

振動と発振

S. Tajima

第 2.0 版 2019 年 2 月 ©s.tajima 2007-2019

目 次

第 1 章	三角関数からサイン波へ	4
1.1	サインからサイン波へ	4
1.2	コサイン波	5
1.3	サイン波の位相	6
1.4	その他の波形の位相	7
1.5	サイン (波) の微分	7
1.6	微分回路、積分回路	9
1.6.1	微分回路、積分回路例	9
1.6.2	微分回路の応答	9
1.6.3	積分回路の応答	11
1.7	商用交流の周波数ーちょっと脱線	12
1.8	サイン波の発生	12
1.9	時間領域、周波数領域表現	13
第 2 章	フーリエ変換	14
2.1	フーリエ変換の定義	14
2.2	三角関数の掛け算	14
2.3	フーリエ変換のプログラム	16
2.4	三角関数の倍角の公式 -というより三角関数の掛け算の公式	17
第 3 章	LC 回路	18
3.1	LC 共振回路	18
3.2	LC 共振回路の駆動	18
3.3	LC 共振回路の Q	19
3.4	同調回路	20
3.5	タンク回路	22
3.6	注 ; ゲルマニウムラジオの動作	23
第 4 章	振動の midpoint	25
4.1	バランス / アンバランスの違い	25
4.2	バランス出力	26
4.3	balan	27
4.4	アンテナの評価	27
4.5	balan のアンテナ以外への応用	28
第 5 章	発振回路	30
5.1	二つの水晶発振回路	30
5.2	LC 発振回路	30

5.2.1	電圧駆動型	31
5.2.2	電流駆動型	33
5.2.3	電流駆動型（その2）	35
5.2.4	まとめ	36
5.3	水晶発振回路	36
5.3.1	水晶振動子の等価回路	36
5.3.2	水晶振動子の等価回路-その2	38
5.3.3	水晶振動子の等価回路-直列共振それとも並列共振？	39
5.3.4	電圧駆動型水晶発振回路	40
5.3.5	電流駆動型水晶発振回路	42
5.3.6	水晶振動子の物理 - 直感的に	42
5.4	セラミック発振子	43
第6章	その他の発振回路	45
6.1	Wien ブリッジ	45
6.2	移相発振回路	46
6.3	弛張発振回路	46
6.4	矩形波の応用	47
6.5	三角波、鋸波	48
6.6	パラメトリック発振	49

【前書き】

この文書は、発振回路に対する興味がもたれています。発振回路というのはデジタル機器や IT 機器には必ず使われており、これが誤動作（高調波発振、発振停止）すると機器が全く動作せず、商品回路設計では非常に神経を使う部分です。例えば水晶発振器を使う場合、水晶の特性に対して各種条件を付けるだけでなく、使用する IC とプリント基板にマウントした状態で、その発振マージンをチェックします。最近では出来合いの水晶発振デバイスを使う事が多いようですが、部品コストより、この点を重視するようになったのでしょう。

一方、発振というのは回路解析や理解がなかなか難しく、その理由の一つは基本的にフィードバック型なのに、トランジスタによるコルピッツ回路の様に、回路が洗練されていて、何がどう動作しているのか理解しにくい点があります。また、世の中では、正しく理解していない解説もあり、いざ調べようとするすると混乱してしまう事もあります。

現在では、遠の昔の技術なのですが、デジタル IC の初期の製品として TTL¹ がありました。また、最近ではディスクリートの CMOS IC を用いて発振回路を組む事さえしませんが、TTL にせよ、CMOS にせよ、発振回路を組む事ができます。どちらもインバータを使用するのですが、その回路構成が、信号極性という意味で TTL と CMOS で丁度反対であり、どちらか一方しか発振できないのではと思わせるものです。

この違いについて考え、実験も行い、到達した結論をまとめました。分かっている人には当然なのでしょうが、比較して議論したのは見たことがなく、実は回路の電圧駆動、電流駆動というかなり原理的な所に至り、中々面白いのです。

なお、振動の基本はサイン波ですので、この議論から始めました。

Feb 2019 S. Tajima

¹Transistor Transistor Logic

第1章 三角関数からサイン波へ

1.1 サインからサイン波へ

振動を考えるに当たって、その一番基本的な表現であるサイン波から始めましょう。サイン波は、初等数学で学ぶ三角関数の \sin に由来します。図 1.1 のような直角三角形で、各辺を a, b, c として、 a と c の角を θ とすると

$$\sin \theta = \frac{b}{c}$$

と定義されます。

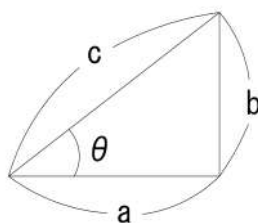


図 1.1: 直角三角形

ここで θ を 0 度から 360 度まで、増加させる時の $\sin \theta$ の値をグラフに描くと、図 1.2 のようになります。三角形だけで考えていると、90 度以上に増加させる場合がちょっと考え難いのですが、360 度でまた 0 に戻る図形となります。 θ が 360 度を超えると、 $\sin \theta$ はもとと同じ形の繰り返しとなり、このような関数を 360 度を一周とする周期関数であるといいます。

ここで、図 1.2 に示した縦軸、横軸は単なる値で、いわゆる無次元の数です。 b, c の単位として $[m]$ で計測したとしても $\sin \theta = b/c$ は、分子、分母の次元がキャンセルし、無次元となるわけです。一方、角度である θ も無次元の数です。「度」とか「rad」とかの名称をつけて呼ぶのが一般的ですが、次元はもちません。

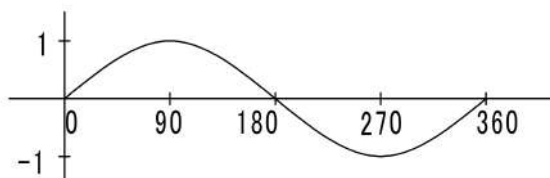


図 1.2: サイン波

図 1.2 のような図形を眺めていると、時間的に変化していく「波」を連想しませんか？例えば、水面に発生した波が進んでいく様子であるとか。この時、人は横軸を時間として捕らえています。つまり図 1.2 のような形の波が時間とともに進んでいくという風に見える訳です。この波を \sin で表現しようとする、まったく同じ形に見えるのに、実は困った事が起こります。横軸として使いたい時間は

$[s]$ という次元をもつのです。 $\sin \theta$ と表現するとき、横軸については次元を持つことができません。例えるならば、数を数えるときの単なる数字に、つねに秒をつけることを強制されるようなものです。”じゃがいも 20 秒”とはいいませんよね。

この解決のため、非常に巧妙な事を考えた人がいました。つまり、 \sin が取る値に $[s]$ という次元がついて困るなら、 $[1/s]$ の次元をもった、別の変数を用意して、これを掛け、次元をキャンセルしてしまおうというのです。この変数を ω と書くことにしましょう。時間変数 t を用います。すると

$$\omega[1/s] \times t[s] = \omega t$$

となり、無次元の変数の積で表されました。

このようにして $\sin \omega t$ という時間を含んだ関数が定義できました。さらに、この関数を表示する時にはちょっとしたトリックを使うことがあります。つまり、横軸は時間 t だとしてしまっ、 ω は単なる比例係数という風に考え（ただし次元は $[1/s]$ ）、とりあえず図には示さないのです。このようにして $\sin \omega t$ という表現が定義されました。最初に三角関数を習う頃には一つの変数 θ に対して、 $\sin \theta$ として定義したのに、これが物理を勉強し始めるといつの間にかや、 ωt という二つの変数の掛け算、および $\sin \omega t$ という具合になり、しかも $\omega = 2\pi f$ ¹ であるなど、ややこしくしてしまう理由がここにあるわけです。

ωt を使用するの、三角形から定義されたサインから、波であるサイン波への拡張をする時の基本的な要請だった訳です²。

1.2 コサイン波

三角関数でコサインの定義は

$$\cos \theta = \frac{a}{c}$$

です。数学では、サインとコサインとは別の関数（お互いに密接な関係を持ちますが）として定義されます。もちろん、 $\sin \theta \neq \cos \theta$ ですが、誤解を恐れずに言うと、実はこれらはまったく同じものです。図 1.3 に図 1.2 と同じ図形を、ある一点だけを変えて表示しました。このため、この図がサイン波なのかコサイン波なのか決定することが不可能になりました。

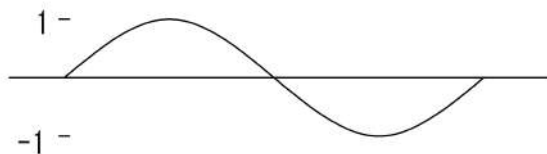


図 1.3: サイン波／コサイン波？

ある一点とは横軸の目盛りを省いたことです。原点（基準点）0 で、値が 0 ならばサイン波、原点 0 で値が 1 ならばコサインと確定できますが、これが不明ならばサイン波なのか、コサイン波なのかまったく分かりません。つまり、サイン波もコサイン波も原点があらかじめ決められていない限りどちらとも特定できず、本質的に区別が無いということです。さらに原点から若干ずれたサイン波（あ

¹ f を周波数といいます、これについては後で述べます。

²昔ある専門書で $\sin 3t, \sin 7t$ とかのように ω 抜きの変数を見たことがあります。これを見たときに何となく違和感があったのですが、その時はうまく説明できませんでした。この様な表現でも、実は「3 とか 7 という数字は $[1/s]$ の次元を持つのだ」と言う事も可能ですが、非常にミスリーディングだと思います。横軸を時間で考える時に、 \sin の取る変数を $n\omega t$ (n は適当なスケーラーです) とわざわざ記すのは、意味があることなのです。

るいはコサイン波)も、すべてサイン波と同じもので、単に時間軸方向に適当な値だけずれたものと見なせます。

直角三角形の各辺の比から関数を定義すると、三つの関数が定義されるのは自然な成り行きですが、tangent 以外の一つを sine と呼ぶことにした時に、もう一方を cosine と呼ぶ様になったのは、位相は異なるが、同じ形になっていることを意識したものでしょう。この様な定義がされているため、いろいろな局面で極めて便利ですが³、本来同じ物という認識は物理現象の理解にきわめて重要です。

1.3 サイン波の位相

サイン波とコサイン波の本質的違いは無いと書きましたが、これらの違いは横軸に対する相対位置のみです。どちらも 0 度から 360 度で一周期となる関数で、どちらを横軸に沿ってずらせていっても二つの関数はまったく同一になる場所があります。つまり、横軸においての 0 度から 360 度というのは、サイン波を考える上での、基本的な尺度です。この尺度は基準を決めないと全く意味をなさないので、例えば振幅が 0 となるところを 0 度としてそれから何度ずれたところの (サイン波の) 値かという使い方をします。これを位相といいます。位相は単一の信号について定義するより、二つ以上の同じ周波数のサイン波が存在する時に意味がより明瞭になります。

例えば、家庭に供給されている交流電圧の位相をどうこう言うのは、絶対基準が無いので無意味です。一方、図 1.4 のように交流電圧にコイルを接続すると、電圧波形と電流波形はタイミングがずれます。電圧 $v = V \sin \omega t$ とすると電流 i は

$$V \sin \omega t = L di/dt$$

より

$$\begin{aligned} i &= \frac{V}{L} \int \sin \omega t dt \\ &= -\frac{V}{\omega L} \cos \omega t \\ &= -\frac{V}{\omega L} \sin(\omega t + \pi/2) \end{aligned}$$

となります。

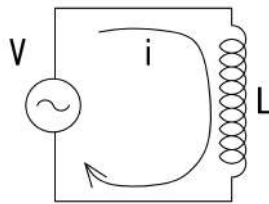


図 1.4: コイルに加わる電圧と電流

このような時に始めて位相差という考えが意味をもつのですが、この場合でも、どちらかを基準に決めなければなりません。一般には電圧波形基準とすることが多いようですが、この場合には、電流波形は電圧波形に対して $\pi/2$ ラジアン、(90 度) 遅れます。

図 1.5 にこの関係を示します。

³この最適な例は $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ ではないでしょうか。

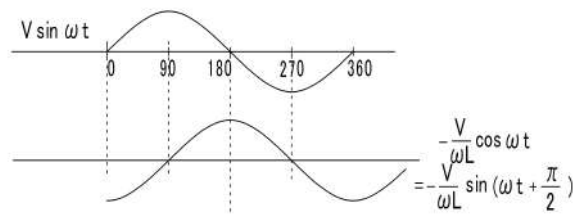


図 1.5: 電圧と電流の位相差

周期関数では、90 度の遅れは 270 度の進みと等価に見えますが、サイン／コサイン波に関しては積分が一回入る毎に 90 度遅れ、逆に微分が一回入る毎に 90 度進むと理解すべきです⁴。

同様に交流電圧にコンデンサを接続した場合、電圧波形基準で、電流波形は 90 度進むと言われます。サイン波は等角速度で回転する物体の影を時間軸方向に投影したものであることより、「位相が進む/遅れる」という代わりに「位相が回る」と言うことも多いようです。ただこの言い方は若干ルーズに使われているようで、位相がどちらの向きに回るということまでは言わず、「位相がずれる」という程度のニュアンスです。

1.4 その他の波形の位相

どのような波形でも、適当な周波数のサイン波を足し合わせることで生成できます。例えば矩形波は、基本波と、3 次、5 次高調波…というように奇数次高調波を足し合わせることで合成できます。もちろんそれぞれの波形の振幅や位置関係を正しく合わせねばなりません。サイン波に比べて複雑とは言え、このように非常に規則正しい波形に関しては、容易にその位相というのを定義できます。二つの同じ形の矩形波があれば、それらの間の位相差も容易に定義できますね。このような場合、位相や位相差という考えはサイン波の場合と同じです。

一方、矩形波をある回路に入力する場合を考えます。この時、時間遅れはあってもいいが、出力波形が入力波形と相似になるような回路を想定しましょう。この回路内で信号の各成分に関して時間遅れや振幅の変化がまちまちであると出力波形の形が変化してしまいます。従って、各成分に対する遅延時間と振幅は一定である必要があります。ここを通過したあとの波形に歪みは発生しません。逆に言うと、各成分に対する時間おくれや振幅に対する応答が一定でない回路というのがいくらでも存在するわけです。

このような時、回路の群遅延特性が悪いという言い方をします。群遅延特性が重要な回路として、例えばアナログビデオ信号処理回路があり、群遅延特性が悪いと、即画像のゆがみになってしまいます。

1.5 サイン (波) の微分

サインの微分に関して

$$\frac{d}{d\theta}(\sin \theta) = \cos \theta$$

となる事をご存知の通りです。これを始めて勉強する頃は、この意味は何かなど考えずに暗記するだけでした。サインから時間的に変化するサイン波に発展する過程で $\sin \omega t$ という表現となる理由

⁴微分と積分は複素関数まで拡張すると、完全に逆演算となります。そして、複素平面では一回の微分は 90 度の時計回りの回転に相当し、積分は半時計回りの 90 度回転に相当します。位相の進み、遅れはこの回転に相当します。

を説明しましたが、この時間微分について考えましょう。 ωt は二つの変数の積なのですが、角周波数 ω が時間的に変化しない場合、つまり周波数が変化しないサイン波について考えます。この場合 ω は定数と同じです。従って

$$\frac{d}{dt}(\sin \omega t) = \omega \cos \omega t$$

となります。微分したあとに係数 ω が出現し、振幅が変化しますが、サイン波とコサイン波は実は同じ波形ですから、この物理的な解釈は「サイン（波）は微分しても、その形は変わらない」ということです。振幅の変化については、適当なスケールを掛ける事で調整可能ですので本質的な変化ではありません。

これは「コサイン波は微分しても、その形は変わらない」という事でもあり、さらに微分を積分に置き換えても同じです。

この事は驚くべきことです。例えばごく一般的な波形として矩形波がありますが、この微分波形、積分波形はもとの波形とは似ても似つきません。図 1.6 にこの関係を示します。

