Estática de Fluidos

Miguel Carrasco Chanta

Mecánica y transporte de fluidos (C0683-2024I)

Saberes previos

¿Qué es la presión?

¿Cuál es el principio de Arquímedes?

¿Por qué un barco puede flotar?

¿Cuándo decimos que un cuerpo flotante es estable?

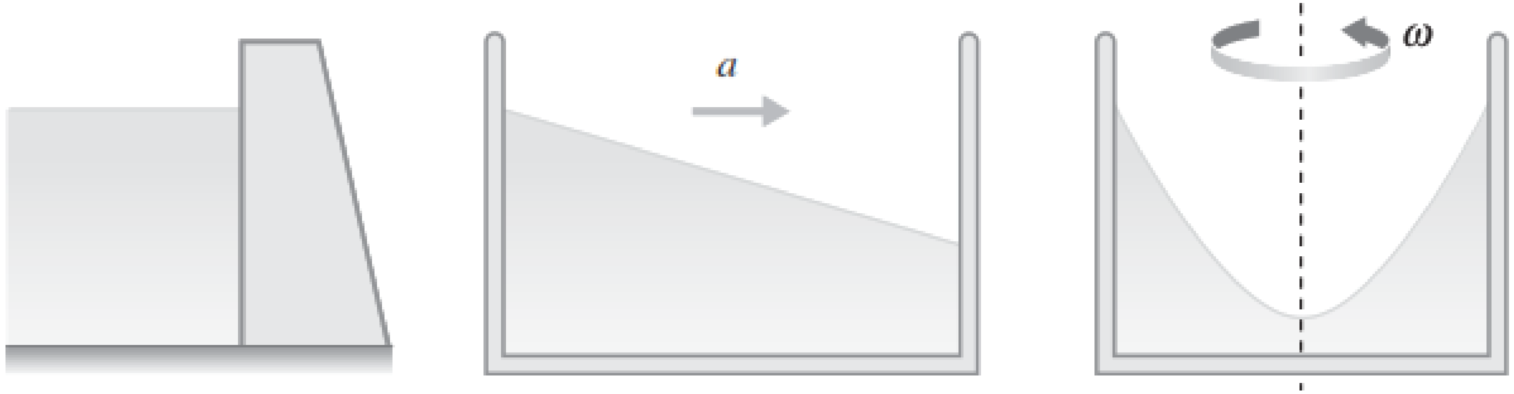
¿Qué es la estática de fluidos?

Logro de la sesión

Al finalizar la sesión, el estudiante entiende los conceptos de la estática de fluidos. Además, puede determinar la fuerza hidrostática generado por un fluido y sabe analizar cuando un cuerpo es estable.

Introducción

Veamos las siguientes imágenes, ¿En qué se diferencian?



¿Qué ocurre con las partículas del fluido?

Depende de... cuál de las imágenes estemos analizando.

La **estática de fluidos** se encarga de estudiar a los fluidos en los cuales no exista un movimiento relativo entre sus partículas. Además, recordando la definición de esfuerzo cortante (clase pasada)... implica que no hay esfuerzos cortantes. Sin embargo, si está presente la presión hidrostática.

Contenido

- Presión
- Presión hidrostática
- Fuerza hidrostática
- Principio de Arquímedes
- Estabilidad

Presión

Se define como un diferencial de fuerza que actúa perpendicularmente en un diferencial de área.

$$P = \frac{dF}{dA}$$

Si la presión es constante se puede hallar como:

$$P = \frac{F}{A}$$

La unidad de presión en el SI es **Pascal ($\boldsymbol{Pa}$)**

Nota:

