



机电工程  
*Journal of Mechanical & Electrical Engineering*  
ISSN 1001-4551, CN 33-1088/TH

## 《机电工程》网络首发论文

题目：基于变密度拓扑优化构型的光滑边界提取方法  
作者：陈昊悒，吴晓明  
网络首发日期：2023-01-16  
引用格式：陈昊悒，吴晓明. 基于变密度拓扑优化构型的光滑边界提取方法[J/OL]. 机电工程. <https://kns.cnki.net/kcms/detail//33.1088.TH.20230113.1249.003.html>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 基于变密度拓扑优化构型的光滑边界提取方法\*

陈昊烽, 吴晓明\*

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361102)

**摘要:** 在变密度法拓扑优化结果中, 灰度单元及锯齿形边界难以转化为计算机辅助设计 (CAD) 模型, 针对这一问题, 提出了一种基于变密度拓扑优化构型的光滑边界提取 (重构) 方法。首先, 使用变密度法得到的伪密度值, 在设计域中构造了一个非均匀有理 B 样条 (NURBS) 拟合曲面; 然后, 构造了一种二分法迭代格式, 以确定满足体积约束的“零水平集”位置, 并运用 VBA 编写了迭代程序; 最后, 以水平集方法中的“零水平集”作为结构边界, 构成了 CAD 模型, 实现了光滑边界的提取。研究表明: 采用光滑边界提取方法, 降低了变密度拓扑优化过程中的要求 (需要减少灰度单元), 消除了结果中的锯齿形边界, 实现了变密度法优化构型到 CAD 模型的快速转换; 通过 3 个数值算例得到的拓扑优化模型体积分数误差小于 1%, 边界光滑、结构性能良好, 表明了光滑边界提取方法的有效性和通用性。

**关键词:** 拓扑优化; 光滑边界重构方法; 边界识别; 计算机辅助设计; 非均匀有理 B 样条

**中图分类号:** TH122 **文献标识码:** A

## Smooth boundary extraction method for variable density topology optimization

CHEN Hao-yi, WU Xiao-ming

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361102, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that gray elements and zigzag boundaries in the result of density-based topology optimization method which makes it difficult to convert the topology optimization result into the computer-aided design (CAD) model and significantly hinders its engineering application, a new method of boundary smooth reconstruction was proposed for variable density topology optimization result. First, the pseudo density values obtained by the density-based method were used to construct a non-uniform rational B-spline (NURBS) surface in the design domain; then, a bisection iteration algorithm was constructed to determine the position of the "zero level set" surface, so as to ensure that the transformed model met the volume constraint, and the Visual Basic Application (VBA) was employed to compile the iterative program; finally, the "zero level set" in the level set method was applied as the structure boundary to construct the CAD model and achieve the smooth boundary extraction. The results of the study show that the proposed method reduces the requirement of reducing gray elements for density-based topology optimization, eliminates the zigzag boundary, and realizes the fast conversion from the optimized configuration to the CAD model. The volume fraction error of the topology optimization model obtained by the three numerical studies is less than 1%, the boundary is smooth and the structural perform well, which shows that the method is validity and versatility.

**Key words:** topology optimization; boundary smooth reconstruction; boundary detection; computer-aided design (CAD); non-uniform rational B-splines (NURBS)

## 0 引言

结构优化通常分为拓扑优化、形状优化和尺寸优化 3 种, 分别对应于 3 个不同的产品设计阶段, 即概念设计、基本设计及详细设计 3 个阶段<sup>[1]</sup>。

其中, 拓扑优化拥有最高的设计自由度, 是目前最具研究前景的优化设计方法。拓扑优化摆脱了以往结构设计方法的制约, 使得如几何镂空、尺寸/形状/拓扑大梯度空间变化的复杂构型设计成为可能, 极大地提升了结构性能<sup>[2]</sup>。拓扑优化的核心即在给定的边界条件下, 寻求设计域中结构的最佳拓扑形式, 包括静力学问题中的最优传力路径、热传导问题的最优散热、绝热构型等<sup>[3]</sup>。

