

NURBS 曲面细分建模技术的研究与应用

苏静

(太原工业学院 计算机工程系, 山西 太原 030008)

摘要: NURBS是几何建模领域一种最常用的建模方式。NURBS拥有很多良好的数学性质,该文在分析关于曲线曲面细分建模技术的基础上,采用了节点插入方法进行NURBS曲线曲面细分,设计了NURBS曲面细分建模小型系统,将细分技术应用于建模系统,实现了三维曲面细分建模。

关键词: NURBS;节点插入;NURBS建模系统;细分

中图分类号: TP311 **文献标识码:** A

文章编号: 1009-3044(2021)15-0004-02

DOI: 10.14004/j.cnki.ckt.2021.1430

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



1 背景

NURBS是几何建模领域一种最常用的建模方式。NURBS拥有很多良好的数学性质。曲面细分技术的原理就是按照一套细分的规则对曲面进行多次细分,使模型的曲面细分到一定的程度,让模型看上去足够的光滑细致。B样条在处理二次曲线弧时,人们发现B样条并不能对除抛物线以外的二次曲线弧进行精准的表示,只能给出拟合的效果。而这种拟合的效果会造成更加复杂的问题。因此,人们提出了非均匀有理B样条方法,简称NURBS。NURBS继承了B样条的所有优点,在一定的条件下能进行转化为Bezier、B样条等其他的曲线曲面,这意味着NURBS对产品形状的描述有了统一的数学描述^[1-2]。

NURBS节点插入技术就是在NURBS的节点矢量中插入一个节点,插入节点后重新对节点矢量进行排序,重新计算控制顶点和权因子的数值,然后再将其绘制出来,绘制出来的曲线曲面和原来的形状不变,NURBS的控制多边形趋近于曲线曲面。利用NURBS节点插入技术,我们可以实现NURBS的细分技术。通过NURBS的细分技术,使设计人员实现复杂建模的需要。

2 NURBS 曲线方程的有理分式表示

一条k次NURBS曲线表示为一段有理多项式矢函数:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u)}, 0 \leq u \leq 1 \quad (1)$$

公式(1)是NURBS曲线的定义公式, $w_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 是NURBS的权因子, $d_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 是NURBS的控制顶点。

3 NURBS 曲面方程的有理分式表示

在U和V方向构造NURBS曲面, $k \times l$ 次NURBS曲面的有

理分式表示:

$$p(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{ij} d_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}, 0 \leq u, v \leq 1 \quad (2)$$

公式(2)中 w_{ij} 是NURBS曲面的控制权因子, d_{ij} 是NURBS控制顶点,构成控制网格($m \times n$)。

4 细分的相关知识及算法的实现

细分就是对一个初始的形状描述数据进行无限次递归的细化,使之达到产品设计人员的要求。但在实际的运用中,进行无限次数的细分是不现实。因此,人们通常是在细分网格的尺寸小于屏幕的分辨率时,对于初始网格只执行两个细分,并且在检测到两个细分之后,将补丁的近误差和平滑的数据用作初始调整的基础。细分次数越多,效果越好,但计算量越大,光顺效率越低。因此,这两个细分是效率和效率之间的权衡^[3]。

1) NURBS曲线插入一个节点

设已给一条k次NURBS样条曲线:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u)}, 0 \leq u \leq 1 \quad (3)$$

$u = [u_0, u_1, \dots, u_i, u, u_{i+1}, \dots, u_n, u_{n+k+1}]$ 公式(3)中,在前面NURBS的知识介绍,我们已经知道NURBS样条可以说由节点矢量 $u = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}]$ 完全决定。现在我们在NURBS曲线中增加一个节点,也就是在NURBS曲线某一段的节点域范围内增加一个节点 $u \in [u_i, u_{i+1}] \subset [u_k, u_{n+1}]$,增加节点后新节点的矢量:

$$u = [u_0, u_1, \dots, u_i, u, u_{i+1}, \dots, u_n, u_{n+k+1}]$$

收稿日期:2021-02-05

基金项目:山西省教育厅高校科技创新项目(项目编号:2019L0924)

