UNIVERSIDAD PERUANA
CAYETANO HEREDIA

Conceptos básicos de mecánica de fluidos

Miguel Carrasco

Mecánica y transporte de fluidos (C0683-2024I)

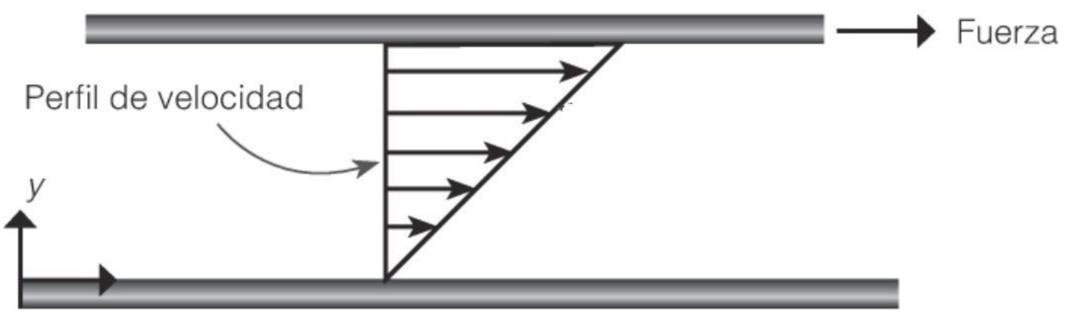
Contenido

- Propiedades de un fluido
    - Viscosidad
    - Compresibilidad
    - Tensión superficial
- Propiedades de un gas ideal

Viscosidad

Se considera como la adhesividad interna de un fluido y explica las pérdidas de energía asociadas en el transporte de fluidos.

$$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \dot{\gamma}}$$



μ: viscosidad (N·s/ m^2)

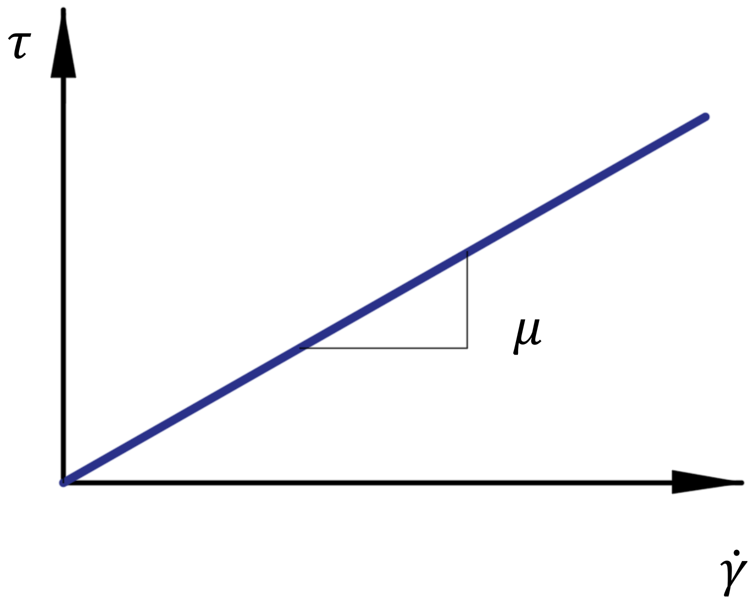
τ: esfuerzo cortante (N/m^2)

u: velocidad en el eje x $(\mathrm{m/s})$

$\frac{du}{dy}$: razón/ratio de deformación (1/s), en la literatura también se suele expresar a través del símbolo $\dot{\gamma}$ (¡no confundir con el peso específico!)

Viscosidad

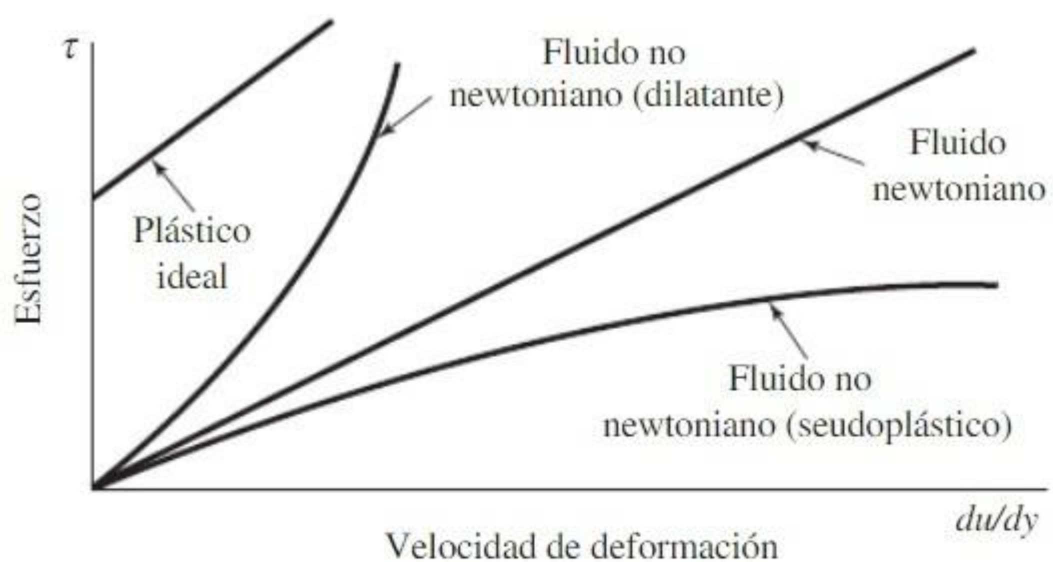
Si graficamos la razón de deformación para diferentes esfuerzos, se puede decir que la viscosidad es la pendiente.