与形状优化、尺寸优化相比, 拓扑优化的优势在于, 不仅能够给出优化结构的形状和尺寸, 同时也可以设计结构内部的孔洞个数、位置以及形状等, 可以有效提高设计的效率, 节省原材料, 提高产品的性能。因此, 拓扑优化方法在航空航天、汽车等领域得到了广泛应用。

目前, 常见的拓扑优化方法有变密度法、渐进结构法、水平集法等。其中, 变密度法具有数学模型相对简单、计算效率高等优点, 因此应用最为广泛。但是使用变密度法优化得到的结果以每个单元的相对密度表示, 其存在锯齿形边界以及一定数量的中间密度单元, 缺乏基本的几何特征, 无法直接用于加工制造。在将拓扑优化的结构转换为可用于加工的 CAD 模型的过程中需要人工操作, 此过程不仅耗时耗力<sup>[4]</sup>, 而且高度依赖于操作者的经验, 重构后的优化结果也会受到人为因素的影响。

因此, 需要寻找一种从优化结果中提取出准确、光滑的边界, 并将拓扑优化的结构转换为 CAD 模型的方法。

国内外已有学者对此进行了研究。CHACÓN J M 等人<sup>[5]</sup>采用三次均匀 B 样条曲线的方法来获得二维拓扑优化结果的拟合边界, 并开发了一个软件, 将二维黑白图像转换为 IGES 格式的 CAD/CAM 文件, 该软件可以解决数值计算结果和 CAD/CAM 软件之间的交互问题; 但该方法基于图像处理技术, 无法保证得到的结构满足体积约束。LIU Shu-tian 等人<sup>[6]</sup>提出了一种基于均匀 B 样条曲线的曲率和曲率导数的自适应的 B 样条拟合方法, 在满足误差要求的情况下, 使用最少控制点构建了参数化 CAD 模型; 但其拟合的封闭轮廓存在尖点。张国锋等人<sup>[7]</sup>提出了一种变密度法拓扑优化后处理方法, 对拓扑优化模型提取了锯齿形边界线, 获取了目标离散角点集, 并对其进行了曲线拟合, 得到了具有光滑

边界的优化结构; 但该方法需要人为确定分段点。杨睿等人<sup>[8]</sup>采用链码, 对拓扑优化结果的离散边界点进行了排序和分段, 然后使用 B 样条曲线, 分段描述拓扑优化结果的外边界与内边界, 完成了其参数化建模; 但 B 样条曲线在分段点的连续性无法得到保证。DA Dai-cong 等人<sup>[9]</sup>提出的进化拓扑优化 (evolutionary topology optimization, ETO) 方法使用节点灵敏度, 构造水平集函数, 通过隐式的方式, 确定了平滑的拓扑结构; 但该方法未实现优化结果到 CAD 模型的转换功能。

为此, 笔者提出一种拓扑优化结果重构方法, 将变密度法拓扑优化得到的伪密度, 以点云的形式输出, 将点云拟合为 NURBS 曲面, 使用 VBA 编写二分法程序寻找合适的截面切割曲面, 使结构满足拓扑优化的体积约束, 通过对切割后的轮廓投影即可得到结构的轮廓, 对该轮廓进行拉伸旋转等基本操作后, 即可得到所需的三维模型。

