Badanie momentu bezwładności - doświadczenie 104 (sala 217)

Sebastian Maciejewski 132275 i Jan Techner 132332

24 listopada 2017

1 Wstęp teorytyczny

W opisie dynamiki ruchu postępowego pojawia się pojęcie bezwładności związane z masą m poruszającego się ciała. W przypadku ruchu obrotowego znajomość masy ciała jest niewystarczająca, istotny jest również jej przestrzenny rozkład względem osi obrotu. Wielkością fizyczną zawierającą informacje o masie ciała i jej przestrzennym rozkładzie względem osi obrotu jest moment bezwładności I.

Dla pojedynczego punktu materialnego o masie m wirującego wokół osi oddalonej od niego o odległość r możemy zapisać następującą zależność na moment bezwładności:

$$I = mr^2 \tag{1}$$

Opis doświadczenia

W ćwiczeniu zostaną wyznaczone momenty bezwładności stalowego pręta oraz dysku. Dodatkowym zadaniem będzie eksperymentalne potwierdzenie twierdzenia Steinera. Do badań posłuży wahadło skrętne złożone ze stabilnej podstawy oraz pionowej osi osadzonej na łożyskach o bardzo małym tarciu. Oś oraz podstawa połączone są przy pomocy spiralnej sprężyny, która umożliwia wahania skrętne. Na końcu osi znajduje się śruba umożliwiająca mocowanie na niej brył.

Wahadło skrętne jest szczególnym przypadkiem wahadła fizycznego. Jeżeli założymy, że wychylenia wahadła są niewielkie (do około 180°) oraz zaniedbamy siły oporu, jego ruch można opisać jako ruch harmoniczny prosty. W takim przypadku okres T drgań wahadła można zapisać następująco:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \tag{2}$$

Gdzie D jest parametrem charakterystycznym dla danej sprężyny - jej momentem kierującym.

2 Wyniki pomiarów

TODO tabelka z wynikami

3 Opracowanie wyników

TODO wykresy

W celu obliczenia momentów bezwładności z danych pomiarowych posłużymy się równaniem :

$$T^2 = \frac{8\pi^2 m_c}{D} r^2 + T_p^2 \tag{3}$$

gdzie T jest okresem drgań naszego wahadła, m_c jest zmierzoną masą ciężarka, r jest odległością ciężarków (lub środka dysku) od osi obrotu, zaś D jest momentem kierującym.

Równanie (3) oznacza, że zależność kwadratu okresów T od kwadratów odległości r jest liniowa (co w przybliżeniu widać na wykresie). Można zatem policzyć współczynnik nachylenia prostej przy pomocy metody regresji liniowej (gdzie $x = r^2$ i $y = T^2$). Współczynnik a wyraża się wzorem:

$$a = \frac{n\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{n\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}. \tag{4}$$

Znając a możemy obliczyć moment kierujący dla tego wahadła, który wyraża się jako:

$$D = \frac{8\pi^2 m_c}{a} \tag{5}$$

Obliczone na podstawie pomiarów wartości przedstawione są, wraz z dokładnościami, w tabeli poniżej.

	a	D
pomiar	24366,1434802235±	0,000839271932206056±
dokładność	zmyślona	zmyślona
po zaokrągleniu	ileś tam	ileś tam

Tablica 1: Współczynnik nachylenia linii a i moment kierujący D wraz z dokładnościami Δa i ΔD

TODO

Na wykresach, które były przedstawione powyżej, widać, że wykres funkcji zależności $T^2 = f(r^2)$ jest w przybliżeniu prostą. Widać także, że różnica pomiędzy teoretycznie obliczoną (przy pomocy twierdzenia Steinera) wartością momentu bezwładności a wartością zmierzoną jest w większości przypadków mniejsza niż dokładność obliczona na podstawie możliwości przyrządów pomiarowych. Część wyników nieznacznie odstaje od reszty (o więcej niż jeden raz wartość dokładności pomiaru), co prawdopodobnie jest spowodowane błędem wynikającym z opóźnionego czasu reakcji osoby dokonującej pomiarów czasu. Wartość takiego błędu ciężko oszacować, jednak widać, że dla mniejszych wartości T jest on mniej zauważalny, co związane jest z tym, że we wzorze T jest podnoszone do kwadratu (błąd pomiarowy staje się bardziej znaczącym czynnikiem).

Mimo tych drobnych błędów uważamy, że nasze pomiary i obliczenia dowodzą w sposób doświadczalny zasadności twierdzenia Steinera.