

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт  
(технический университет)»

Факультет: Информационных технологий и управления

Кафедра: Систем автоматизированного проектирования и управления

Уровень подготовки: Бакалавр

Учебная дисциплина: Математическая логика и теория алгоритмов

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5**  
тема: РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ АЛГОРИТМА  
С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ ТЬЮРИНГА

Вариант № 28

Преподаватель \_\_\_\_\_ Плонский В.Ю.

Студент \_\_\_\_\_ Гусев А.А. 494 группа

Санкт-Петербург  
2021

## Задание 1

### Постановка задачи

Составить машину Тьюринга, результатом работы которой является очистка ленты от символов, записанных на ней. Стартовая позиция - первый элемент множества на ленте.

### Алгоритм решения

Для простоты восприятия введем условные обозначения: здесь и далее знак «—» обозначает знак пробела, иначе говоря, пустую ячейку на ленте.

Машина Тьюринга:

$$M = (\{q_1\}, \{n, -\}, -, \delta, q_1)$$

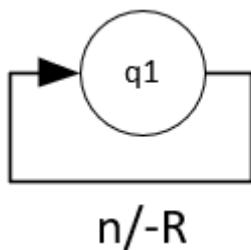


Рисунок 1 - Графическое представление команд алгоритма

Таблица 1 - Табличное представление команд алгоритма

	n	-
q1	q1-R	q1-H