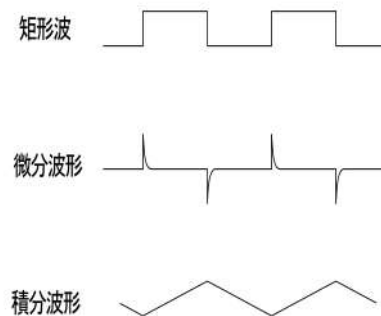


図 1.6: 矩形波とその微分および積分波形

実用的な例をお話しましょう。我々が日常使用している電力は 50 または 60Hz のサイン波⁵です。これを商用交流などといいますが、これはサイン波を発生するように設計された交流発電機で発電されます。これが発電所から一般家庭に届くまでに、幾つものコイルや、コンデンサが接続された回路を通過します⁶。コイルやコンデンサを交流に対して用いると、いわゆる微分作用や積分作用が発生します。ここで、もしサイン波が微分や積分で波形を変えてしまうと、家庭に届くまでに、いったいどんな波形になってしまうか想像できません。これではとても商用に使うことなど考えられませんが、この微分、積分に対する不変性のおかげで、送配電網の適当なところに適当にコイルやコンデンサを付加することができます⁷。

⁵ 原点が定義されていないので、コサイン波と言っても、また位相のずれたサイン波と言っても同じです。こういう意味でサイン波とコサイン波が区別できないのです

⁶ これらは、明示的に接続されるものだけではなく、送電線のリアクタンス、大地間のキャパシタンス成分もあります。

⁷ これらを何のために、どう使うかについては、ここでは深入りしません。

1.6 微分回路、積分回路

1.6.1 微分回路、積分回路例

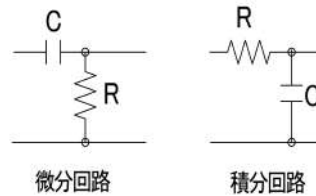


図 1.7: 微分回路と積分回路

電子回路では微分回路や積分回路が頻繁に使用されます。図 1.7 にそれぞれ微分回路、積分回路の例を示します。どちらも抵抗とコンデンサのみで構成される簡単な回路で、不完全な微分、積分回路⁸です。図 1.7 のような微分回路の伝達関数は Ts として

$$\frac{Ts}{1 + Ts}$$

となります。ここで $s = \sigma + j\omega$ となる複素変数ですが、これは理解されているものとしてあらためて解説しません。従って、 $Ts \ll 1$ の領域 (周波数が時定数に比べて十分低い) では $1 + Ts \approx 1$ で、出力は Ts となり微分特性を示します。一方、周波数が高くなると $1 + Ts \approx Ts$ ですから、出力 = 入力です。

一方、積分回路の伝達関数は

$$\frac{1}{1 + Ts}$$

となり、周波数が時定数より十分に低い所では、入力 = 出力、高い所では、応答は $1/Ts$ となり、積分特性を示します。

これらのような簡単な回路でも、使う周波数帯を適切に選べば、十分数学的な微積分回路に近似できます。以下、具体的な例を挙げて、微積分回路が入力波形にどのような影響を及ぼすかを示します。ただし、出力波形の振幅に関しては入力波形に対して規格化していませんのでご注意ください。

1.6.2 微分回路の応答

RC による微分回路はハイパスフィルタとも呼ばれるもので、扱う周波数が時定数に対して十分低いときにのみ微分回路に見えます。時定数とは $T = CR$ で定義されるパラメータです。図 1.7 は $C = 1\mu\text{F}$, $R = 1\text{K}\Omega$ とした時の微分波形です。時定数 1ms は周波数では 1KHz 相当ですが、この時定数より十分低い周波数 (20Hz) の矩形波入力に対して、出力は微分波形となります。

一方、同じ時定数の回路に 1KHz の矩形波を入力しても、殆ど微分とは見えません。(このような直線部分が下がる事を「サグ」と言いますが、矩形波の入出力でサグが発生する時は、逆に、回路がちょっと微分傾向あるいはハイパスフィルタ特性を持つことが分かります。)

図 1.10 は入力がサイン波の時を示しますが、入力周波数 20Hz では、位相はほぼ 90 度進んでいることが分かります。出力波形のレベルは規格化していません。

以下は入力信号がサイン波で 1KHz の場合です。時定数と同程度の周波数では位相の進みは殆ど見られません。

⁸ 数学的な微分および積分の伝達関数は、それぞれ s 、 $1/s$ です。

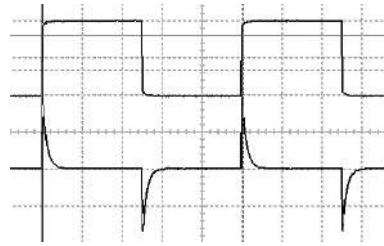


図 1.8: 微分回路の応答: $f=20\text{Hz}$ 、矩形波入力（上）、出力波形（下）、時定数 $=1\text{ms}$ 、一応微分に見える

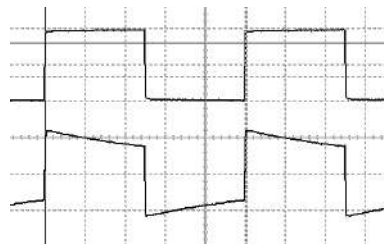


図 1.9: 微分回路の応答: $f=1\text{KHz}$ 、矩形波入力（上）、出力波形（下）、時定数 $=1\text{ms}$

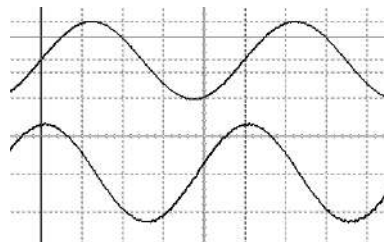


図 1.10: 微分回路の応答: $f=20\text{Hz}$ 、サイン波入力（上）、出力波形（下）、時定数 $=1\text{ms}$

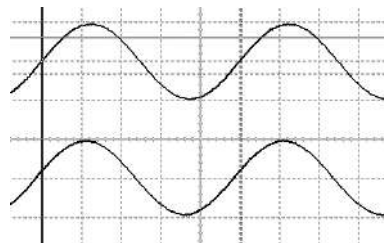


図 1.11: 微分回路の応答: $f=1\text{KHz}$ 、サイン波入力（上）、出力波形（下）時定数 $=1\text{ms}$ 、下の波形も殆ど同位相

1.6.3 積分回路の応答

同様に、積分回路の実測波形を示します。積分回路では周波数がほぼ時定数より高い範囲で、積分効果が見えます。これより低いと積分には見えません。数学的な積分と、電子回路で使用する RC による積分回路は、厳密な特性を問題とするときは別物と考えた方がいいでしょう。RC 積分回路は、時定数に対して高い部分でのみ、積分効果が現れ、一次のローパスフィルタ (LPF) です。

図 1.12 では、矩形波の周波数は 1KHz です。矩形波が積分されて三角波になっています。出力波形のレベルは入力レベルより小さくなります。図では振幅は規格化されてません。

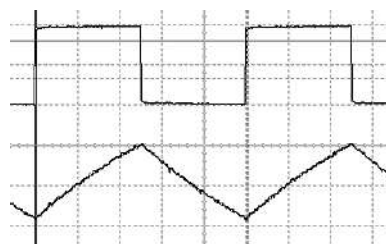


図 1.12: 積分回路の応答: $f=1\text{KHz}$ 、矩形波入力 (上)、出力波形 (下) 時定数=1ms、積分効果が見える

図 1.13 では、時定数 1ms の積分回路に 20Hz の信号を入力したものです。周波数 \ll 時定数ですから、積分効果は殆どありません。いわゆる波形のなまりが発生している程度です。逆に、ある回路の矩形波応答で、このような波形が得られる時は、回路が若干ローパスフィルタ特性をもつことが分かります。あるいは高周波特性が悪いと言っても同じです。

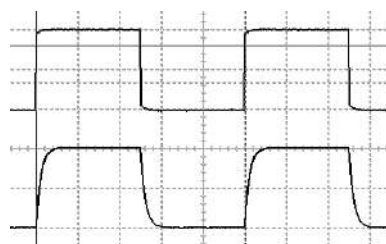


図 1.13: 積分回路の応答: $f=20\text{Hz}$ 、矩形波入力 (上)、出力波形 (下) 時定数=1ms、波形の立ち上がりがややなまるだけで、積分効果なし

図 1.14 は、入力を 1KHz のサイン波とした時の出力応答です。出力信号が入力信号よりほぼ 90 度遅れていることが分かります。

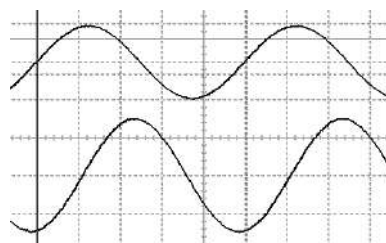


図 1.14: 積分回路の応答: $f=1\text{KHz}$ 、サイン波入力 (上)、出力波形 (下) 時定数=1ms、出力信号を反転したものは、位相 90 度遅れ

図 1.15 では、入力を 30Hz のサイン波とした時の応答ですが、周波数=時定数ですから、位相遅延

は殆どありません。

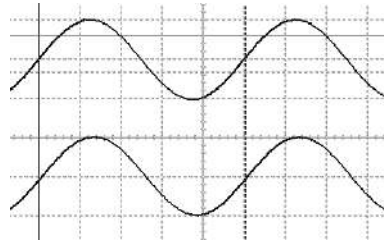


図 1.15: 積分回路の応答: $f=29\text{Hz}$ 、サイン波入力（上）、出力波形 時定数 $=1\text{ms}$ 、出力信号は入力と殆ど同位相

1.7 商用交流の周波数—ちょっと脱線

商用交流は世界的にも 50、または 60Hz のいずれかのようなようです。この周波数の選択が、高からず、低からずで、よくもこの周波数を選択したと思わせるものです。テレビジョンでは画面のフィールド周波数を 50、または 60Hz に合わせて決めました⁹。これは初期の技術（真空管によるものです）では、50、60Hz の影響が画面に現れることが防ぎきれず、逆にこの周波数をフィールド周波数とすることで解決しました。このフィールド周波数に電源周波数がちょうど使用できたというのは、もちろんテスラ¹⁰ も考えなかった筈です。

商用周波数ではちょっと困ったという例として初期の鉄道の交流電化があります。初期に開発されたシステム（といっても、現在でもドイツとかスイスで広く実用に使われていますが）では $16\frac{2}{3}\text{Hz} = 50/3\text{Hz}$ が使われました¹¹。これは交流の整流子モータを直接回転させるために、商用周波数では周波数が高すぎるという理由のためです。この方式を用いた電機機関車ではトランスが大きくなってしまいうという事がありますが、構造がシンプルで、世界的にも最大級の出力の機関車が活躍しています。しかし、現在の趨勢は、半導体の進歩を利用した 50 または 60Hz の商用交流による電化です。

1.8 サイン波の発生

円周上を等速で動く点を回転面と直角になる様に壁に投影し、壁を等速で移動すると、その影がサイン波になります。つまり、サイン波を発生させる手段を考える時、「円周上を等速で運動」という、非常に実現しやすい方法が使えるのです。円周上の等速運動点の投影では、思想的なサイン波の生成ですが、同等の方法が、実用的な波形生成、例えば電氣的なサイン波発生に応用できます。

交流発電機を考えましょう。交流発電機の原理的な構造は図 1.16 のようになっていて、磁界中で回転子を一定速度で回転させると、回転子には、一定周波数のサイン波交流が現れます。これをスリップリングを用いて外部に取り出します。実際には負荷の変動などで、回転子を一定回転させるというのは難しいことなのですが、わざわざ速度を変化させながら回転させることに比べればはるかに容易です。磁界の形（空間的な強さの分布です）は、回転子の一定回転でサイン波が得られるように設計してあるわけで、何もせずともサイン波が得られる訳ではありませんが、技術的に十分実用的な発電機です。このような発電機として 3 相の同期発電機が用いられ、より大きな電力が必要なら

⁹ これを書いた時にはまだブラウン管式テレビが全盛でした。

¹⁰ エジソンが直流による発電、送電を主張したのに対し、交流による発電、送電を推進しました。結果は、トランスにより電圧の変換が容易であるため、交流が主流となりました。

¹¹ アメリカでは、25Hz の交流が使われた例があります。これは $(50/2)\text{Hz}$ です。

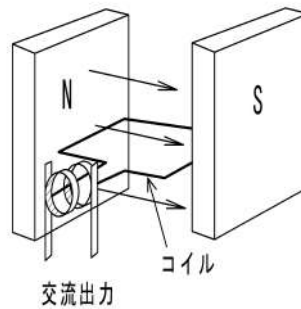


図 1.16: 交流発電機の構造

ば、並列運転が可能です。これは一つの発電機に他が自動的に同期するという性質があるからです。出力がもし、矩形波だったならばこんな風にはいきません。

原理については後述しますが、電子工学の実験室で使用される、シグナルジェネレータもサイン波交流を発生するのが基本です。シグナルジェネレータは測定器の中でも、もっとも基本的なもので、これはサイン波が理工学の基礎となっていることを反映しています。このような測定器ではその周波数や発生電圧レベルが可変となっているのが普通ですが出力電力は小さく、電力用発電機とは異なり電力源としては使いません¹²。

1.9 時間領域、周波数領域表現

サイン波の表現は $\sin \omega t$ であり、なぜ ωt なのかの説明もしました。ここで、 ωt という表現に着目します。

$$\omega = 2\pi f$$

であり、 f が周波数であるということを説明抜きで記述しましたが、ここではこの意味を考えます。まず $\sin \omega t$ は周期が 2π (ラジアン—ここからは、基本的にラジアンという単位だけを使います) です。周期そのものは次元はありません (単位はラジアン)。しかし周期的に変化するものに対して、その一周期が何秒であるかという興味をもつのは当然ですね。例えば車輪が回転しているとき、その回転数が一秒に何回かというのは、車のスピード計測の基本です。この一秒間に何回回転するかを周波数 f といいます。ここで車輪が n 回転/秒しているとしたらこれは $n\text{Hz}$ に対応します¹³。一方 n 回転/秒の間に、角度は $2\pi n$ ラジアン/秒進みますからこれは単位時間あたりでは ω となり、角速度といいます。

角速度 ω と、周波数は比例係数 2π をもつ単純な比例関係にありますからどちらを使っても構わない筈ですが、伝統的な使い分けができています。時間軸上に展開すると分かりやすい、サイン波のようなものは周波数で、車輪の回転のような物理的回転体は角速度を使うようです。

一方、サイン波の取る変数が ωt であることを考えると、サイン波を t を基準としても ω (あるいは周波数 f) を基準としても見ることができます。これまでは、 t を基準とする見方で扱ってきました。他方で、 f を基準とする見方がありますが、これが周波数領域からの観測です。時間軸と周波数軸は直交していませんので、お互いに行き来することができ、これを実行するのがフーリエ変換です。時間軸から周波数軸への写像および逆写像が定義でき、それぞれフーリエ変換、逆フーリエ変換となります。フーリエ変換については次章で扱います。

¹²電力用発電機としては、1929 年に依佐美送信所で、5.814kHz が発電され、長波通信に使われました。通信には 3 週倍された 17.4kHz を使いました。

¹³昔はサイクル/秒といいましたが現在は Hz で次元は $[1/s]$ です。

第2章 フーリエ変換

2.1 フーリエ変換の定義

フーリエ変換は、時間領域の関数 $f(t)$ が与えられた時、それを (角) 周波数領域の関数 $F(\omega)$ に変換するものとして定義され、次のように表されます。

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

この数式を見ただけで、実際にどういう操作が行われているかを実感するのは難しく、多くの人は単に公式として理解しているだけではないでしょうか？ 以下の節では、ごく基本的な三角関数を応用するだけでフーリエ変換の本質を導き出します。