作者简介:苏静(1970—),女,山西太原人,讲师,学士,研究方向为计算机应用、图形学。

对节点矢量进行重新排序号,如下:

$$\bar{U} = [\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_i, \bar{u}_{i+1}, \bar{u}_{i+2}, \dots, \bar{u}_n, \bar{u}_{n+k+2}] \text{ 新的一组}$$

节点矢量序列 \bar{U} 必然得有一组新的基函数 $\bar{N}_{i,k}(u)$ 。然后我们重新计算控制顶点的位置:

$$\bar{d}_i (i = 0, 1, \dots, n)$$

NURBS样条曲线新的公式表示为:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i \bar{d}_i \bar{N}_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i \bar{N}_{i,k}(u)}, 0 \leq u \leq 1 \quad (4)$$

控制顶点添加后,曲线的形状不会改变,维持原来的形状,其的控制多边形趋近于曲线曲面。1980年伯姆在节点插入算法给出了新顶点计算公式。顶点位置的计算公式如下:

$$\begin{cases} \bar{d}_j = d_j & j = 0, 1, \dots, i - k \\ \bar{d}_j = d_j^1 = (1 - a_j^1) d_{j-1} + a_j^1 d_j & j = i - k + 1, \dots, i - r \\ a_j^1 = \frac{u - u_i}{u_{j+k+1} - u_j}, & \left(\text{规定 } \frac{0}{0} = 0 \right) \\ \bar{d}_j = d_{j-1}, & j = i - r + 1, \dots, n + 1 \end{cases} \quad (5)$$

其中, r 表示为将要插入的节点 u 在原节点矢量 U 中已经存在的个数。

NURBS曲线重复插入同一个节点这时新的节点矢量为:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= [\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_{n+k+i+1}] \\ &= \left[u_0, u_1, \dots, \underbrace{u_{i-r+1}, \dots, u_i}_{r \text{ 重}}, u, \underbrace{u, u_{i+1}, \dots, u_{n+k+1}}_{r \text{ 重}} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

新的一组 $N_{j,k}(u)$ 表示为 $\bar{U}_{j,k}(u) (j = 0, 1, \dots, n + 1)$ 。

新的NURBS曲线表示为:

$$p(u) = \frac{\sum_{j=0}^{n+1} w_j \bar{d}_j \bar{N}_{j,k}(u)}{\sum_{j=0}^{n+1} w_j \bar{N}_{j,k}(u)}, 0 \leq u \leq 1 \quad (7)$$

2) NURBS曲面插入节点

一张 $k' \times l$ 次的NURBS曲面表示为:

$$p(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{ij} d_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}, 0 \leq u, v \leq 1 \quad (8)$$

公式(8)中,其曲面的生成依赖节点矢量 $u = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}]$ 和 $v = [v_0, v_1, \dots, v_{n+l+1}]$ 所影响。在曲面 u 向节点定义域的某个节点区间内增加一个节点,得到一个新的节点矢量序列^[4]。在节点区间增加一个节点,形式如下:

$u \in [u_i, u_{i+1}] \subset [u_k, u_{n+1}]$ 新的节点矢量表示,如下:

$$u = [u_0, u_1, \dots, u_i, u, u_{i+1}, \dots, u_n, u_{n+k+1}] \quad (9)$$

$$p(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^{m+1} \sum_{j=0}^{n+1} w_{ij} \bar{d}_{ij} \bar{N}_{i,k}(u) \bar{N}_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^{m+1} \sum_{j=0}^{n+1} w_{ij} \bar{N}_{i,k}(u) \bar{N}_{j,l}(v)}, 0 \leq u, v \leq 1 \quad (10)$$

对节点矢量重新排列序号,如下:

$$\bar{U} = [\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_i, \bar{u}_{i+1}, \bar{u}_{i+2}, \dots, \bar{u}_n, \bar{u}_{n+k+2}] \quad (11)$$