### Тестирование

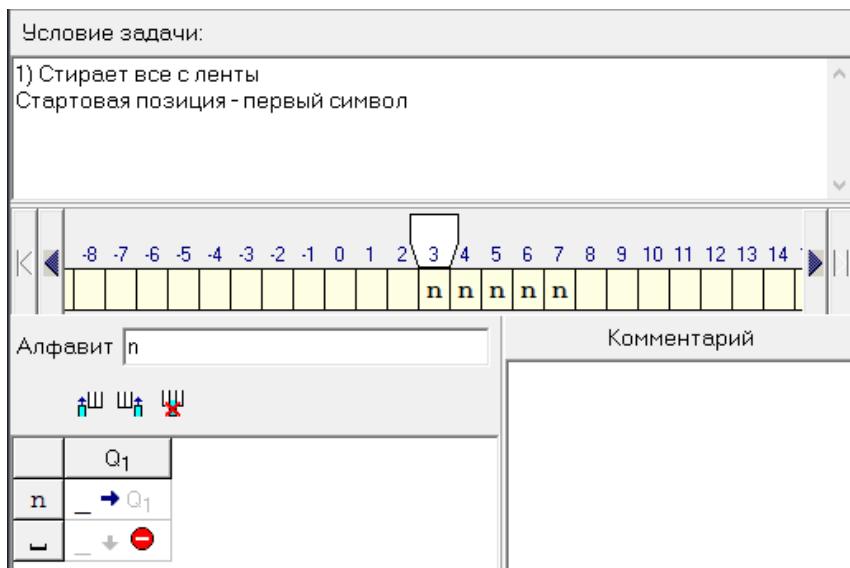


Рисунок 2 - Входные данные

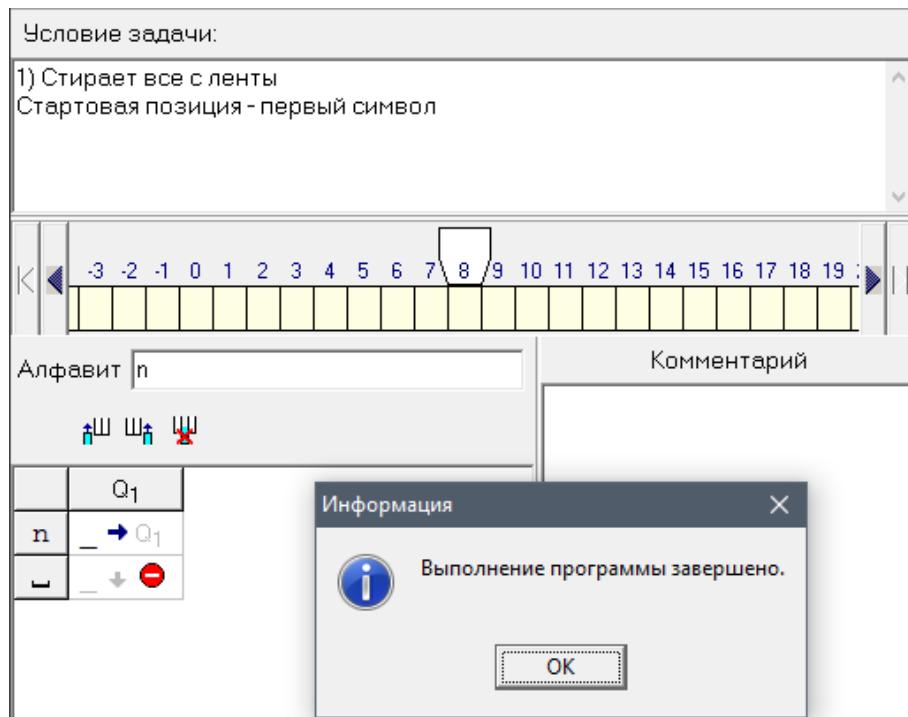


Рисунок 3 - Результат работы программы

## Задание 2

Составить машину Тьюринга, результатом работы которой является перемещение первого элемента на позицию после второго, записанного на ленте. Стартовая позиция - первое число первого элемента множества на ленте.

### Алгоритм решения

Машина Тьюринга:

$$M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{1, \#, -\}, -, \delta, q_1, q_3)$$

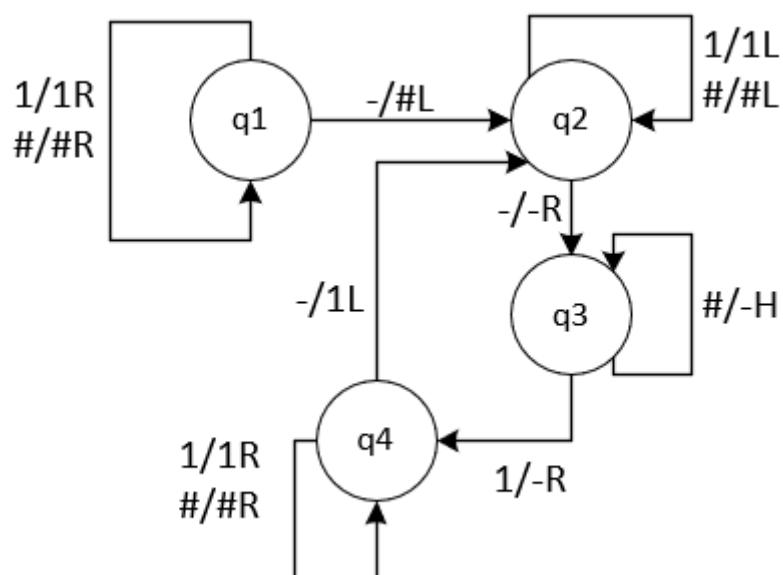


Рисунок 4 - Графическое представление команд алгоритма

Таблица 2 - Табличное представление команд алгоритма

	1	#	-
q1	q1-R	q1#R	q2#L
q2	q21L	q2#L	q3-R
q3	q4-R	q3-H	
q4	q41R	q4#R	q21L

### Тестирование

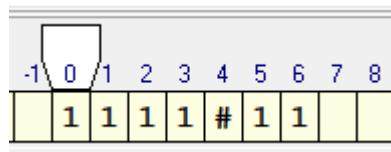


Рисунок 5 - Входные данные

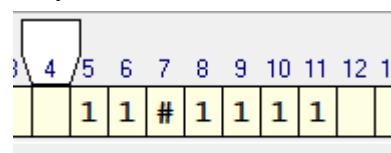


Рисунок 6 - Результат работы программы

### Задание 3

#### Постановка задачи

Составить машину Тьюринга, результатом работы которой является сумма трёх цифр, записанных на ленте последовательно без разделителей. Стартовая позиция - цифра, находящаяся по середине. Диапазон допустимых значений от 000 до 999.