2.2 三角関数の掛け算

角周波数 ω をもつサイン波は

$$\sin \omega t$$

と表せますが、このサイン波同士の掛け算をしてみます。

$$\sin \omega t \times \sin \omega t$$

これを図形により表現すると、図 2.1 のようになります。

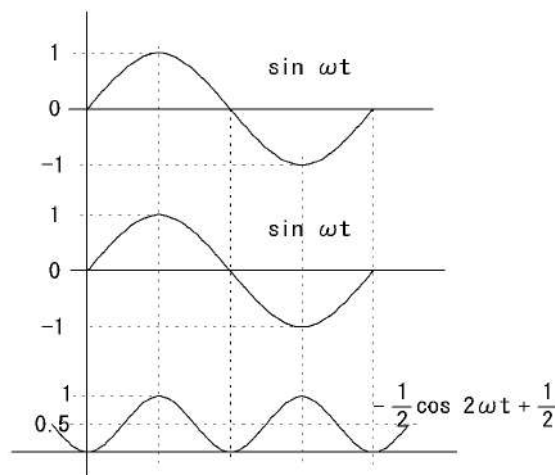


図 2.1: サイン波の掛け算

大変興味深いことに、 $\sin \omega t$ 同士を掛けると $2\omega t$ の周波数をもった波形が得られ、しかも、この位相関係を見ると $-\cos 2\omega t$ になっていて、振幅は $1/2$ となっています。またこのコサイン波の中心は、

1/2 となっていますから、結局

$$\sin \omega t \times \sin \omega t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

となります。

あるいは

$$\cos 2\omega t = 1 - 2\sin^2 \omega t$$

のように書き表すと、いわゆる三角関数の倍角公式で、これは高校の数学で習うはずで

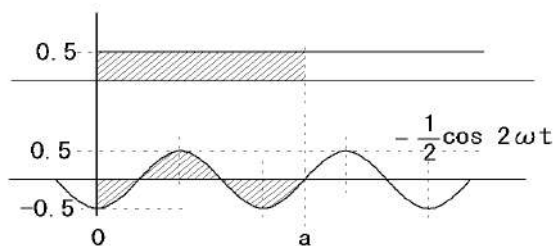


図 2.2: $\sin \omega t \times \sin \omega t$ の積分

ここで、この掛け算した関数を図 2.2 のように単なる数値部分¹と $\cos 2\omega t$ 二つの成分に分解し積分して見ます。積分の開始点は取りあえず原点としましょう。すると、DC 成分の積分値は、面積です。積分の終了点 a を適当に選べば、その値はどんどん大きくなります。一方交流成分の積分値は積分開始点と、終了点に依存しますが、最大でもコサイン波のプラス部分の面積、最小はこの値に負号をつけたもので、平均値はゼロです。つまり、積分領域を適当に広く取ることによって、DC 成分の積分値に対して、AC 成分の積分値を無視することができます。この DC 成分の積分値を角周波数 ω に対応するスペクトラムと呼ぶ事にしましょう。

ここまでは、同じ角周波数のサイン波の掛け算でしたが、一方の周波数が ω' の場合を考えます。この場合には三角関数の関の公式

$$\sin \omega' t \times \sin \omega t = -\frac{1}{2} \{ \cos (\omega' t + \omega t) - \cos (\omega' t - \omega t) \}$$

より、DC 成分がありませんので、積分してもどんどん増加する項はなく、ある値の範囲内に収まります。言いかえると $\sin \omega t$ で掛け算し、さらに適当な区間に渡って積分した時、スペクトラムが得られるのは、角周波数が ωt の時のみです。

ところが $\sin \omega t$ による掛け算ではちょっと困った事が起こります。それはスペクトラムを求めるターゲットとなる関数の位相がずれると（つまり $\sin(\omega t + \phi)$ のような関数をターゲットとすると）DC 成分が 1/2 より小さくなり、同じ区間を積分してもスペクトラムの値が変化してしまうのです。特に位相差が $\frac{1}{2}\pi$ つまり $\cos \omega t$ のターゲット関数に関しては DC がゼロとなってしまうスペクトラムが得られません。これは

$$\sin \omega t \times \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$$

という公式からも明らかです²。しかし、

$$\cos \omega t \times \cos \omega t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

¹電子工学ではこの数値部分を DC（直流）成分、コサイン成分を交流成分といいます。

²単なる数値項、つまり DC 項がありません。

であることを思い出すと、位相が $\frac{1}{2}\pi$ ずれた波形に関しては、 \cos を掛けて積分すれば同様にスペクトラムが得られる事がわかります。

結局、適当に与えられた信号について、いつも $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ の両方を使って計算すればよさそうです。しかしまだ、ターゲット関数のスペクトラムがその位相により一定とならないような感じを持つかもしれませんが、スペクトラムを両方で得られた値の 2 乗和と定義しなおします。つまり

$$\begin{aligned} & \{f(t) \sin \omega t\}^2 + \{f(t) \cos \omega t\}^2 \\ &= f(t)^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) \\ &= f(t)^2 \end{aligned}$$

のように考えると、 $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ がうまく補正し合って、ターゲット関数の位相がどうであれ、一定のスペクトラムが得られます。

このように $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ をいつもペアとして計算すればいいのですが、これを一つの式に纏められないか、考えましょう。まず

$$f(t)(\sin \omega t + \cos \omega t)$$

のような掛け算をし、そのあと適当な始点から終点まで積分するという方法が考えられます。ところが、 $\sin \omega t + \cos \omega t$ は、二つの位相の異なるサイン波の足し算であり、結局サイン波となってしまいます。つまり $f(t) \sin \omega t$ という掛け算だけを実行しているのと同じになってしまい、これは失格です。

実は、実数関数の領域で考えている限り、これ以上に進むことができません。若干の飛躍はありますが、ここで複素関数まで思考領域を広げ、その値が

$$\{f(t) \sin \omega t\}^2 + \{f(t) \cos \omega t\}^2$$

となるように考えながら、 $f(t)(\sin \omega t + \cos \omega t)$ の表記順序をちょっと変更し、複素化を図るとともに積分を書き加えると

$$\begin{aligned} & \int f(t)(\cos \omega t - j \sin \omega t) dt \\ &= \int f(t)e^{-j\omega t} dt \end{aligned}$$

となります。これは係数や積分領域は明示していないものの、フーリエ変換の定義式そのものです。

以上で、フーリエ変換が実際、何を行っているか明確になったと思います。特に、フーリエ変換では、その係数は全く問題ではなく、全体の結果 $F(\omega)$ を適当に調整するものであり、またその積分域も自分の要求を満たすように適当に決めていいものであることが分かります³。フーリエ変換の本質は、 $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ という三角関数のペアを使って、ターゲット関数との掛け算を行い、その角周波数で発生する成分を、角周波数をいちいち変化させて見つけ出すというものです。

2.3 フーリエ変換のプログラム

以下にフーリエ変換を実行する C ソースコードの主要部の例を示します。これをみると、 \sin と \cos による掛け算を、角周波数を変化させながら実行しているのが明確に分かります。逆になぜ、このような処理となるのかは上記に述べた理由があるからです。以下のプログラムで積分の開始値はゼロ、最終値は N です。pi は円周率 (3.1415...) です。f[k] はターゲットとなる信号 (データ) を記述した配列です。

³数学的には $-\infty$ から ∞ ですが、工学的には「気の向いたところ」から「気の済むところ」までです。

```

for(n=0;n<N;n++) {
    ReF=ImF=0.0;
    for(k=0;k<N;k++) {
        ReF+=f[k]*cos(2*pi*k*n/N);
        ImF+=-f[k]*sin(2*pi*k*n/N);
    }
    F[n] = ReF*ReF+ImF*ImF;
}

```

最終結果は配列 F[n] として得られますが、実部と虚部をそれぞれ 2 乗して加えていますから、複素計算などは全く現れていません。

2.4 三角関数の倍角の公式 -というより三角関数の掛け算の公式

通常、三角関数の倍角の公式は

$$\cos 2\omega t = 1 - 2\sin^2 \omega t$$

$$\sin 2\omega t = 2 \sin \omega t \cos \omega t$$

のように書き表され、高校生の時代にはこれをただひたすら暗記するというものでした。しかし、理工学的な応用という観点からは、サイン波やコサイン波の間の掛け算を示す式と考えるべきだと思います⁴。

$$\sin \omega t \times \sin \omega t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

$$\cos \omega t \times \cos \omega t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

$$\sin \omega t \times \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$$

掛け算をすることで、2 倍の周波数が発生したり、DC が発生したり⁵するという思いがけない事が起こり、それがフーリエ変換に繋がるというのは驚くべき事だと感じます。

またフーリエ変換は通常、複素関数の中で扱われますが、実数関数の中だけでも簡単に理解でき、実際プログラムのソースコードでは、実数計算しかしていません。

⁴例えば関数 $f(x)$ を考えた時、 $f(2x)$ がどうなるかを議論するより $f(x) + f(x)$ や $f(x) \times f(x)$ を議論する方が本質的ですよね。

⁵この事実は信号の位相変調や、位相復調にも応用されていますが、詳細はここでは述べません。

第3章 LC回路

3.1 LC共振回路

L と C を接続した回路は、同調回路や LC 発振回路の最も基本となる部分です。普通は、LC による共振回路は図 3.1 に示す二つの形式の回路で表されます。通常 (A) を並列共振回路、(B) を直列共振回路といいます。あたかも二つの形式の回路が存在するような印象をもちますが、LC 回路としては、ただ (A) の回路のみが存在するだけです。(B) のように、回路が閉じていない場合にはコンデンサ、コイル間でのエネルギーのやり取りは発生せず、従って共振も起こりません。(B) の回路では駆動源や出力源が直列に接続され、全体として閉ループになっているという暗黙の了解のもとに用いられます。あるいは電流駆動、電流出力型ともいえます。この意味では、(A) の形式は電圧駆動、電圧出力型、あるいは並列駆動、並列出力型となります。

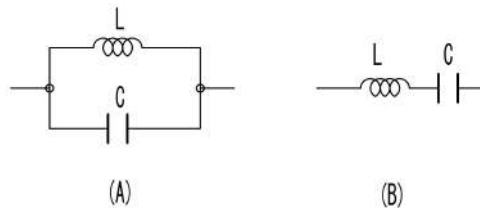


図 3.1: LC 共振回路

共振周波数 f_0 はどちらも、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

となりますが、これは（一つの回路しか存在しないので）当然のことです。並列共振型では、共振点インピーダンスは無限大となり、この時は（同じ周波数で）電圧駆動しても電流は一切流れ込まないという意味です。一方で直列共振型では、共振点ではインピーダンスはゼロとなり、電流で駆動しても損失は一切ないという事です。並列、直列共振という言い方は物理的には正確ではないと思いますが、回路的に分かりやすいので、今後、便法としてこの言い方も使います。

3.2 LC 共振回路の駆動

LC 並列共振回路は電圧型であると述べましたが、駆動しながら LC の共振電圧を計測したいときは¹、実は注意が必要です。並列共振回路は共振点ではインピーダンスが無限大、それ以外では小さいという特性があります。一般的な発振器の出力インピーダンスは 50Ω で電圧源型であると考えられます。従って、共振点で発振器の出力電圧、それ以外では 50Ω と共振回路のインピーダンスの分割比となり、よくある（無限大まで）ピークがあるようなグラフは得られません。この場合、電流源型の発振器を接続すべきなのですが、世の中には通常見当たりません。

¹例えば、サイン波を加えながら、スイープして、共振特性を見たいとき。

実際の電子回路内で共振回路を使うときは、何らかのエネルギー供給と、その共振電圧を取り出したい場合が殆どですから、共振回路はその構成により、電圧または電流駆動されます。例えば図 3.2(A),(C) は、並列共振回路に対して電圧を加えるように動作し、(B),(D) では駆動回路は直列共振回路に直列に接続され、電流駆動していると考えると分かりやすいと思います。もちろん、Vcc と GND 間には電源が入りますが、この内部インピーダンスは非常に小さく、L,C とトランジスタで閉回路ができています。

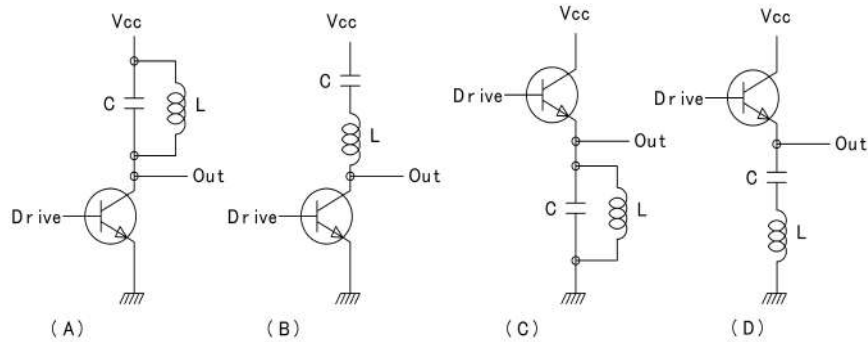


図 3.2: LC 共振回路の駆動

3.3 LC 共振回路の Q

実際の LC 共振回路では、完全に無損失なものはありません。コイルには直流抵抗が必ず存在しますし、コンデンサにも誘電体損失が存在します。しかし、実用的にはコイルの抵抗成分が一番大きく、これだけを考慮すればいいでしょう。並列共振回路の Q の定義は

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

で与えられ、直列共振回路については、

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

となります。(図 3.3 参照)

共振回路の用途は、発振であったり、無線通信での同調であるので Q は高ければ高いほどいいのですが、制御回路などで、意図しない共振回路が含まれてしまう事があります。この場合は、Q を抑えて発振しない工夫も必要です。このために R を積極的に使い、Q ダンプなどと言われます。

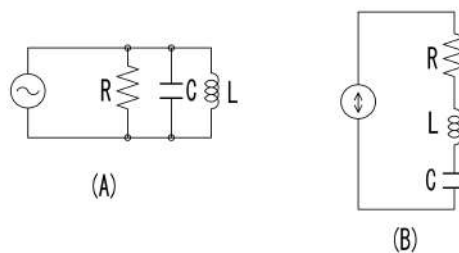


図 3.3: LC 共振回路の Q

3.4 同調回路

共振回路の実用的応用として受信機に使用される同調回路があります。同調回路とは通信に使用される特定の帯域を選択するための回路です。たとえば中波ラジオ放送で、NHK 第1は周波数590kHz、第2は690kHzです。第1にチューニングするためには590kHz付近のみ選択せねばならないわけで、もし500kHzから700kHzまで選択したのでは、混信してしまい、役に立ちません。もちろんこのことはラジオやテレビ放送にとどまらず携帯電話やWiFi送受信機すべてに共通の機能です。ただLCによる単純な共振回路がどう動くかについて考えるには、一番単純なラジオ放送が適しているので、これを例にとって説明します。

同調回路が実際にどのように使われたかについては、昔のシステムを考えるとその機能がわかりやすいです。というのは、昔の技術では、複雑な信号処理はできず²、直感的な物理処理の組み合わせとなっているからです。これは例えば、蒸気機関車では、ロッドやクランクの動作が外からすべて見えるのに対し、似たようなことをしているとは言え、自動車のエンジンでは中身がどうなっているか見えにくいのに似ています。

という訳で、思いっきり古い、ゲルマニウムラジオを例に取り説明しましょう。（ラジオとは何かについては、絵のないテレビだとも説明しましょうか。）図3.4がゲルマニウムラジオの全回路図です。部品と呼べるものは5点ほどです。簡単に原理を説明しておく、LCで聞きたい放送局に同調させ、Dで信号を検波、Xで音声に変えるものです。Xは圧電素子を使用したイアフォンで、その内部は等価的にコンデンサと高い抵抗の並列回路で、図中のRをこの内部抵抗で代用することもあります。またXの内部のコンデンサ（とその振動版の周波数特性）が搬送波のフィルタになり、音声再生されます（原理の詳細については第3.6節参照）。