Tener en cuenta que esto se cumple para un fluido que se denomina newtoniano.

Viscosidad

Para un fluido newtoniano, la relación entre el esfuerzo cortante (τ) y la deformación $(\dot{\gamma})$ se puede expresar como una relación lineal cuya pendiente es la viscosidad $\left(\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}\right)$, para un fluido no newtoniano, esta relación no se cumple.

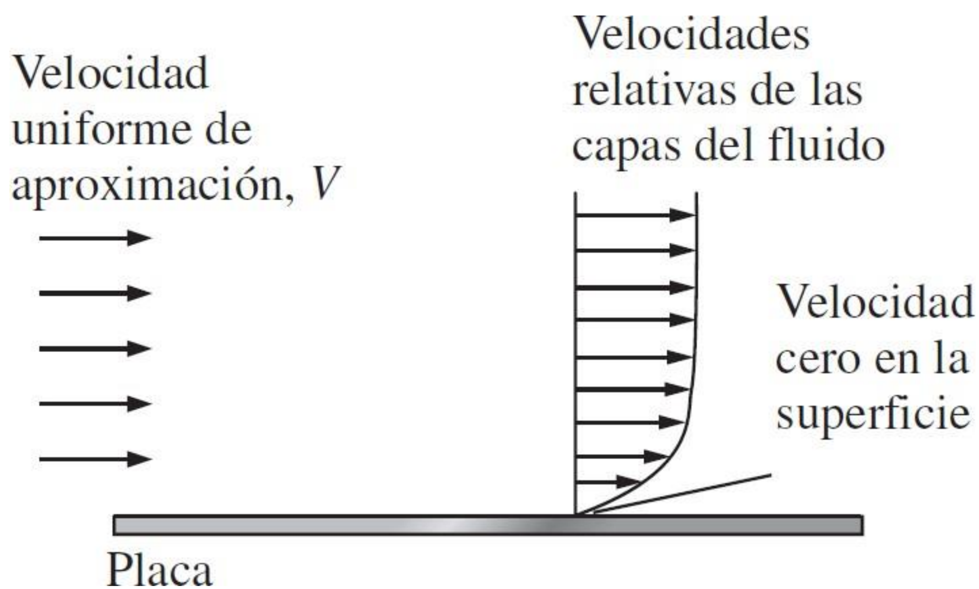


Viscosidad

Condición de no deslizamiento

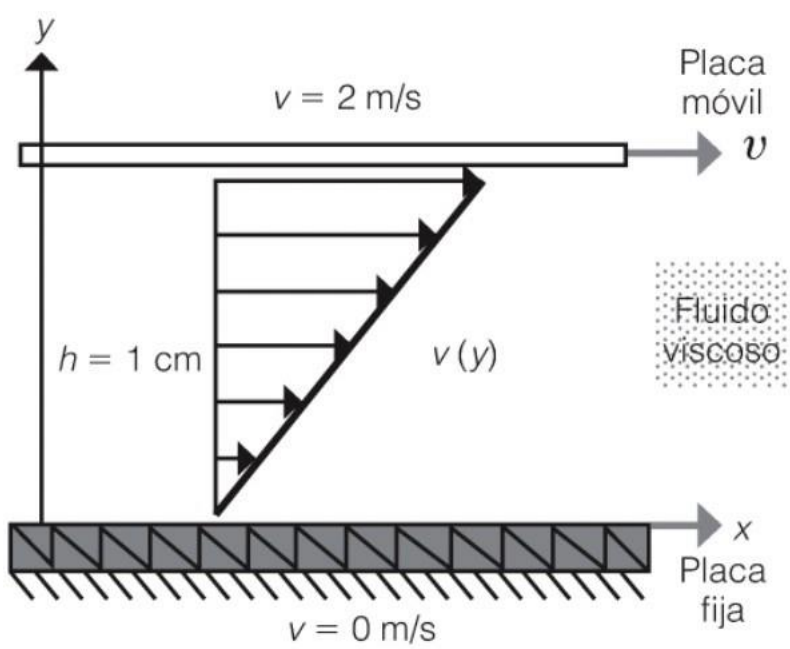
El fluido tiende a adherirse a una superficie, por lo que las partículas de fluido cercanas a una adquieren la velocidad de esta.

Por ejemplo, si un fluido pasa arriba de una placa en reposo.



Viscosidad

Un esfuerzo cortante aplicado a una placa móvil sobre glicerina produce un movimiento, tal como se muestra en la figura. Sí el valor de la viscosidad de la glicerina $\mu = 1{,}5\,\frac{kg}{m \cdot s}$ es determinar el valor del esfuerzo cortante en la placa del móvil.