#### Алгоритм решения

Машина Тьюринга:

$$M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}, -, \delta, q_1, q_3)$$

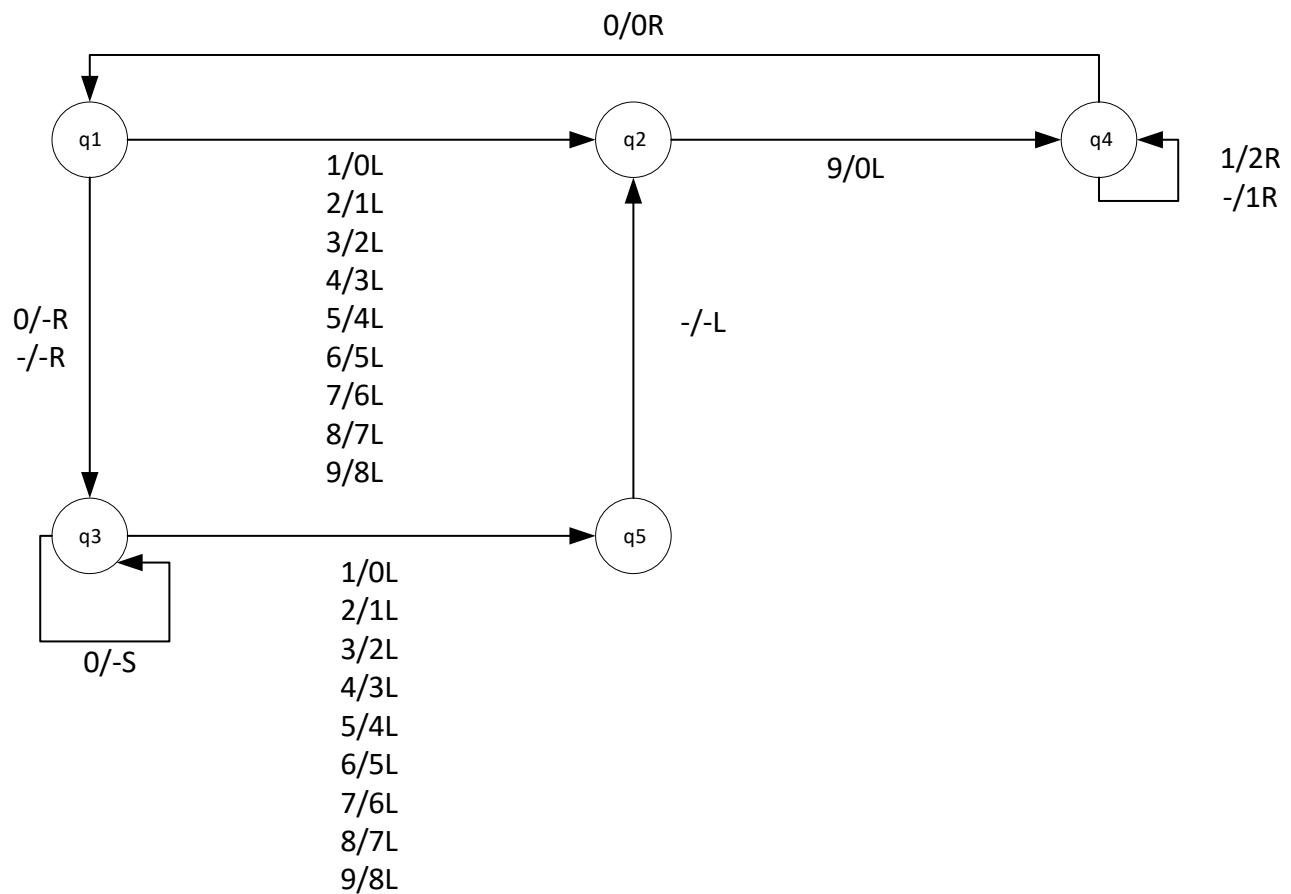


Рисунок 7 - Графическое представление команд алгоритма

Таблица 3 - Табличное представление команд алгоритма

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	-
q1	q3-R	q20L	q21L	q22L	q23L	q24L	q25L	q26L	q27L	q28L	q3-R
q2	q11R	q12R	q13R	q14R	q15R	q16R	q17R	q18R	q19R	q40L	
q3	q3-H	q50L	q51L	q52L	q53L	q54L	q55L	q56L	q57L	q58L	
q4	q10R	q42R									q41R
q5											q2-L

