

同步加速辐射的自康普顿效应*

曲 钦 岳

摘 要

对于一些有代表性的情形,本文同时用近似方法和比较准确的方法计算了由同步加速辐射的自康普顿效应所产生的 γ 辐射流。得到:在大部份能量范围内,由两种方法得到的结果很相近。

一、引 言

众所周知,相对论性电子在磁场里作螺旋运动时,会发出同步加速辐射。这些同步辐射光子在离开辐射源以前,尚可能与发出同步辐射的相对论性电子相互作用,产生逆康普顿散射。这一过程被称为同步加速辐射的自康普顿效应(以下简称自康普顿效应)。通过自康普顿效应,低能的同步辐射光子将变为高能的 γ 光子。由于自康普顿效应,一些发射射电(有时也包含有光学,甚至X辐射)的非热辐射源有可能给出可以探测到的 γ 辐射流。对于这个问题,已经有了一些研究,但是所用的方法都是近似的。例如, G. H. Rieke 等在处理这一问题时,用了如下的两个近似^[1]: (1)一个频率为 ν 的同步辐射光子和一个能量为 γmc^2 的相对论性电子碰撞(m 为电子的静止质量, γ 为洛伦兹因子),所产生的逆康普顿光子是单色的,其能量准确地等于其平均值 $\langle E(\gamma, \nu) \rangle$; (2)用两个近似的截面来代替光子和电子相碰的 Klein-Nishina 截面 $\sigma(\gamma\nu)$ 。1968年, F. C. Jones 详细地研究了逆康普顿光子的能谱分布,给出了 $\frac{d^2 N}{dt da}$ 的表达式^[2],这使我们有可能抛弃 Rieke 等所用的两个近似,而用比较准确的公式来计算由自康普顿效应所产生的非热辐射源的 γ 辐射流。对于一些有代表性的情形,本文用近似方法和准确方法同时作了计算,并将结果作了比较,以探讨近似方法的可用程度。

二、近似方法

考虑一个均匀地分布着同步辐射光子和相对论性电子的体积 V_{11} ,以 $n_e(\gamma)d\gamma$ 表洛伦兹因子在 γ 到 $\gamma+d\gamma$ 内的电子数密度, $n_p(\nu)d\nu$ 表频率在 ν 到 $\nu+d\nu$ 内的光子数密度。对于

* 本文的数值计算部份是在南京大学数学系计算数学专业何旭初、王加松、雍殿书和江苏省计算所滕成松等同志的帮助下完成的。

第 j 组同步加速辐射, 假定其辐射频率在 $(\nu_j)_{min}$ 和 $(\nu_j)_{max}$ 之间, 而且 $n_p(\nu) = N_j \nu^{-(\alpha_j+1)}$; 对于第 i 组相对论性电子, 假定其能量在 $(\gamma_i)_{min} mc^2$ 和 $(\gamma_i)_{max} mc^2$ 之间, 而且 $n_e(\gamma) = n_i \gamma^{-m_i}$ 。此外, 还假定一个 j 组的同步辐射光子和一个 i 组的相对论性电子碰撞后, 所产生的逆康普顿光子的能量 $h\nu_c$ 准确地等于其平均值 $\langle \epsilon(\gamma, \nu) \rangle$, 则可以得到在一个距离为 d 的观测者处, 由逆康普顿效应产生的 γ 辐射流为^[1]:

$$J_{ij} = \frac{V_{ij}}{4\pi d^2} n_i N_j h\nu_c c \times \int_{\gamma_{min}}^{\gamma_{max}} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \gamma^{-m_i} \nu^{-(\alpha_j+1)} \sigma(\gamma\nu) \delta\left(\nu_c - \frac{\langle \epsilon(\gamma, \nu) \rangle}{h}\right) d\nu d\gamma$$

尔格 $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}\text{Hz}^{-1}$ (1)