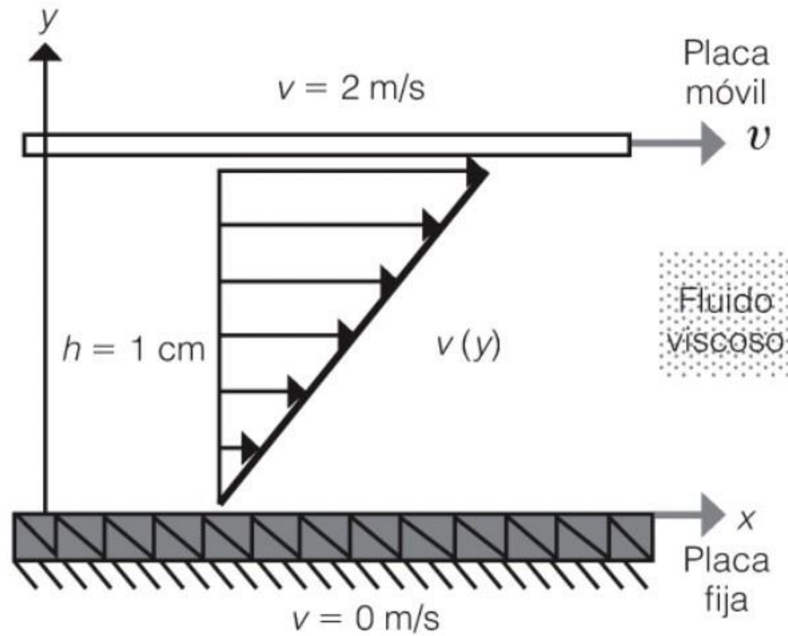


Viscosidad

Solución

Dada la relación lineal, el esfuerzo cortante se puede expresar:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{v}{h}$$



Reemplazando los valores:

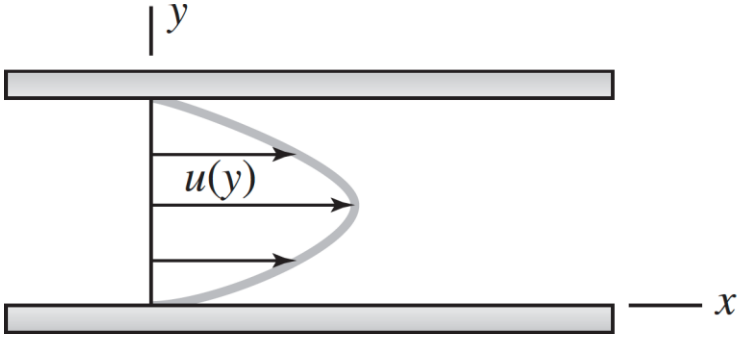
$$\tau = \left(1{,}5\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m{\bullet}s}}\right)\left(\frac{2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}01\ \mathrm{m}}\right) = 300\,\frac{\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{m}^2} = 300\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\tau = 300\ \mathrm{Pa}$$

Viscosidad

Considere un flujo de agua $\left(\mu = 1{,}14 \cdot 10^{-3}\,\frac{N.s}{m^2}\right)$ entre dos placas paralelas en reposo que están separadas 5 cm, como se muestra en la figura. La distribución de velocidad en $\mathrm{m/s}$ para el flujo está dada por

$$u(y) = 120 \cdot (0{,}05y - y^2)$$



Donde y está en metros.

Determinar la magnitud del esfuerzo cortante sobre cada una de las placas.

Viscosidad

Solución:

Se conoce que la magnitud del esfuerzo cortante es

$$r = \mu \left|\frac{du}{dy}\right|$$

La viscosidad del agua se conoce: $\mu = 1{,}14 \cdot 10^{-3}\,\frac{N.s}{m^2}$
El término $\frac{du}{dy}$ se calcula a partir de la expresión del perfil de velocidades:

$$u(y) \;=\; 120(0{,}05y - \; y^2)$$

$$\left|\frac{du}{dy}\right| = |120 \cdot (0{,}05 - 2y)| = |6 - 240y|$$

Las unidades de $\frac{du}{dy}$ sería $\frac{\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{\mathrm{m}}$, lo cual daría $1/s$ para un valor de y en metros.

Viscosidad

Solución:

las placas se encuentran en: $y_1 = 0, y_2 = 0{,}05\ m$

el esfuerzo cortante en la placa inferior será

$$\tau = 1{,}14 \cdot 10^{-3} \cdot |6 - 240(0)| = 6{,}48 \cdot 10^{-3}\ \frac{N}{m^2}$$