## Тестирование

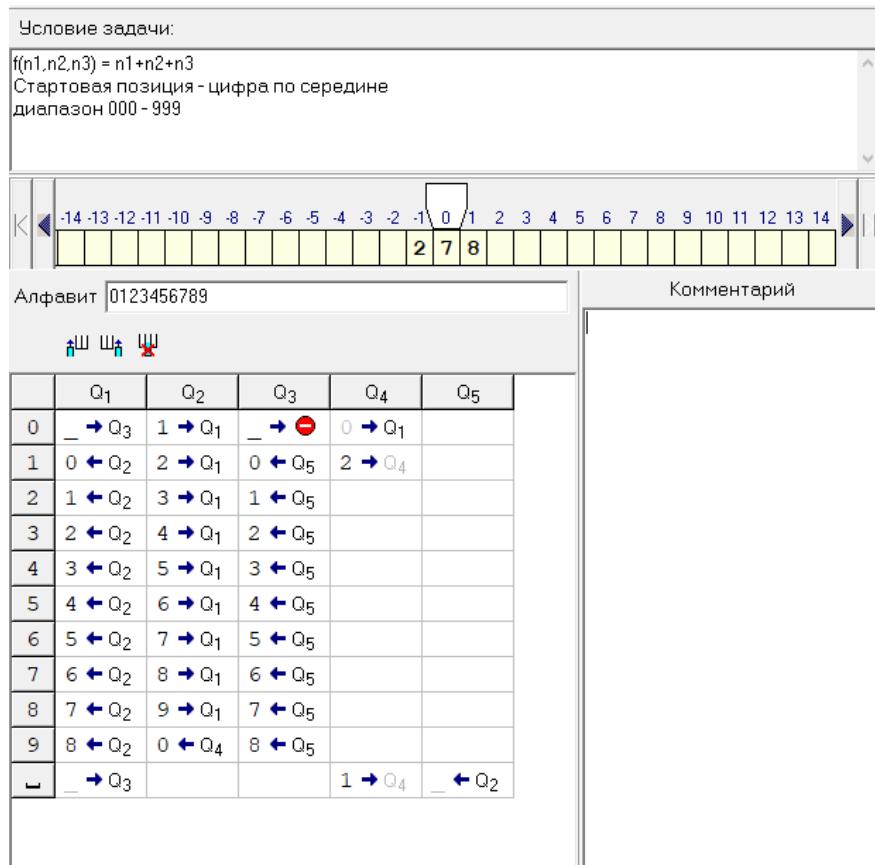


Рисунок 8 - Входные данные

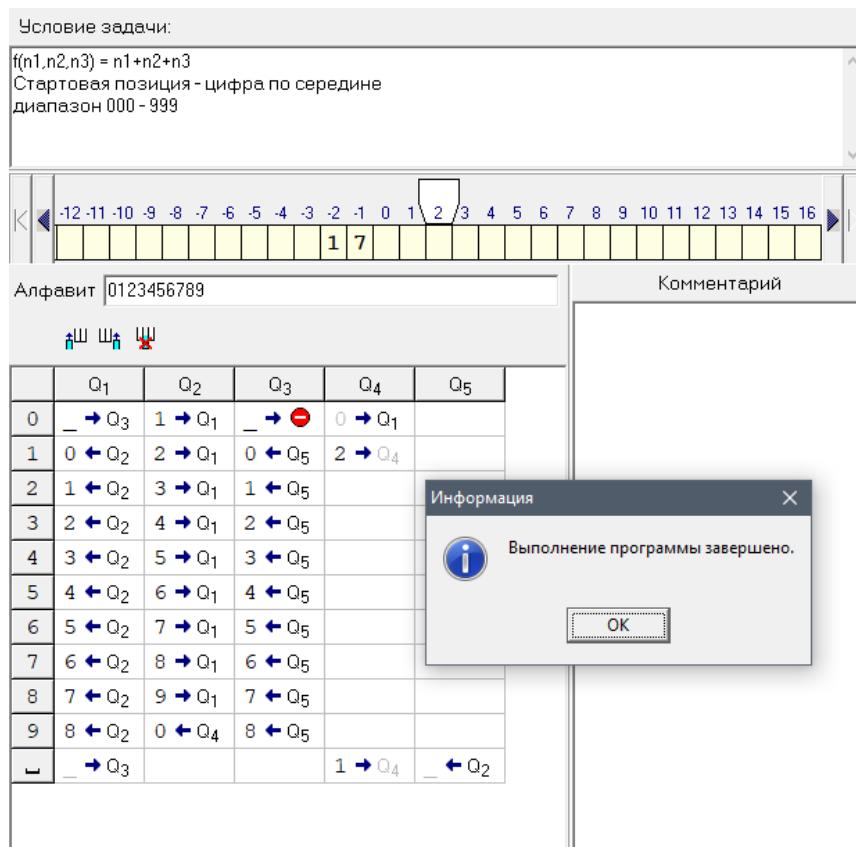


Рисунок 9 - Результат работы программы

## Задание 4

### Постановка задачи

Составить машину Тьюринга, результатом работы которой является:

- 1, если введённое число от 0 до 99 делится 3;
- $\emptyset$ , если введённое число от 0 до 99 не делится 3;

Стартовая позиция - число единиц.

### Алгоритм решения

Машина Тьюринга:

$$M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \text{-}\}, \delta, q_1, \{q_4, q_5\})$$