ここでXを駆動する電力は、放送局から電波として送られたエネルギーそのものです。電源は不要です。

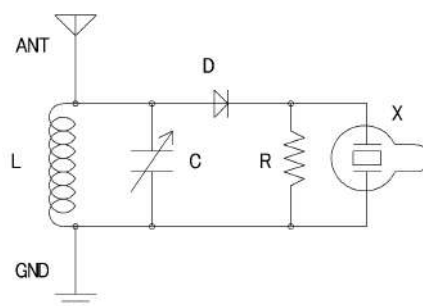


図 3.4: ゲルマニウムラジオ

こんな簡単なものでも、放送局から100Km程度離れていても聞こえました。ただし、遠くなればなるほど、図3.4の回路だけでは不十分で、アンテナANTとアースGNDという大事な要素が必要です。このアンテナ、アースと共振回路だけを抜き出したものを図3.5に示します。図3.5のAに対し、Bはアンテナとして平衡型のアンテナ（例えばダイポールアンテナ）が使えるようなアンテナコイルを使用したものです。この例ではさらに、二組のコイルでトランス動作をさせ、信号レベルを大きくしています。

電波は電界と磁界という形で検出が可能です。つまり電界でも、磁界でもあるいはその両方を見出しでもいいわけです。この検出を行っているのが共振回路です。共振回路は何度も述べてきましたが、LとCの並列回路であり、Cに対して電圧が作用し、Lに対しては電流が作用します。つまりCに関しては電界を検出するわけで、大きな電界検出には長いアンテナとアース（できるなら半波長

²昔の真空管式ヘテロダイン受信機を見ると、非常に少ない部品が巧妙に使われており、知恵は十分に使われています。

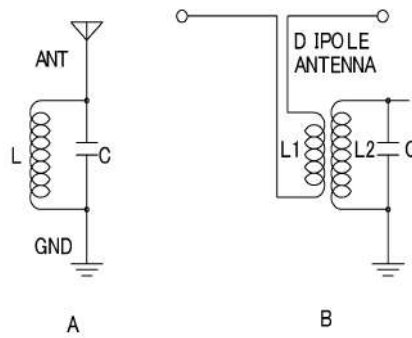


図 3.5: チューニング回路

のアンテナがいい；しかし 590kHz なら 204m になってしまう !!）が望ましいのです。一方 L はそのコイルを横切る磁界を電流に変える働きをします。つまり L は磁界を検出しているのですが³、コイルはむやみと大きくできないのは当然でしょう。（せいぜい直径 20mm 程度。直径 2m のコイルを作ってもおき場所に困ってしまう。）

結局、このようなラジオでは電磁界をいかに効率よく検出するかが放送の受信感度を高める手段となります⁴。一方、ラジオを小型にしてポータブルとする試みは、トランジスタの実用化以前からなされました。この時、困るのがアンテナとグラウンドです。グラウンドについてはほぼ諦めざるを得ず、アンテナに対しても小型のロッドアンテナしか選択肢がありません。一方コイルも小さくする必要があり、電波を検出するのがどんどん困難になりました。この対策のひとつがコイルが捕まえる磁界の密度を上げるための、いわゆるバーアンテナでした。これはコイルを中空ではなく、透磁率の高いフェライトに巻いたものです。フェライトはコイル中の磁界の密度を高くし、コイルに誘起する電流を大きくする作用をもちます。と言ってもその場所の磁界を強める訳ではなく、いわば満遍なく薄く存在する磁界をコイルにとって都合のいい向きにそろえるというべきものです。そのため、バーアンテナを使用すると指向性が強くなり、ラジオの向きによって感度がより大きく変化します。

同調回路に用いられるコイルについても工夫がされました。短波放送以上の周波数では、コイルのインダクタンスが小さくていいので、巻き数が少なく、単純な銅線がコイルに使われますが中波帯では巻き数が多くなってしまう。そのため細くかつ長い銅線を使わねばなりません。銅線には表皮効果と呼ばれるものがあり、周波数の高い交流はその表面だけを流れます。こうすると細い線による単純な抵抗値増のほかに表皮効果による抵抗値増が発生し、コイルのいわゆる Q が低下します。Q が低下するということは共振の山が低くなり、一般には共振特性の悪化となります。このため、細い絶縁された銅線のより線を使用しました。表皮面積を増やす効果があります。この線をリッツ線といいます。最近のように周波数が高くなるとリッツ線どころか、コイルそのものもプリント板上のパターンであったりして、直接見る機会が減ってきました。

また同調回路の Q はコイルの材質やコンデンサの材質で決まってしまう、共振点でも出力電圧が不足しがちです。これを改善するためコイルの部分を変換器とする事も普通に行われます。つまり二次側の巻き数を多くして、電圧を増幅するわけです。また巻き線を斜めに巻いていくハネカム巻きというもの、線間容量を減らす効果があり、コイルの性能向上に用いられました。

³L を多数回巻いたループアンテナと見る事もできます。

⁴弱い信号をどんどん増幅するのでは無くて。

3.5 タンク回路

送信機の最終的役割は空中に電波を発射することです。現在では電波は人類共通の貴重な資産ですから、その使い方が細かく決められ、法律で規制されています。その主要なものが、使用する周波数帯域です。つまり放送であれ、通信であれ、情報を送受するためにはある帯域を必要としますが、その使用可能な帯域を決めて、それ以外に漏れないようにします。現在ではスプレッドスペクトラムとか、UWB とか比較的広帯域を使用する方式も実用化されていますが、基本はある特定の周波数をきめ、この周波数を中心にして信号で変調し送信するものです。

この特定の周波数を決めるという部分に共振回路が使われます⁵。図 3.6 に送信機の終段部分を示します。終段のドライブトランジスタのコレクタに LC 共振回路を接続し、L にはさらに二次巻き線を用意してトランスを兼ねさせアンテナに接続します。トランスはトランジスタの負荷インピーダンスをアンテナのインピーダンスにマッチングさせ、かつ平衡させるためのものです。この LC 共振回路はある特定の共振周波数を持ち、いわばここに送信エネルギーを貯めるような動作に見えるためタンク回路ともよばれます。

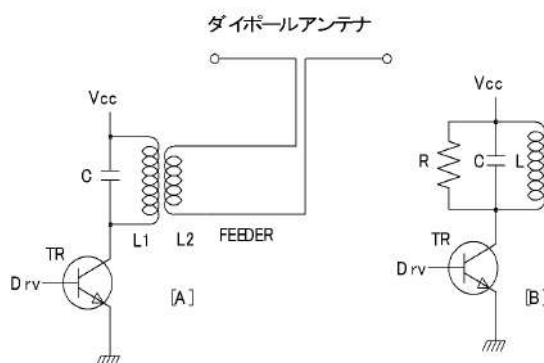


図 3.6: タンク回路

一見、単純なこのタンク回路（およびアンテナへのインピーダンス変換回路）は実に巧妙に設計されており、その動作も興味深いものがあります。タンク回路の動作は、原理的には並列ドライブの発振回路と同じです。つまり、並列接続されたコイルにその共振周波数と同じ周波数の交流電圧を加えるわけです。しかし、発振回路と決定的に異なる点があり、それは扱う電力です。発振回路では、そのあと適当な増幅器をつかうなどしますので、 μW か mW の電力しか扱いません。一方送信機では大きくなると 100kW の規模になります。このように大電力とならずとも、図 3.6 に示したトランジスタをリニアな領域で使用すると、発熱が大きくなり、とても実用的に処理しきれなくなります。そこで、図 3.6 のトランジスタ (TR) はスイッチング動作が普通です。つまり、トランジスタ自身は、完全に ON か OFF で、原理的には熱を発生しないモードで使用するのです。こうすると、タンク回路で貯められる交流がスイッチング波形（矩形波）となってしまおうように思われるのですが、図 3.7 に示すように、スイッチング周波数（共振周波数）に一致したサイン波が得られるのです。トランジスタは一周期のある特定の時間のみ ON され、この期間にタンク回路にエネルギーを蓄えます。この期間を導通角とも言いますが、一周期を 0 度から計ることと考えると、意味は明確でしょう。

では、なぜサイン波となるかについてですが、釣鐘を指で押して動かすという昔話が参考になります。話では、釣鐘を指で動かすことが出来るか否かが中心でしたが、ここでは動かした後のことを

⁵現在では、周波数そのものは、元となる発振器で決定、それをエネルギーとして空中に放射する時の共振装置です。しかし歴史的には、火花発振器で広帯域交流を発生、タンク回路で、その中から送信に使用する成分を抽出しました。抽出は全く不完全ですが。

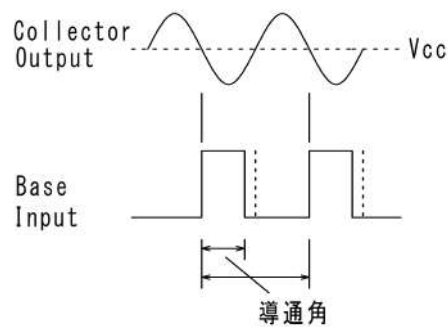


図 3.7: 入力ドライブ信号と出力電圧波形

考えます。これは振り子ですから、サイン波振動します。この振動を持続するためには、振動の周期に同期して繰り返し押す必要があるわけですが、この押す力がサイン波的である必要はありませんよね。正しいタイミングである時間だけ力を加えて、そして離してしまえばいいわけです。これと全く同じことをドライブトランジスタも行っていきます。図 3.7 のベースドライブが H レベルではトランジスタは ON しますが、このタイミングではタンク回路は C から L への電流移動期間に相当するため、トランジスタのコレクタにはこの電圧が見えます⁶。(負荷が抵抗ならば、ゼロボルトになるのですが、負荷は共振回路なのです。) 一方ベースドライブがゼロでは、トランジスタのコレクタはオープンですので、接続されていないのと同じです。すると、この時は電源 (V_{cc}) 基準でタンク回路の上昇電圧が見え、結局全体としてほぼ $2V_{cc}$ の振幅のサイン波が V_{cc} を中心として見えます。このように、スイッチング回路なのに、負荷がタンク回路であると、そのコレクタに発生する電圧はサイン波となるのです。

タンク回路の動作とは直接関係がないのですが、送信機の終段のトランジスタ (や真空管) が非常に大きな電力を扱うのに、小さな発熱に抑えられるのは、このスイッチング動作 (C 級動作ともいいます) にあります。しかし、出力段とアンテナのインピーダンス⁷をマッチングさせますので、この抵抗成分によるエネルギーは空中で消費されと考えられます。終段からアンテナまでの部分はエネルギー伝達経路ですから、送信機にとっては非常に大切で、この設計がまずいと単に効率が悪化するだけでなく、感電や火災の危険があります。

3.6 注 ; ゲルマニウムラジオの動作

ゲルマニウムラジオの原理の概要は第 3.4 節で述べた通りですが、実動作を少し詳細に考えると、簡単な回路なのに (あるいは簡単であるが故に) 実に巧妙な動作となっています。

コイルとコンデンサ (バリコン) による共振回路を放送電波に共振させ、高周波交流電圧をダイオードのアノード側に発生します。この交流電圧はダイオードにより直流となり、クリスタルレシーバにより音声信号に変換されます。ダイオードはクリスタルレシーバ (コンデンサの様に見える) の C 成分と R に電力を供給しながらやや正にバイアスされ、このバイアスが、ダイオードの動作点を 2 乗特性の位置に維持します。

入力交流電圧が $0.3V_{pp}$ 以上 (ゲルマニウムダイオードの V_f 以上) になれば、ダイオードは完全なスイッチング動作になり、いわゆるエンベロープ検波となりますが、小信号では 2 乗検波となります。

⁶トランジスタのコレクタ側はインピーダンスが高いので。

⁷半波長ダイポールアンテナの場合 $73.1 + j42.5\Omega$ 。

この場合、数式で表現すると、ゲルマニウムダイオードの入力信号は

$$A(t) \sin \omega t$$

となり、出力は

$$A(t) \sin \omega t \times A(t) \sin \omega t = \frac{A(t)^2}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

となります。 $\cos 2\omega t$ の部分は C の充電に用いられ、ダイオードのバイアス電圧を発生、 $A(t)^2/2$ の部分のみが音声に変換される訳です。

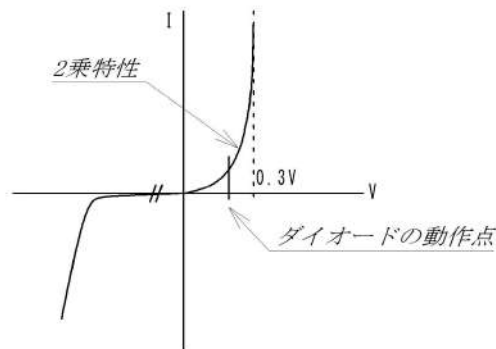


図 3.8: ゲルマニウムラジオの動作点

これはエネルギーハーベスティングとアプリケーションが不可分な例とも考えられ、この様に考えるとエネルギーハーベスティングは最近開発された技術ではありません。(鉱石ラジオまで含めれば 1920 年代に遡ります。)

第4章 振動の midpoint

振動がもっとも有効に使われているのは、電気、電子工学ではないでしょうか。この電気信号による振動が私たちの生活空間に充満しています。もし、これらを見ることができたなら、喧しくて卒倒してしまうでしょう。このように沢山信号があるならば、お互いに干渉や混信が発生しないのでしょうか？ 電波に関してはこれを防ぐために電波法があり、周波数の使い分けをしています。また各種電子機器に対応する法律があり、外に漏れだす電波の量を規制しています。

現在欠かす事のできない、発振信号も、これをいかに外に漏らさないようにするかという社会的要請の中で使用されねばなりません。発振信号の代表は単一キャリア、つまりサイン波ですから、このサイン波の発生装置と外から見た、信号の見え方を明らかにし、「漏らさない」技術の本質的部分について述べます。

この関連の技術は、本質的には同じであるのに、応用される部分に応じて「ノイズ対策」、「不平衡、平衡変換」などと異なった呼び方をされ、一部の専門家以外にはあまり理解されていないようです。

4.1 バランス／アンバランスの違い

図 4.1 の交流サイン波の発信器を考えます。この出力は一对（2本）の線で取り出され、負荷 R に供給されます。

負荷 R の両端に現れる波形（AB 端での電圧）は図 4.2 のようになり、AB 端では、基準レベル Center を中心に正負逆方向に振れます。Center は常に一定で変化しませんが、この Center レベルは図 4.1 の中では明示的に現れません。

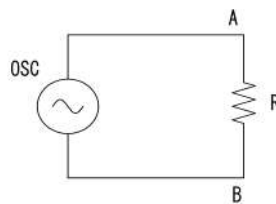


図 4.1: バランス発振回路

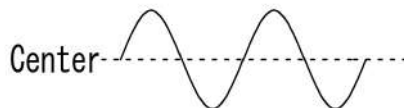


図 4.2: バランス出力波形

図 4.1 の場合、発生された交流電圧は、地球の電位に対しては、全く不定状態です。理論的にはと

もかく、実用的にはこの交流電圧に対して絶対基準を決めておきたいのです。そこで、図 4.3 のように発信機の片側を大地（GND）に接続してみましょう。この場合、発信器の出力（負荷の B 端）は強制的に大地と同電位に保たれます。従って、負荷端の電圧は図 4.4 のように、一番電圧の低い位置が大地レベルにクランプされることになります。このため、出力電圧の中心は図 4.4 の点線のように、出力の 1/2 の振幅で振れてしまいます。これは図 4.3 で、OSC や A,B 点全体がこのレベルで振動しているのと等価で、振動していないのは唯一 GND 点のみとなります。言い換えると、このような状況の装置を大地に接続されていない位置（例えば、受信アンテナをもったような受信機）から観察すると、負荷 R 端も含め全体が振動しているように見えます。もし、負荷 R と発信器の間が離れていて、この間を導線で接続すると、導線も含めて振動をします。この導線としてシールド線を用いても、GND に近い部分では振幅は小さいかも知れませんが、シールド線（の内側の導体も外側のシールド部分も）自体が振動し、アンテナとなってしまいます。結局、シールド線にしてもまったく効果はありません。