若采用 Rieke 等所用的近似 (如表 1 所示), 则(1)式可化为:

$$J_{ij} = J_{ij}^T + J_{ij}^K \quad (2)$$

其中

$$J_{ij}^T = \frac{V_{ij}}{4\pi d^2} n_i N_j \pi \gamma_o^2 c \left(\frac{h}{mc^2}\right)^{\alpha_j} \frac{h\nu}{mc^2} \times a^{-(\alpha_j+1)} \frac{4}{3} \eta \alpha_j \frac{1}{\alpha_j - \alpha_i} \left[\gamma_{max}^{2\alpha_j - 2\alpha_i} - \gamma_{min}^{2\alpha_j - 2\alpha_i} \right] \quad (\alpha_i \neq \alpha_j) \quad (3)$$

$$J_{ij}^T = \frac{V_{ij}}{4\pi d^2} n_i N_j \pi \gamma_o^2 c \left(\frac{h}{mc^2}\right)^{\alpha_j} \frac{h\nu}{mc^2} \times a^{-(\alpha_j+1)} \frac{8}{3} \eta \alpha_j (\ln \gamma_{max} - \ln \gamma_{min}) \quad (\alpha_i = \alpha_j) \quad (3')$$

$$J_{ij}^K = \frac{V_{ij}}{4\pi d^2} n_i N_j \pi \gamma_o^2 c \left(\frac{h}{mc^2}\right)^{\alpha_j} \frac{h\nu}{mc^2} \times \frac{a^{-(2\alpha_j+2)}}{\alpha_j+1} \left[a_1^{-(\alpha_j+1)} \left(\frac{\alpha_j+3}{2(\alpha_j+1)} + \ln 2a a_1 \right) \right]_{a_{1min}}^{a_{1max}} \quad (\alpha_i \neq -1) \quad (4)$$

J_{ij}^T 和 J_{ij}^K 分别对应于 Thomson 近似和 Klein-Nishina 近似。(3)、(3')和(4)式的单位是光子 $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}\text{keV}^{-1}$ 。其中的 γ_o 为电子的经典半径, a, a_1 和 α_i 分别为:

$$a = \frac{h\nu_c}{mc^2}, \quad a_1 = \frac{h\nu}{mc^2}, \quad \alpha_i = \frac{m_i - 1}{2}$$

(3)、(3')和(4)式的积分限由表 2 确定^[1]。

表 1

	Thomson 近似 $\gamma h\nu/mc^2 \leq 1$	Klein - Nishina 近似 $\gamma h\nu/mc^2 > 1$
$\sigma(\gamma\nu)$	$8\pi\tau_o^2/3$	$(mc^2/\gamma h\nu) \left[\ln(2\gamma h\nu/mc^2) + \frac{1}{2} \right] \pi\tau_o^2$
$\langle \epsilon(\gamma, \nu) \rangle$	$\eta\gamma^2 h\nu^*$	γmc^2

- 在 Rieke 等的近似计算中, η 取为 1, 如果准确些, 应当取 $\eta = \frac{4}{8}$ 。本文对两种值都作了计算。

表 2

积 分 限		选取积分限的依据
Thomson 近似	K-N 近似	
$\gamma_{min} \geq (\gamma_i)_{min}$	$J^K = 0$, 当 $a < (\gamma_i)_{min}$	电子能谱的下切断
$\gamma_{max} \leq (\gamma_i)_{max}$	$J^K = 0$, 当 $a > (\gamma_i)_{max}$	电子能谱的上切断
$\gamma_{max} \leq \left[\frac{a}{\eta(a_j)_{min}} \right]^{1/2}$	$a_{1min} \geq (a_j)_{min}$	光子谱的下切断
$\gamma_{min} \geq \left[\frac{a}{\eta(a_j)_{max}} \right]^{1/2}$	$a_{1max} \leq (a_j)_{max}$	光子谱的上切断
$\gamma_{min} \geq \frac{a}{\eta}$	$a_{1min} > \frac{1}{a}$	Thomson 近似和 K-N 近似的分界线

