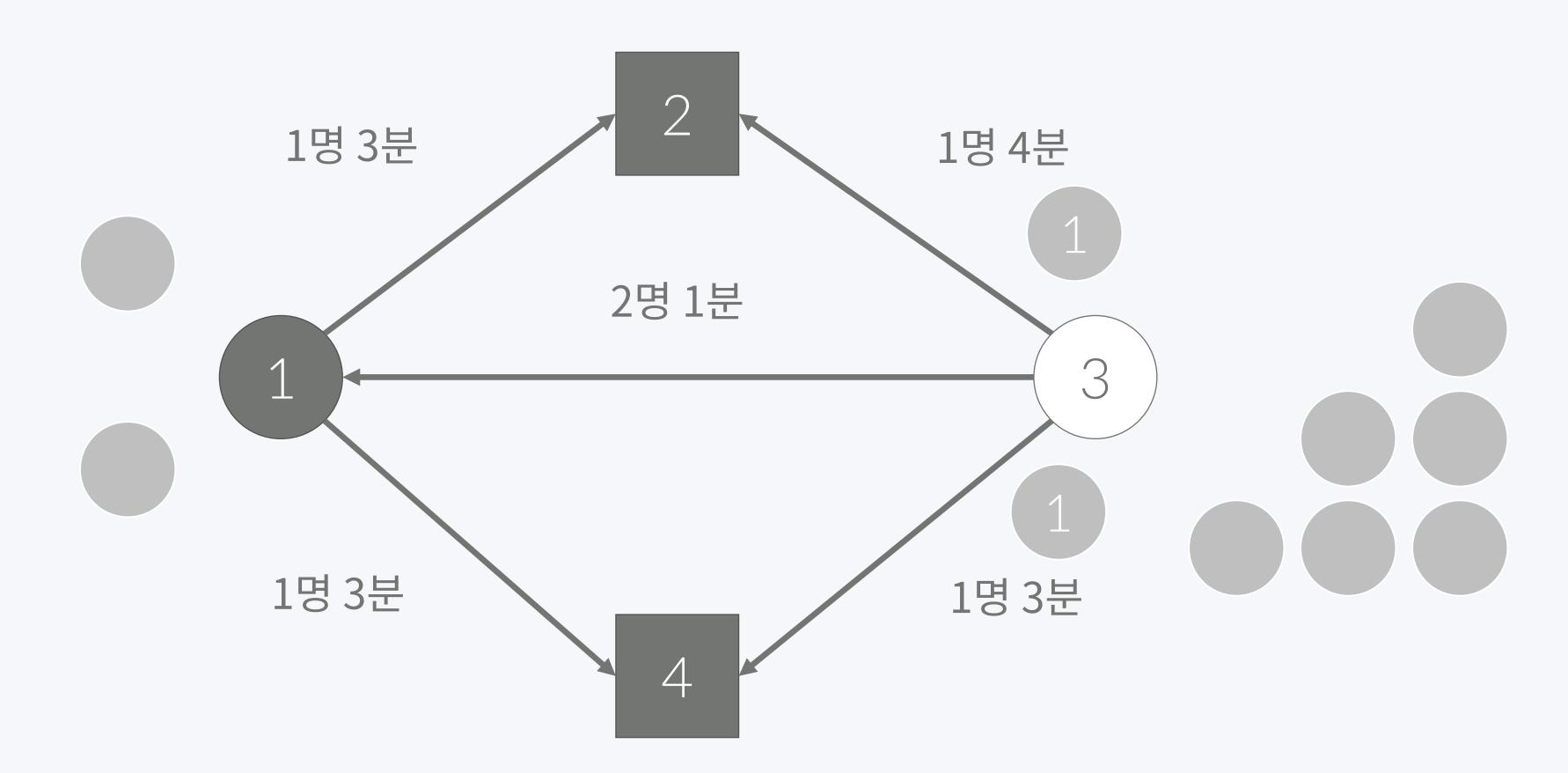
1 4 1 3

3 4 1 3



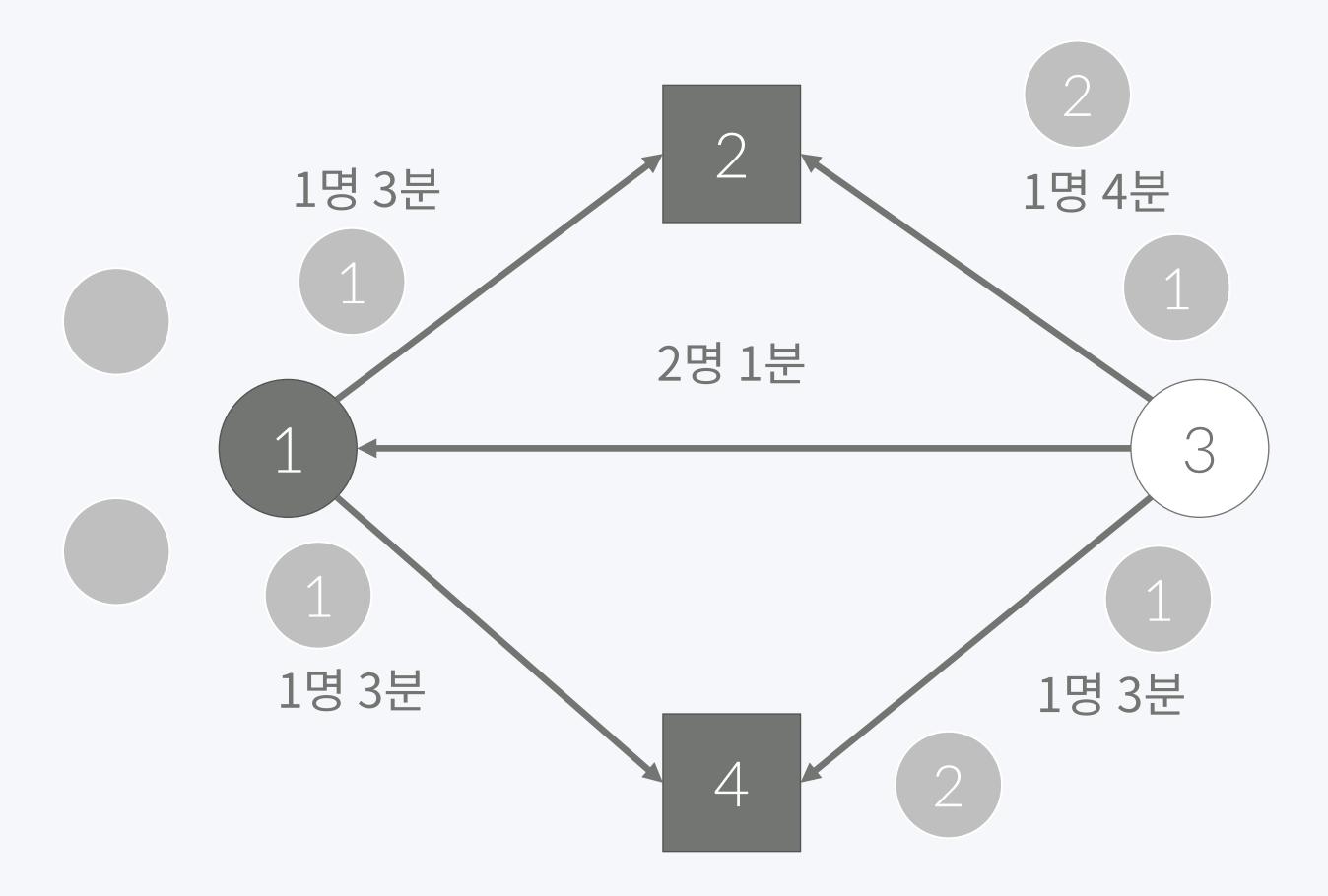
https://www.acmicpc.net/problem/10319

1분



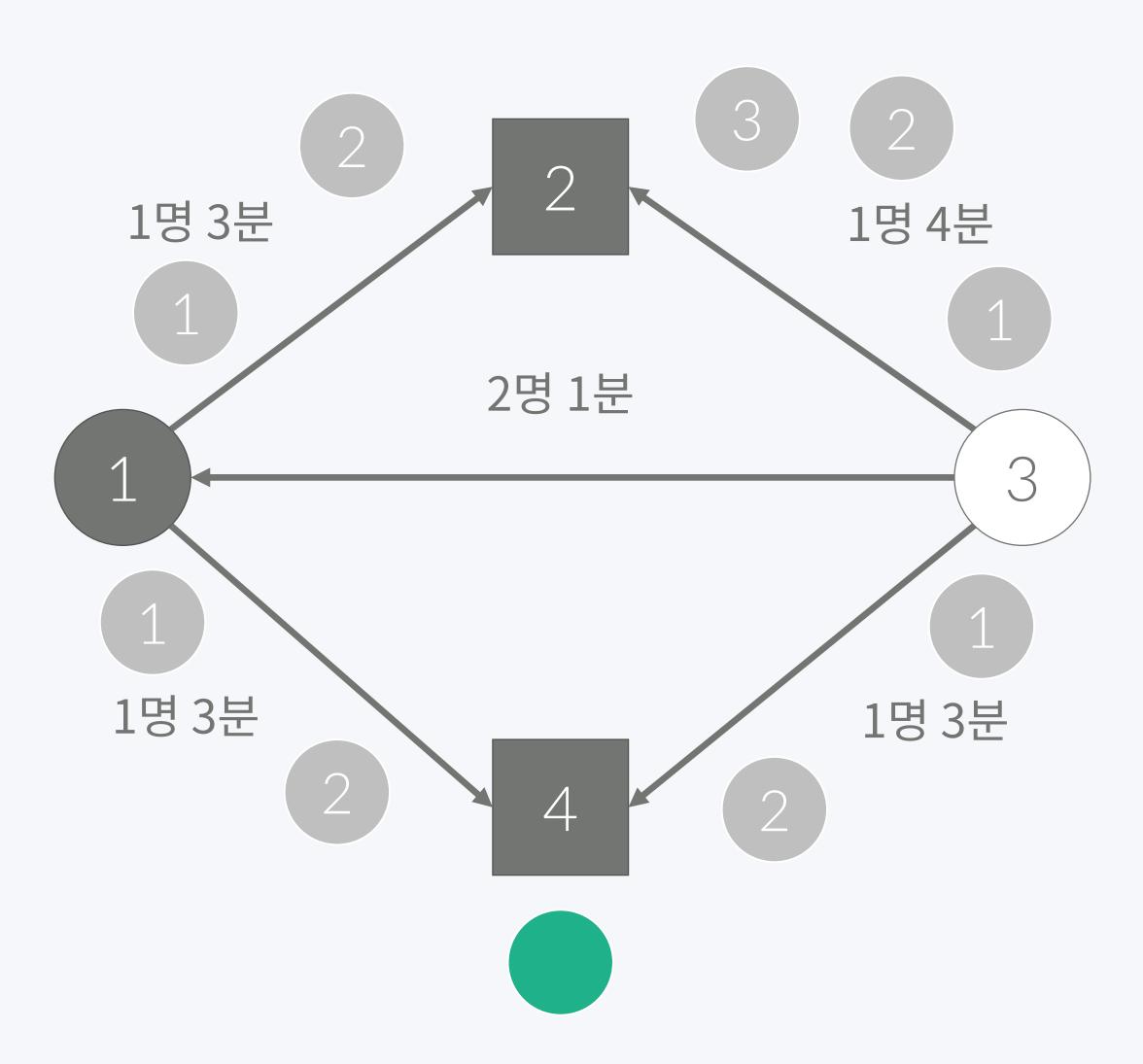
https://www.acmicpc.net/problem/10319

• 2분



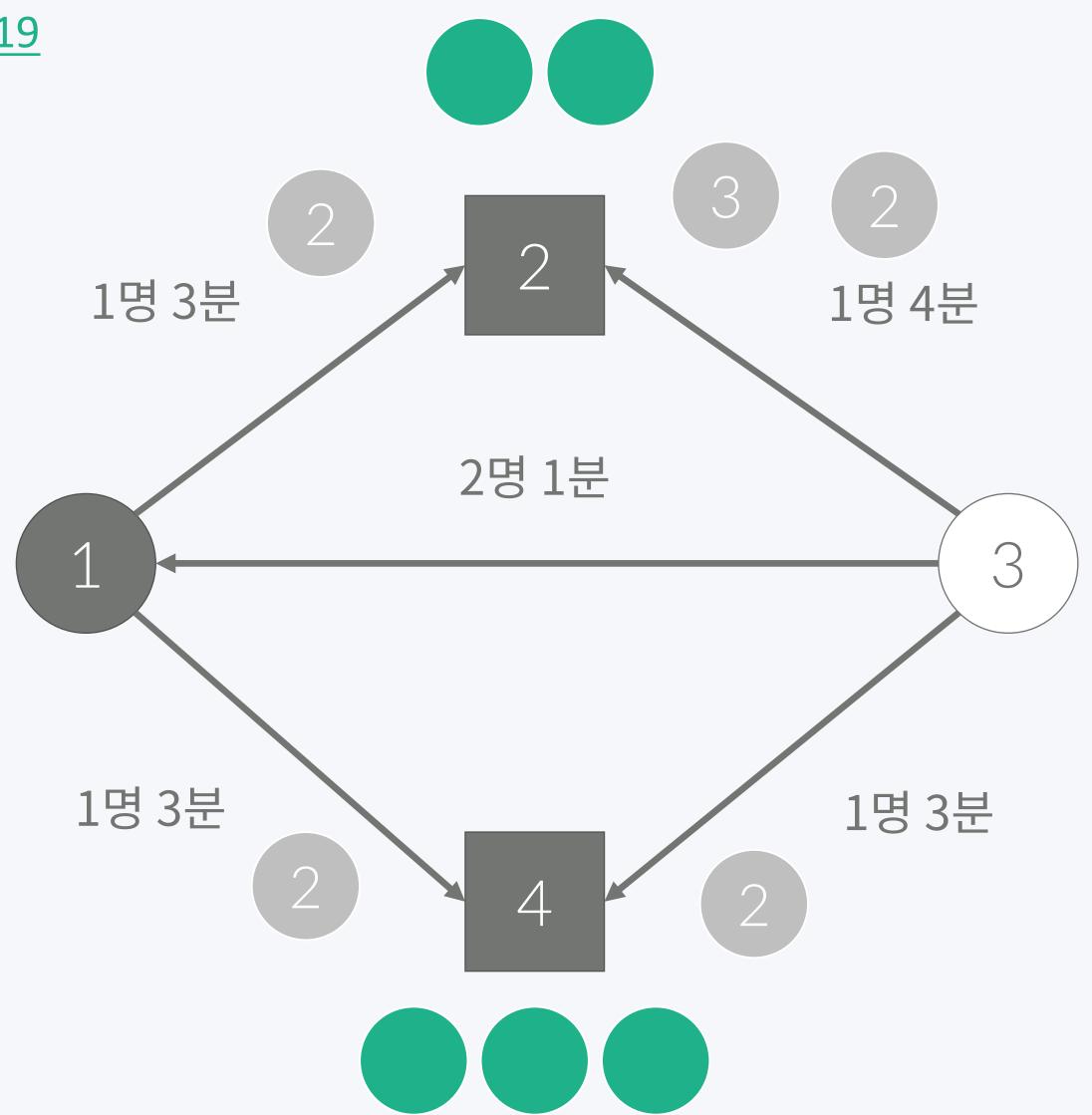
https://www.acmicpc.net/problem/10319

• 3분



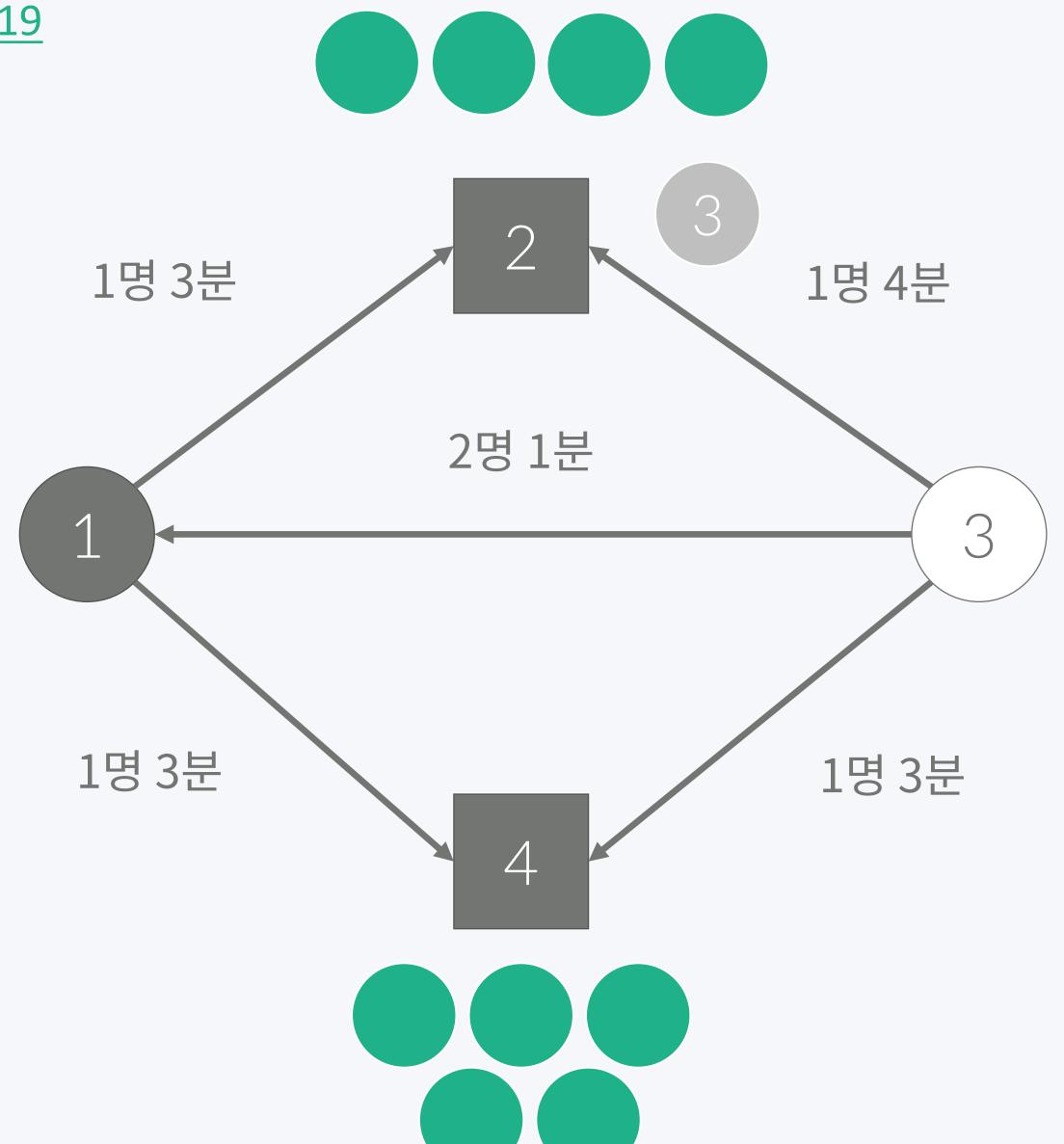
https://www.acmicpc.net/problem/10319

