

# Giải tích Lồi và Tối ưu

April 20, 2025

## 1 Câu 1

**Câu 1.** Cho một tập gồm  $n$  hàm tuyến tính từng đoạn  $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ . Mỗi hàm được xác định bởi một số đoạn tuyến tính liên tiếp trên tập con của trục số thực. Các đoạn này có thể khác nhau về miền xác định. Tập các điểm dừng được xác định là tập hợp tất cả các giao điểm của mọi cặp đoạn tuyến tính của các hàm  $f_i(x) \forall i = 1, \dots, 3$ .

$$f_1(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{nếu } x \in [0, 2] \\ -0.5x + 4 & \text{nếu } x \in [2, 5] \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 2x & \text{nếu } x \in [1, 3] \\ -2x + 10 & \text{nếu } x \in [3, 5] \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} -1.5x + 5 & \text{nếu } x \in [0, 3] \\ x - 1 & \text{nếu } x \in [3, 5] \end{cases}$$

- Tìm tất cả các điểm giao nhau giữa các đoạn tuyến tính thuộc các hàm đã cho và liệt kê danh sách các đoạn con không chồng lấp (phân chia bởi các giao điểm). (5 điểm)
- Với mỗi đoạn con, tìm hàm  $f_i(x)$  tạo nên đường bao trên và biểu diễn hàm  $U(x) = \max_i f_i(x)$  trên miền tổng quát. (5 điểm)