(3), (3') 和 (4) 式是用近似方法计算 γ 辐射流的公式。

三、比较准确的方法

1968 年, Jones 详细地研究了逆康普顿光子的能谱分布。他给出了一个能量为 γmc^2 的电子和能量为 a_1 的光子相碰时, 在单位时间内产生一个能量为 a 的光子的几率 $\frac{d^2 N}{dt da}$ 的准确的表达式^[2]:

$$\frac{d^2 N}{dt da} = \frac{2\pi\gamma^2 c}{a_1 \gamma^2} \left\{ 2q \ln q + (1+2q)(1-q) + \frac{1}{2} \frac{(4a_1 \gamma q)^2}{(1+4a_1 \gamma q)} (1-q) \right\} \quad (5)$$

其中

$$q = \frac{\left(\frac{a}{\gamma}\right)^2}{4a a_1 \left(1 - \frac{a}{\gamma}\right)} \quad (6)$$

在 V_{ij} 体积内, 由电子数密度为 $n_i \gamma^{-(2a_i+1)}$ 、光子数密度为 $N_j \nu^{-(a_j+1)}$ 的电子——光子气体相互碰撞, 单位时间在 kev 能量间隔内产生的能量为 a 的逆康普顿光子数为:

$$n_s = V_{ij} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \int_{\gamma_{min}}^{\gamma_{max}} n_i \gamma^{-(2a_i+1)} N_j \nu^{-(a_j+1)} \frac{d^2 N}{dt da} d\nu d\gamma \left(\frac{kev}{mc^2} \right)$$

光子 $sec^{-1} kev^{-1}$

在一个距离为 d 的观测者处所产生的 γ 辐射流为:

$$N_s = \frac{V_{ij}}{4\pi d^2} \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \int_{\gamma_{min}}^{\gamma_{max}} n_i \gamma^{-(2a_i+1)} N_j \nu^{-(a_j+1)} \frac{d^2 N}{dt da} d\nu d\gamma \left(\frac{kev}{mc^2} \right)$$

光子 $cm^{-2} sec^{-1} kev^{-1}$ (7)

利用(5)和(6)式, 经过一番运算以后, 可以将(7)式化为:

$$N_s = \frac{V_{ij}}{4\pi d^2} n_i N_j \pi \gamma_i^2 c \left(\frac{h}{mc^2} \right)^{a_i} \frac{h\nu}{mc^2} 2^{2a_i+2} a^{a_i-2a_i-1} \int_{P_{min}}^{P_{max}} P^{a_i-a_i} d \ln P \times$$

$$\int_{q_{min}}^{q_{max}} \frac{q^{a_i} [2q \ln q + (1+2q)(1-q) + 2pq(1-q)]}{\left[1 + \left(\frac{pq}{1+pq} \right)^{1/2} \right]^{2a_i+3} (1+pq)^{a_i+2}} dq$$

光子 $\text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1} \text{keV}^{-1}$ (8)

其中 $P=aa_1$, (8)式的积分限由表 3 确定

表 3

积 分 限	选取积分限的依据
$P_{max} = a(a_i)_{max}$	光子谱的上切断
$P_{min} \geq a(a_i)_{min}$	光子谱的下切断
$P_{min} \geq \frac{\left[\frac{a}{(r_i)_{max}} \right]^2}{4 \left[1 - \frac{a}{(r_i)_{max}} \right]}$	q 不能大于 1 [2]
$q \leq 1$	参见文献 [2]
$q_{min} = \frac{\left[\frac{a}{(r_i)_{max}} \right]^2}{4P \left[1 - \frac{a}{(r_i)_{max}} \right]}$	电子能谱的上切断
$q_{max} \leq \frac{[a/(r_i)_{min}]^2}{4P[1 - a/(r_i)_{min}]}$	电子能谱的下切断