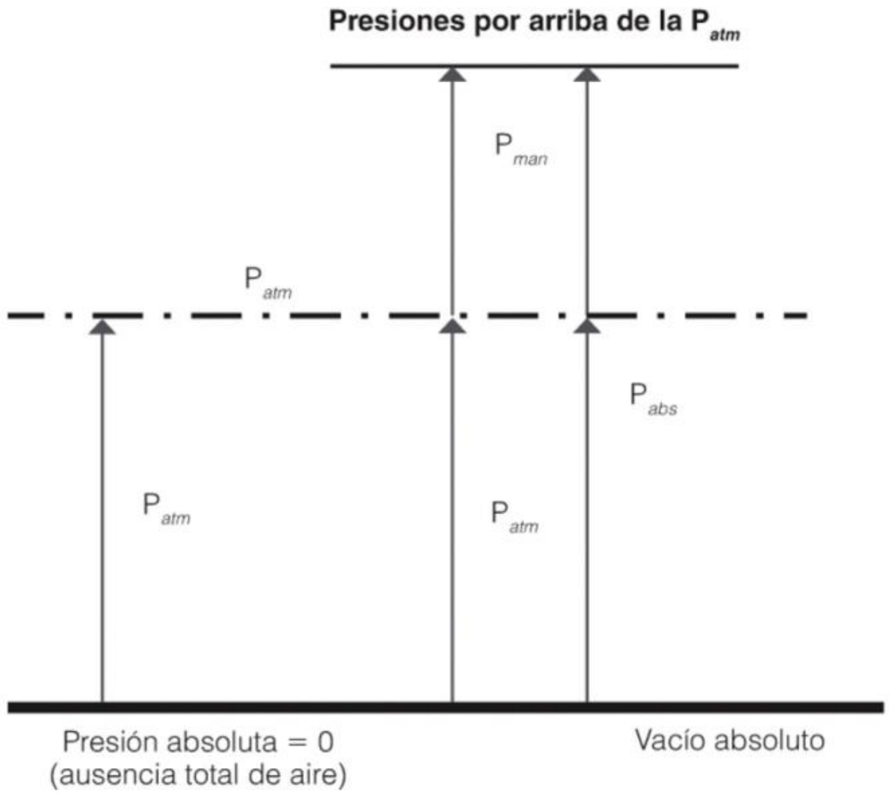
$$\mathbf{1}\ \boldsymbol{Pa} = \mathbf{1}\ \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{m^2}}$$

$$\mathbf{1}\ \boldsymbol{mmHg} = \mathbf{133,322}\ \boldsymbol{Pa}$$

Presión absoluta: Es el valor de la presión referido al vacío total.

Presión manométrica: Es la presión medida respecto de la presión atmosférica.

Nota:
En mecánica de fluidos se suele usar la presión manométrica (como se les mencionó las clases pasadas)



Presión Hidrostática

En general, un parámetro que se encuentra en "n" dimensiones depende de las variables dimensionales, por lo que, si tomamos como referencia el plano cartesiano en 3D para la presión… tendremos

$$p = p_{(x,y,z)}$$

Por lo que… un diferencial de presión será:

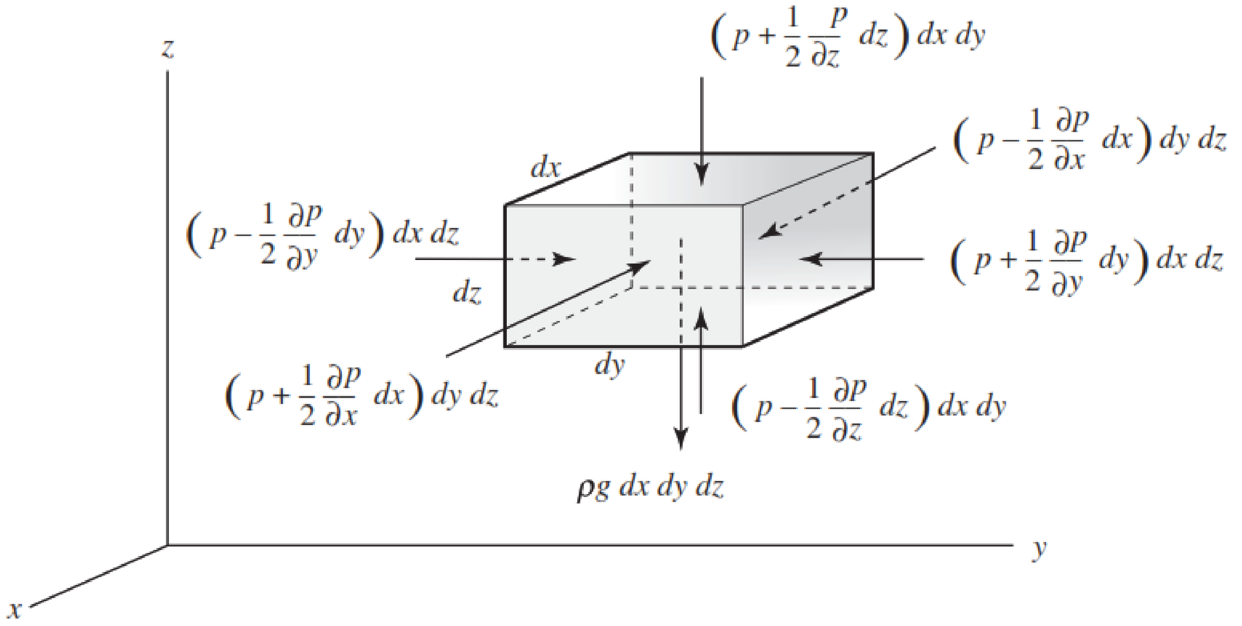
$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz$$