el esfuerzo cortante en la placa superior será

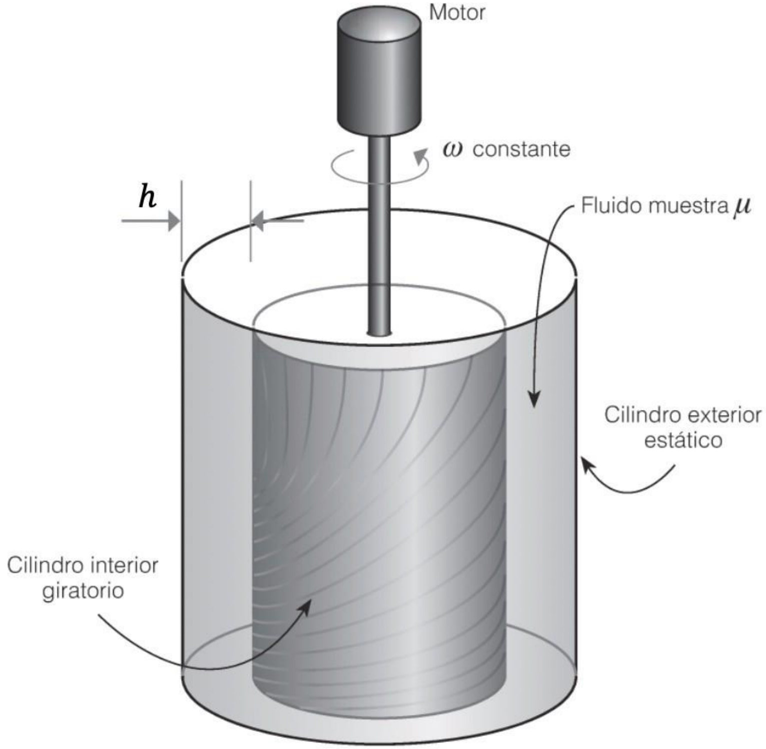
$$\tau = 1{,}14 \cdot 10^{-3} \cdot |6 - 240(0{,}05)| = 6{,}48 \cdot 10^{-3}\ \frac{N}{m^2}$$

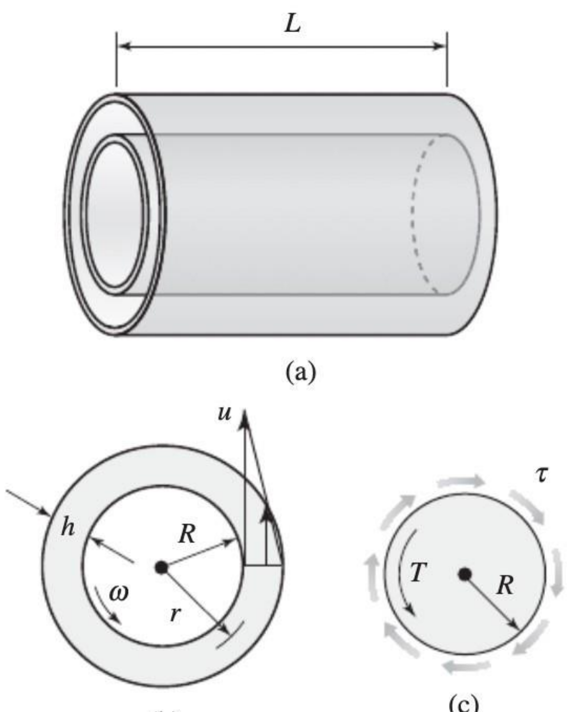
Como se puede observar las magnitudes del esfuerzo cortante en las placas son iguales.

Viscosidad

Viscosímetro rotatorio

El cilindro interior gira mediante un motor a un torque conocido (T) a una velocidad angular (ω), mientras que el cilindro exterior permanece estático.





(a)

(b)

(c)

Viscosidad

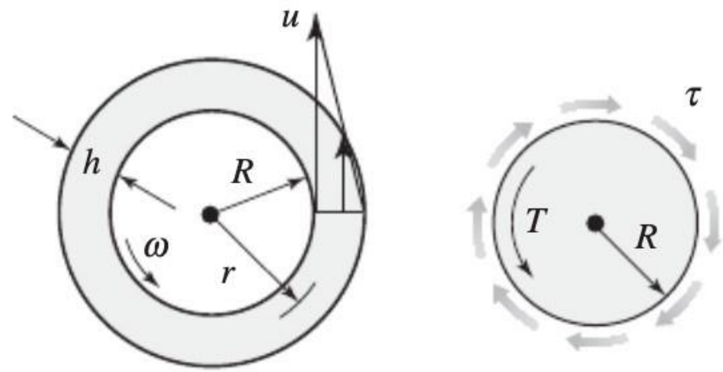
Viscosímetro rotatorio

El torque se puede representar:

$$T = Fuerza \times Brazo\ de\ palanca$$

La fuerza se asocia al esfuerzo cortante (τ) y área donde el esfuerzo se aplica, la cual es el área lateral del cilindro interior $(2\pi RL)$; mientras que el brazo de palanca donde se aplica dicha fuerza es el radio del cilindro interno (R).

$$T = \tau 2\pi RL \times R$$



El esfuerzo cortante se expresa:

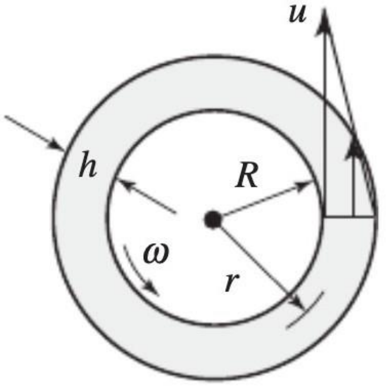
$$\tau = \mu \left| \frac{du}{dr} \right|$$