(8)式是用比较准确的方法计算 γ 辐射流的公式, 该式必须用数值方法进行计算。

四、两种方法的比较

Rieke 等用我们在第二节中所介绍的近似方法, 对几个著名的非热辐射源计算了由自康普顿效应所产生的 γ 辐射流, 结果得到: M87 和蟹状星云等的 γ 辐射流有可能被探测到。我们这项工作的目的与 Rieke 等的不同, 不是想具体计算某些非热辐射源的 γ 辐射流, 而是想对一些有代表性的情形, 同时用近似方法和准确方法进行计算, 然后比较二者的结果以判断近似方法的可用程度。

如何选取参数才能得到具有一定代表性的情形呢? 首先来讨论磁场强度的选取问题。在已知的强非热辐射源中, 有一类是活动星系, 如 M87 和 NGC1275 等, 它们的磁场很弱, 约为 10^{-5} — 10^{-6} 高斯的量级; 还有一类是超新星遗迹, 如蟹状星云和 CasA 等, 它们的磁场稍强, 约为 10^{-3} — 10^{-4} 高斯的量级。作为代表, 我们在计算中选用了两个磁场值: 3×10^{-4} 高斯和 3×10^{-6} 高斯。

关于同步加速辐射的频率范围问题, 我们讨论了三种情形: (1)同步加速辐射只限于射电波段的情形, 取 $(\nu_i)_{min} = 10^7 \text{Hz}$, $(\nu_i)_{max} = 10^{12} \text{Hz}$; (2)同步加速辐射延伸到光学波段的情形, 取 $(\nu_i)_{min} = 10^7 \text{Hz}$, $(\nu_i)_{max} = 10^{15} \text{Hz}$; (3)同步加速辐射一直延伸到 X 射线波段

的情形, 取 $(\nu_i)_{min} = 10^7 \text{ Hz}$, $(\nu_i)_{max} = 10^{20} \text{ Hz}$ 。

关于 α_i 和 α_j 的取值问题。在非热辐射源中, 如果只有一组相对论性电子, 则 $\alpha_i = \alpha_j$, 如果有几组能谱指数不同的相对论性电子, 则 α_i 和 α_j 就可能不相等, 我们主要计算了 $\alpha_i = \alpha_j$ 的情形, 对于 $\alpha_i \neq \alpha_j$ 的情形, 只计算了两个例子。观测表明, 大多数非热射电源的 α 值在 0.75 附近, 少数非热射电源有较小的或较大的 α 值。在具体计算中, 我们选用了 $\alpha_i = \alpha_j = 0.25$ 和 $\alpha_i = \alpha_j = 1.25$ 这两种情形。因为这样作, 既可以把 α 值近于 0.75 的情形包括在内, 还可以对 α 值较小和较大的情形有所了解。我们所计算的 14 种情形全部列于表 4 中。

表 4

同步辐射范围 磁场强度B α 值	3×10^{-4} 高斯	3×10^{-6} 高斯
$10^7 \leq \nu \leq 10^{12}$	$\alpha_i = \alpha_j = 0.25, 1.25$	同 左
$10^7 \leq \nu \leq 10^{15}$	$\alpha_i = \alpha_j = 0.25, 1.25$	同 左
$10^7 \leq \nu \leq 10^{20}$	$\alpha_i = \alpha_j = 0.25, 1.25$	同 左
$10^7 \leq \nu \leq 10^{14}$ $10^{14} \leq \nu \leq 10^{19}$	$\alpha_i = 0.25$ $\alpha_j = 1.25$	—
$10^7 \leq \nu \leq 10^{14}$ $10^{14} \leq \nu \leq 10^{19}$	$\alpha_i = 0.25$ $\alpha_j = 1.25$	—