Si consideramos que la presión p actúa en el centro de un diferencial de volumen de dimensiones dx, dy y dz.

La presión en la cara superior será:

$$p_{\left(x+\frac{dx}{2},y,z\right)} = p_{(x,y,z)} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}$$

Haciendo un DCL sobre el volumen, tenemos:



De la segunda ley de newton, tenemos:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz = \rho dxdydza_x$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}dxdydz = \rho dxdydza_y$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}dxdydz = \rho dxdydz(a_z + g)$$

De lo anterior, tenemos:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x$$
$$-\frac{\partial p}{\partial y} = \rho a_y$$
$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \rho (a_z + g)$$

Reemplazando en el diferencial de presión:

$$dp = -\rho a_x dx - \rho a_y dy - \rho (a_z + g) dz$$

En un fluido en reposo no hay aceleración, por lo que:

$$\boxed{dp = -\rho g dz}$$

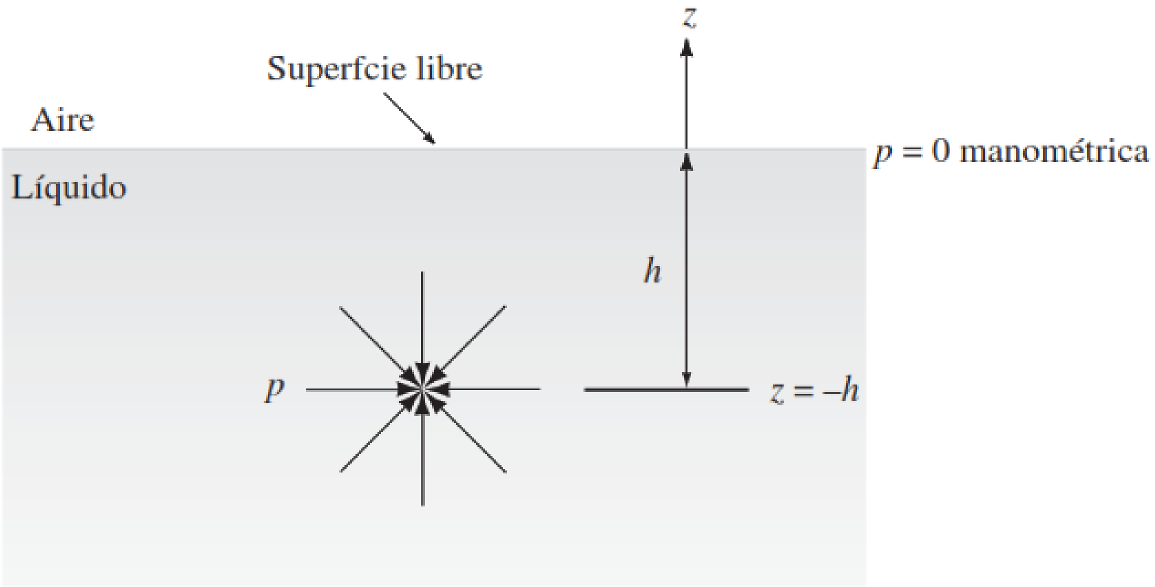
Si consideremos a la densidad y a la gravedad constantes e integramos desde un punto A hacia un punto B, tendremos:

$$\int_{p_A}^{p_B} dp = -\rho g \int_{z_A}^{z_B} dz$$

Tendremos:

$$\boxed{p_B - p_A = -\rho g (z_B - z_A)}$$

Si el punto A es el nivel del mar, y ahí ubicamos nuestro nivel de referencia:



$$\boxed{p_B = \rho g h}$$

¡Formula de la presión hidrostática!