• 4분

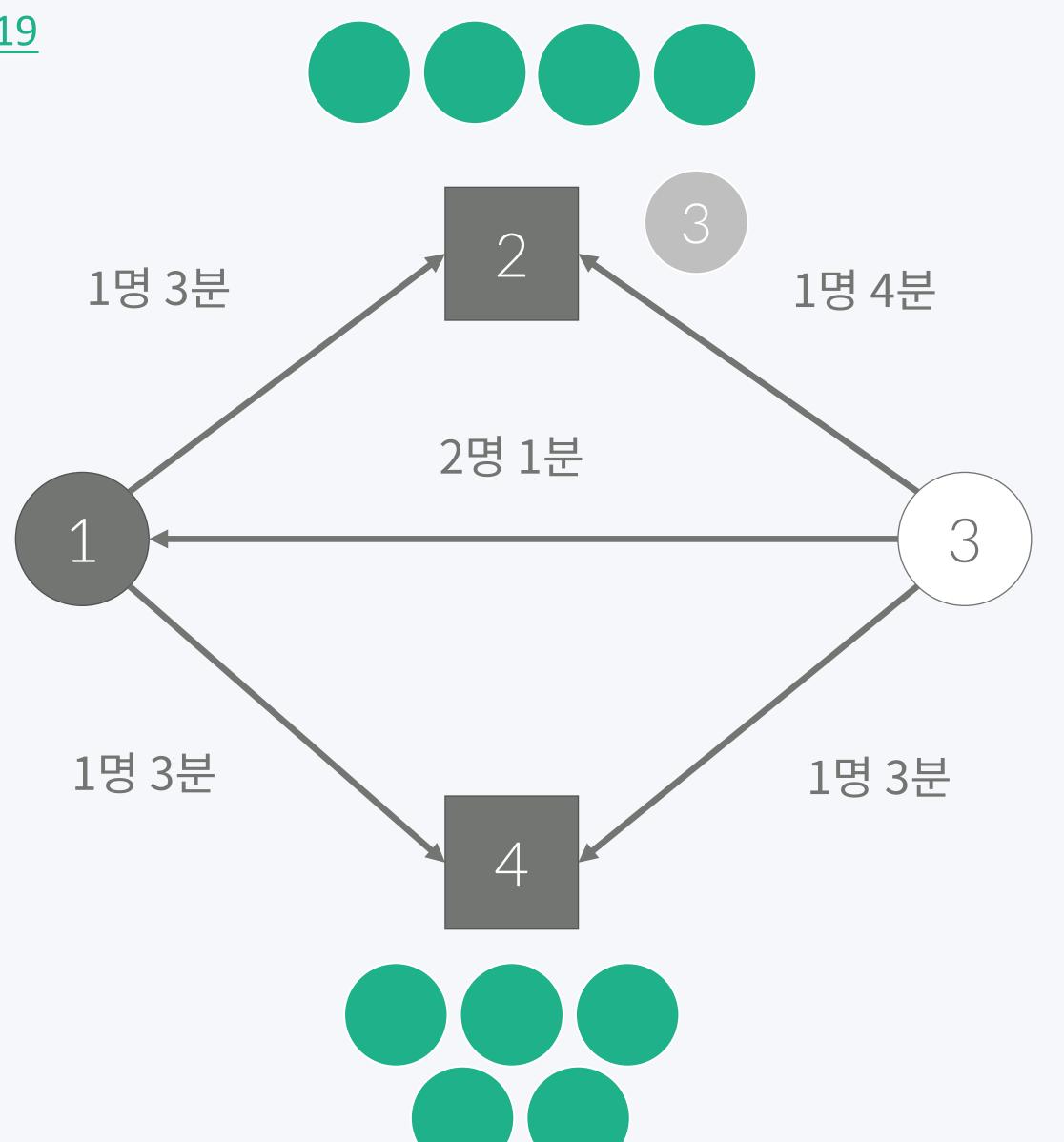


https://www.acmicpc.net/problem/10319

• 5분



- 1명은 살아남지 못하고
- 좀비로 변하게 된다



https://www.acmicpc.net/problem/10319

• vertex를 s+1조각 내는 것

- (vertex, 0) -> 0초후 vertex
- (vertex, 1) -> 1초후 vertex

2,2 2,3 2,5 2,1 2,0 2,4

3,3

3,5

1,2

1,3

1,4

4,0 4,1 4,2 4,3 4,4 4,5

https://www.acmicpc.net/problem/10319

• edge를 연결한다

- a -> b로 t초 걸리고 p명이 이동할 수 있으면