## 1 边界提取方法

### 1.1 变密度法

变密度法是以单元的相对密度作为设计变量, 人为假定相对密度和材料弹性模量之间的对应关系的一种方法。变密度法程序实现简单、计算效率高。

BENDSØE M P 等人<sup>[10]</sup>采用固体各向同性惩罚微结构模型 (solid isotropic microstructures with penalization, SIMP), 建立了单元弹性模量与密度之间的关系。SIMP 插值模型如下 (式中变量均为无量纲形式):

$$E(\rho_i) = \rho_i^p E_0, \quad \rho_i \in [0, 1] \quad (1)$$

式中:  $p$ —惩罚系数;  $E_0$ —实体材料的弹性模量。

该方法通过引入惩罚系数, 对中间密度值进行惩罚, 使中间密度向两端分布, 连续变量能很好地逼近 0/1 离散变量, 从而得到清晰的结构。

对于常见的以柔度最小化为目标的变密度法拓扑优化问题, 其数学模型如下式所示:

$$\begin{cases} \text{find: } \boldsymbol{\rho} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N\} \\ \text{min: } C = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \\ \text{s.t.: } \begin{cases} \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \\ \frac{V(\boldsymbol{\rho})}{V_0} = f \\ 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1 \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $N$ —单元总数目;  $\boldsymbol{\rho}$ —设计变量, 即离散后每

个单元的密度值； $C$ —结构柔度值； $F$ —载荷向量； $U$ —位移向量； $K$ —总体刚度矩阵； $V(\rho)$ —材料体积； $V_0$ —设计域体积； $f$ —结构体积约束； $\rho_{\min}$ —相对密度。

因其数学模型相对简单、计算效率高等优点，变密度法的应用极为广泛。SIGMUND O 给出的 99 行拓扑优化 MATLAB 代码和 ANDREASSEN E 给出的快速 88 行拓扑优化 MATLAB 代码，对变密度法的推广起到了很大的作用。在 Nastran、ANSYS 等商用有限元软件中，随着基于变密度法的拓扑优化模块的开发成功，设计人员利用变密度法进行拓扑优化的计算也日益增多。

### 1.2 非均匀有理 B 样条

非均匀有理 B 样条 (non-uniform rational B-splines, NURBS) 算法的执行速度快，并且数值稳定，为解析曲线曲面和自由型曲线曲面的表示提供了一种统一的算法。贝塞尔、有理贝塞尔、均匀 B 样条和非均匀 B 样条都被统一到 NURBS 中。

NURBS 目前广泛应用于计算机处理几何信息时形状的表达、设计和数据交换的工业标准。国际标准化组织 (ISO) 颁布的工业产品数据交换标准 (standard for the exchange of product model data, STEP) 中，也把 NURBS 作为定义工业产品几何形状的唯一数学方法<sup>[11]</sup>。

二维 NURBS 曲线如下式所示：

$$\rho(\xi) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (3)$$

式中： $N_{i,p}(u)$ —B 样条基函数； $P_i$ —控制点。

令：

$$U = \{u_0, u_1, \dots, u_m\} \quad u_i \leq u_{i+1}, 0, 1, \dots, m-1 \quad (4)$$

式中： $u_i$ —节点； $U$ —节点向量。

规定  $0/0=0$ ，则 B 样条基函数如下式所示：

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \end{cases} \quad (5)$$

式中： $N_{i,p}(u)$ —第  $i$  个  $p$  次 B 样条基函数。

将 NURBS 曲线的公式推广到三维，则 NURBS 曲面如下式所示：

$$\rho(\xi, \eta) = \sum_{i=0}^{n_x} \sum_{j=0}^{n_y} N_{i,p}(\xi) N_{j,p}(\eta) P_{i,j} \quad (6)$$

$$0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1$$

### 1.3 水平集

水平集(level set)的概念由 OSHER S 等人<sup>[12]</sup>于 1988 年提出。设函数  $\Phi: A \rightarrow R^n$ ,  $A \subseteq R^n$ ，对于常数  $s$ ，集合  $\{x \in A | \Phi(x)=s\}$  称为函数  $\Phi$  的  $s$  水平集，也称为等值集，当  $n=2$  或  $3$  时，等值集是曲线或曲面，称为等高线或等高面。