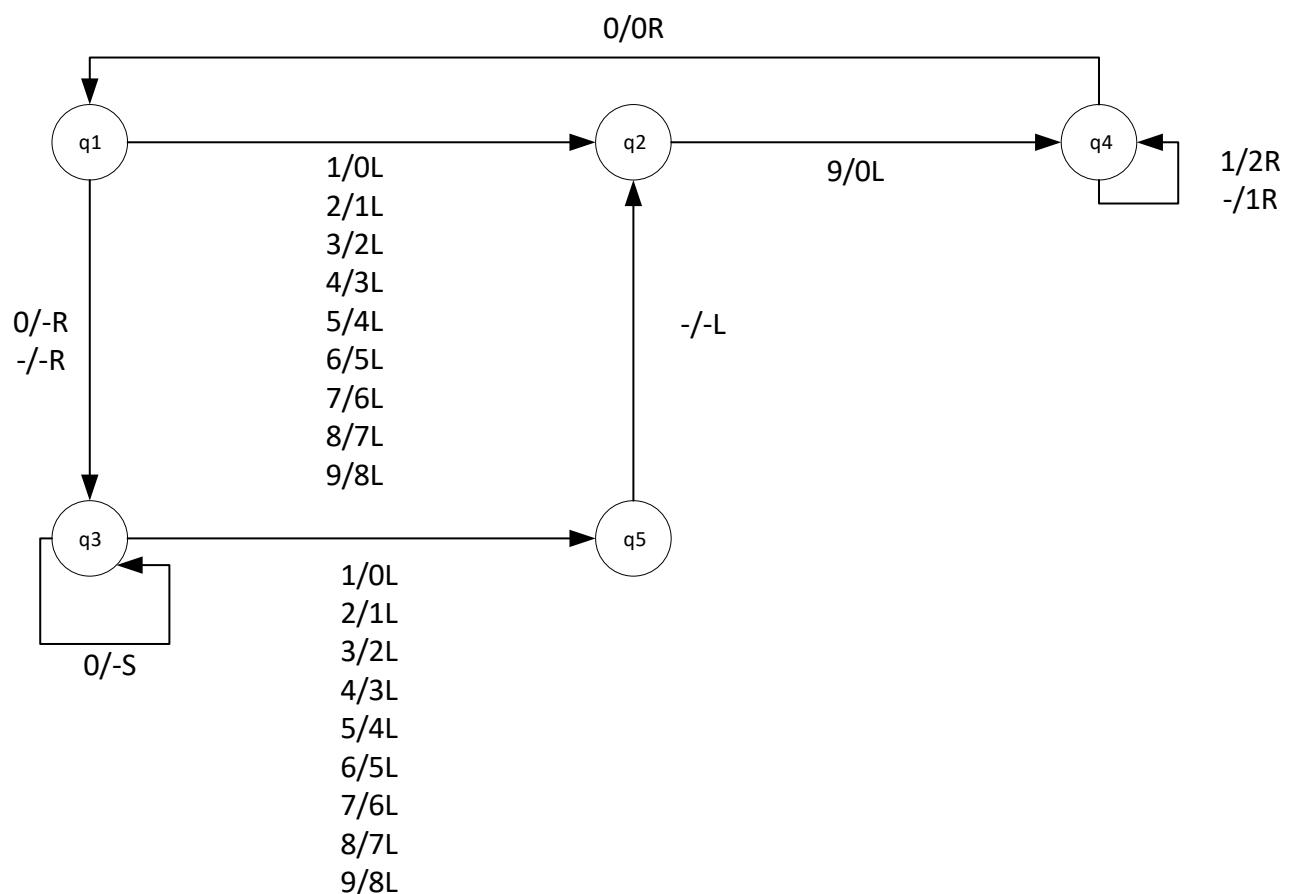


Рисунок 10 - Графическое представление команд алгоритма

Таблица 4 - Табличное представление команд алгоритма

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	-
$q_1$	$q_{37}R$	$q_{28}L$	$q_{29}L$	$q_{20}L$	$q_{31}R$	$q_{32}R$	$q_{33}R$	$q_{34}R$	$q_{35}R$	$q_{36}R$	
$q_2$	$q_{1-R}$	$q_{1-R}$	$q_{11}R$	$q_{12}R$	$q_{13}R$	$q_{14}R$	$q_{15}R$	$q_{16}R$	$q_{17}R$	$q_{18}R$	$q_{4-R}$
$q_3$											$q_{1-L}$
$q_4$	$q_{5-L}$							$q_{4-H}$	$q_{4-H}$	$q_{4-H}$	
$q_5$											$q_{51}H$