- (a, i) -> (b, i+t)
- capacity: p

3,0

3,1

3,2

3,3

3,4

3,5

2,1 2,2 2,5 2,0 2,3 2,4 1명 3분 1명 4분 2명 1분 1명 3분 1명 3분 4 4,0 4,1 4,2 4,3 4,4 4,5

1,0

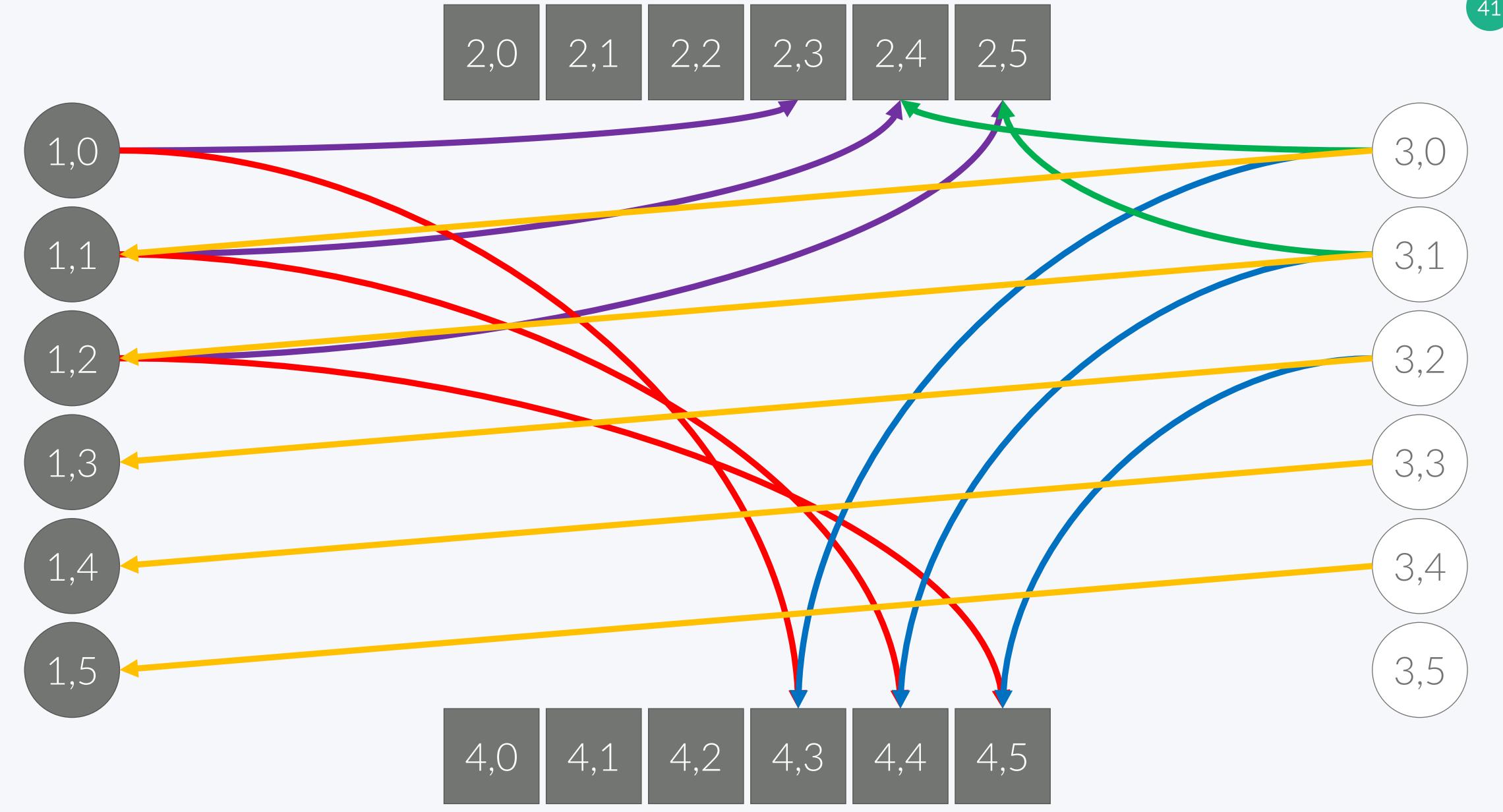
1,1

1,2

1,3

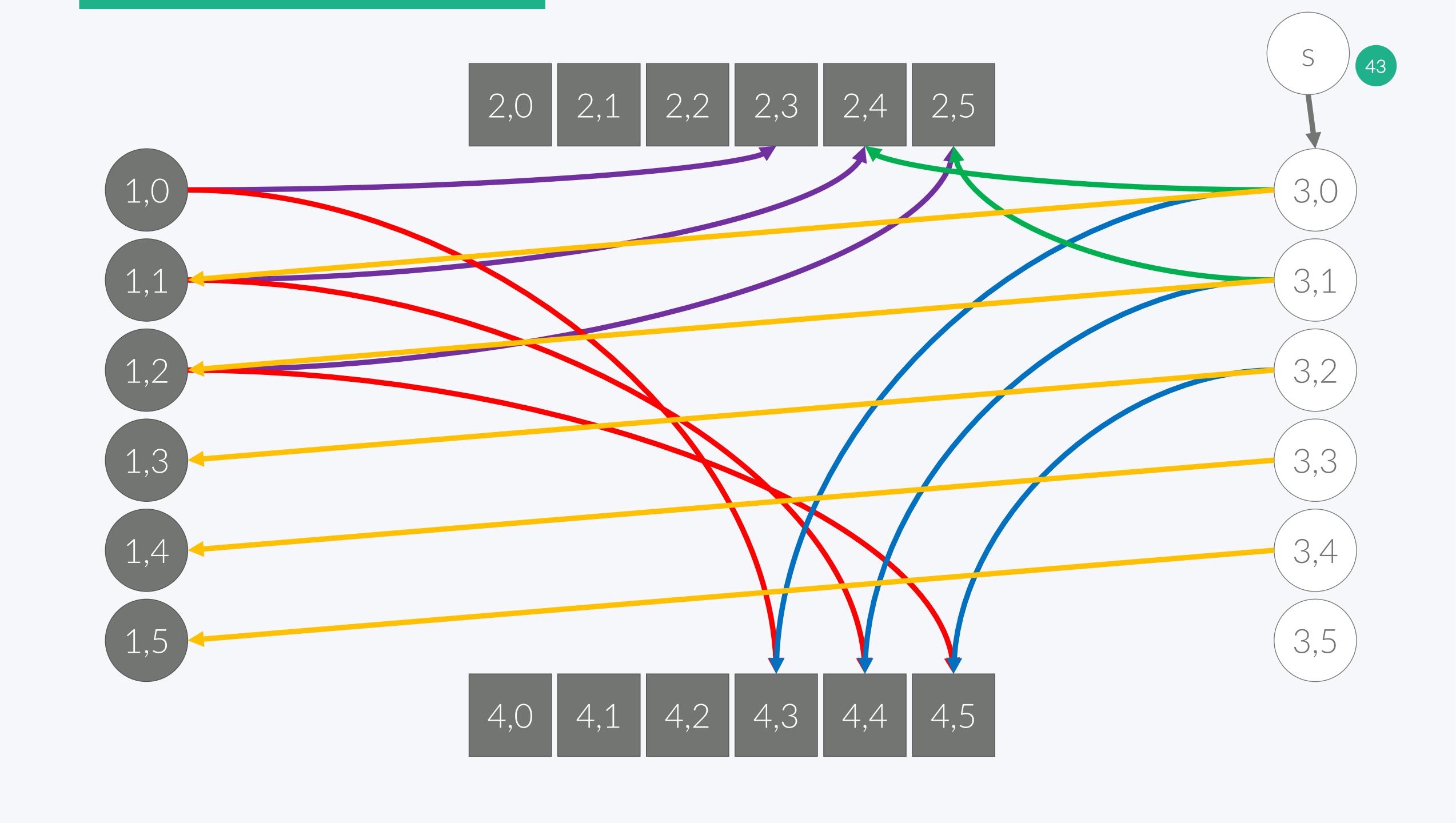
1,4

1,5



https://www.acmicpc.net/problem/10319

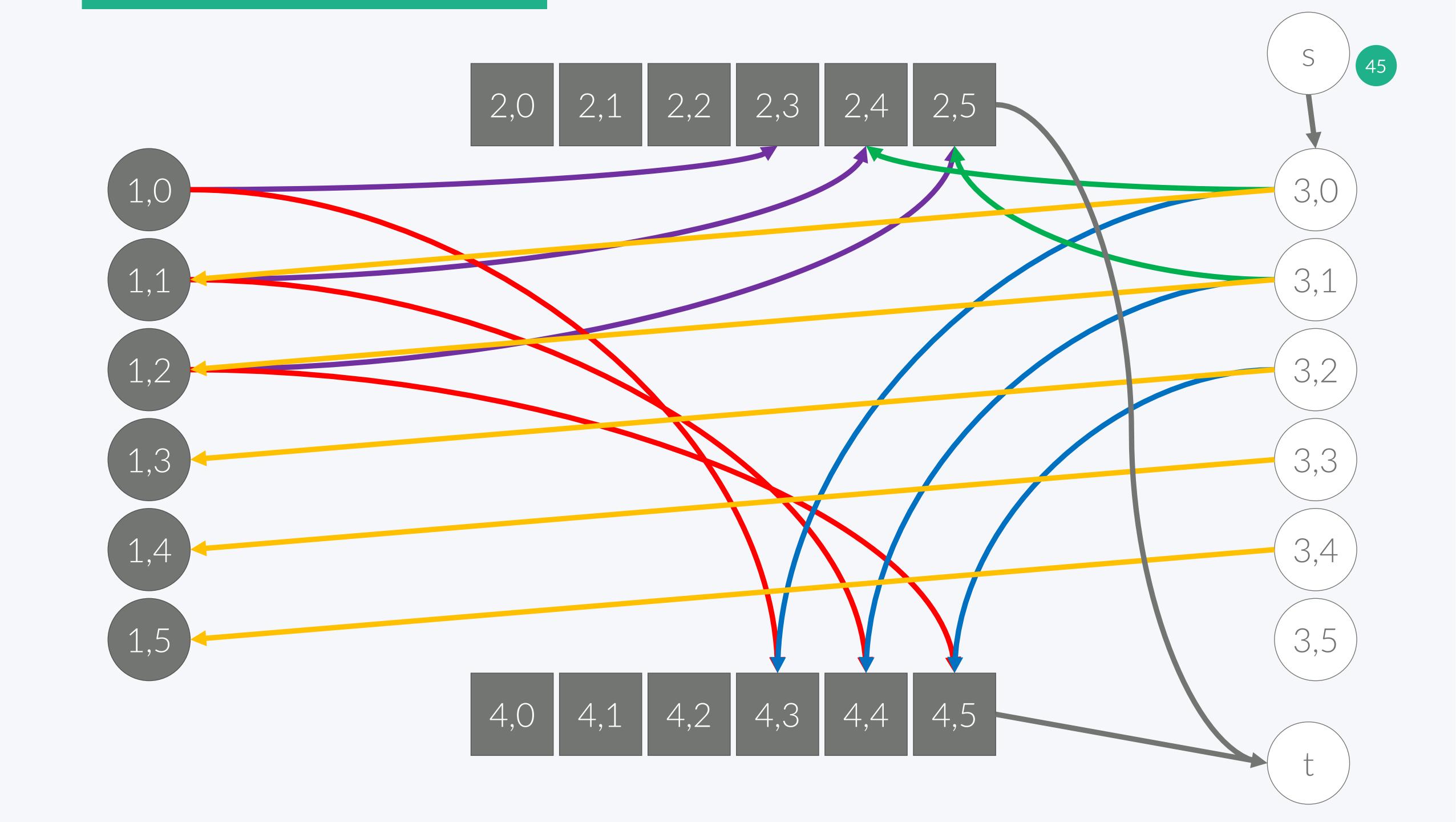
• Source에서 0초의 시작 Vertex로 출발하는 사람 capacity 만큼 edge 추가