在曲面 v 向节点定义域的某个节点区间内增加一个节点,获得了一个新的节点矢量序列。在节点区间增加节点,形式如下:

$$v \in [v_j, v_{j+1}] \subset [v_i, v_{n+1}] \quad (12)$$

新的节点矢量表示,如下:

$$V = [v_0, v_1, \dots, v_j, v, v_{j+1}, \dots, v_n, v_{n+i+1}] \quad (13)$$

对节点矢量重新排列序号,如下:

$$\bar{V} = [\bar{v}_0, \bar{v}_1, \dots, \bar{v}_j, \bar{v}_{j+1}, \bar{v}_{j+2}, \dots, \bar{v}_n, \bar{v}_{n+i+2}] \quad (14)$$

新的节点矢量 \bar{U} 与 \bar{V} 必然得有相对应的一组新的:

$N_{i,k}(u) (i = 0, 1, \dots, m + 1)$ 与 $N_{j,l}(v) (j = 0, 1, \dots, n + 1)$ 。

使用伯姆的方法计算出新的顶点:

$\bar{d}_{ij} (i = 0, 1, \dots, m + 1; j = 0, 1, \dots, n + 1)$ 和新的权因子:

$\bar{w}_{ij} (i = 0, 1, \dots, m + 1; j = 0, 1, \dots, n + 1)$ 。

NURBS曲面新顶点位置和NURBS曲线的算法相同,分 u 向和 v 向分别计算即可。NURBS曲面中在同一位置重复插入同一节点的算法和NURBS曲线的也是一样。

5 细分建模应用

本文选择应用程序开发工具实践了一个简单的NURBS建模系统。主要完成导入图片,针对图中物体开始描边、获取对应数据,对数据进行细分建模构成三维模型。本次使用了Qt平台框架进行程序的设计。Qt是一个界面的应用程序框架,主要用于界面的设计,具有便捷性可以直接拖动控件进行界面布局,同时也可以使用代码进行界面布局。MFC平台框架涵盖的东西较多,较为冗余,MFC是微软框架,底层的代码实现更加地适应着Windows系统,不具有跨平台性。而Qt并不依附于某一个系统,具有跨平台性,而且Qt运行效率比MFC好,Qt还实现了C++中不具有的仿射机制,其功能的实现主要是采用了元编译器结合宏,加之Qt的信号的槽的机制,使其真正实现了组件式编程。

5.1 主界面



图1 主界面

(下转第8页)

根据需求设置数据读取和上传的时间间隔,以便在空闲时开启传感器的休眠状态,减少功耗,延长传感器待机时长。根据实际在农田中布置结合NB-IoT技术的智能控制终端,例如灌溉设备、保温设备、农药喷洒设备等,当获取应用层的指令后,能自动完成灌溉、保温、施肥等工序。

3.3.2 网络传输层

该层负责将数据感知层的NB-IoT设备接入Internet,是信息传输与控制过程中的关键环节。网络连接分为有线连接和无线连接,有线连接由移动、联通、电信三大运营商提供,各运营商都有现成的基站,极大降低了NB-IoT物联网的入网成本;无线连接以NB-IoT物联网为基础,首要的是配备嵌入式网关,将传感器采集的数据进行简单分析处理后,经过NB-IoT与运营商网络将数据传输到服务器的数据库中存储,并为控制智能终端的电磁阀开关提供通信服务^[7]。

3.3.3 智能处理层

智能处理层主要包含了数据存储、数据查询、大数据分析等数据处理功能,将采集的信息上传至云服务器,用户应用层提供的可实现网络安全防御功能,通过PC端检测系统和手机App为提供查询接口,实时比对农作物生长所需条件的指标范围,为用户自行开启与关闭智能终端电磁阀开关提供依据。对传感器所采集的历史数据进行综合评估,预测农作物生长态势并实现对土壤、水资源等污染风险的管控,已达到节约资源、保护环境的目的。