作为例子, 在图 1—4 中绘出了 4 种情形的计算结果, 表 4 中其它 10 种情形的计算结果与它们相类似。图 1—4 的横坐标是逆康普顿光子能量 α 的对数 $\lg \alpha$, 纵坐标是 $\lg(J_{ii}/A)$ 或 $\lg(N_e/A)$, 其中 $A = \frac{V_{ii}}{4\pi d^2} n_i N_j \pi \gamma_i^2 c \left(\frac{h}{mc^2} \right)^{\alpha_i} \frac{keV}{mc^2}$ 。图 1—4 中的实线是用比较准确的方法由 (8) 式计算的结果, 虚线是用近似方法由 (2) 式计算的结果。由图 1—4 可以得出以下一些结论:

- (1) 在大部分能量范围内, 由准确方法和近似方法得到的结果很相近;
- (2) 对于较小的 α 值, $\eta = \frac{4}{3}$ 的近似结果与 $\eta = 1$ 的近似结果相差很小; 对于较大的 α 值, $\eta = \frac{4}{3}$ 的近似结果比 $\eta = 1$ 的近似结果略接近于准确结果;

(3) 只有当逆康普顿光子的能量很高时, 由准确方法得到的结果才与近似结果有较大的差异。在这里, 光子谱和电子谱的“切断”效应可能起重要的作用。由于这种“切断”只是一种近似的描述, 切断点的数值又难以从理论上和实测上准确定出; 所以在高能端, 准确方法和近似方法的这些差异尚包含有一些不确定的因素。

总之, 根据我们所计算的一些情形, 可以说, 在目前的观测精度下, 在讨论同步加速辐射的自康普顿效应时, 近似方法已经基本上合用了。这一结论很可能可以推广到其它逆康普顿散射过程中去。

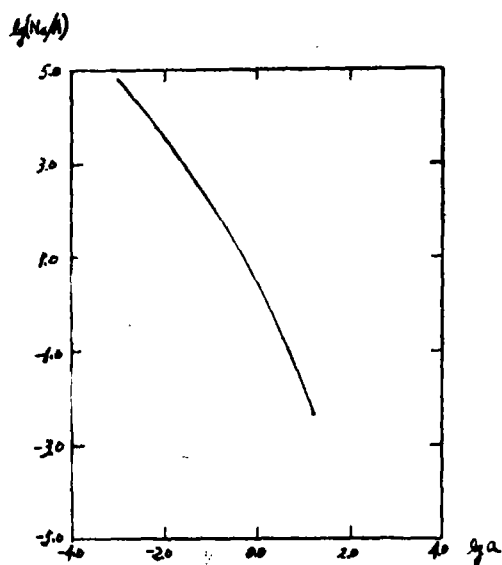


图1. 由自康普顿效应产生的 γ 辐射能谱($B=3 \times 10^{-4}$ 高斯, $\nu=10^7-10^{12}$, $\alpha_i=\alpha_f=0.25$)比较准确的方法和由近似方法得到的结果相差很小, 图中绘成了同一条曲线。

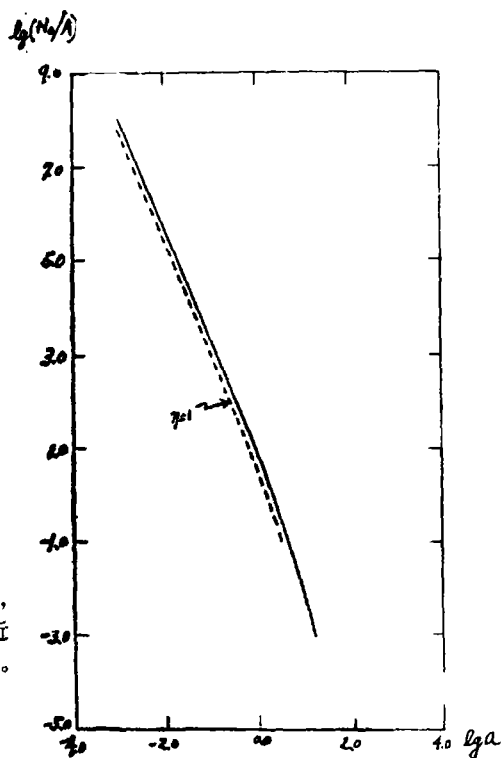


图2. 由自康普顿效应产生的 γ 辐射能谱($B=3 \times 10^{-4}$ 高斯, $\nu=10^7-10^{12}$, $\alpha_i=\alpha_f=1.25$)