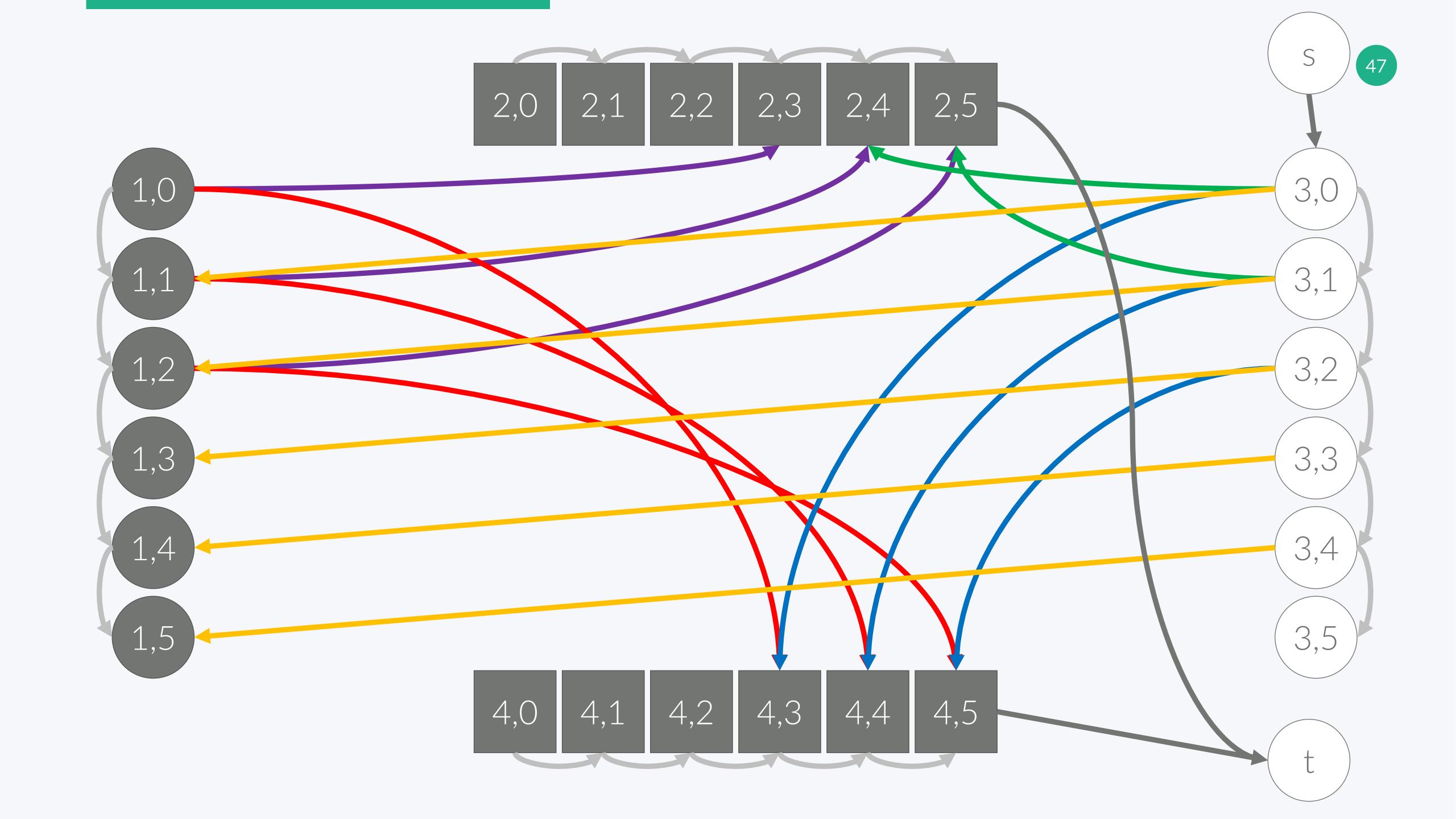
44

https://www.acmicpc.net/problem/10319

• 모든 병원 vertex의 s초에서 Sink로 Capacity 무한대만큼 edge 추가



- vertex에 서서 기다릴 수 있으므로
- 모든 vertex의 i초와 i+1초를 연결하는 edge를 만듦
- capacity: 무한대



#### 48

## Avoiding the Apocalypse

https://www.acmicpc.net/problem/10319

https://gist.github.com/Baekjoon/de05c27250da7fffa40f

- 지민이의 팀: N명
- 한수의 팀: M명
- 각 사람당 해야하는 경기의 수가 정해져 있다.
- 경기: 1 vs 1
- 지민이의 팀 1명, 한수의 팀 중 1명
- 같은 대결은 1번 밖에 못함
- 모든 팀원은 해야하는 경기수 만큼 경기를 해야함
- 경기 대진표를 찾는데, 가능한 대진표가 여러가지면 사전순으로 앞서는 것

- edge를 사전순으로
- $(1, 1), (1, 2), \cdots (1, M), (2, 1), (2, 2), \cdots, (2, M), \dots, (N, 1), \dots, (N, M)$
- 순서대로
- 하나씩 빼면서 Maximum Flow를 돌린다
- 정답을 구할 수 있으면, 필요없는 edge이니 지워버린다.

https://www.acmicpc.net/problem/1031

• 시간복잡도: O(NM) \* O(N^2M^2) = O(N^3M^3)

- edge를 사전순으로
- $(1, 1), (1, 2), \cdots (1, M), (2, 1), (2, 2), \cdots, (2, M), \dots, (N, 1), \dots, (N, M)$
- 순서대로
- 하나씩 빼면서 Augmenting Path를 찾는다.
- 찾으면, 그 edge를 통하지 않고 flow를 돌릴 수 있기 때문에, 필요없는 edge

https://www.acmicpc.net/problem/1031

• https://gist.github.com/Baekjoon/5572680b0d1f421f08eb

- 레스토랑은 N\*M 크기 직사각형이다
- 금연구역과 흡연구역으로 나눠야 함
- 흡연구역은 입구와 directed하게 연결되어 있어야 함
- 금연구역은 주방과 연결되어 있어야 함
- 레스토랑은 1\*1크기의 방으로 이루어져 있음
- 금연구역과 흡연구역 사이 복도에는 Air Lock과 Hatch를 만들어야 함
- Air Lock: 복도의 면적 \* 1000유로
- Hatch: 1000 유로

- Source:
- Sink:
- 그래프 구성:

https://www.acmicpc.net/problem/5406

• Source: 입구

• Sink: 주방

• 그래프 구성: 인접한 칸 사이에 edge를 연결 capacity: 비용

- min-cut 문제가 된다.
- 주의해야 할점
- 복도의 면적이 0이면, air lock과 hatch를 설치할 수 없어서 capacity가 0이다.
- <a href="https://gist.github.com/Baekjoon/5fab3c76514eeb6a17c5">https://gist.github.com/Baekjoon/5fab3c76514eeb6a17c5</a>

https://www.acmicpc.net/problem/5424

- 체스시합이다
- N명이 참가한다
- 1:1 대결을 해서 이기면 1점, 지면 0점, 비기면 0.5점씩 나눠갖는다
- 가장 많은 점수를 가진 사람이 우승
- 우승자가 여러명이면 tie-break game을 가진다.

• 중간 결과가 주어졌을 때, 우승할 수 있는 사람을 구하는 문제

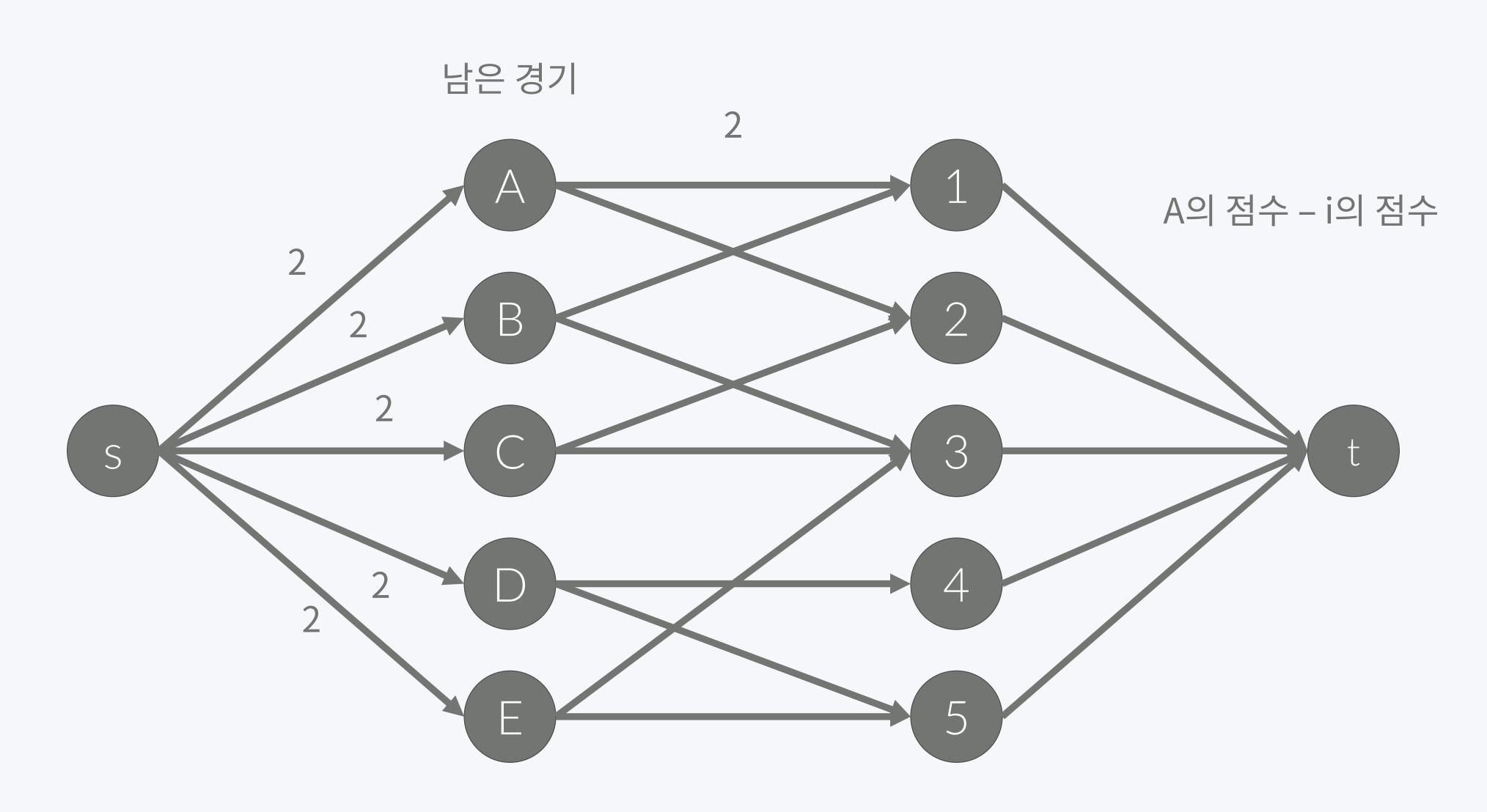
https://www.acmicpc.net/problem/5424

- 1: 승리
- O: 패배
- d: 무승부
- .: 아직 경기 하지 않음
- x: i == i인 경우 (경기를 할 수 없음)