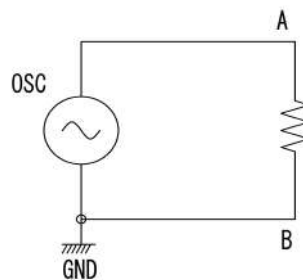


図 4.3: GND を接続した発振回路

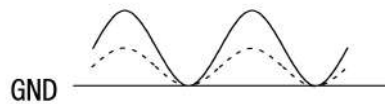


図 4.4: アンバランス出力波形

4.2 バランス出力

図 4.1 の R を送信アンテナと考えると¹ アンテナ以外からは外部にエネルギーを放射したくありません。このように考えると、理想的送信機は図 4.1 の様に地球に対して平衡で、R までのフィーダ線 (OSC-A 及び OSC-B を接続する線) から放射もなくする必要があります。しかし、一般に実際の機器設計では内部信号の共通点である GND を用意して設計しますから、図 4.3 の物しか作れません。そこで、この問題の解決には、発信器の出力をバランス出力として、バランスしたフィーダ線を用いる方法があります。（図 4.5）

図 4.5 では、発振器やその信号の回路はすべて GND 基準で動作し、アンバランスです²。一方、発振器の出力はトランスによりバランス変換され、GND から完全に分離されています。従って、フィーダに適当なものを選び、アンテナとのインピーダンスマッチングを取れば、フィーダからの電波の漏れはなくなります。あたかもアンテナが発振器出力端に直に接続されたように見える訳です。

¹ アンテナは複素インピーダンスを持つので、完全に抵抗成分には見えません。

² 発信器やその他の回路はシールドして、外に信号が漏れなくします

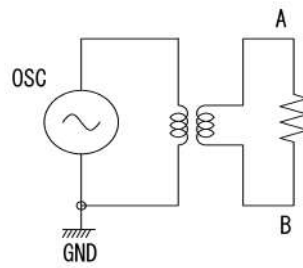


図 4.5: バランス出力波形

4.3 バラン

上記ではバランス出力が容易に得られる場合ですが、設計上の都合等で、アンバランス出力しか得られない場合はどうしたらいいでしょうか。これを解決するのがバランです。バランとは Balance-Unbalance 変換器の意味で、通常は受動素子のみで作られています。つまり、アンバランス → バランスの変換にもバラン → アンバランスの変換にも使用可能です³。

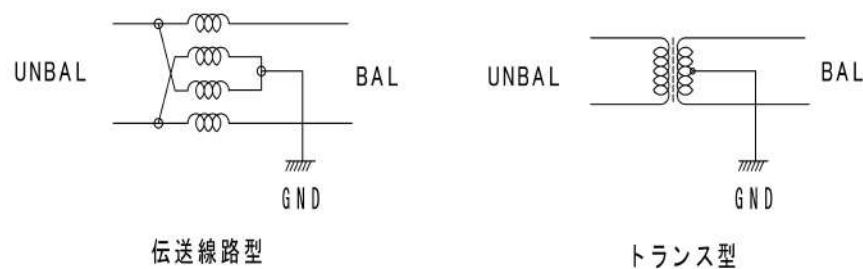


図 4.6: バラン

一般的に用いられるバランの回路は図 4.6 の様になっています。大別して、DC も通せるものと、AC だけしか通せないものがあります。トランス型は DC は通せないが伝送線路型は DC を通すことができます。伝送線路型バランは通常トロイダルコアに巻かれ、原理が非常にわかりにくい構造です。

4.4 アンテナの評価

アンテナと言われて、テレビ受信のための八木アンテナやパラボラアンテナを思い浮かべるかもしれません。あるいは、以前の携帯電話に使われていたロッドアンテナも分かり易い例でしょう (図 4.7(A))。このロッドアンテナは 1 本の棒のようになりますが、通常は機器内部に隠しアンテナ (ANT-2) があり、ANT-1 と ANT-2 でダイポールアンテナとなっています。

八木アンテナにせよ、ロッドアンテナにせよ、設計時にはその性能を評価せねばなりません。

図 4.7 の様に、アンテナと筐体が機構的にも電気的にも一体となっている場合 (送信用発振器と機器内部の GND の間にコンデンサ C が入ってしまいます)、アンテナの性能評価が困難になります。つまり、装置全体の影響が無視できず、何を評価しているのか分かりません。そこで、アンテナと隠

³アンテナ回路に挿入するものを通常バランと呼んでいて、フィーダとのインピーダンスマッチングも受けもつのが一般的ですが、どの様な入出力回路にも応用できます。

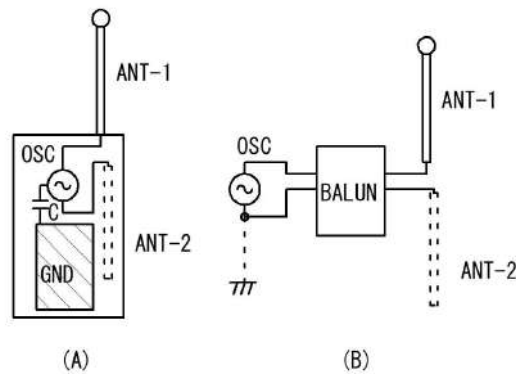


図 4.7: アンテナの評価

しアンテナと信号源 (OSC) の間にバランをいれて⁴、アンテナとそれ以外を電波的に分離します。この作業自体工夫が必要ですが、これを怠るとアンテナの性能の評価にはなりません。

アンテナ設計者にとっては、バランによる装置や信号源とアンテナの分離は基本的事項ですが、現在の様に WiFi モジュールなどが手軽に使える時代では、多くのエンジニアがアンテナ付き装置の設計に携わるかも知れず、このような常識が必要です。

4.5 バランのアンテナ以外への応用

バランはアンバランスである信号をバランスに変換することで、その先に接続されたケーブルの midpoint レベルが変動しないようにできます。図 4.6 ではこの交流的 midpoint 発生をコイルにより実施していますが、コンデンサによっても可能です。

このような例として、アンテナだけでなく、通常の接続ケーブルから不必要な信号が輻射されてしまうような時の解決策を示します。通常、接続ケーブルで有線接続される信号線はアンバランスです、この場合でもさまざまな方式でバランスさせることができます。このような素子や回路は一般的にはバランとは言わないようですが⁵ 機能的には同じのものです。

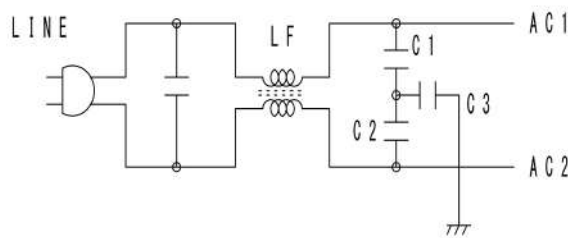


図 4.8: 電源入力回路

図 4.8 は、最近の電子機器の電源入力部です。最近スイッチングレギュレータが多用され、ノイズを外に出さないような工夫が必要です。この図で AC1、AC2 は機器の電源回路に接続されます。内部電源はどこかが GND に接続されたアンバランス回路となっています。C1、C2 は内部アンバランス電源回路の midpoint 電位を発生するためのコンデンサで、 $C1=C2$ が原則です。そしてこの midpoint 電位

⁴装置自体に組み込みのバランが入っている筈ですが、これだけでは評価には不十分でしょう。

⁵単に、ノイズフィルターと言われたり、無視されたり、時には設計者自身にも理解できていません。

を C3 により GND に落とします⁶。すると、内部の各種ノイズ（もちろんすべてとはいかないでしょうが）の midpoint が GND に接続されることになり、AC プラグからみても、ここからはノイズの midpoint 変動は見えなくなります。また、AC1、AC2 に存在したコモンモードノイズを GND に落とし、小さくする働きもします（通常はこちらの効果としてのみ説明されるようです）。LF はこれをさらに徹底するためのコモンモードチョークです。

上の回路はノイズフィルタまたは、ノイズ対策回路として扱われていますが、アンバランス信号（ノイズや機器内部で使用されている発振波形）をバランスさせて、外部に放射しない効果があることが分かります。

最近使用され始めた有線通信技術として、電灯線に高周波信号を重畳する PLC モデムがあります。これは AC 電力ラインを通じて情報通信を実行するものですが、AC ラインにそのまま高周波信号を載せると AC ライン全体がアンテナとなってしまう恐れがあります。この技術でも信号を AC ラインにカップリングする部分でバランが用いられます。この場合は AC ラインがアンテナになってしまわない様という目的で使用されています。

図 4.9 はイーサネットのトランス付コネクタの回路ですが、Tx+,Tx-および Rx+,Rx-の midpoint が 75Ω で GND(SHIELD) に接続されているのが分かります。ここで、回路（プリント板側）のアンバランス信号をバランス信号に変換、さらにコモンモードチョークで、コモンモードを抑える働きをします。

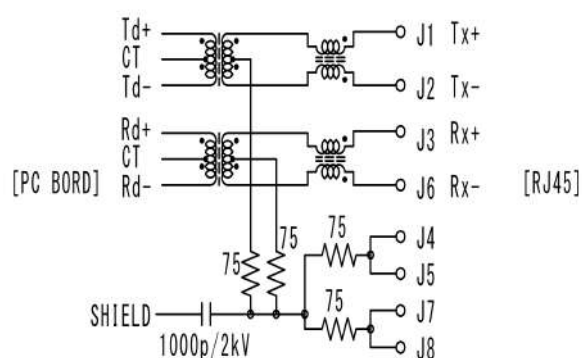


図 4.9: トランス付 RJ45 コネクタ回路

⁶機器外部の大地に接続すべきですが、簡易的には機器のフレームに接続します。また C3 は安全規格上の要求で、C1,C2 の midpoint をそのまま GND 接続すると、C1 または C2 の短絡が、そのまま配電線の地絡になってしまいます。

第5章 発振回路

この章では電子回路で使用される LC および水晶発振回路について述べ、その発振メカニズム、特に電圧駆動と電流駆動の原理や考え方を比較します。

5.1 二つの水晶発振回路

図 5.1 にゲート IC を使用した、水晶発振回路を示します。周辺回路はちょっと異なりますが、どちらも水晶を使用した発振回路で、比較すると、非常に不思議な感じがするものです。左は、インバータが 1 個による反転増幅器を使用したもの、右はインバータ 2 個を直列にした、非反転増幅器を使用したものです。増幅回路、帰還回路による正帰還は発振の原理そのものですが、どちらも同じ水晶が帰還回路に使用され、もし片方が発振するなら、もう一方は発振しないのではと見えるのです。しかし、両方とも安定に動作し、実績のある回路なのです。

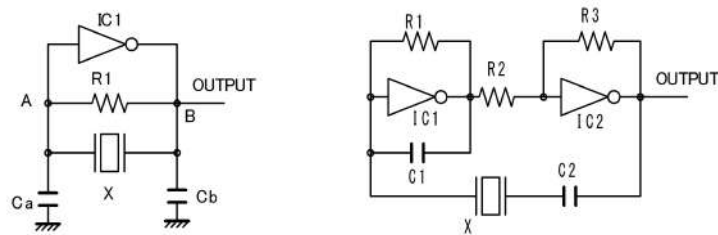


図 5.1: 二つの水晶発信器

実は、これらの回路がどうして両方とも発振するのかを理解することが、水晶発振回路や LC 発振回路の原理理解につながり、また、共振回路の動作メカニズムを理解するキーになると思います。まず、水晶発振子の等価回路である LC 共振回路を使用した発振回路についての解説から始めましょう。

5.2 LC 発振回路

この回路方式の原理は LC 回路による共振を用いるものです。LC 回路は単振子と比較され、LC 共振回路による発振の原理は振り子時計と同じです。機械的な振り子時計では、振り子の支点の近くにエスケープメントと呼ばれる機構が用意されていて振り子の周期に同期して振り子に力を加え、振動を持続させます。LC 共振回路では、LC による自己振動にエネルギーを供給して振動を持続させます。この方法に、電圧でエネルギー補給をする場合と電流でエネルギー補給をする場合があります。この違いを認識しないと LC 発振回路や、水晶発振回路の本質は分からないと思われますので、以下それぞれの考え方を動作を説明します。

また発振回路としては、増幅器と LC 素子で位相が正帰還となるようにし、増幅器により、全体のループゲインを 1 以上にして発振させる動作となっていますが、LC 発振や水晶発振回路に関しては、発振は LC の組み合わせで起こり、増幅器はロス分のエネルギーを供給すると考えた方が分かり

やすいと思います。これは、LC や水晶による発振というのは、共振を主体とし共振を維持し続けることを発振と呼んでいると考えられるからです¹。

5.2.1 電圧駆動型

この方式の特徴は LC 共振器は並列に接続され、増幅器は逆相の電圧増幅器から構成されるということです。図 5.2 に原理図を示しますが、発振の持続という意味では A 点で電圧を検出し、それと逆相の電圧を B 点に加えるものです。一方発振のメカニズムとしては、逆相の増幅器と、帰還ループに入れる素子による 180 度の位相のずれにより正帰還を利用して発振させるとも説明されます。

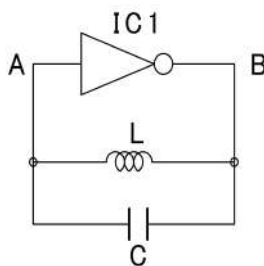


図 5.2: LC 発振器 原理図

これを現実に動作する回路としたのが図 5.4 です。殆ど、原理図そのままですが、幾つかの部品が付加されており、これらの動作を説明します。まず逆相増幅器ですが、CMOS インバータを使用します（この部品を使用する理由は、一番よく使われる水晶発振器に発展させたいからです）。この CMOS インバータの電気的性格として、スイッチング素子であること（ゲインが非常に大きい）、入力インピーダンスが無限大の二点がポイントです。スイッチング素子をアナログ的増幅器と使用するために、出力から入力に対して抵抗 R で帰還をかけます。

参考として、図 5.3 にトランジスタによるスイッチング回路が、帰還抵抗 R2 を加える事で、アナログ増幅器になる例を示します。この例ではゲインは $R2/R1$ となります。

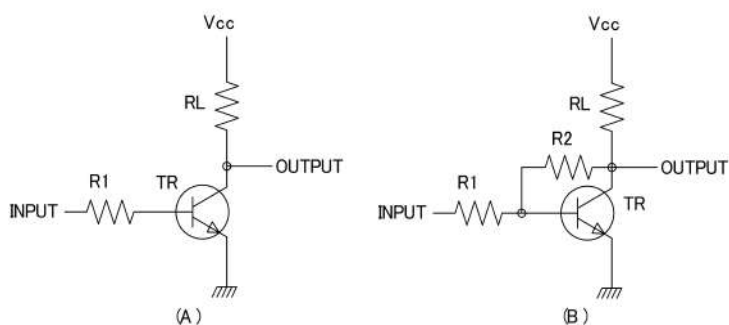


図 5.3: スwitchング回路からアナログ増幅器への変換

ゲート IC に関して、帰還抵抗を付け加えると、入力ピンは V_{cc} の中点付近の電圧にバイアスされ、ここに交流信号があると、それを増幅します。この時増幅度が幾つかはあまり問題ではなく、ただ「大きい」で十分です。この抵抗は LC 共振回路に並列にも入りますので、小さいと Q が下がり、できるだけ大きい方が望ましいものです。ここで、CMOS の入力インピーダンスが ∞ であることが有効に使え、非常に大きな値（10M Ω 程度）が使用可能です。

¹この点は特に、後に述べる Wien ブリッジや移相発振器と比べるとはっきりします。

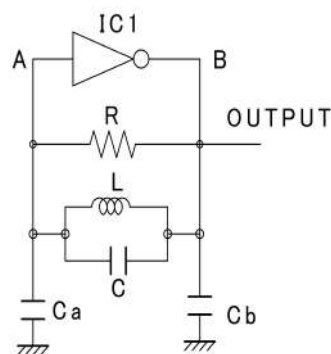


図 5.4: LC 発信器

発振周波数 f_0 の計算、 C_a, C_b の役割については第 5.3 節で詳細に説明します。

このようにして CMOS インバータを使用した LC 発振回路が構成されますが²、ポイントは増幅器が反転型であることと、共振回路が並列、したがって両端の電圧の位相が 180 度異なることです。

