



I Equações Diferenciais Parciais (EDPs)

As equações diferenciais parciais são equações diferenciais que descrevem a evolução de uma população no tempo e no espaço. As EDPs são empregadas em diversas áreas como Engenharia, Física e Biologia.

As EDPs podem ser definidas em domínios unidimensionais (domínios 1D), bidimensionais (domínios 2D) ou tridimensionais (domínios 3D) que irão conter as distribuições espaciais de cada tipo de células e molécula modelada. As EDPs podem modelar vários processos de movimentação das células e moléculas do corpo como, por exemplo, a difusão de alguma população, o movimento advectivo devido ao efeito de algum fluxo como ocorre no sangue, o processo de quimiotaxia no qual uma célula se movimenta em direção ao gradiente de concentração de outra ou o processo contrário no qual uma célula tende a se afastar de outra, entre outros. Além disso, as EDPs também podem utilizar a fronteira do domínio como uma forma de modelar a ligação entre diferentes partes do corpo e com isso representar, por exemplo, a migração de células/moléculas entre essas partes. Alguns exemplos disso são: A migração de células do sangue para um tecido infectado ou a saída de células de um tecido infectado para um linfonodo ou a entrada de células no linfonodo vindo de um tecido infectado.

1 Exercício (10,0)

O objetivo do exercício é modelar a competição entre duas espécies considerando a competição por espaço e comida. Deverá ser considerado no modelo matemático uma limitação para o crescimento das populações e essa limitação será representada pela função g . A função g vai limitar tanto o crescimento quanto a difusão das populações.

Será modelado um domínio 2D com condições de contorno do tipo Neumann (sem fluxo) e com as seguintes características:

- Tamanho do domínio: 10 km x 10 km;
- Discretização espacial: $dx = 0.1$ e $dy = 0.1$;
- Tempo de simulação: 10 dias;
- Discretização temporal: $dt = 10^{-3}$ ou 10^{-4} .

O seguinte conjunto de EDPs deve ser implementado e simulado:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = r_H \cdot H \cdot g(w) + D_H \cdot \nabla \cdot (g(w) \cdot \nabla H) \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = r_P \cdot P \cdot g(w) + D_P \cdot \nabla \cdot (g(w) \cdot \nabla P) \quad (2)$$

A função g é definida como:

$$g(w) = 1 - (w_1 \cdot H + w_2 \cdot P) \quad (3)$$

Nas simulações computacionais, os parâmetros deverão ser variados de forma a se analisar principalmente o impacto dos pesos da função g e dos coeficientes de difusão nos comportamentos observados.



2 Simulações computacionais

Nas simulações, considere o domínio 2D dividido em duas ou três regiões onde em cada região são definidas condições para que uma das espécies vença. Por exemplo, na região 1 são definidas condições para que a espécie H vença, enquanto na região 2 as condições são definidas para a espécie P vencer.

Escolha dois resultados para colocar no relatório e analisar.

3 Valores a serem simulados

Sugestão de intervalos de valores dos parâmetros para a realização das simulações:

- Pesos w_1 e w_2 da competição entre 1.0 e 4.0;
- Taxas de crescimento r_h e r_p entre 0.5 e 2.;
- Os coeficientes de difusão entre 0.1 e 1.0;

4 O que entregar

- O código desenvolvido;
- Um documento com as imagens dos resultados selecionados, acompanhadas das análises.