水平集方法示意图如图 1 所示。



(a)水平集函数 (b)结构边界

图 1 水平集方法示意图

2000 年，SETHIAN J A 等人<sup>[13]</sup>将水平集概念运用到了结构拓扑优化中。其基本思想是，将拓扑结构的界面看成高一维空间中水平集函数  $\Phi$  的零水平集，其所构造的水平集函数在空间和伪时间域，按照所满足的偏微分方程进行演化，其对应的零水平集也在不断变化，当水平集演化收敛时，得到的零水平集界面形状就是优化的拓扑结构。

水平集法用高一个维度的零水平集表达拓扑结构，解决了变密度法的灰度区域和锯齿形边界问题。但水平集法在优化过程中不能自动产生新孔，每步迭代结束时要重新计算水平集函数，所以它的收敛速度往往较慢甚至无法收敛<sup>[14]</sup>。

### 1.4 边界提取流程

针对变密度拓扑优化方法存在灰度单元和锯齿状边界问题，笔者应用水平集概念中零水平集思路，提出一种由变密度法拓扑优化结果到具有光滑边界的 CAD 模型的转换方法。

对于二维的拓扑优化结果，将变密度法拓扑优化得到的相对密度，作为第 3 个维度的坐标值，这样就得到了空间中的一组三维坐标，然后使用 NURBS 曲面对这些坐标进行拟合，即构造水平集函数，使用二分法确定“零水平集”的位置，使结构满足体积分数的要求。

其具体实现方法如下：将变密度法拓扑优化得到的相对密度作为第 3 个维度的坐标值，以点云的形式输出，在 CATIA 中使用 Power Fit 功能，将点云拟合为 NURBS 曲面，然后构造一个平行于 XY 平面的平面，对该 NURBS 曲面进行切割，最后使用基于 VBA 编写的二分法程序，确定切割面的位置。

对给定精度  $\varepsilon$ ，二分法算法如下：



(1) 以曲面最高点和最低点的  $Z$  坐标作为二分法区间的上下限 $[Z_{\text{low}}, Z_{\text{up}}]$ ，求区间的中点  $Z_{\text{mid}}$ ，计算此时结构的面积  $V(Z_{\text{mid}})$ ；

(2) 若  $V(Z_{\text{mid}})=fV_0$ ， $Z_{\text{mid}}$  就是函数的零点。若  $V(Z_{\text{mid}})<fV_0$ ，令  $Z_{\text{up}}=Z_{\text{mid}}$ ；若  $V(Z_{\text{mid}})>fV_0$ ，则令  $Z_{\text{low}}=Z_{\text{mid}}$ ；

(3) 判断误差是否达到精度  $\varepsilon$ ，若  $Z_{\text{up}}-Z_{\text{low}}<\varepsilon$ ，则认为此时的结构满足体积约束；否则，重复上述步骤。

在边界为 1 的位置，NURBS 拟合曲面与“零水平集”面没有交线，即轮廓不封闭，这种情况设计域的边界即为结构轮廓。

通过二分法使结构满足拓扑优化的体积约束，对切割后的轮廓进行拉伸旋转等基本操作后，即可得到所需的三维模型。

这种方法减少了人为因素对拓扑优化结果的影响，降低了变密度拓扑优化需要减少灰度单元的要求，提高了拓扑优化结果转换为 CAD 模型的效率。

## 2 数值算例

### 2.1 半 MBB 梁

半 MBB 梁设计域如图 2 所示。

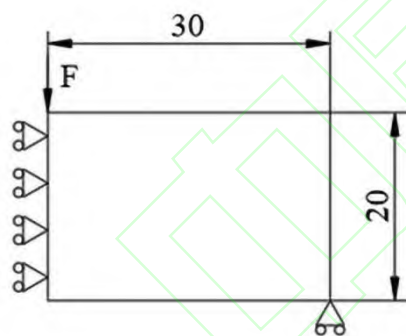


图 2 半 MBB 梁设计域

图 2 中，半 MBB 梁设计域尺寸为 30 mm×20 mm；左侧为水平方向约束，右下角为竖直方向约束；在左上角处施加竖直向下的载荷  $F=1$  N，将设计域离散为 30×20 个四节点四边形单元。