以下に実験例を示します。図 5.4 で、 $C = 102.7\text{pF}$, $L = 111.2\mu\text{H}$, $C_a = C_b = 22\text{pF}$ とした時、発振周波数は $f_0 = 1.5209\text{MHz}$ でした。計算値では $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ より 1.49MHz ですので、まずまずの結果と見えます³。一方、 C_a, C_b の影響についての実験結果は、

$$C_a = 122\text{pF}, C_b = 22\text{pF}, \quad f_0 = 1.325\text{MHz}$$

$$C_a = 22\text{pF}, C_b = 122\text{pF}, \quad f_0 = 1.449\text{MHz}$$

という結果であり、 C_a, C_b とも若干の影響を与えますが、 C_a の影響の方が大きく、これはインバータの入力側なので、妥当なところでしょう。

この回路では、IC 出力端より LC 共振回路に矩形波的に電圧がかけられます。LC 共振回路はその共振点において、インピーダンスが非常に高く、それ以外では急激に小さくなります。（この傾向が強いほど Q の高い共振回路です。）従って、矩形波が加わっても、高調波成分はいわば LC 共振回路で短絡され、実際にエネルギー供給に寄与するのは基本波成分です。一方、LC の並列共振回路ですから、両端にはこの共振電圧（サイン波です）が出現し、この極性に合った電圧が IC により駆動される訳です。IC 出力端では、出力インピーダンスが低いので、これにマスクされる形となって、サイン波ではなく矩形波が見えますが、入力端ではインピーダンスが非常に高く、LC 共振回路の発生するサイン波電圧が観測されます。

ここで、CMOS を使用した回路をトランジスタを使用した LC 発振回路に変化させて見ます。ひとつの方法は図 5.5 に示すものです。まず図 5.4 の B を全体の基準と考え、図 5.5 の Y 点とし、共振コンデンサ C を 2 個の直列 C (C_x, C_y) に分割します。

これは、 C_x により、ベース駆動電圧を発生したいからで、X,Y 全体としてみると、ベース、コレクタ間に接続され、トランジスタとしては反転動作です。一方 C_y はエミッタフォロウにより、 C_x の電圧を電流増幅して駆動されます。この原理図が分かり難い理由の一つはトランジスタのコレクタと Y 点が直結されている事で、実際にはこの間に電源が入ります（図 5.6 参照）。エミッタフォロウなので、 C_y の振幅レベルは C_x に等しく、結局 $C_x = C_y$ と選びます。

この様にして CMOS インバータによる発振回路は図 5.5 に変換できますが、これはコルピッツ回路と呼ばれる、LC 発振回路の基本です。通常はコルピッツ回路から CMOS インバータによる発振

²この形式で、LC を水晶発振子に置き換えたものを普通ピアース型といいます。

³使用 IC は CMOS が TC4009UBP、 $R=10\text{M}\Omega$ 、電源電圧 5V です。

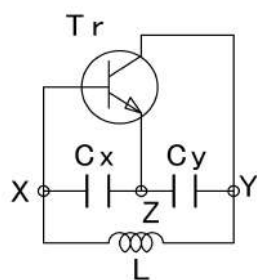


図 5.5: コルピッツ発振回路の原理図

回路の説明をするのですが、増幅器の型（反転）と、LC 並列回路という基本形の見通しが悪いので、ここではあえて逆の説明の仕方を試みました。なお、 C_x, C_y は図 5.4 における C_a, C_b とはまったく役割の異なるものですから混同しないようにして下さい。発振周波数は

$$f_0 = 1 / \left(2\pi \sqrt{L \frac{C_x + C_y}{C_x C_y}} \right)$$

で決まります。

コルピッツ発振回路の実用的な例を図 5.6 に示します。トランジスタ発振回路の原理図（交流的動作だけを抜き出したもの）というのは非常に理解し難く、直流バイアス回路のため、回路が複雑になるとはいえ、図 5.6 の方が理解し易いと思います。この図では C_1 は L と C_2, C_3 による共振回路を直流的にカットするためのものです。トランジスタは R_1, R_2 によりバイアスされたエミッタフォロアとなっており、ベースで共振信号検出、エミッタによりそれを同相で LC に供給しています。

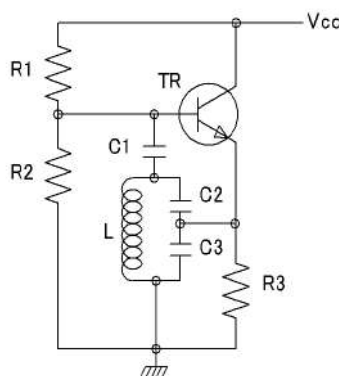


図 5.6: コルピッツ発振回路

この他、 L と C のトポロジーを入れ替えたハートレー型とか、コルピッツ型の LC を水晶振動子に置き換えたピアース型とか名前がついていますが、基本的原理はここで述べたものと同一です。

5.2.2 電流駆動型

図 5.7 に示すように、インバータ 2 段の回路に、直列 LC を接続したものです。インバータは結局、正相の増幅器となっています。また、この IC は SN74LS04 というゲートで、昔使われた TTL IC です。このインバータの内部を図 5.8 に示します（ただし、SN74LS04 ではなく SN7404 の回路で

す) が、電流入力、電流出力タイプの素子で電流駆動素子としてわかり易いこと⁴、およびこれを用いた水晶発信器を後で取り扱う都合です。この場合、増幅器は正相で、LC 共振回路に対しては電流供給源に見えます。この発振回路については、正相電流ドライブ素子で LC 直列共振回路を駆動しているので、原理的にも基本そのものです。図 5.7 の R1 は IC1 に対する帰還抵抗で、IC1 をアナログ領域で動作させます。同様に R3 は IC2 に対する帰還抵抗ですが、入力抵抗との比でこの段のゲインが決まります。初段のゲインははっきりと定義されませんが、この増幅器においても、ゲインは十分大きいという程度で事足ります。この回路では IC は完全なりニア領域でも、完全飽和領域でもない動作をします。そのため、IC の入力から出力までのインピーダンスが計算しにくいのですが、R1、R2、R3 の直列抵抗もあり、電流増幅器（電流源）と考えるにしても、内部抵抗はかなり低いものとなります。（電流源の内部インピーダンスは理論的には無限大。）

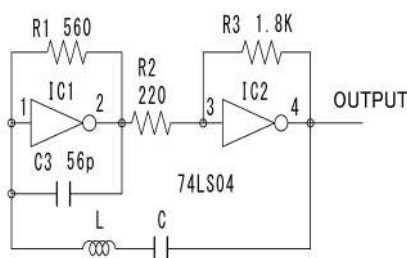


図 5.7: LC 発信器

発振周波数は

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

で決まります。

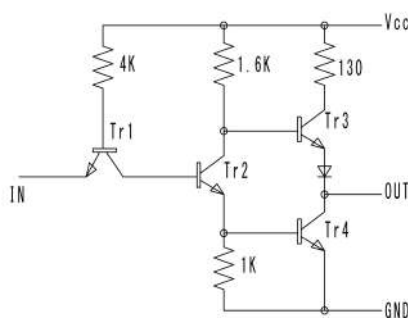


図 5.8: SN7404 内部回路

この時の共振回路はいわゆる直列共振回路となり、共振点において、そのインピーダンスはゼロです。つまり、LC 共振回路の両端に電位差は出現しないという事です。それでは、何が共振回路にエネルギーを供給しているかというと、 $L \rightarrow IC1, IC2 \rightarrow C$ という向き、およびその逆向きに流れる電流です。LC 共振回路の両端は同電位ですが、GND に対する IC の出力電圧は観測され、これがまさに共振周波数の発振出力となります。

⁴ Tr_1 のベースが入力で、これは入力レベルが 0 の時、電流を流し込むという動作です。 また出力 OUTPUT は 1 の時は Tr_3 から電流供給、0 の時は Tr_4 が電流吸い込みとなります。

5.2.3 電流駆動型（その2）

図 5.9 に示す回路では、LC が並列回路になっています。電流供給型アンプに電圧型である LC 並列共振回路を接続するのは原理的には動作しない筈なのですが、この回路もちゃんと発振します（つまり発振周波数が計算でき、設計可能という意味です。）なお、C2 は LC 直列回路を直流的に切断するもので、もしこれがないと L を通して 2 段のインバータが安定状態になり、発振しません。C2 も時定数の一部となり、発振周波数はおおよそ

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C1 + C2}}$$

で決まります。（実際には C2 の影響はもうすこし少ないようです。）

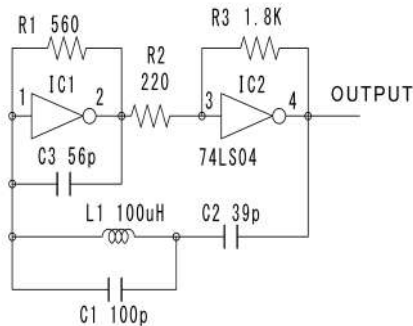


図 5.9: 並列 LC 発振回路

ここで C2 がなぜ時定数の一部となるかを説明します。増幅器は電流源型なので原理的には内部インピーダンスが大きくなります。一方 LC 並列共振回路も共振点においてはインピーダンスが無量大となります。しかし、図を見ると、1 番ピンを入力インピーダンスは（ベース入力なので）低く、2 番ピンから 3 番ピンを見込んだ入力インピーダンスは 220Ω 程度です。もちろん出力インピーダンスも低く、結局全体としてインピーダンスは低くなっています。一方 LC 並列回路の共振点でのインピーダンスは Q にもよりますが、かなり大きいことが想定され、結局 C1 の接続点を図 5.10 のように変更してもいい事になります。こうすると C2 が図 5.7 のようになった直列共振回路に帰着するわけです。

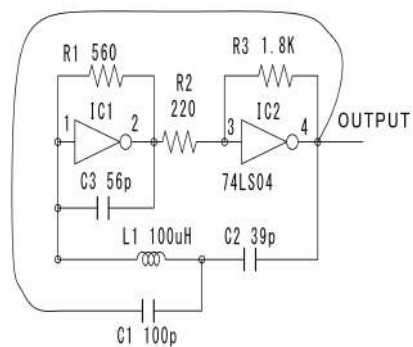


図 5.10: 並列 LC 発振回路の回路変換

定数を実測してみると、C1 = 102.7pF, L1 = 111.2μH, C2 = 36.4pF の場合発振周波数は $f_0 = 1.356\text{MHz}$ となりました⁵。計算値は 1.28MHz です、若干のずれがあり、C2 が完全に C1 に対して並列に

⁵使用 IC は SN74LS04、電圧は 5V、これ以外の定数は第 5.9 図の通りです。

見える訳ではないようです。

5.2.4 まとめ

この節では、増幅器の極性と LC 共振回路の正しい組み合わせについて示しました。

反転型増幅器 — — — — — 並列 LC 共振回路

非反転型増幅器 — — — — — 直列 LC 共振回路

一方、TTL を使用した非反転型増幅器と並列 LC 共振回路を組み合わせた場合でも実用的に発振するので、その理由を示しました。そこで、残りの組み合わせである、反転型増幅器である CMOS1 段と直列 LC 共振回路を組み合わせた実験もして見ました (図 5.11)。

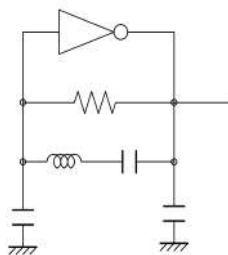


図 5.11: 直列 LC と CMOS インバータによる発振回路 (構成参考図)

結果はこれも発振しました。しかし発振周波数は想定していた LC の共振周波数よりも高く、実際には L とそれに並列に存在する浮遊容量による発振と考えられます。つまり、この場合発振周波数があらかじめ計算できないのです。そこで、これは発振動作には入れない事におきます。

5.3 水晶発振回路

水晶振動子は家電製品を始め、現在最も広く使われている振動素子と言えます。手軽で、精度がよく、部品点数も少なくクロック発生に最適だからです。その特徴は発振周波数の安定度が極めて高いことで、通常入手できる発振回路としてはもっとも周波数精度が高く、安定です。このように水晶発振回路は使いやすいのですが、これは安易に設計できるという意味ではありません。商品設計に用いる量産対応回路では、駆動 IC、プリント板パターンを考慮してそれに適した水晶発振子を用いる必要があり、かなりの頻度で、その用途に合わせた水晶を専用設計します。水晶振動子の特性をよく把握せず使用すると、発振停止や発振不能、水晶振動子の破壊など致命的なトラブルに見舞われます。また、その物理的動作メカニズムは見かけ以上に難しく、詳細で正確な解説もまれです。ここでは、まず水晶発振子の物理的動作の考え方を説明し、それが実際の発振回路の中でどう捉えられるかについて説明します。

5.3.1 水晶振動子の等価回路

水晶振動子はその振動源として、水晶の結晶の持つ圧電効果を使用しており、デバイスとしての等価回路は通常図 5.12 のように示されます。ここでは、まずこの等価回路がなぜこの様に表されるか明らかにし、水晶振動子の特性を理解しましょう。

水晶の等価回路を考えるには、水晶の電気的性質を理解することから始めます。図 5.13 は水晶振動のリアクタンス特性と呼ばれるものです。横軸は周波数で、通常 log 表示しますので、DC は表

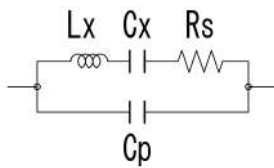


図 5.12: 水晶発振子の直列等価回路

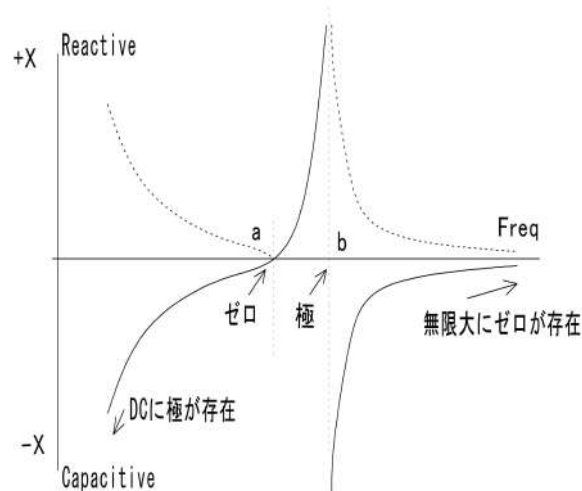


図 5.13: 水晶発振子のリアクタンス

せないのですが、左ほど低い周波数という事でいいでしょう。縦軸はデバイスのリアクタンスですが、中心が純抵抗、下側が容量性（キャパシティブ）、上側が誘導性（インダクティブ）です。この絶対値がインピーダンスで、点線で示しました。水晶振動子の特性は、周波数が低い領域では容量性で、a 点で純抵抗（しかもゼロオーム）となり、b 点で再び純抵抗（今度は無限大）となります。a 点から b 点までは誘導性です。b 点を越えたところで容量性となり、最終的にはリアクタンスはゼロオームに漸近します。a 点は直列共振点で、ここでは抵抗ゼロ、容量性から誘導性への変化点です。同様に b 点は無限大抵抗となる並列共振点で、ここを境に誘導性から容量性へと変化します。