Reemplazando, se tiene la siguiente relación entre torque y viscosidad:

$$T = 2\pi R^2 L\mu \left| \frac{du}{dr} \right|$$

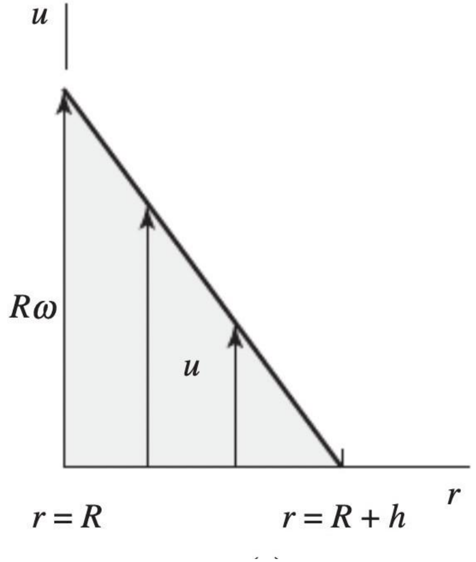
Viscosidad

Viscosímetro rotatorio



Para obtener el término $\left|\frac{du}{dr}\right|$:

$$u(R) = \omega R$$
$$u(R+h) = 0$$



Para un espacio pequeño $h \ll R$, se puede asumir una relación lineal.

$$\left|\frac{du}{dr}\right| = \frac{\omega R}{h}$$

Reemplazando en el término anterior:

$$T = \frac{2\pi R^3 \omega L \mu}{h}$$

Viscosidad

Ejercicio

Un viscosímetro se construye con dos cilindros concéntricos de 40 cm de largo. El diámetro del cilindro exterior es de 20,5 cm, mientras que el diámetro del cilindro interior es de 20 cm. Se observa que, para un determinado fluido, un torque de 0,15 N·m genera una rotación de 450 rpm. Determinar la viscosidad del fluido.

Solución

De la expresión anterior, se deduce la viscosidad

$$\mu = \frac{Th}{2\pi R^3 \omega L}$$

Viscosidad

Solución

El radio es: $R = \frac{D}{2} = 10\ cm = 0{,}1\ m$

El espacio entre cilindros: $h = \frac{d_{ext} - d_{int}}{2} = \frac{20{,}5 - 20}{2} = 0{,}25\ cm = 0{,}0025\ m$

velocidad en ${}^{rad}/_{s}$:

$$\omega = 450 \times \frac{2\pi}{60} = 47{,}12\ \mathrm{rad/s}$$

Longitud: $L = 40\ \mathrm{cm} = 0{,}4\ \mathrm{m}$

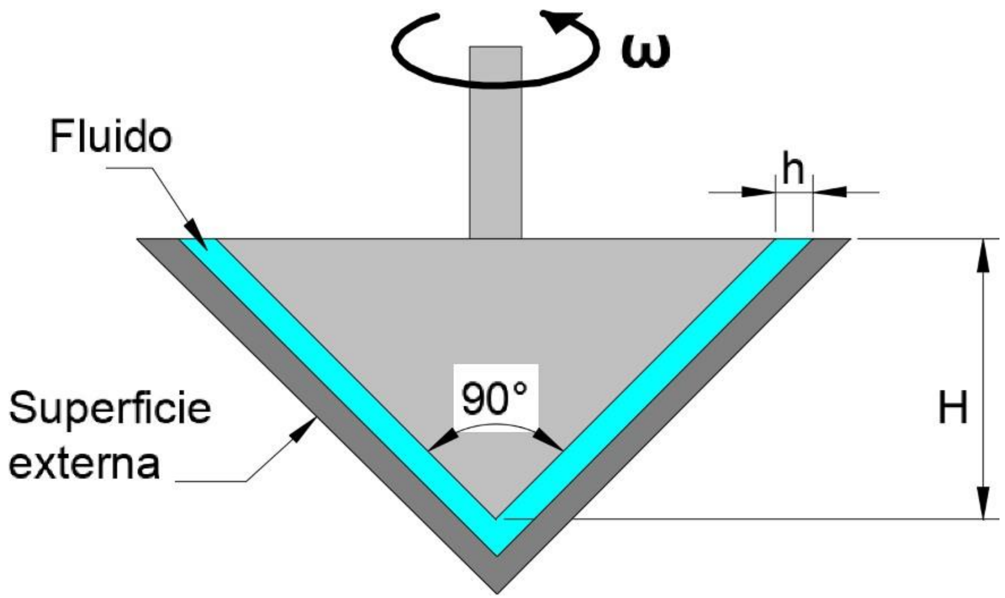
Torque: $T = 0{,}15\ N{\cdot}m$

Reemplazando los valores:

$$\mu = \frac{Th}{2\pi R^3 \omega L} = \frac{(0{,}15)(0{,}0025)}{2\pi(0{,}1)^3(47{,}12)(0{,}4)} = 3{,}16 \times 10^{-3}\ \mathrm{Pa}$$

Viscosidad

Y para un cono, donde la superficie es inclinada y no recta. ¿Como sería?



Compresibilidad

Una mayor presión resulta en disminución de volumen o aumento de densidad.

La compresibilidad de un fluido se describe a través del módulo de elasticidad volumétrico (B)

$$B = \lim_{\Delta V \to 0} \left[-\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \right]_T = \lim_{\Delta \rho \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta \rho / \rho} \bigg/_T$$

$$B = -V \frac{\partial p}{\partial V} \bigg/_T = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho} \bigg/_T$$

B se define como la relación de cambio de presión ante un cambio relativo de densidad a una temperatura constante (T)

Compresibilidad

Módulo de elasticidad volumétrico (B) en condiciones estándar (15°C):

Agua: 2100 MPa o 310000 psi

Aire: 1 atm o 101,325 Kpa

Para un gas, el B es igual a la presión a la que se encuentra dicho gas.