Presión atmosférica

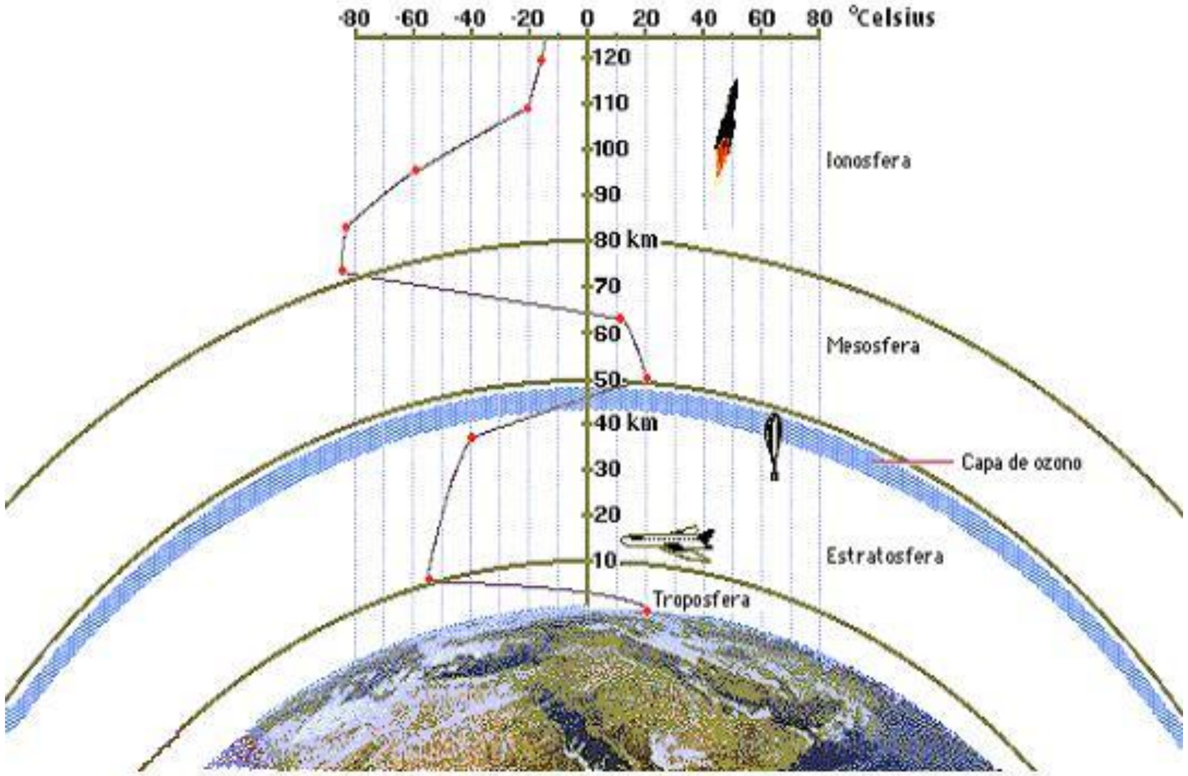
En la troposfera (región más cercana a la tierra) se puede considerar que la temperatura varía de manera lineal. Sin embargo, en la parte baja de la estratosfera se puede considerar que la temperatura es constante. Si consideramos al aire como un gas ideal, tendremos lo siguiente:

$$dp = -\rho g dz = -\frac{p}{RT} g dz$$

$$\int_{p_A}^{p} \frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT}\int_{z_A}^{z} dz$$