水晶振動子の場合 a 点と b 点の間が非常に狭く、この間で発振動作をします。（詳しくはさらに後述します）

図 5.12 に示した抵抗は小さく⁶、原理を考える上では無視できます。つまり図 5.13 に示す特性 L と C を使用して構成することを考えます。複素変数を s で表します。DC に存在する極と、無限大周波数に存在するゼロは $1/s$ で表され、a 点はゼロ点となるので、分母に $s^2 + a^2$ が、b 点は極となるので分子に $s^2 + b^2$ が入る多項式となり、結局

$$T(s) = \frac{s^2 + a^2}{s(s^2 + b^2)}$$

と表されます。

これを L、C で構成すると、図 5.14 のようになり、これは図 5.12 から抵抗 R_s を取り除いただけで等しくなります。逆に図 5.14 から伝達特性 $T(s)$ を計算すると

$$T(s) = \frac{L_x C_x s^2 + 1}{s(L_x C_x C_p s^2 + C_x + C_p)}$$

⁶この抵抗によるエネルギーロスを外部の増幅器が供給する訳です。

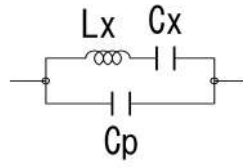


図 5.14: 水晶発振子の等価回路

となります。 $s = j\omega$ として、周波数を確認すると、b 点は

$$L_x C_x s^2 + 1 = -L_x C_x \omega^2 + 1 = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L_x C_x}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_x C_x}}$$

となります。一方 a 点は

$$L_x C_x C_p s^2 + C_x + C_p = 0$$

より

$$\omega = \sqrt{\frac{C_x + C_p}{L_x C_x C_p}}$$

となります。ここで C_p は、水晶の結晶に蒸着した電極によるもの、振動子をパッケージに封入するため、必然的に発生する電極間容量、さらにプリント板に実装する時の浮遊容量すべてを含みます。a 点と b 点が近いということより逆に

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{C_x + C_p}{L_x C_x C_p}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{L_x C_x} \left(\frac{C_x}{C_p} + 1 \right)} \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{L_x C_x}} \end{aligned}$$

となるためには C_x/C_p は十分小さい必要があります。水晶発振子の直列共振等価回路では、この条件が満足されている事が分かります。

5.3.2 水晶振動子の等価回路-その2

水晶振動子の等価回路としては、図 5.12 のみが一般的に使用されているようです。しかし、図 5.13 に示す特性を L、C で表す等価回路としてはもう一つあります⁷。図 5.15 にその構成を示します。

この回路の伝達特性 $T(s)$ は

$$T(s) = \frac{L_x(C_s + C_{xp})s^2 + 1}{s(L_x C_s C_{xp} s^2 + C_s)}$$

となります。この式も図 5.13 のリアクタンス特性を表します。ここで明らかなようにここでの等価回路は LC の並列共振を使用したものです。この表現では、a 点の周波数は

$$\omega_b = \frac{1}{\sqrt{L_x(C_s + C_{xp})}}$$

⁷ここでも抵抗 R_x は省略します。

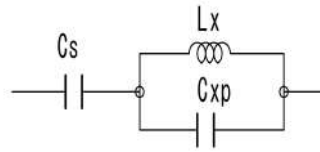


図 5.15: 水晶発振子の並列等価回路

となり、b 点は

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_x C_{xp}}}$$

となります。つまり、並列共振周波数は L_x と C_{xp} のみで決まる訳です。

同様に a 点と b 点が近いことから、 $C_s \ll C_{xp}$ である事が分かります。ここでも水晶振動子はこの条件を満たしています。

これは、並列共振点での等価回路ですから、水晶振動子は容量性に近づいています。

5.3.3 水晶振動子の等価回路-直列共振それとも並列共振？

水晶振動子は等価回路としては、直列共振回路形式と並列共振回路形式に両方で表現できることが分かりました。並列共振回路は電圧駆動、直列共振回路は電流駆動すべしと言いましたが、これは原理的な場合であり、実際の回路では駆動回路は完全な電流型でも電圧型でもありません。結局、水晶の動作点も a 点と b 点の間で、回路方式により a 点寄り、あるいは b 点寄りになると考えられます。

水晶発振回路の周波数を若干変更するにしてもどこかのコンデンサの容量を増やし、そして周波数を低い方へずらすという方法になります。従って a 点付近で動作する電流駆動型は原理的に周波数の可変範囲が狭くなります⁸。

ここでこれらの等価回路の定数が測定可能かという事を考えます。(直列抵抗はここでは無視します) 図 5.12、図 5.15 どちらの場合でも等価インダクタンス L は振動子が動作している時の値です。したがって、直流で振動子のピン間のキャパシタンスを測定したとしても、これはあくまで、動作していない時の値で、ピン間の物理的容量と、結晶に蒸着された電極間の容量の合成程度の意味しかありません。

また、 C_p , C_s , C_{xp} , C_{xs} , L_{xs} , L_{xp} どれをとっても、原理動作時の等価的値で、測定は非常に困難と思われます。これらの値は原理を理解する上での値と考えればいいでしょう。

電圧駆動型ドライバは、並列共振回路を、電流駆動型ドライバは直列共振回路を駆動すると考えられますので、水晶振動子の等価回路も、その駆動方式によって使い分けないと、水晶発振回路の物理的動作が把握できません。

一般的な資料や Web 上の情報では、水晶振動子の等価回路として直列共振型のみしか見当たらないようです。これは原理を本当に理解するためには、非常に遺憾な状況です⁹。

以下は、やや原理主義的ですが、電圧駆動型と電流駆動型に分けて動作比較を行います。

⁸a 点より低い方では、駆動電圧は水晶の発電電圧を押さえる向きになります。b 点の右側でも同様です。従って、この部分では振動を続けることができません。我々が水晶発振回路に何を付加しようと、水晶の機械的振動周波数を高くすることは出来ません。結局 b 点の右側に動作点を持つていくことは出来ないのです。発振回路全体として、a 点の左側には持つていけません⁸。

⁹しかも現在一般的に使用される駆動方式は CMOS インバータに代表される、電圧駆動型です。

5.3.4 電圧駆動型水晶発振回路

回路を図 5.16 に示しますが、これは CMOS を使用した、並列 LC 共振回路を水晶振動子に置き換えただけのもので、現在最も多く使われます¹⁰。

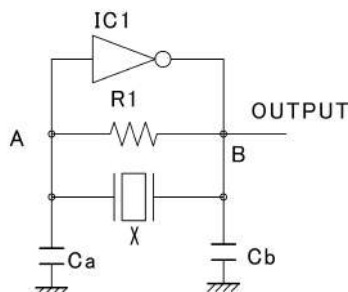


図 5.16: 電圧駆動水晶発振回路

LC 発振回路のところで明らかにしましたが、反転型の増幅器は、発振素子を電圧駆動すると考えられます。従って、水晶振動子の等価回路は並列共振型と考えるべきです。この方式では、水晶は図 5.13 の b 点付近で動作します。図 5.17 に等価回路まで書き入れた発振回路を示します。

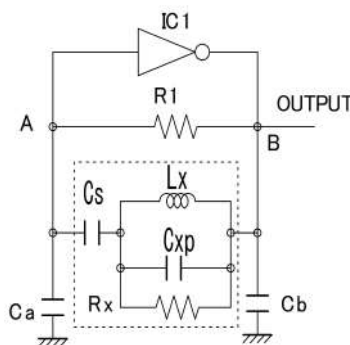


図 5.17: 等価回路で書き換えた水晶発振回路

R1 は CMOS インバータをアナログ領域で使用するための、バイアス抵抗で $10\text{M}\Omega$ 程度の高抵抗を用います。この抵抗は水晶に並列にも接続され、低いと水晶の Q を低くしてしまいます。

Ca、Cb については分かりやすい解説がされていないようですが、以下のように考えるのはいかがでしょうか。

図 5.18 は Ca、Cb が無い回路において、LC 共振回路のある瞬間を電池で表したものです。a 点は入力側、b 点は出力側に接続されるとします。共振回路はそのタイミングにより電圧の極性が変化し、例えば (A) はインバータの出力側がプラス方向となり、インバータは H レベルになることで、b 点を持ち上げエネルギーを供給しようとし、一方 (B) はちょうど逆の状態でインバータは L レベルとなることで、b 点を引き下げ、同様にエネルギーを供給しようとし、ところが、a 点は非常に高いインピーダンスで、基準となるレベルが無い場合例え b 点が上下に変化しても a 点に影響が及ばないのです。いわゆる「暖簾に腕押し」の状態です。a 点の電圧を b 点と反対方向に変化させるには図 5.19 のように、電池の中点を $1/2V_{cc}$ 基準にすればいい訳です¹¹。こうすると、ちょうど

¹⁰多くは、LSI に内蔵されたインバータを使いますので、単体で見かける事は殆どありません。Pierce 発振回路とも呼ばれ、Colpitts 発振回路の変形です。

¹¹インバータとしては $1/2V_{cc}$ 基準で動作していますから、この値にバイアスする。

シーソーのように動作して、例えば a 点が無限大インピーダンスであっても、インバータ出力の逆極性の電圧を伝えることができます。

ところが、共振回路は完全な 2 端子回路で基準を与えるべき中点がありません。そこで、図 5.20 に示すようにコンデンサ C_a , C_b を用いて、中点電位を作り、ここを GND に接続するのです。共振回路全体はインバータにより $1/2V_{cc}$ に自動的にバイアスされます。以上のような理由で、 $C_a=C_b$ が原則となります¹²。逆に、 C_a を相対的に大きくしていくと、シーソーの支点はドライバの入力側に移動することになります。この極限は C_b を削除することに相当しますが、この時は発振できません。支点がどちら側の移動し過ぎても、発振不能になることは、定性的には分かりやすいと思います。

従って、 C_a , C_b は基本的に発振周波数を決定する素子ではありません¹³。（ C_a , C_b を調整することで若干は変化します。）

C_a , C_b が電圧駆動型発振回路にのみ存在する理由も明確だと思います。電圧駆動型では、いわばシーソーのようにドライバの出力を入力に伝達する必要があるわけですが、電流駆動では、ループ電流によってこの信号伝送が実行されるので、シーソー相当の回路は不要なのです。

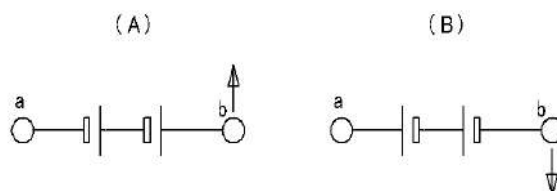


図 5.18: 支点無しの電圧駆動

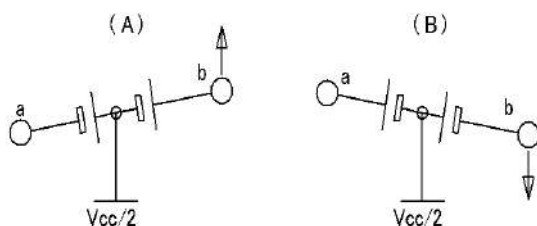


図 5.19: 支点を用意した電圧駆動

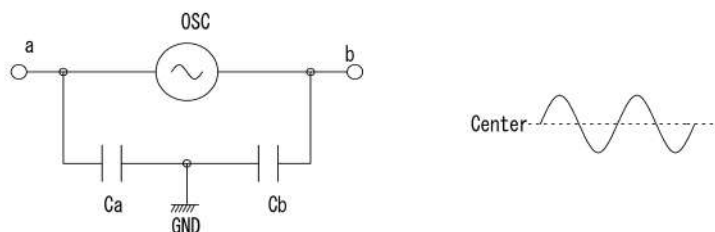


図 5.20: 負荷容量

¹² 水晶のドライブ電流については、水晶発振器の形状や周波数により異なり、メーカーのカatalogや使用回路例から決めますが、通常 15pF から 27pF 程度です。

¹³ 適当な呼び方とは思えないのですが、負荷容量と呼ばれます

発振周波数は L_x , C_{xp} により決まり

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_x C_{xp}}}$$

ですが、この周波数は水晶振動子のメカニカルな定数で決まるものです。外部に電気素子（コンデンサ）をつけたからと言って、これで変化させることは原理的にはできません。実用的には C_a , C_b を若干変更することで周波数は変わります¹⁴ が、水晶振動子の定数に影響を与えていると言うよりも、増幅器に余計な仕事をさせて時間を余計に消費させていると考えるべきでしょう。

5.3.5 電流駆動型水晶発振回路

この章の始めに疑問を提示しましたが、いよいよその疑問に答える時です。図 5.21 は、現在は見かけないのですが、昔論理 IC として TTL が使用されていた頃にクロック発振用として使用された回路です。疑問とは、この回路と図 5.16 を比較すると、同じような水晶を駆動しているのに、一方は反転増幅器、他方は非反転増幅器を使用しており、一方が動作するなら、他方は動作しないのでは無いかということでした¹⁵。実は、答えは LC 発振回路の中で既に明らかなのですが、この回路では増幅器は電流駆動を行っております。従って、水晶の等価回路としては直列型等価回路となります。

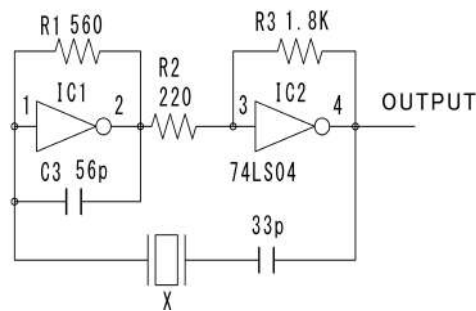


図 5.21: TTL 水晶発振回路

動作点は直列共振周波数付近となりますから、低い周波数方向のマージンが少なく周波数の可変は難しくなります。また、原理的電流駆動では内部インピーダンスは無限大ですが、この例では、決して高くない事にも注意してください。

5.3.6 水晶振動子の物理 - 直感的に

水晶振動子は、等価回路が L や C で表せるとは言え、我々の感覚から離れたデバイスに見えます。並列共振素子にも、直列共振素子にも見え、しかもそれらが非常に近い共振点を持っています。並列共振の場合、その内部インピーダンスは無限大、直列共振の場合ゼロです。このような極端な違いが極く近い周波数に存在するというのは、なかなか考えにくいデバイスです。

しかし、実は、このようなデバイスは交流モータを考えると、特殊でも何でもありません。簡単のため、単相交流モータを考えます¹⁶。この交流モータのロータは慣性が大きく、惰性で回転してい

¹⁴周波数カウンタのマスタクロックなど、どうしても精密な値に合わせたい時は、可変コンデンサなどを併用し、微調します。

¹⁵増幅器のフィードバックループに入っている水晶として、全く同じ物を使用しても、非反転の場合 360 度、反転なら 180 度位相がずれないといけない。

¹⁶現実の交流モータの駆動には、回転磁界を発生するために、単に交流電力を加えればいいというものではありませんが、ここでは理念的な話をします。

て、出力にはあまり大きくない負荷が接続されているとしましょう。放っておけば、負荷によりエネルギーが消費され、次第に回転が落ち、最終的には停止します。この交流モータに若干の電流を加えて、負荷で失われたエネルギーを補充することを考えます。この等価回路を図 5.22 に示します。この図では外部の機械的負荷を直列にいった電気抵抗 R で置き換えています。負荷が小さいということは、この抵抗値 R は小さな値となり、効率のいいモータならば、モータの内部インピーダンスも非常に小さな値に見え、電流源からの小さな電流で駆動され、回転を続けます。

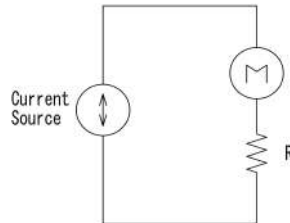


図 5.22: 電流源駆動の交流モータ

一方、交流電圧源で同じモータにエネルギーを供給することを考えます。等価回路を図 5.23 に示します。この場合負荷抵抗 R はモータに並列に接続され、その値は大きな値となります。交流電圧源からはモータが発電する電圧に対して、位相の合った交流電圧を外部から加えます。この場合モータには非常に小さな電流しか流れず、モータの内部インピーダンスは非常に大きく見えます。