## Тестирование

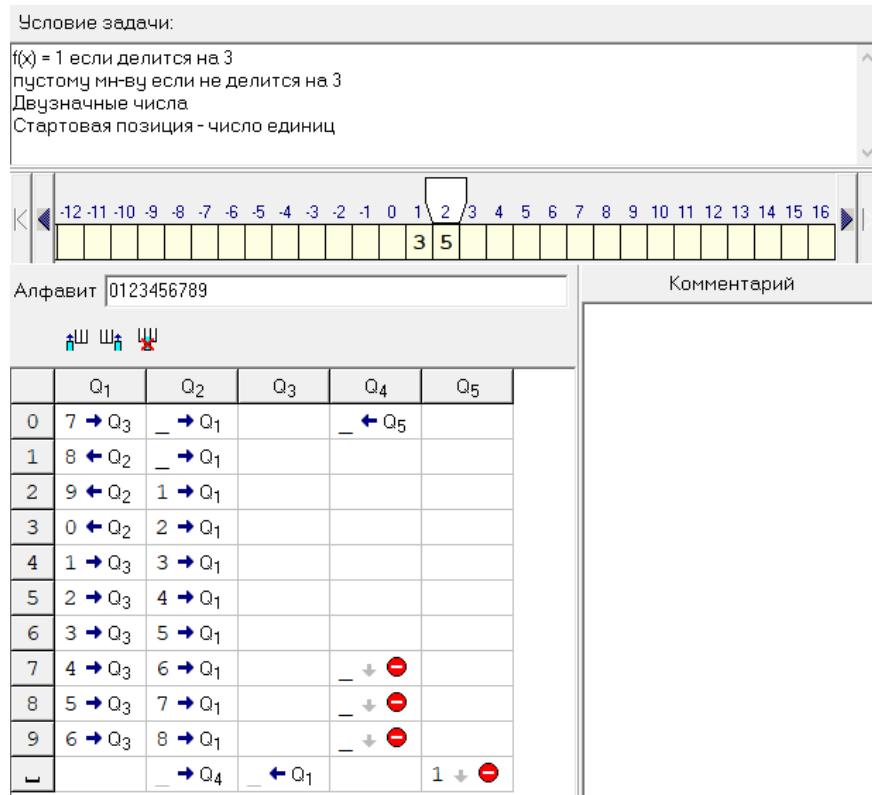


Рисунок 11 - Пример числа, некратного трём

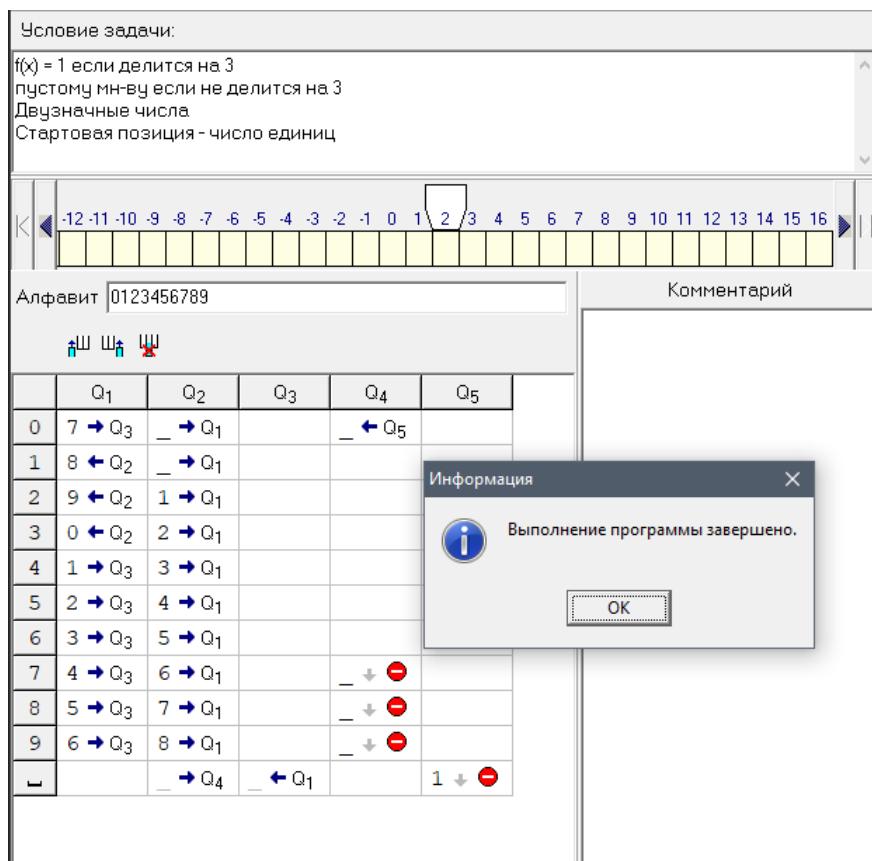


Рисунок 12 - Результат работы программы

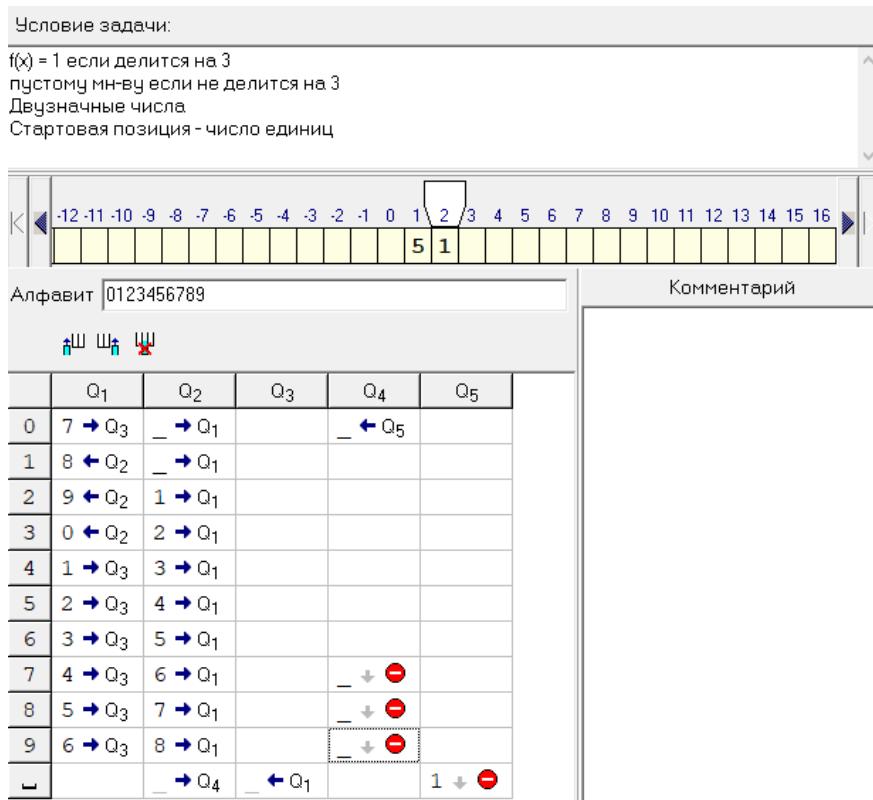


Рисунок 13 - Пример числа, кратного трём

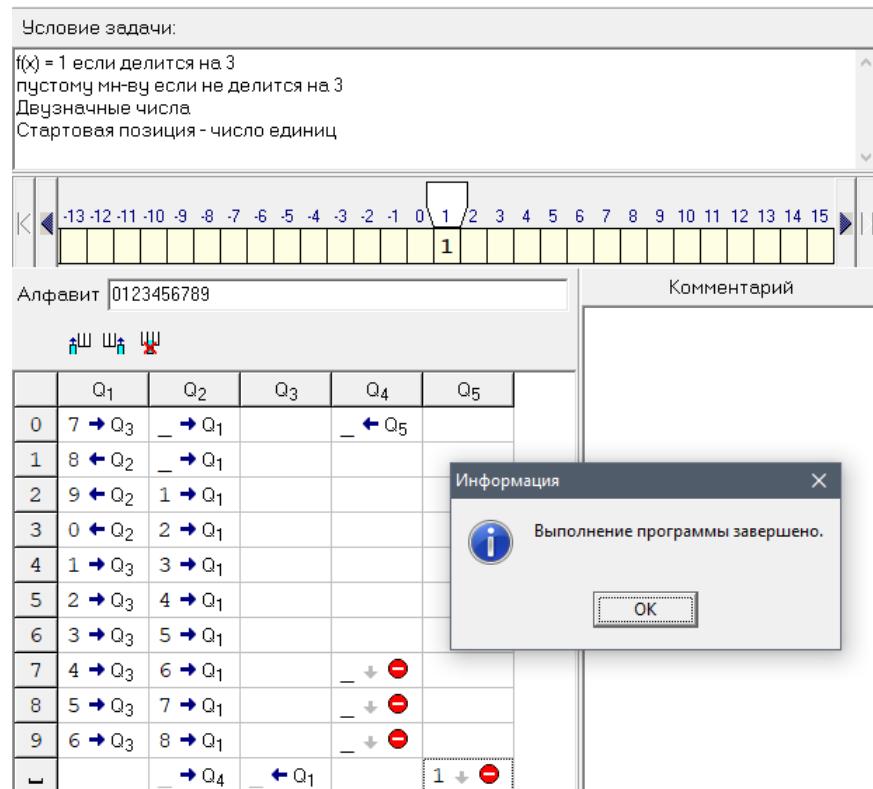


Рисунок 14 - Результат работы программы

## Задание 5

### Постановка задачи

Составить машину Тьюринга, результатом работы которой является сравнение длин двух слов, записанных на ленте:  $q_0 1x \# 1y \# 1z \# 1s \# 1t \rightarrow q_k 1^{(z-s)} \# 1^{(x+y)}$