$$ln\left(\frac{p}{p_A}\right) = -\frac{g}{RT}(z - z_A)$$

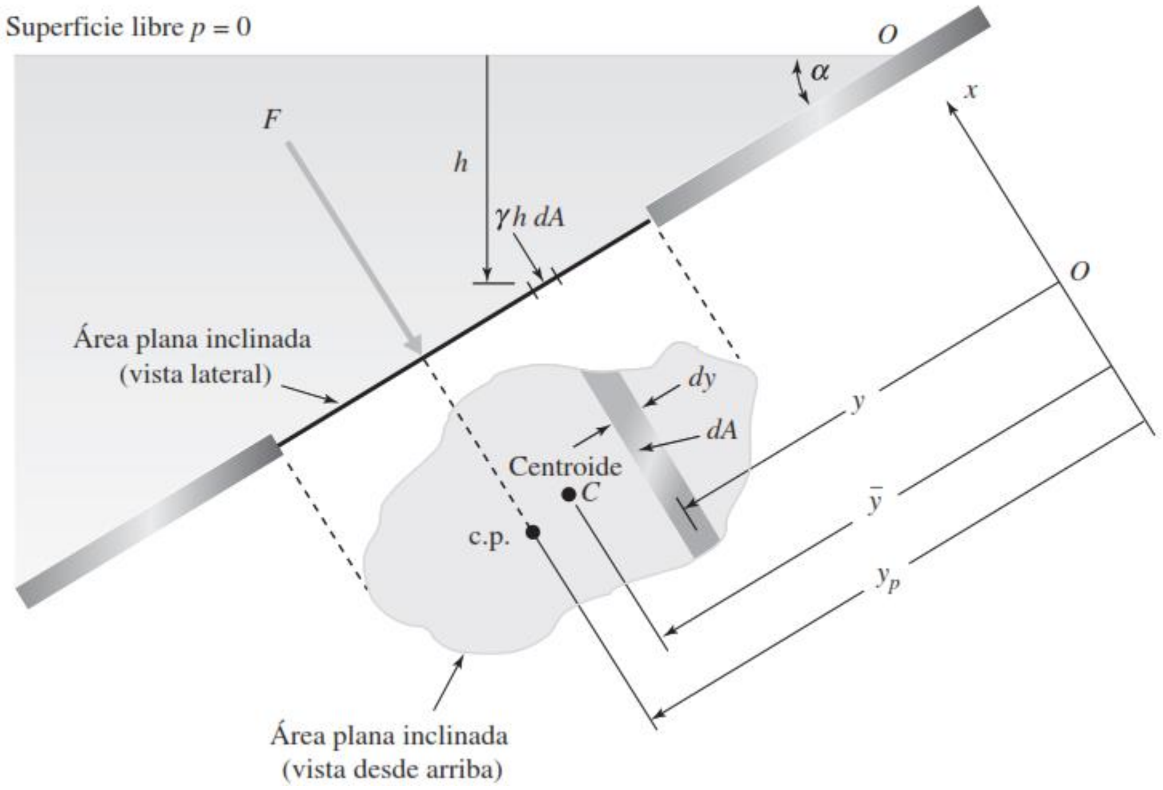
$$p = p_A e^{-\frac{g}{RT}(z-z_A)}$$



Donde en punto A es la interface entre la troposfera y la estratosfera.

Fuerzas Hidrostáticas

Fuerza sobre una superficie plana



La fuerza F en la superficie será:

$$F = \int p dA, \qquad p = \rho g h = \rho g y sen\alpha$$

$$F = \rho g sen\alpha \int y dA$$

Por otro lado, la distancia a un centroide es:

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int y dA$$

Reemplazando en la ecuación anterior:

$$F = \rho g \bar{y} A sen\alpha$$

Si consideramos la distancia vertical de la superficie del centroide como:

$$\bar{h} = \bar{y} sen\alpha$$

Tendremos:

$$F = \rho g \bar{h} A$$

Tiene una forma conocida:

$$F = p_c A$$

Donde p_c es la presión en el centroide.

El centroide (C) y el centro de presiones (c.p.)son diferentes como se puede ver en el gráfico.