优化迭代中，当前后设计变量差值小于 0.01 时，优化结束，使用 ANDREASSEN 等提出的 88 行 MATLAB 拓扑优化求解代码，进行下一步的计算。

优化参数设置如表 1 所示。

表 1 优化参数设置

参数	数值
体积分数	0.5
过滤半径/mm	1.5
弹性模量/MPa	$2 \times 10^5$
泊松比	0.3

半 MBB 梁拓扑优化结果如图 3 所示。

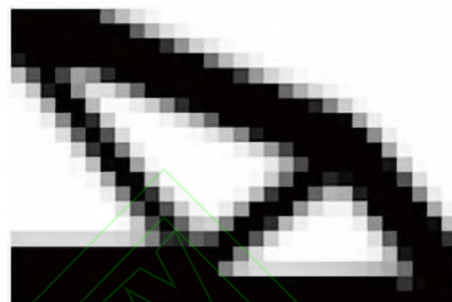


图 3 半 MBB 梁拓扑优化结果

接下来，笔者将提出的方法应用于该结构，并以点云的形式，将优化的结果导入到 CATIA 中，拟合为 NURBS 曲面。

半 MBB 梁拟合 NURBS 曲面如图 4 所示。

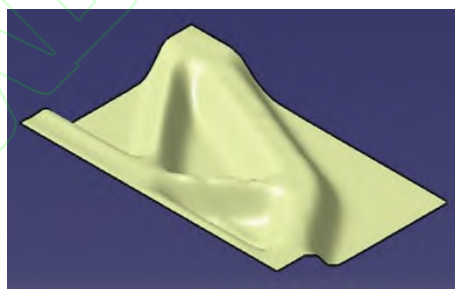


图 4 半 MBB 梁拟合 NURBS 曲面

笔者使用在 VBA 环境下编写的二分法代码确定“零水平”面，得到了半 MBB 梁轮廓，如图 5 所示。

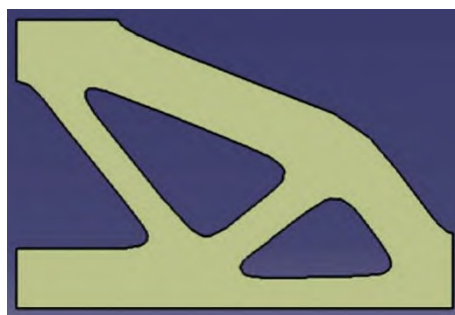


图 5 半 MBB 梁 CAD 模型

图 5 中，该图形为直线及 NURBS 曲线围成的封闭图形，其面积为 299.901 mm<sup>2</sup>，与 300 mm<sup>2</sup> 的体积约束误差小于 1%。

由图 5 可以看出：该图形既拥有光滑的边界，

同时保留了优化结果的特征。

笔者对该结果进行有限元分析（边界条件与拓扑优化边界条件相同）。

半 MBB 梁有限元分析结果如图 6 所示。

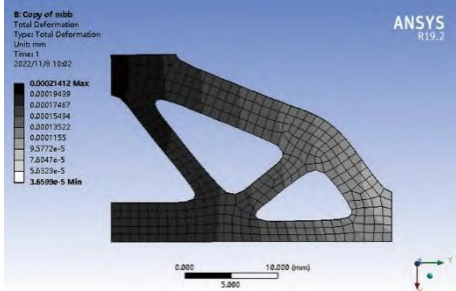


图 6 半 MBB 梁有限元分析结果

图 6 中,最大位移为  $2.1412 \times 10^{-4}$  mm, MATLAB 中 88 行拓扑优化代码计算得到的最大位移为  $2.3568 \times 10^{-4}$  mm。