• 항상 consistent한 결과만 입력으로 주어짐

- 각 사람이 우승할 수 있는지 없는지를 검사해야 함
- 사람 A가 남은 경기를 모두 이겼다고 가정하고
- 남은 경기의 결과가 적절히 결정되었을 때
- A보다 높은 점수를 가진 사람이 없어야 함

- 소수점을 피하기 위해
- 이기면 2점
- 비기면 1점씩



- flow를 돌렸을 때, maximum flow가 point 보다 작으면, 이길 수 없는 것
- https://gist.github.com/Baekjoon/7d347457462d06a336e0

#### 도시왕복하기

- 어떤 그래프 G가 주어진다.
- 1번 도시와 2번 도시를 오가는 최대 횟수 구하기
- 이 때, 한 번 방문했던 도시는 다시 방문하지 않게 한다.

#### 도시왕복하기

- Vertex Capacity 를 이용해 각 정점을 Vin과 Vout으로 쪼갠다
- Vin -> Vout의 capacity를 1로 두면, 같은 정점은 1번만 방문하게 된다.

- 이제 이 문제는 1을 source로, 2를 sink로 할 때
- Maximum Flow를 구하는 것이 답이다.

## 도시왕복하기

https://www.acmicpc.net/problem/2316

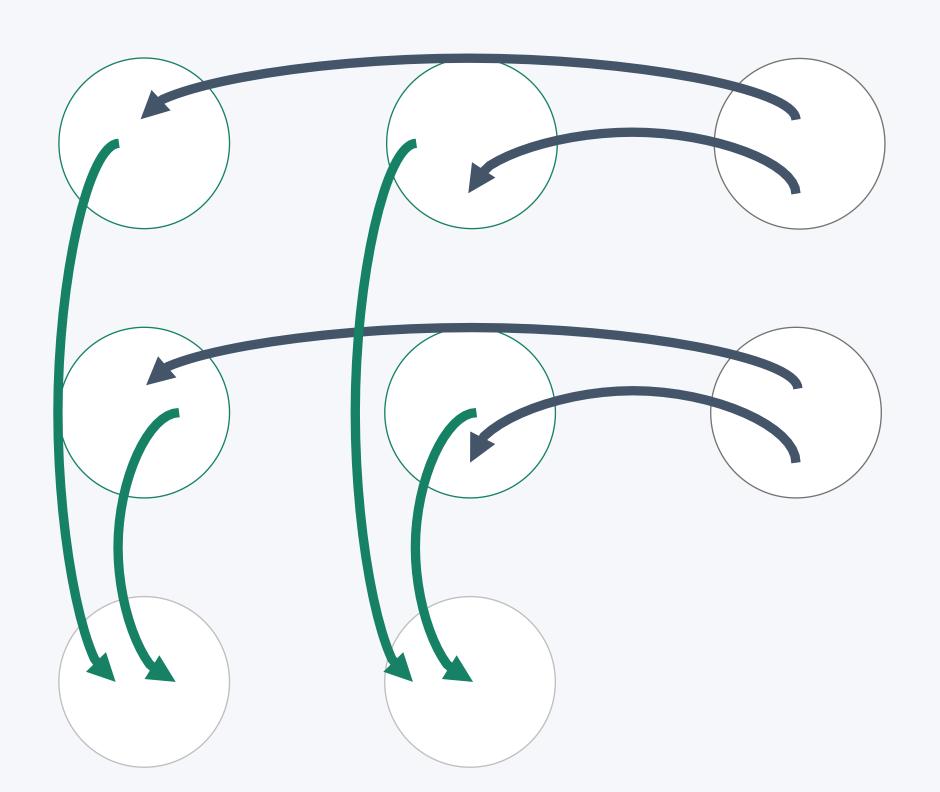
• https://gist.github.com/Baekjoon/2637141271719edf72a5