3.3.4 用户应用层

用户应用层位于系统的最上层,是用户与检测系统进行交互的接口层。设计适用于PC端的农作物种植检测系统或手机

端App,监测的数据和分析结果将直接呈现给用户,为种植户、农业专家、管理者提供访问监测系统的界面,帮助用户实现农作物种植管理的数字化和可视化。

4 结论与展望

基于NB-IoT的农作物种植测控系统能够加强农作物种植过程中数据采集的真实性、数据传输的实时性,数据管理的智能化,提高了农业现代化设备的使用与管理水平。该系统还可以结合区块链技术更进一步研发,以提高数据的安全性。成熟的农作物种植测控系统可在农田、茶园、棉田、药田等进行推广,配以各类农用终端产品,真正实现农业现代化。

参考文献:

- [1] 王建忠. 浅谈NB-IoT关键技术及应用[J]. 数字通信世界, 2021(1):97-98, 168.
- [2] 杨观止, 陈鹏飞, 崔新凯, 等. NB-IoT综述及性能测试[J]. 计算机工程, 2020, 46(1):1-14.
- [3] 张永强, 高尚, 石莹, 等. NB-IoT技术特性及应用[J]. 计算机技术与发展, 2020, 30(7):51-55.
- [4] 肖学玲, 肖远军. NB-IoT技术在物联网中的应用分析[J]. 集成电路应用, 2020, 37(10):66-67.
- [5] 刘哲, 曾伟, 蔡凯. NB-IoT网络指标体系研究与应用[J]. 邮电设计技术, 2020(12):56-60.
- [6] 王英强, 张卫钢, 王红刚. 基于NB-IoT的农业数据采集系统的设计[J]. 计算机技术与发展, 2020, 30(2):206-210.
- [7] 张净, 张涛, 郭洪波. 基于窄带物联网的中药材种植智能测控系统设计[J]. 江苏农业科学, 2020, 48(13):256-264.

【通联编辑: 谢媛媛】

(上接第5页)

5.2 细分的效果

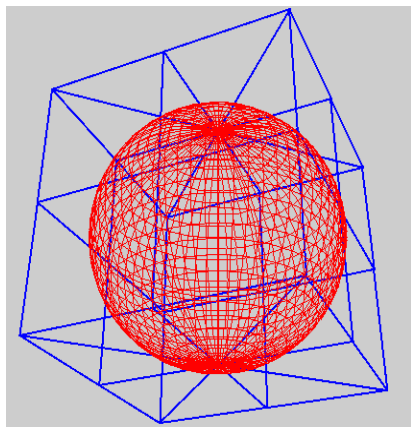


图2 细分N次图

6 结束语

本文通过对NURBS建模技术的研究,实现了使用NURBS技术进行三维建模,同时通过代码建立了一个小型的NURBS建模系统。在完成NURBS曲面细分技术的研究之后,将其研

究成果加入NURBS建模系统中,实现了NURBS节点插入细分算法,实现了NURBS曲面细分建模技术^[5]。NURBS曲面采用的节点插入来进行曲面细分,由于新的控制点总是整行、整列地加入曲面上,因此细分后的NURBS曲面不够精细。为了解决NURBS曲面细分后不够精细的问题,提出了T样条采用一种新的点样条曲面(Point-based Splines)定义方式,曲面的结构变得更加灵活,使样条曲面真正的具有了局部细分的特性。该算法用于NURBS曲面模型的精简处理。

参考文献:

- [1] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条[M]. 2版. 北京:高等教育出版社, 2013.
- [2] 于行洲, 查红彬, 石青云. 蝶形细分面片的光顺[J]. 中国图象图形学报A辑, 2003, 8(3):299-305.
- [3] 彭小新, 唐月红. 自适应T样条曲面重建[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(12):1818-1825.
- [4] 薛翔. T样条曲面造型技术的研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2014.
- [5] 孔令德, 康凤娥. NURBS曲面细分建模技术的研究与实现[J]. 洛阳师范学院学报, 2020, 39(5):26-31.

【通联编辑: 谢媛媛】