El B también se puede usar para calcular la velocidad del sonido en un líquido.

$$c = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Compresibilidad

Calcular la presión para cambiar en un 1% la densidad del agua en condiciones estándar

Solución

$$B = \rho \frac{\Delta p}{\Delta \rho}$$

$$\Delta p = B \frac{\Delta \rho}{\rho} = 2100 \times 0{,}01 = 21\ MPa$$

Se requiere una presión de 21 MPa, la cual en sí, es una presión muy grande, es por ello que se suele asumir que los líquidos son incompresibles.

Compresibilidad

Ejemplo

Calcular la velocidad del sonido en el agua a condiciones estándar.

Solución

Para el agua:

Módulo de elasticidad volumétrica: $B = 2100\ MPa = 2100{\times}10^6\ Pa$

Densidad: $\rho = 1000\,\frac{kg}{m^3}$

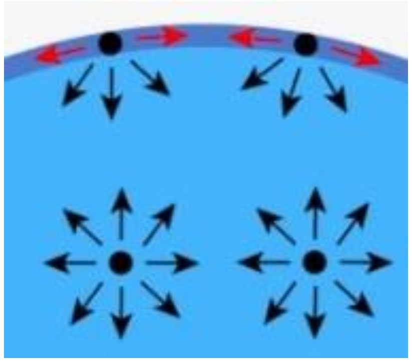
$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2100{\times}10^6}{1000}} = 1449{,}14\ m/s$$

En la literatura, para la velocidad del sonido en el agua se considera un valor de $1450\ m/s$

Tensión superficial (σ)

Resulta de las fuerzas de atracción entre moléculas, se manifiesta en la interfase líquido-gas.

$$\sigma = \frac{Fuerza}{Longitud} = \frac{dF}{dl}$$



La tensión superficial (σ) presenta unidades de fuerza por unidad de longitud (N/m o lb/ft), y causa una fuerza tangencial en la interfase y ortogonal a alguna línea de la interfase.

$$dF = \sigma dl$$

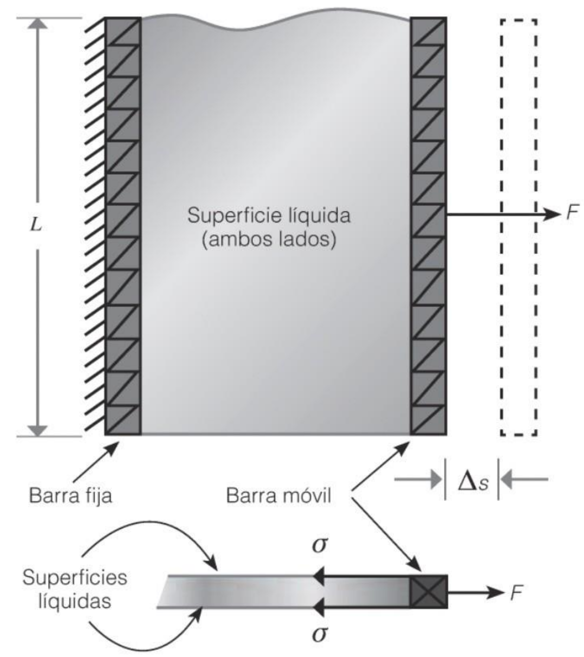
Para el agua: $\sigma = 7{,}41 \times 10^{-2}\ N/m$

Tensión superficial (σ)

Si se considera una película líquida de ancho L a la cual se le aplica una fuerza F, la tensión superficial se podría calcular

$$2L\sigma = F$$

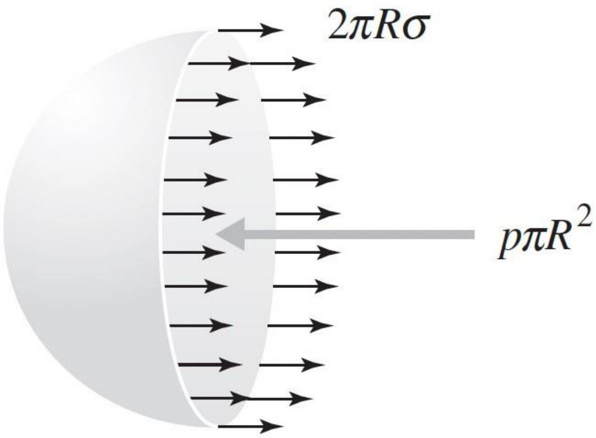
$$\sigma = \frac{F}{2L}$$



Tensión superficial

Esta tensión contiene una gota de agua o burbuja y limita el tamaño de estas.

Para una gotita de agua de radio R, se quiere calcular la presión dentro de esta.