		12
		4
6	10	

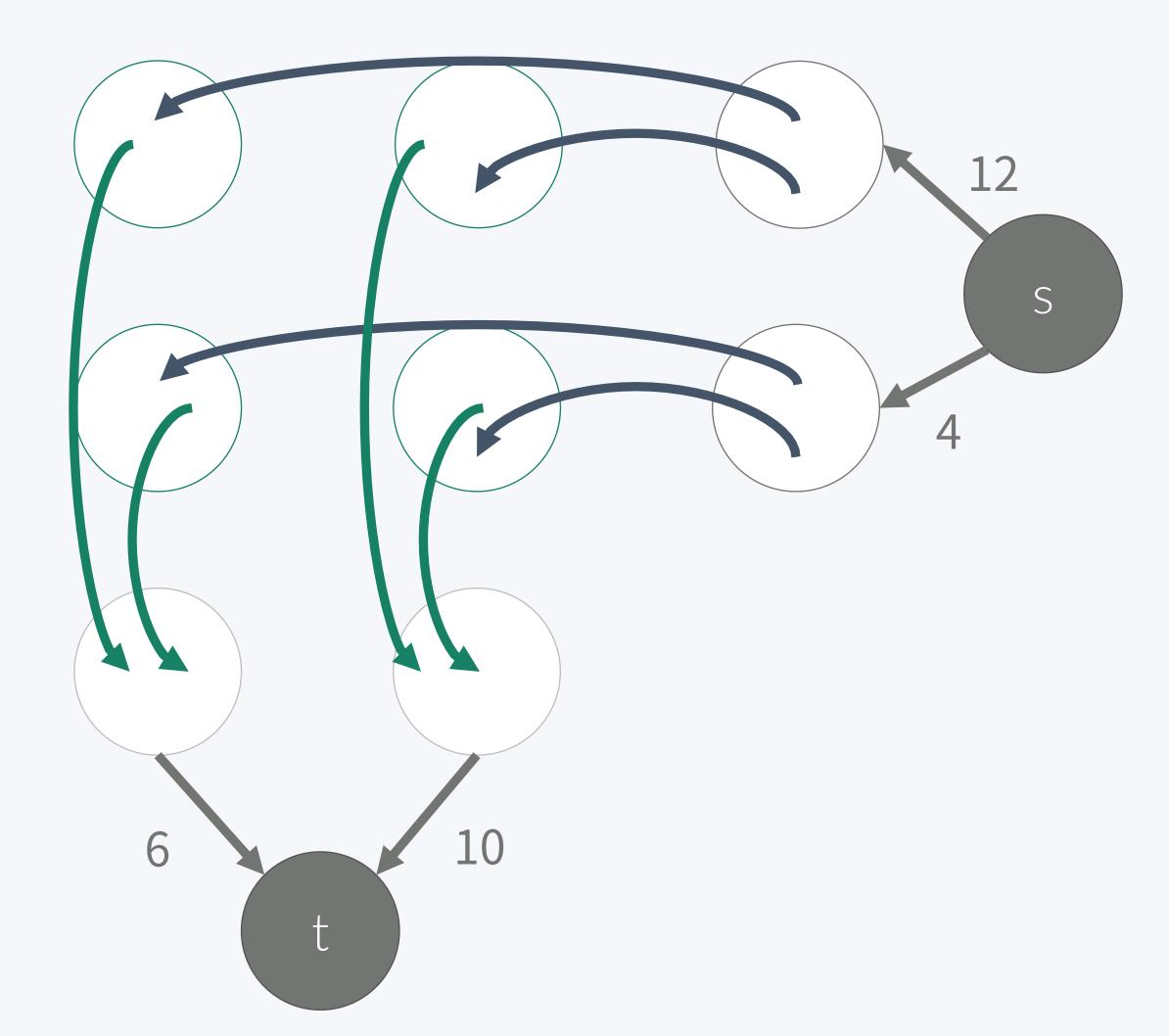
		12
		4
6	10	



		12
		4
6	10	



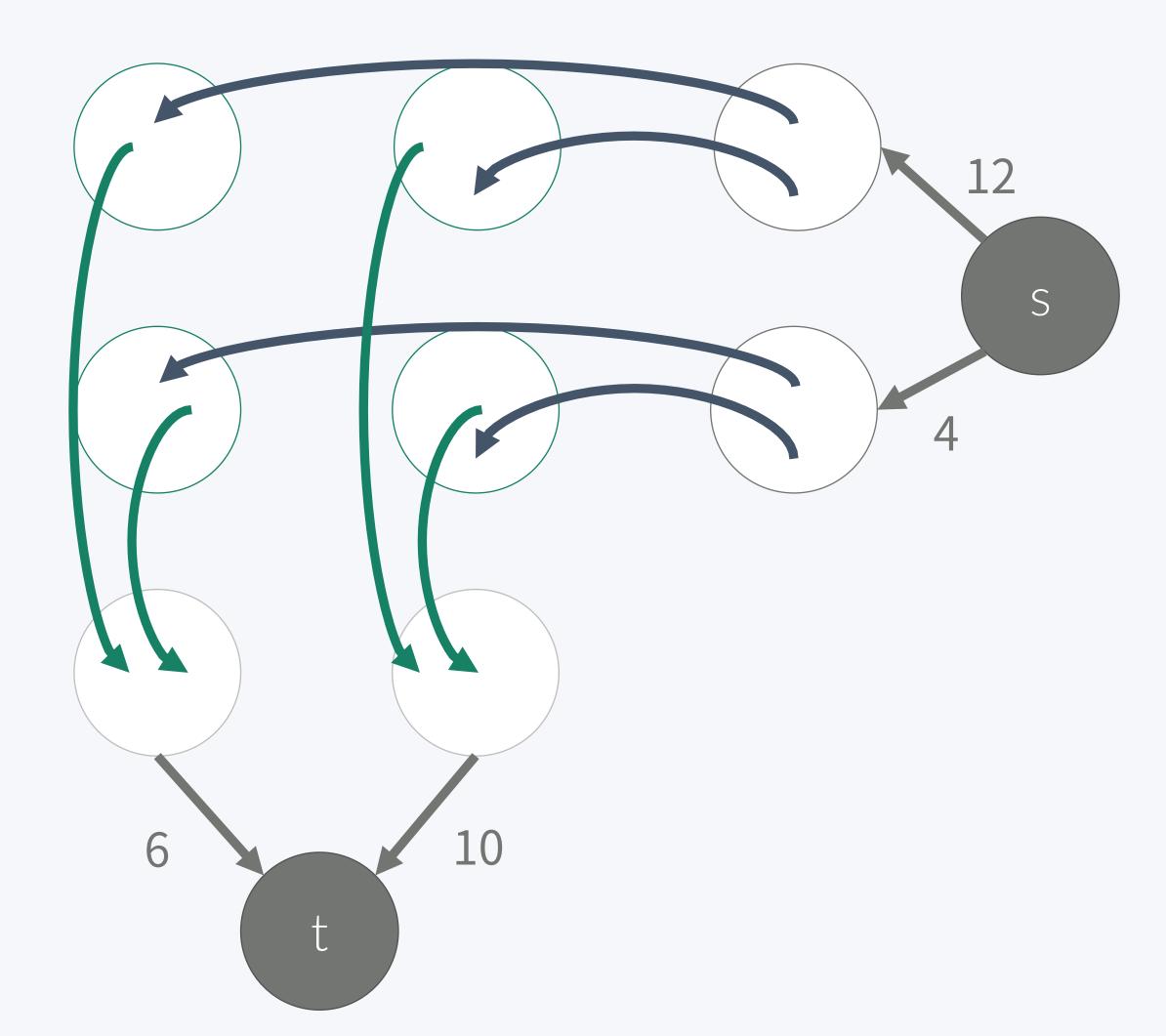
		12
		4
6	10	



https://www.acmicpc.net/problem/2365

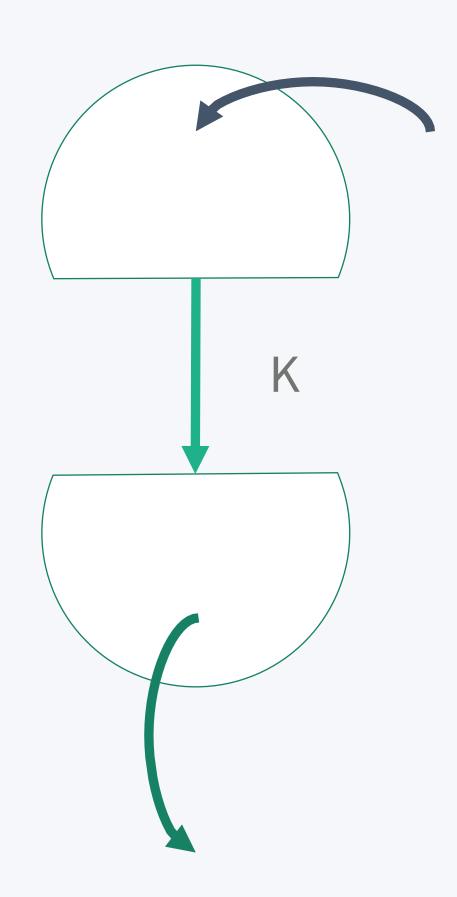
• 최대 숫자를 K로 결정

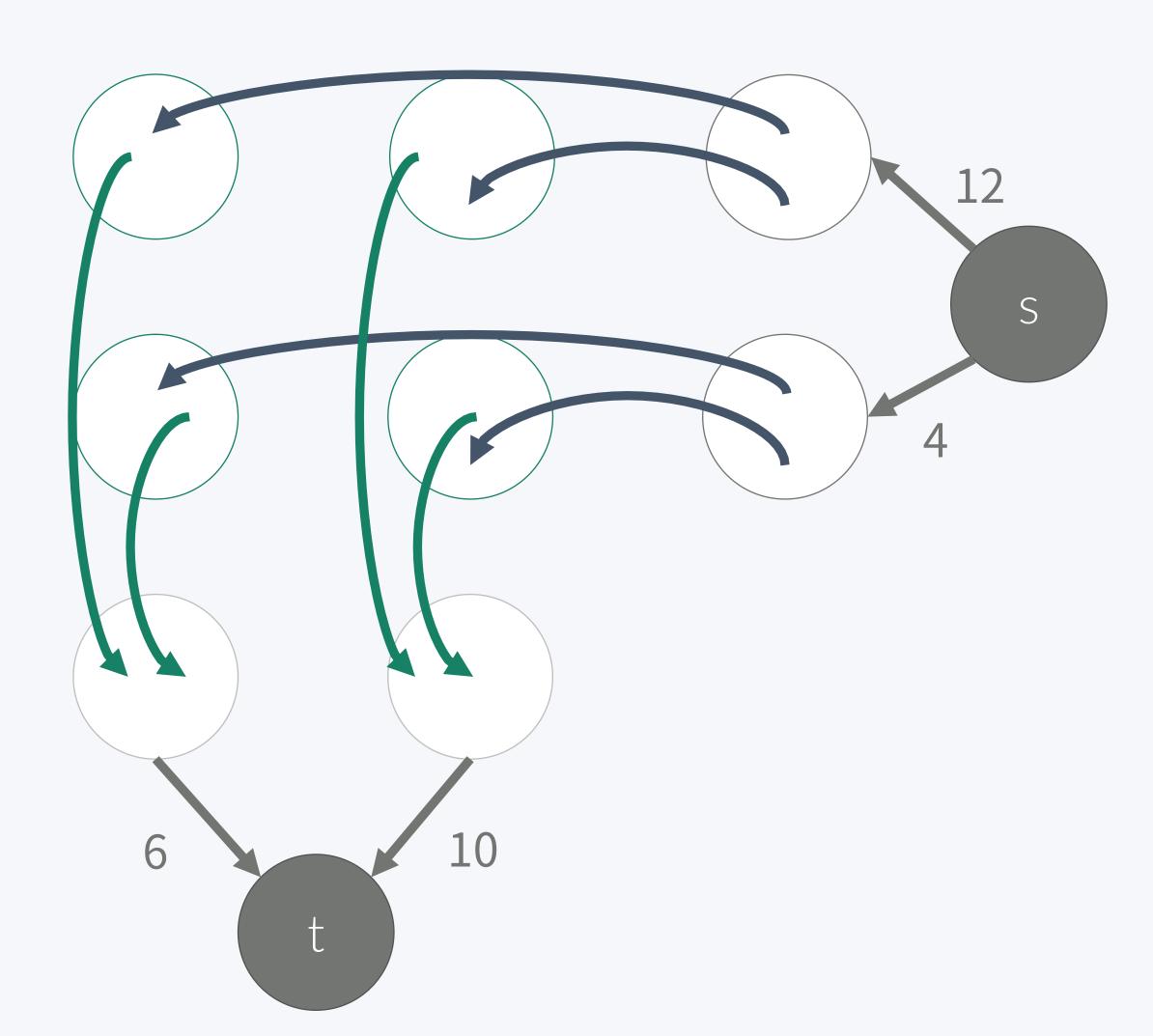
		12
		4
6	10	



https://www.acmicpc.net/problem/2365

• 최대 숫자를 K로 결정

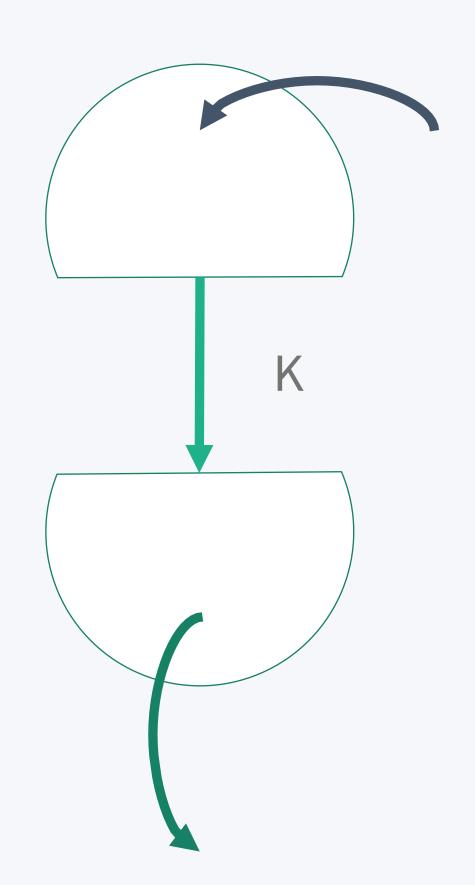


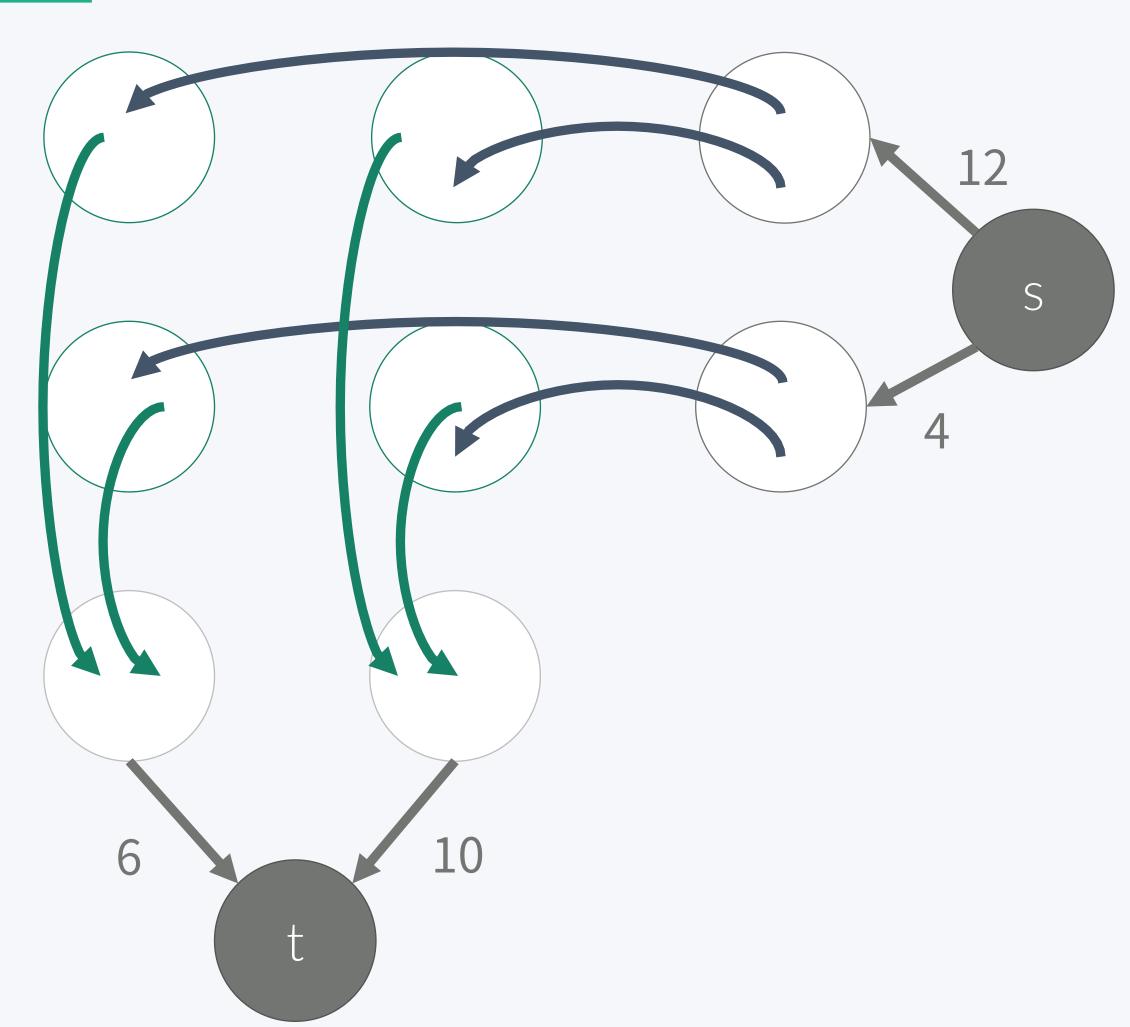


# 숫자판 만들기

https://www.acmicpc.net/problem/2365

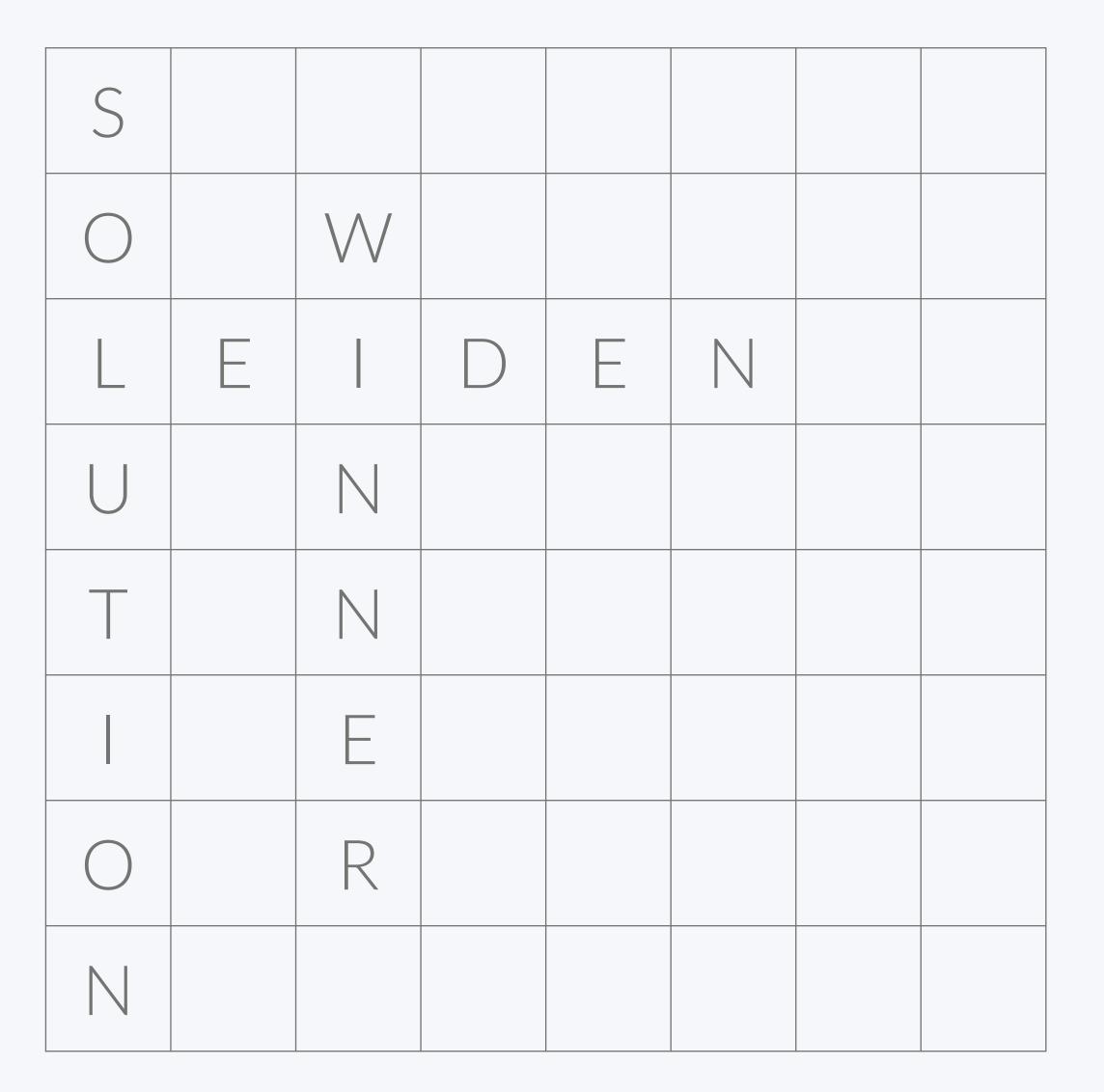
• https://gist.github.com/Baekjoon/0a0992a460547d9fdc6b





- 크로스워드 퍼즐을 푼 결과가 주어진다.
- 올바르지 않게 채운 결과도 있다.
- 정답이 될 수 있는 단어의 최대 개수를 구하는 문제

- 22
- 01BAPC
- 02 LEIDEN
- 0 0 SOLUTION
- 21 WINNER



- 두 단어가 겹칠 수 있다.
- 항상 가로 단어와 세로 단어가 겹치기 때문에