根据图 6 结果可知,使用该方法转换后,所得到的结构的最大位移比原结构减少了 9.15%。

## 2.2 悬臂梁

悬臂梁设计域如图 7 所示。

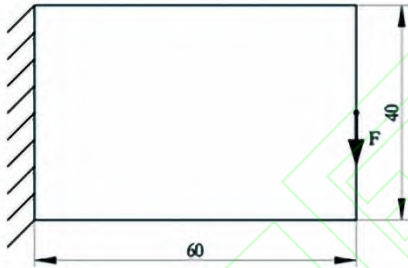


图 7 悬臂梁设计域

图 7 中,设计域为  $60 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$  悬臂梁,左侧为固定约束,在右侧中点处施加竖直向下的载荷  $F=1 \text{ N}$ ,将设计域离散为  $60 \times 40$  个四节点四边形单元。优化使用的参数与表 1 相同。

笔者使用 88 行 MATLAB 拓扑优化求解代码进行计算,所得到的悬臂梁拓扑优化结果,如图 8 所示。



图 8 悬臂梁拓扑优化结果

悬臂梁拟合 NURBS 曲面如图 9 所示。

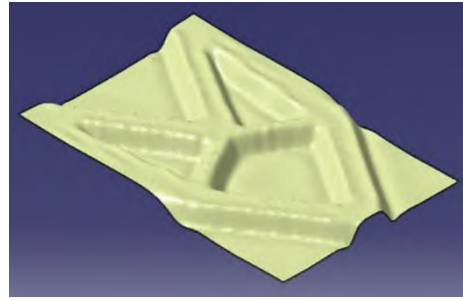


图 9 悬臂梁拟合 NURBS 曲面

接下来,笔者使用所提出的方法,得到了悬臂梁轮廓,如图 10 所示。

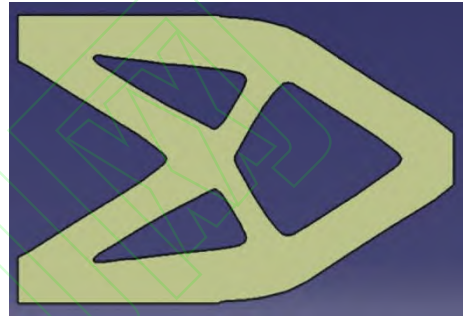


图 10 悬臂梁 CAD 模型

图 10 中,该图形面积为  $2699.342 \text{ mm}^2$ ,与  $2700 \text{ mm}^2$  的体积约束误差小于 1%。

笔者对该结果进行有限元分析（仿真边界条件与拓扑优化边界条件相同）。

悬臂梁有限元分析结果如图 11 所示。

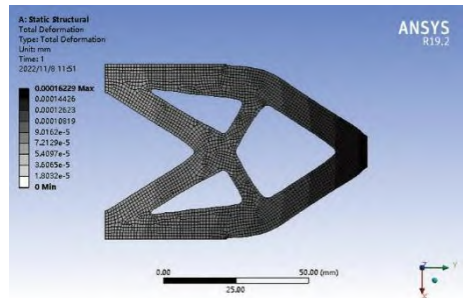


图 11 悬臂梁有限元分析结果

图 11 中,结构最大位移为  $1.6229 \times 10^{-4}$  mm, MATLAB 中 88 行拓扑优化代码计算得到的最大位移为  $1.7032 \times 10^{-4}$  mm。