Se definen los puntos del centro de presión (x_p, y_p)
Momento respecto al eje X

$$y_pF = \int ypdA = \rho gsen\alpha \int y^2 dA = \rho gsen\alpha I_x$$

Donde I_x es el segundo momento del área respecto al eje X.
Además, el segundo momento de un área está relacionado con el segundo momento respecto al eje centroidal $\bar{I}$.

$$I_x = \bar{I} + \mathrm{A}\bar{y}^2$$

Reemplazando en la primera ecuación:

$$y_p\rho g\bar{y}sen\alpha A = \rho gsen\alpha(\bar{I} + \mathrm{A}\bar{y}^2)$$

$$\boxed{y_p = \bar{y} + \frac{\bar{I}}{A\bar{y}}}$$

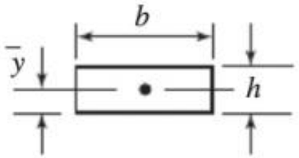
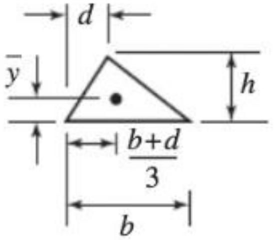
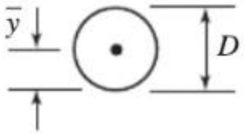
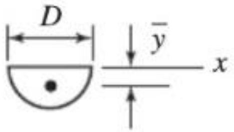
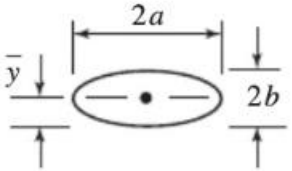
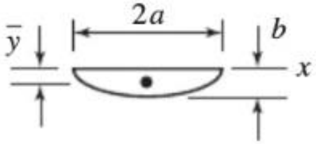
Análogamente

$$\boxed{x_p = \bar{x} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{y}}}$$

El centro de presiones es el punto donde actúa la fuerza resultante.

UNIVERSIDAD PERUANA
CAYETANO HEREDIA

Algunas propiedades de áreas

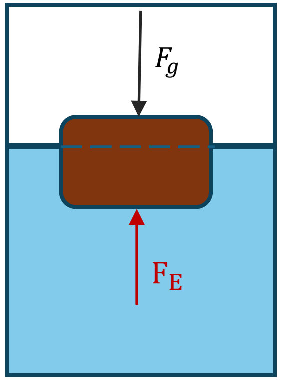
	Boceto	*Área*	*Centroide*	*Segundo momento*
Rectángulo		bh	$\bar{y} = h/2$	$\bar{I} = bh^3/12$ $\bar{I}_{xy} = 0$
Triángulo		$bh/2$	$\bar{y} = h/3$	$\bar{I} = bh^3/36$ $\bar{I}_{xy} = (b - 2d)bh^3/72$
Círculo		$\pi D^2/4$	$\bar{y} = r$	$\bar{I} = \pi D^4/64$
Semicírculo		$\pi D^2/8$	$\bar{y} = 4r/3\pi$	$I_x = \pi D^4/128$
Elipse		πab	$\bar{y} = b$	$\bar{I} = \pi ab^3/4$
Semielipse		$\pi ab/2$	$\bar{y} = 4b/3\pi$	$I_x = \pi ab^3/8$

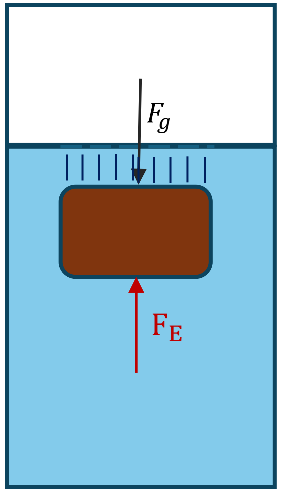
Principio de Arquímedes

Es también conocido como la ley de la flotabilidad. “Existe una fuerza de flotación sobre un cuerpo que es igual al peso del líquido desplazado”.
La fuerza de empuje o fuerza de flotación, F_E, es igual al peso F_g del líquido que ocupa el objeto.

$$F_E = \rho_f g V_s \qquad F_g = \rho_o g V_o$$

Nota: *La fuerza de empuje está presente así el cuerpo esté sumergido totalmente.*





¿En las figuras que vemos solo están presentes las fuerzas graficadas?
¿En las figuras que vemos el cuerpo está en equilibrio?

Estabilidad

Para un cuerpo que está parcialmente sumergido en un fluido, debemos analizar la estabilidad rotacional. Para ello usaremos los siguientes conceptos:
- Centro de gravedad (G)
- Centroide (C) (también conocido como el ***centro de flotabilidad***) del volumen desplazado.