- 겹치는 것으로 그래프를 만들면 이분 그래프가 된다
- 최소 정답의 개수는 최대 매칭의 개수와 같다 (Max-flow Min-cut theorem)
- 정답은 H + V 매칭 의 개수가 된다.

https://www.acmicpc.net/problem/5398

• <a href="https://gist.github.com/Baekjoon/48381e6a6df43bcc15d2">https://gist.github.com/Baekjoon/48381e6a6df43bcc15d2</a>

- 각팀이 푼문제 수와 각문제가 풀린 횟수가 주어졌을 때
- 각팀이 어떤 문제를 풀었는지 구하는 문제

- 세팀이 2, 1, 2 문제를 풀었고, 세문제를 푼팀이 1, 2, 3인 경우에
- 가능한 경우
- NYY
- NNY
- YYN
- 또는
- NYY
- NYN
- YNY

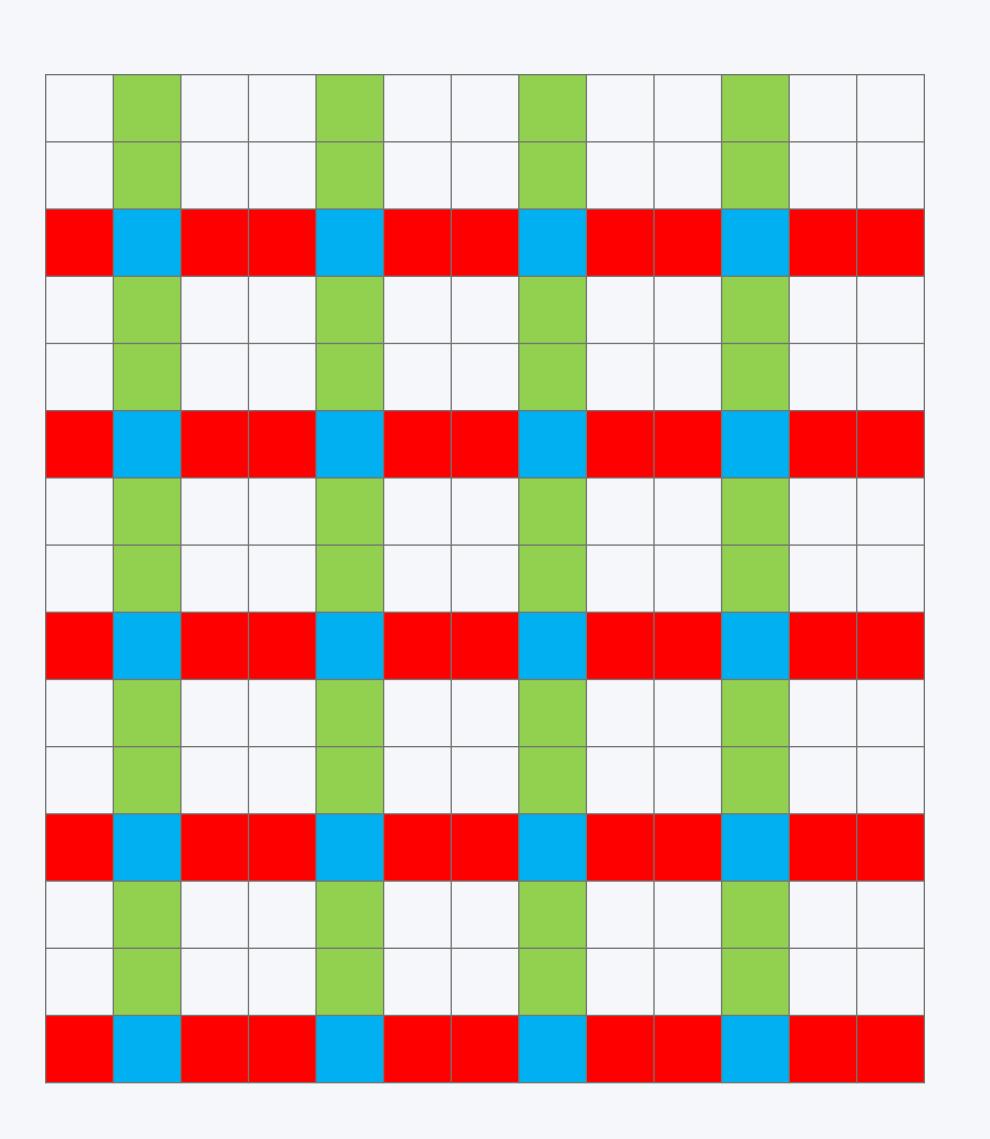
- 가능한 경우가 여러가지면 사전 순으로 앞서는 것을 찾는 문제
- 최대 유량을 구한 다음, 사용 하는 것으로 체크되어 있는 간선 마다
- 그 간선을 이용하지 않고 다른 매칭을 구할 수 있으면 N, 이용해야 하면 Y

https://www.acmicpc.net/problem/3848

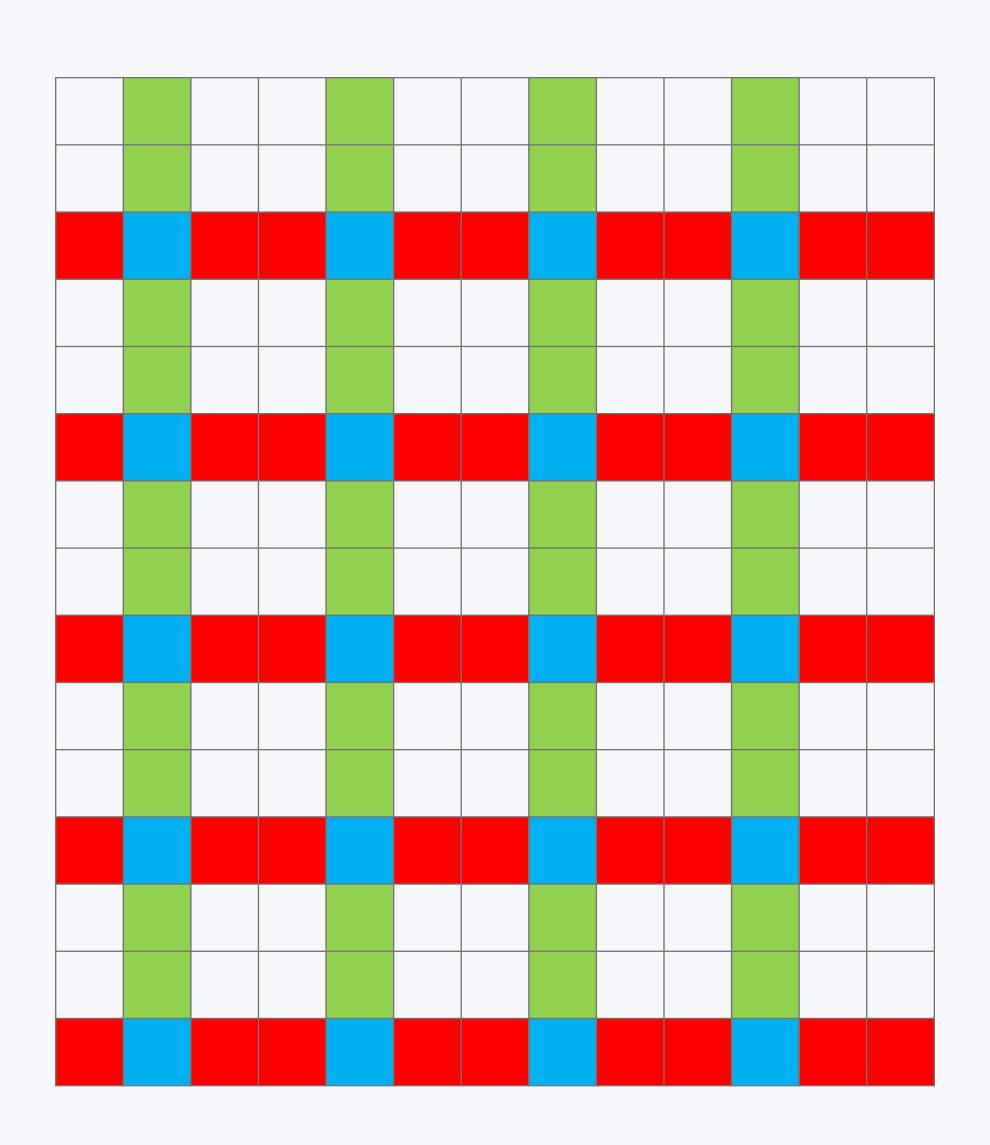
• <a href="https://gist.github.com/Baekjoon/ec14970d7544bbe40fea">https://gist.github.com/Baekjoon/ec14970d7544bbe40fea</a>