由此可见,转换后的最大位移比原结构减少了 4.71%。

## 2.3 散热结构

拓扑优化方法得到的散热拓扑结构往往存在大量中间密度单元,难以确定结构的边界。

笔者以文献[15]中的算例为例进行重构,散热

结构设计域如图 12 所示。

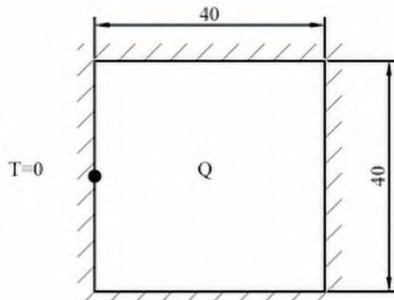


图 12 散热结构设计域

图 12 中,设计域为  $40\text{ mm} \times 40\text{ mm}$  的方形区域,4 条边都被设定为绝热边界,左侧边界中点的温度被设定为  $T=0$ ,设计域中有一个热源  $Q=1\text{ W/mm}^2$ ,将设计域离散为  $40 \times 40$  个四节点四边形单元。

优化参数设置如表 2 所示。

表 2 优化参数设置

参数	数值
体积分数	0.5
过滤半径/mm	1.5
热导率 $/(W(mm \cdot K)^{-1})$	0.060 5

散热结构拓扑优化结果如图 13 所示。

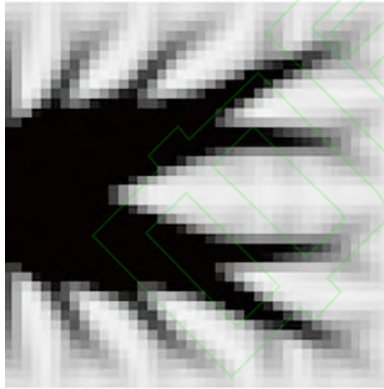


图 13 散热结构拓扑优化结果  
笔者将结果拟合为 NURBS 曲面。  
散热结构拟合 NURBS 曲面如图 14 所示。

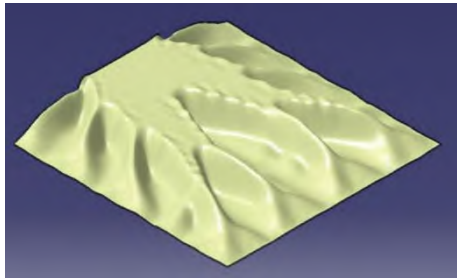


图 14 散热结构拟合 NURBS 曲面  
笔者对拟合曲面应用二分法,得到了散热结构

轮廓,如图 15 所示。

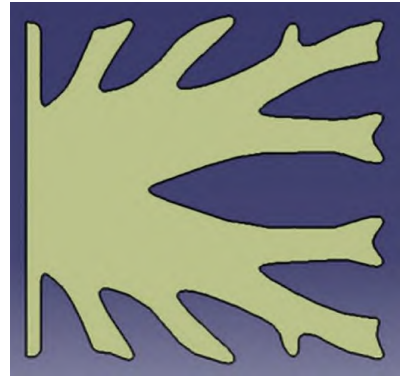


图 15 散热结构 CAD 模型

图 15 中,该图形面积为  $800.194\text{ mm}^2$ ,与给定体积约束  $800\text{ mm}^2$  误差小于 1%。

笔者对该结果进行有限元分析(边界条件与拓扑优化边界条件相同)。

散热结构温度分布如图 16 所示。

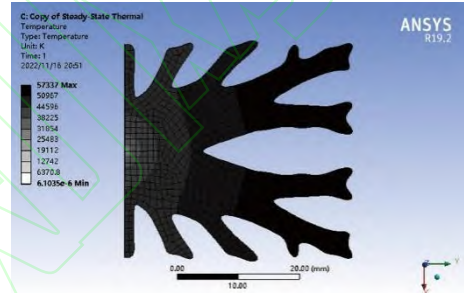


图 16 散热结构温度分布

图 16 中,结构最高温度为  $57\ 337\text{ K}$ ,MATLAB 中计算得到的最高温度为  $58\ 593\text{ K}$ ,转换后的最高温度比原结构降低了 2.14%。

