0.0.1 Bài toán dạng chính tắc và chuẩn tắc

- **Bài toán dạng chính tắc**

  Ta có bài toán dạng:

$$
\begin{aligned}
f(x) = c^T x \quad &\longrightarrow \text{Min} \\
&\begin{cases} \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i,\ i = 1, 2, \ldots, m \\ x_j \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots, n. \end{cases}
\end{aligned} \tag{1}
$$

  Thì ta gọi bài toán trên có dạng chính tắc và có thể viết lại dưới dạng:

$$
\begin{aligned}
(P) \quad \text{Min } f(x) = c^T x \\
\begin{cases} Ax = b, \\ x_j \geq 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{2}
$$

  Trong đó A là ma trận $m \times n$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ và $c^T = (c_1\ c_2\ \ldots\ c_n)$.

- **Bài toán dạng chuẩn tắc**

  Nếu bài toán có dạng:

$$
\begin{aligned}
f(x) = c^T x \quad &\longrightarrow \text{Min} \\
&\begin{cases} \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i,\ i = 1, 2, \ldots, m \\ x_j \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots, n. \end{cases}
\end{aligned} \tag{3}
$$

  Thì ta gọi bài toán trên có dạng chuẩn tắc và có thể viết lại dưới dạng:

$$
\begin{aligned}
(P) \quad \text{Min } f(x) = c^T x \\
\begin{cases} Ax \geq b, \\ x_j \geq 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{4}
$$

  Tương tự A là ma trận $m \times n$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ và $c^T = (c_1\ c_2\ \ldots\ c_n)$.

0.0.2 Chuyển bài toán về dạng chính tắc

Để thuận tiện, ta chỉ xét dạng bài toán quy hoạch tuyến tính tổng quát là **dạng chính tắc** và bất kỳ bài toán nào cũng có thể đưa về dạng chính tắc.

- **Phương pháp đưa về dạng chính tắc:**
  - Bài toán $\max f(x) \longrightarrow -\min[-f(x)]$.
  - Bằng cách thêm ẩn phụ x_{n+i} tương ứng có hệ số trong hàm mục tiêu là $c_{n+i} = 0$, ta có thể đưa bất đẳng thức

    $$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i$$

    hoặc

    $$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i$$

    lần lượt thành đẳng thức

    $$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - x_{n+i} = b_i$$

    hoặc

    $$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + x_{n+i} = b_i$$

  - Nếu tồn tại bất kỳ x_k không có ràng buộc thì ta viết

    $$x_k = x_k^{'} - x_k^{''}$$

    với $x_k^{'} \geq 0$ và $x_k^{''} \geq 0$.

Kể từ đây, ta chỉ quan tâm bài toán (2).