由 $\eta=\frac{1}{3}$ 的近似方法得到的结果与比较准确的方法得到的结果相差很小, 图中绘成了同一条曲线。

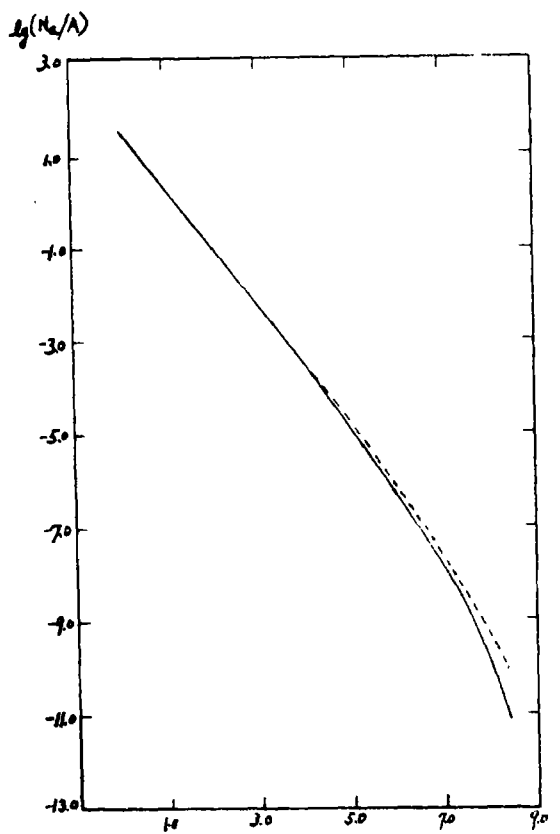


图3. 由自康普顿效应产生的 γ 辐射能谱($B=3 \times 10^{-4}$ 高斯, $\nu=10^7-10^{20}$, $\alpha_i=0.25$) $\eta=\frac{4}{3}$ 的近似结果与 $\eta=1$ 的近似结果相差很小, 图中绘成了同一条曲线。

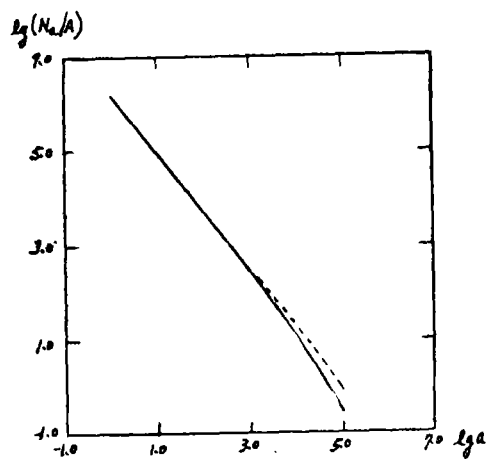


图4. 由自康普顿效应产生的 γ 辐射能谱($B=3 \times 10^{-4}$ 高斯, $10^7 \leq \nu \leq 10^{14}$, $\alpha_i=0.25$, $10^{14} \leq \nu \leq 10^{19}$, $\alpha_f=1.25$) $\eta=\frac{4}{3}$ 的近似结果与 $\eta=1$ 的近似结果相差很小, 图中绘成了同一条曲线。

参 考 文 献

- [1] G. H. Rieke & T. C. Weekes, Ap. J., **155** (1969), 429.
- [2] F. C. Jones, Phys. Rev., **167** (1968), 1159.

SYNCHROTRON SELF-COMPTON

Qu Qin-yue

Abstract

In this paper, We have calculated the r -ray fluxes from synchrotron self-Compton for a number of representative cases with two methods: an approximate method and a more accurate method. From a comparison of the results from them, We find that the results are close to each other in a great range of energy.