### 3 结束语

在变密度法拓扑优化结果中,灰度单元及锯齿形边界难以转化为计算机辅助设计(CAD)模型,为此,笔者提出了一种基于变密度拓扑优化构型的光滑边界提取(重构)方法,即将变密度拓扑优化结果转换为 CAD 模型的方法,将变密度法拓扑优化得到的相对密度作为第 3 个维度的坐标,使用 NURBS 曲面构造水平集函数,使用二分法寻找合适的“零水平”面,使结构满足拓扑优化的体积约束,“零水平集”即为结构轮廓。

通过数值算例可以看出:

(1) 该方法可以实现变密度拓扑优化结果到 CAD 模型的转换,得到的结果具有光滑的边界,且满足体积分数的要求,并且该方法降低了对变密度拓扑优化方法中灰度单元的要求;

(2) 根据有限元分析的结果可以看出,使用笔者提出的方法处理后的结构,以光滑的边界取



代了原结果中的锯齿形边界,避免了局部应力集中的影响,获得了比原设计更好的结构性能。

(3) 这种方法既减少了人为因素对拓扑优化结果的影响,又提高了拓扑优化结果转换为CAD模型的效率,改善了结构的性能。

在后续的工作中,笔者将进一步扩展该方法的应用范围(如三维以及多材料拓扑优化结构的转换等),并将其应用于工程实践中。

## 参考文献

- [1] 左孔天. 连续体结构拓扑优化理论与应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学机械科学与工程学院, 2004.
- [2] 谷小军, 李城彬, 王文龙, 等. 拓扑优化与增材制造技术的融合及其在民用飞行器设计中的应用[J]. 航空制造技术, 2022, 65(14): 14-20.
- [3] 罗震, 陈立平, 黄玉盈, 等. 连续体结构的拓扑优化设计[J]. 力学进展, 2004, 34(4): 463-476.
- [4] LIU Shu-tian, HU Rui, LI Qu-hao, et al. Topology optimization-based lightweight primary mirror design of a large-aperture space telescope[J]. **The Optical Society**, 2014, 53(35): 8318-8325.
- [5] CHACÓN J M, BELLIDO J C, DONOSO A. Integration of topology optimized designs into CAD/CAM via an IGES translator[J]. **Springer Science and Business Media Llc**, 2014, 50(6): 1115-1125.
- [6] LIU Shu-tian, LI Qu-hao, LIU Jun-huan, et al. A realization method for transforming a topology optimization design into additive manufacturing structures[J]. **Engineering**, 2018, 4(2): 243-261.
- [7] 张国锋, 徐雷, 王鑫, 等. 基于变密度法的连续体结构拓扑优化后处理方法研究[J]. 机械强度, 2022, 44(4): 845-851.
- [8] 杨睿, 张少星, 唐畅. 考虑可制造性的拓扑优化结果的几何重构[J]. 机械设计与制造, 2021(2): 187-190.
- [9] DA Dai-cong, XIA Liang, LI Guang-yao, et al. Evolutionary topology optimization of continuum structures with smooth boundary representation[J]. **Springer Science and Business Media Llc**, 2018, 57(6): 2143-2159.
- [10] BENDSØE M P, SIGMUND O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. **Struct Multidisc Optim**, 1999, 69(9): 635-654.
- [11] PIRGL L, TRILLER W. **The Nurbs Book**[M]. New York: Springer, 1995.
- [12] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations[J]. **Journal of Computational Physics**, 1988, 79(1): 12-49.
- [13] SETHIAN J A, WIEGMANN A. Structural boundary design via level set and immersed interface methods[J]. **Journal of Computational Physics**, 2000, 163(2): 489-528.
- [14] 夏天翔, 姚卫星. 连续体结构拓扑优化方法评述[J]. 航空工程进展, 2011, 2(1): 1-11, 55.
- [15] 左孔天, 陈立平, 张云清, 等. 用拓扑优化方法进行热传导散热体的结构优化设计[J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 13-16, 21.

【编辑: 李辉】