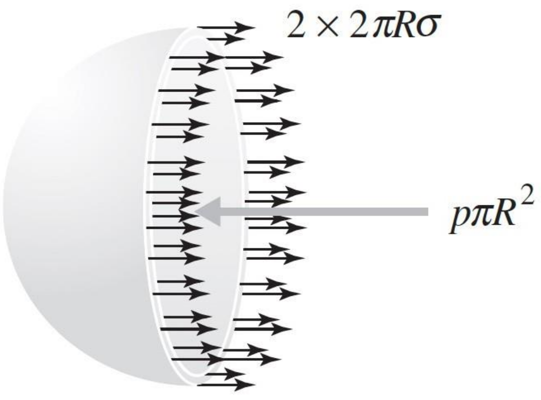
$$2\pi R\sigma = p\pi R^2$$

$$p = \frac{2\sigma}{R}$$

Tensión superficial

Esta tensión contiene una gota de agua o burbuja y limita el tamaño de estas.

La presión en una burbuja está equilibrada por las fuerzas de tensión superficial de dos circunferencias, y se asume que el grosor de esta es pequeño



$$2(2\pi R\sigma) = p\pi R^2$$

$$p = \frac{4\sigma}{R}$$

La presión en el interior de una burbuja es el doble que el de una gotita del mismo tamaño

Tensión superficial

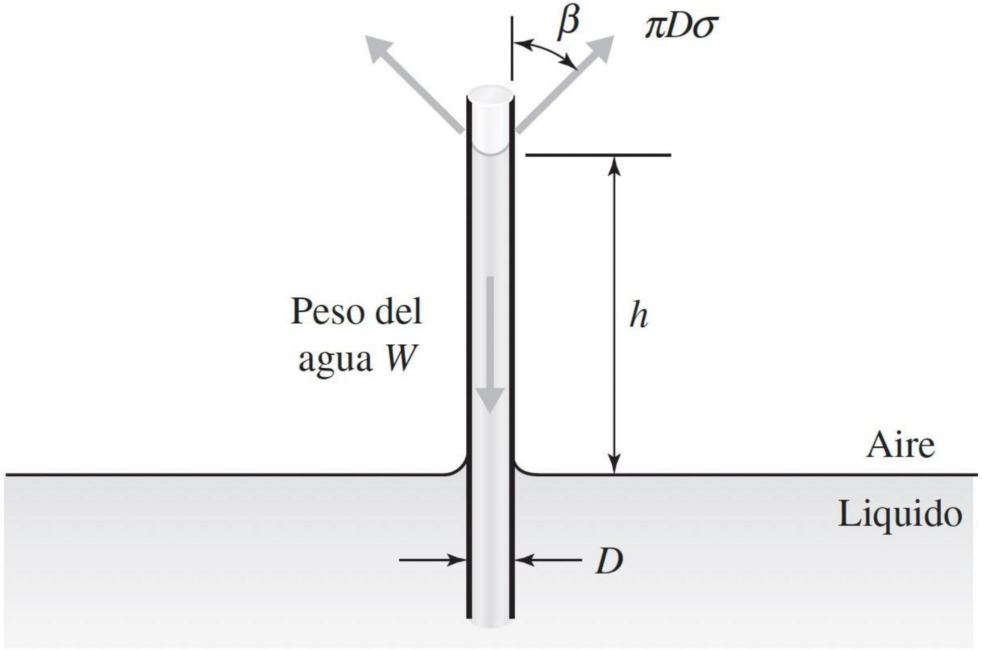
Efecto de capilaridad

El líquido asciende por un tubo capilar debido a la tensión superficial, formando un ángulo de contacto β con el tubo de vidrio.

La fuerza vertical generada por la tensión superficial soporta el peso del líquido elevado.

$$\sigma \pi D \cos(\beta) = \rho \frac{\pi D^2}{4} h g$$

$$h = \frac{4\sigma \cos(\beta)}{\rho g D}$$

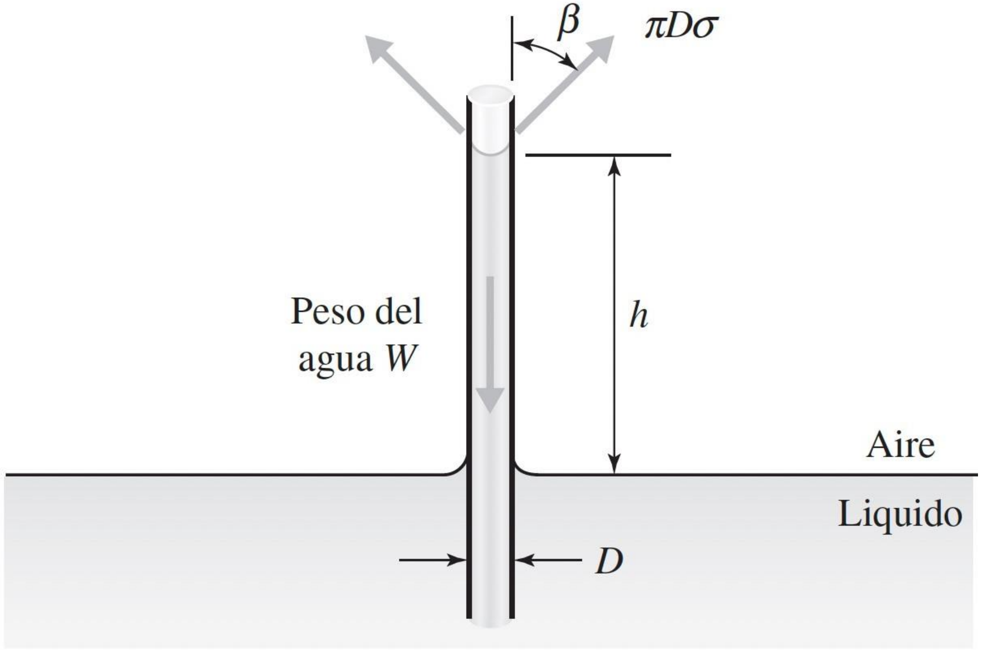


Tensión superficial

Efecto de capilaridad

El líquido asciende por un tubo capilar debido a la tensión superficial, formando un ángulo de contacto β con el tubo de vidrio.