- 단위 정사각형으로 이루어진 정사각형에서 즐기는 게임이다
- $1 \times 1 \times 2$  크기의 직육면체를 굴려서 도착칸에 서있게 만드는 문제
- $2 \times 1$ 면이 닿아있을 때는,  $1 \times 1$ 면이 그리드에 닿게만 굴릴 수 있다
- 즉, 변의 길이가 1인 곳을 기준으로 굴려야 한다
- 일부 칸은 구멍이다
- 이 게임을 풀 수 없게 하기 위해서 뚫어야 하는 구멍의 최소 개수를 구하는 문제

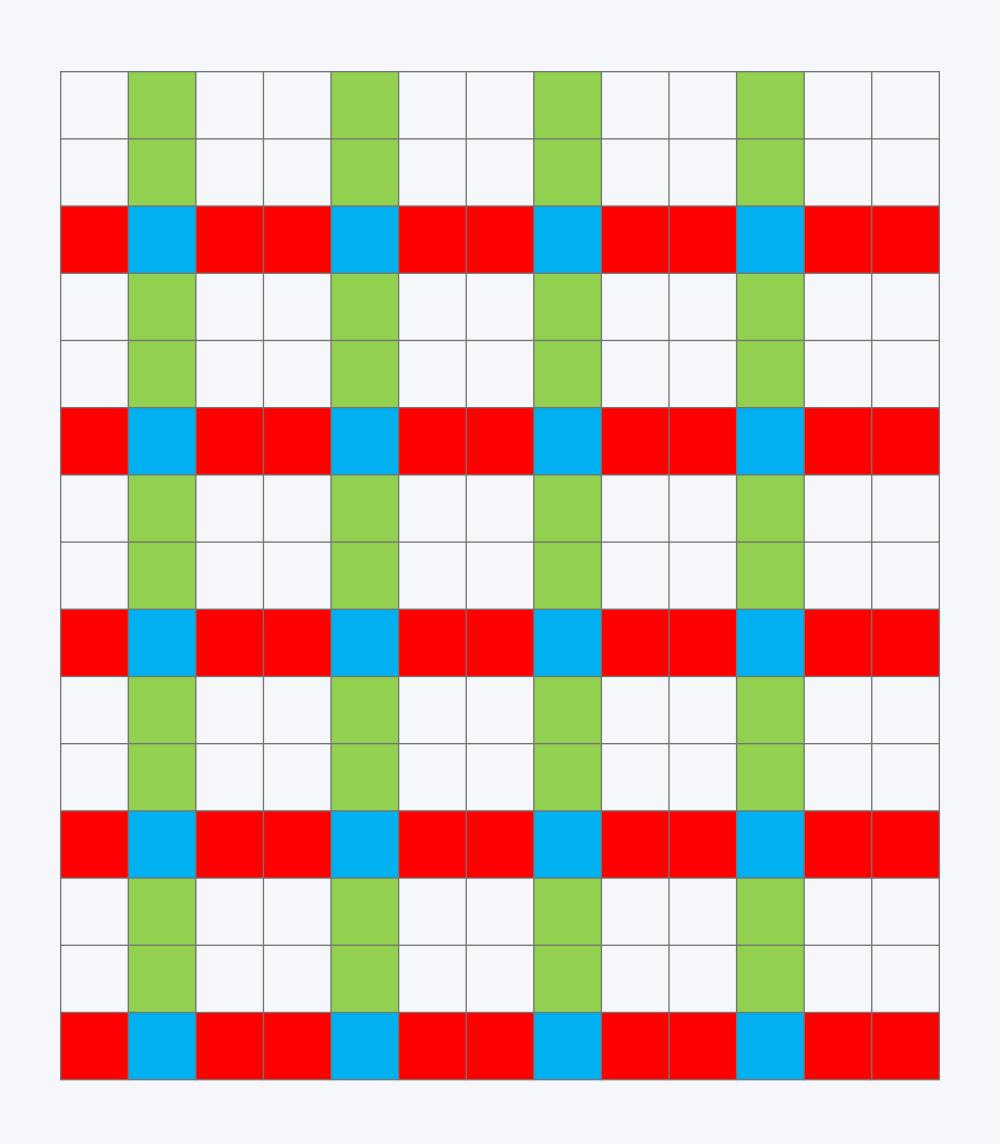
- 이동할 수 있는 위치는 다음과 같다
- 1 × 1면으로 놓일 수 있음
- 2 ×1면으로 놓일 수 있음
- 1 × 2면으로 놓일 수 있음



- (i, j)에서 (x, y)를 갈 수 있으려면
- 파란색 점을 이용해서 이동해야 한다



- 시작점 (x, y)와
- 도착점 (gx, gy)에 대해서
- 파란색 칸을 정점으로, 초록색 칸을 간선으로
- 연결한다
- 구멍이 있으면 정점이나 간선을 만들 수 없는
- 경우이다



- 그런데, 구멍은 정점을 자르는 것이기 때문에
- 정점을 둘로 나눠준다.
- 1 × 1칸에 구멍을 만드는 것은 코스트 1 (정점 나누기)
- 1 × 2, 2 × 1 칸에 구멍을 만드는 것은 코스트 2 (간선), 이미 구멍이 있으면 코스트 1

https://www.acmicpc.net/problem/12922

• https://gist.github.com/Baekjoon/3e68890c58975802357d7f5bc4e0c9ec

- 체스판을 L-모양 타일로 최대한 많이 채우는 문제
- 말이 이미 올려져 있는 칸에는 타일을 놓을 수 없고
- 타일을 겹쳐놓을 수도 없다
- 타일의 꼭지점 칸은 체스판의 검정색 칸이어야 한다

- 체스판의 각 칸을 다음과 같이 세 종류로 나눌 수 있다.
- 1: 홀수 행에 있는 흰 칸
- 2: 검정 칸
- 3: 짝수 행에 있는 흰 칸

```
2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

3
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

3
2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

4
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
```

https://www.acmicpc.net/problem/12961

• 모든 1, 2, 3 그룹이 타일을 나타내게 된다

```
2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
```

- 모든 칸 u에 대해서
- IN(u) -> OUT(u) cap = 1
- 1인 칸 u에 대해서
- 소스 -> IN(u) cap = 1
- 3인 칸 u에 대해서
- OUT(u) -> 싱크 cap = 1
- u와 v가 인접해 있고, u+1의 값이 v와 같으면
- OUT(u) -> IN(v) cap = 1

```
2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2

2
3
2
3
2
3
2
3
2
3

1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
1
2
```

https://www.acmicpc.net/problem/12961

• C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/a0f03e333b8eca19281600c832066adf

- i번 도로를 지나갈 수 있는 사람의 수는 3^i명이다
- 0번 교차로에서 출발해서 N-1번 교차로로 도착할 수 있는 사람의 수를 구하는 문제

https://www.acmicpc.net/problem/12963

• 이 문제는 최대 유량 문제다

- 이 문제는 최대 유량 문제다
- 그래서 최소 컷 문제다

https://www.acmicpc.net/problem/12963

• 3^i는 3^j (j < i)의 합보다 크다

- 비용이 3^(m-1)인 도로가 있다고 하자. 그리고 이 도로가 가중치가 가장 큰 도로이다
- 이 도로를 지우는 것은 나머지 도로를 지우는 비용보다 더 크다
- 따라서 이 도로를 지우는 것은 가장 최악의 경우이다
- 언제?

- 비용이 3^(m-1)인 도로가 있다고 하자. 그리고 이 도로가 가중치가 가장 큰 도로이다
- 이 도로를 지우는 것은 나머지 도로를 지우는 비용보다 더 크다
- 따라서 이 도로를 지우는 것은 가장 최악의 경우이다
- 언제?
- 나머지 도로를 모두 지웠는데, 0에서 N-1으로 갈 수 있으면, 지워야 한다.

https://www.acmicpc.net/problem/12963

• 비용이 3^(m-1)인 도로를 지운 후에는 같은 과정을 반복하면 된다



https://www.acmicpc.net/problem/12963

• 즉, 비용이 가장 큰 도로부터 순서대로 보면서, 0에서 N-1로 갈 수 있으면 지우고, 갈 수 없으면 그냥 놔두면 된다

https://www.acmicpc.net/problem/12963

• C/C++: https://gist.github.com/Baekjoon/023746d0be86e539e6718656db83afda

#### 102

#### 빨간선분파란선분

- 점 N개가 있다
- 점을 빨간색 또는 파란색으로 칠하고
- 선분을 연결해야 한다
- 선분은 같은 색 점 두 개를 연결해야 하고, 선분의 색은 점의 색과 같다
- 같은 색을 갖는 선분은 접하거나 교차할 수 있지만, 다른 색을 갖는 선분은 접하거나 교차하면 안된다. 즉, 빨간 선분은 파란 선분과 접하거나 교차하면 안된다
- i번 점과 j번 점을 연결하는 빨간 선분의 점수는 red[i][j]점이고, 파란 선분의 점수는 blue[i][j]이다
- 선분을 그려서 얻을 수 있는 점수의 최대값을 구하는 문제

#### 빨간선분파란선분

103

- 선분을 만들지 말고, 선분을 제거하는 문제로 바꿔서 푼다
- 모든 선분을 다 만든다음에, 겹치거나 교차하지 않게 선분을 지우는 문제
- 제거하는 간선의 비용을 최소로 해야 한다

# 빨간선분파란선분

https://www.acmicpc.net/problem/12965

• 이 문제는 최소 컷 문제이다



#### 105

## 빨간선분파란선분

https://www.acmicpc.net/problem/12965

C/C++: <a href="https://gist.github.com/Baekjoon/8f48c8955be85d583abe3b1fa4b6a1a1">https://gist.github.com/Baekjoon/8f48c8955be85d583abe3b1fa4b6a1a1</a>