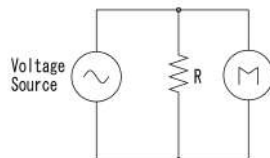


図 5.23: 電圧源駆動の交流モータ

これはそのまま水晶振動子が電流駆動モードで動作している場合と電圧モードで動作している場合に相当します。このように考えると、実は水晶振動子は殆ど、交流モータに見えることが理解されます。モータの場合、同じ周波数の電流源または電圧源で駆動されるなら殆ど同じ周波数で回転するでしょう。水晶振動子においても、実は直列共振点と並列共振点の違いなど無く、原理的には単一の共振点（発電周波数）があるだけで、使い方でそれが極くわずかずれて見えるだけです。逆に、これがなぜ共振周波数と反共振周波数が近いかの原理的な理由でもあります。もともと同一なのです。

5.4 セラミック発振子

セラミック発振子（振動子）は安価で特性が水晶によく似た素子です。圧電セラミック（チタン酸ジルコン酸鉛など）の機械的共振を利用したもので、周波数の初期精度は ± 0.5 パーセント、温度特性は 10^{-5} 程度で、水晶ほどよくはありませんが LC に比べても使いやすいデバイスです。また、水晶に比べ Q が低い分、発振周波数をある程度変化させることも可能で、変調回路にも使用できます。

セラミック発振子の特性は水晶発振子によく似ていますが、共振点での Q は水晶よりも小さく、また直列共振点と並列共振点の間隔は若干広がっています。動作原理的には水晶と変わることなく、回路的にも水晶発振回路と同一なものが使用可能です。またコストも水晶よりは安く、周波数精度をあ

まり必要としない μ プロセッサのクロックとして多用されています。発振周波数も比較的低周波（例えば数 100KHz）のものが小形に製作でき、VCO(電圧制御発振子)の発振子としても使用されます。

第6章 その他の発振回路

サイン波が振動波形の基本でしたが、LC 共振による発振以外の方式、およびサイン波以外の波形の例を示します。

6.1 Wien ブリッジ

図 6.1 に回路図を示します。Wien ブリッジはサイン波を発振する比較的低コストな発振回路です。発振周波数を決定するのは二組の CR 回路で、したがって周波数の安定度はあまりよくはありません。この方式の特徴は、OP アンプの正帰還ループに周波数選択素子（CR のことです）を挿入し、負帰還ループには出力の振幅制御回路を挿入していることにあります。電源オンで正帰還ループにより発振が開始するのですが、振幅の平均値をモニターし、これがあまり大きくなり（飽和しない）ように OP アンプのゲインを制御します。このため波形のひずみは比較的小さくなります。つまり、理想サイン波にちかいということです。そのため、アナログ回路の交流特性を測定するのに用いることができますが、オーディオアンプのひずみ特性を測定するほどの低歪率ではありません。

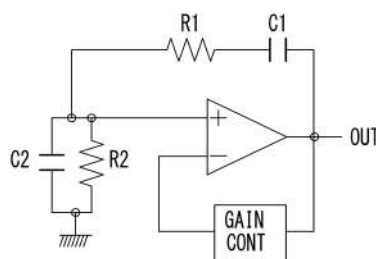


図 6.1: ウィーンブリッジ

正帰還回路について回路解析をすると

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

となつて、 $C_1=C_2$ 、 $R_1=R_2$ の場合

$$f = \frac{1}{2\pi CR}$$

の周波数で発振を開始します。またこのときの OP アンプのゲインはちょうど 3 であることが要求され、AGC(Automatic Gain Control) が必要です。

AGC 動作のためには、振幅レベルによって抵抗が変化する素子が使われます。Wien ブリッジを最初に実用化したのは Hewlett-Packard で、この当時は AGC のためにランプを制御素子として用いました。つまり出力信号でランプを駆動し、振幅レベルが大きくなると、ランプ電流増加、フィラメントの抵抗増加というメカニズムを使いました。現在は出力電圧を平滑し、直流レベルに変え、このレベルをバイアスとして FET にあたえ、FET のドレインソース間の抵抗値を変化させ、これにより振幅レベル制御を行います。

Wien ブリッジの特徴の一つは、C または R を可変することで、発振周波数が容易に変えられる点で、汎用測定器などに適しています。また発振の主ループにアナログ増幅器が入りますので、低周波発振器となります。

6.2 移相発振回路

電子回路による発振の絶対的条件は、その発振周波数が正帰還されること、及びこの帰還信号に対するゲインが 1 以上あることです。OP アンプのように増幅素子が 180 度の位相反転機能を持つ場合には、外部で、残りの 180 度の位相の反転機能があれば、これらの組み合わせで発振します。移相発振器はこの原理に忠実な方式で、帰還回路に接続された 3 段の RC フィルターの位相シフトが 180 度の周波数で発振します。発振周波数 f_0 は

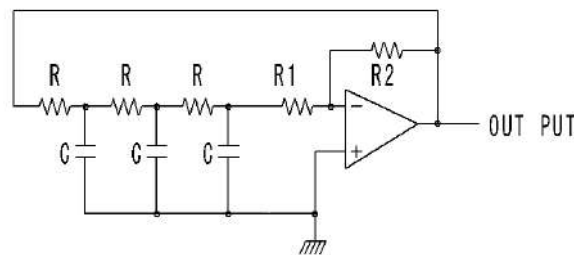


図 6.2: 移相発振器

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}CR}$$

発振点でのアンプゲインは $A \geq 29$ です。実用的回路設計では、AGC を用いてゲインの安定化を図る必要があるでしょう。この方式は原理に忠実という以外におおきなメリットはなく、あまり使われないようです¹。

6.3 弛張発振回路

鹿威しという風雅な仕掛けをご存知だと思います。原理図を図 6.3 に示します。この図で、A 部は水を貯めるタンク、B 部は C を支点とする A に対する錘で、水がからの時は B の方が重くなるように作られます。水はつねに A に供給され、あるところまで重くなるとシーソーが A 側に倒れ、すると水を吐き出し、また B 側に倒れるという仕掛けです。このシーソー運動に伴って、カタンという音を発生し、鹿や猪を驚かそうというものです。これが実は弛張発振の原理です。

電子回路で実現される代表的な弛張発振回路にアステابلマルチバイブレータがあります。これは、トランジスタのスイッチング動作を利用するもので、図 6.4 に示すように二つのスイッチ²が決められた時間ごとにオン、オフを繰り返します。図 6.4 で S1、S2 がスイッチ、C1、C2、R3、R4 が時間を決める素子となっています。S1 がオンになると、S2 のベースには C1 の充電電圧によるマイナスイベル³が加わり S2 はオフします。しかし、この時から S2 のベースは R3 経由で充電が始ま

¹実用的という意味では、この方式やウィーンブリッジ等の純アナログの低周波発振器は使われなくなってきています。矩形波を発生して、それから三角波、サイン波という波形整形を行う、ファンクションジェネレータや水晶発振によるクロックを用いた、ROM から波形を読み出す方式が主流です。

²この場合トランジスタがスイッチとして使われますが、スイッチ動作とは、トランジスタのエミッタ、コレクタ間の抵抗が無限大またはゼロとなるような使い方です。前者がオフ、後者がオンです。

³S1 がオフの時に、C1 は R1 → C1 → S2 のベース、エミッタというループで充電されています。

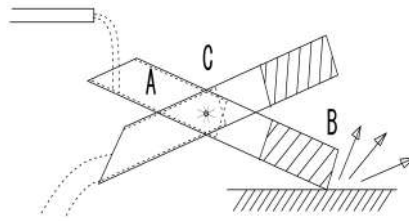


図 6.3: 鹿威し

り、S2 がオンするスレッシュホールドレベルに達すると S2 が ON、これにより、今度は急速に S1 がオフという動作を繰り返します。このタイミングを決めるのは R3 と C1 の組み合わせ、および R4 と C2 の組み合わせです。R3、C1 による時定数と R4、C2 による時定数を同じにすれば、デューティ比が 1:1 となり、時定数を違えれば、デューティ比が違った波形が得られます。

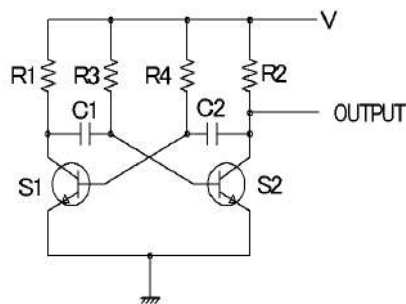


図 6.4: アステابلマルチバイブレータ

出力波形例を図 6.5 に示します。矩形波でも、繰り返し周期や振幅が定義できますが、さらに H レベルと L レベルの比であるデューティ比 $a : b$ が定義されます。クロック信号としての矩形波ではデューティ比は 50 % が基本となりますが、PWM 信号ではデューティ比が重要な要素となります。

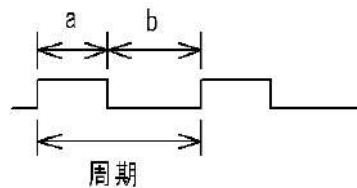


図 6.5: 矩形波

ついでに、よりアステابلマルチバイブレータに近い鹿威しを設計してみました。図 6.6 を見れば、原理は一目瞭然でしょう。

6.4 矩形波の応用

矩形波の応用例として大事なものに電力回路があります。代表的なものは、スイッチングレギュレータで多用される PWM 波で、これはデューティ比が信号により変調された矩形波です。これ

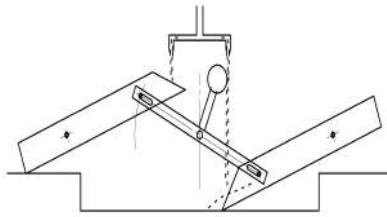


図 6.6: 鹿威しーアステープルマルチバイブレータ風

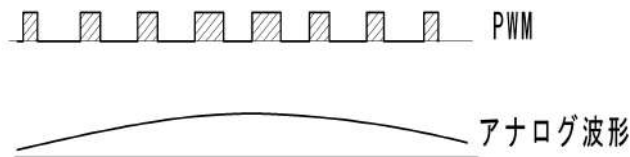


図 6.7: PWM 波形

は飽和したアナログ信号といべきものですが、飽和動作であるためにそれを生成するスイッチ（半導体）の消費電力が小さくなり、また再度アナログ電力に変換するためにはコイルとコンデンサだけでいいという非常に使いやすい方式です。原理的には非常に簡単で、図 6.7 に示すように PWM の 1 側（0 側でも構いません）の面積をアナログ電圧に対応させるもので、面積が少なければゼロに近く、面積が大きくなるほど高い電圧となります。この対応（変換）がローパスフィルタを使うだけで取れるというのが特徴です。特に、電力系の応用では、DC 電圧をほかの電圧に変換するため、いったん PWM 波形に変換し、このデューティを制御し、LPF を通すことで入力とは別の電圧を得ることができます。電力を扱う LPF はコイルとコンデンサで実現できるため、変換ロスをできるだけ小さくしながら、電圧変換が可能です。この例の場合も矩形波の振動と考えるのは適当ではありません。デューティ比に情報が含まれていて、勝手に振動させるというより、デューティ比をコントロールしながら、そこに意味を見出すからです。

6.5 三角波、鋸波

三角波は 1:1 デューティの矩形波を積分すると容易に発生することができます。一方鋸波はデューティ比の小さくなった矩形波を積分することで得られます⁴。鋸波は、CRT を使用した機器で広く応用されました。例えば CRT を使用したテレビジョンでは電子を水平方向および垂直方向に走査することで画像を表示しますが、このため偏向コイルに鋸波状の電流を流して実現しました。また CRT 方式のオシロスコープでは、偏向電極に鋸波状電圧を加えて、輝線を走査しています。ディスプレイが液晶パネルに代わるとこのような電子の走査が不要になり、鋸波の出番も大幅に少なくなりました。

三角波や鋸波が現在でも使われている分野としては、アナログ信号を PWM 信号に変換するためのものがあります。図 6.8 に、三角波を用いた例を示します。破線で示したアナログ信号 A と三角波 B の電圧を比較し、 $B > A$ の部分をハイレベルとします。こうすると、アナログ信号の電圧が上昇すると、PWM 波形の幅が狭まり、下降すると幅が広がります。これで、アナログ電圧を PWM 波

⁴実用的にはコンデンサを定電流充電し、その後、短時間でコンデンサ放電の繰り返しを使います。

形で表すことができました⁵。アナログレベルと PWM は位相反転しますが、これはどこかに反転増幅器を入れてつじつまを合わせます。アナログ信号を PWM に変換できる範囲は三角波の振幅内です。これがいわゆるダイナミックレンジになりますが、この範囲のみで正しい PWM 信号に変換できます。

この方式は電力変換のための IC や、回路には今後も引き続き用いられるものと思われます。

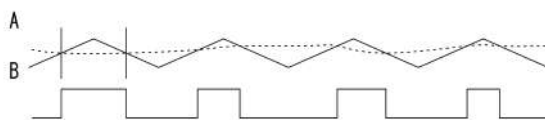


図 6.8: PWM 波形の発生

6.6 パラメトリック発振

第 6.1 節に記すサイン波発振器は、発振のための内部パラメータは固定です。例えば、周波数を決める CR の値や、増幅器のゲイン等、特定の周波数で発振している状態では固定されています。一方、発振自体を発生あるいは持続させるために内部パラメータを変化させる方式というのがあります。

恐らく一番分かりやすい例はブランコでしょう。ブランコに乗って振動を始めるのに、地面を蹴るというのが一番手取り早いですが、実は地面を蹴らずとも振動を起こすことが可能です。ブランコに静かに腰掛け、足は地面から浮かせた状態で、上半身や足を使って体を前後に回転させるような動きを加えます。最初のうちは何も起こらないかも知れませんが、少し続けるうちにブランコは少し振動を始めます。あとはこれにあわせて体を動かすわけですが、ここで起こっているのは、体の重心の位置の変化です。ブランコのスタートには、一種雑音を加え、少しでもいいから何か動くようにし、ブランコ（振り子です）の固有周期にあわせて、重心の位置を変化させるわけです。重心は振り子のパラメータですから、パラメータを変化させて振動を発生あるいは維持していくのです。

もう一つの例として機械体操の一つの鉄棒があります。選手が鉄棒にぶら下がった瞬間に、外部から力を加えることができなくなります。自分の体を動かし、鉄棒の回りを回転したり、すべての運動は体とその運動にまつわるパラメータを変化させて発生させるわけです。大車輪などもパラメトリック発振現象と考えられます。

このような例から考えると、パラメトリック発振が必要な状況は、外部物理系から切り離された状況で、何らかの振動を持続させたい場合と思われます。電子回路はそれ自身閉じた状態で発振できますから、電子的にはパラメトリック発振を工業的に使用する必要性は少ないようです。一方、例えば宇宙空間を運動している物体を、機械的に振動させる場合など、ジェット噴射以外に内部重心位置を制御することで可能と思われます。しかし、日常的には、工業的パラメトリック発振の応用例はあまり見当たりません。

⁵PWM 波形はその面積に意味があります。従って、PWM 波形の GND、ハイレベルは一定とします。ハイレベルが何らかの理由で変化してしまうと、これは PWM 信号に対するノイズとなります。

関連図書

- [1] 高周波回路設計ノウハウ 吉田武 CQ 出版社 1992 年
- [2] 高周波回路の設計・製作 鈴木憲次 CQ 出版社 1998 年
- [3] 実践 発振回路の完全攻略 第 1 章、第 2 章、第 3 章 トランジスタ技術 1999 年 6 月号
- [4] PLL 周波数シンセサイザの設計法徹底解説 第 5 回 小宮 浩 トランジスタ技術 2006 年 7 月号
- [5] PLL 周波数シンセサイザの設計法徹底解説 第 7 回 小宮 浩 トランジスタ技術 2006 年 9 月号
- [6] 水晶信号子が動かない (1) 坂井 義幸 日経エレクトロニクス 2006 年 6 月 19 日号
- [7] 水晶信号子が動かない (2) 坂井 義幸 日経エレクトロニクス 2006 年 7 月 3 日号
- [8] 水晶信号子が動かない (3) 坂井 義幸 日経エレクトロニクス 2006 年 7 月 17 日号
- [9] 水晶信号子が動かない (最終回) 坂井 義幸 日経エレクトロニクス 2006 年 7 月 31 日号