$$\boxed{h = \frac{4\sigma\cos(\beta)}{\gamma D}}$$



Donde γ es el peso específico
($\gamma = \rho g$)

Tensión superficial

Un tubo de vidrio limpio de 2 mm de diámetro se introduce en agua a condiciones estándar. Determine la altura a la que subirá el agua por el tubo si se forma un ángulo de contacto de 0° con el vidrio limpio.

Solución

Se hace equilibrio considerando $\beta = 0°$

$$\sigma \pi D = \rho \frac{\pi D^2}{4} h g$$

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g D} = \frac{4 \cdot 7{,}41 \cdot 10^{-2}\ N/m}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}002 m} = 0{,}01512\ m$$

$$h = 15{,}12\ mm$$

Propiedades de los fluidos

Algunas propiedades del agua

Temperatura T (°C)	*Densidad* ρ (kg/m^3)	*Viscosidad* μ (N·s/m^2)	*Tensión superficial* σ (N/m)	*Presión de vapor* p_v (kPa)	*Módulo de volumen* B (Pa)
0	999.9	1.792×10^{-3}	0.0762	0.610	204×10^7
5	1000.0	1.519	0.0754	0.872	206
10	999.7	1.308	0.0748	1.13	211
15	999.1	1.140	0.0741	1.60	214
20	998.2	1.005	0.0736	2.34	220
30	995.7	0.801	0.0718	4.24	223
40	992.2	0.656	0.0701	3.38	227
50	988.1	0.549	0.0682	12.3	230
60	983.2	0.469	0.0668	19.9	228
70	977.8	0.406	0.0650	31.2	225
80	971.8	0.357	0.0630	47.3	221
90	965.3	0.317	0.0612	70.1	216
100	958.4	0.284×10^{-3}	0.0594	101.3	207×10^7

Propiedades de un gas ideal

A diferencia de los líquidos, los gases se consideran compresibles, por lo que se introducen otras relaciones que toma en cuenta los cambios de densidad, temperatura y presión.

La ecuación de un gas ideal está dada por:

$$p = \rho RT$$

Donde

p: presión absoluta

R: Constante del gas estudiado

T: Temperatura

Propiedades de un gas ideal

La constante de un gas está relacionada con la constante universal de los gases R_u

$$R = \frac{R_u}{M}$$

M es la masa molar del gas, y $R_u = 8{,}314 \frac{J}{mol \bullet k}$

Otras forma de expresar un gas ideal es

$$pV = mRT$$

$$pV = nR_uT$$

Donde V es el volumen, m la masa, y n es el número de moles.

Propiedades de un gas ideal

Gas	*Fórmula química*	*Masa molar* (g/mol)	$R\ \left(\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{g \cdot K}}\right)$
Aire	—	28.97	0.287
Argón	Ar	39.94	0.2081
Dióxido de carbono	CO_2	44.01	0.1889
Monóxido de carbono	CO	28.01	0.2968
Etano	C_2H_6	30.07	0.2765
Helio	He	4.003	2.077
Hidrógeno	H_2	2.016	4.124
Metano	CH_4	16.04	0.5184
Nitrógeno	N_2	28.02	0.2968
Oxígeno	O_2	32.00	0.2598
Propano	C_3H_8	44.10	0.1886
Vapor	H_2O	18.02	0.4615

Propiedades de un gas ideal

Un tanque con un volumen de 0,2 m^3 contiene 0,5 kg de nitrógeno. La temperatura es 20 °C. ¿Cuál es la presión?

Solución

Se asume gas ideal

$$p = \rho R T = \frac{m}{V} R T$$

De la tabla, para el nitrógeno: $R = 0{,}2968 \, \frac{J}{\mathrm{G\,K}} = 0{,}2968 \, \frac{kJ}{\mathrm{kg\,K}}$

La presión sería:

$$p = \frac{0{,}5 \, kg}{0{,}2 \, m^3} \times 0{,}2968 \, \frac{kJ}{kg \, K} \times (20 + 273) K = 217{,}406 \, \frac{kJ}{m^3}$$

$$p = 217{,}406 \, kPa$$

Referencias

- M. Potter, D. Wiggert y B. Ramadán, Mecánica de Fluidos (4a. ed.), México, D.F: Grupo Cengage Learning, 2015. [En Línea] Disponible en: https://bibvirtual.upch.edu.pe:2955/?il=820
- A. Zacarias Granado, J. González López, A. Granados Manzo y A. Mota Lugo, *Mecánica de fluidos: teoría con aplicaciones y modelado*. México, D.F: Grupo Editorial Patria, 2017. [En Línea] Disponible en: https://elibro.net/es/ereader/cayetano/40497