Таблица 20 – Конфигурации машины Тьюринга для сравнения двух слов

Машин	Заключительная конфигурация	Условие
$T^{(1)} : q_0 1x \# 1y \# 1z \# 1s \# 1t \rightarrow$	$q_{k1} 1^{(z-s)} \# 1^{(x+y)}$	$z \geq s$
$T^{(2)} : q_0 1x \# 1y \# 1z \# 1s \# 1t \rightarrow$	$q_{k2} 1^0 \# 1^{(x+y)}$	$z < s$

### Алгоритм решения

Особенность данной задачи состоит в том, что слово  $Z$  может быть больше, меньше или равно слову  $S$ . При этом машина Тьюринга должна переходить в два различных состояния для организации ветвящегося процесса вычисления.

При запуске машины из начального состояния  $q_1$  в силу того, что слово  $1^t$  не используется, лента доходит до конца, а именно до пустой ячейки после последней единицы всей последовательности и начинает процесс затирания слова  $1^t$ . В данном случае осуществляется процесс движения вправо по ленте до конца всей строки с помощью команд:  $q1 \rightarrow q11R$  и  $q1 \# \rightarrow q1\#R$ . Дойдя до пустой ячейки выполнится команда  $q1 \rightarrow q2-L$ , то есть программа сместится на ячейку влево и начнет процесс затирания аргумента  $t$ .

Заменив последовательно аргумент  $t$  на пустые ячейки ( $q2 \rightarrow q3-L$  и  $q21 \rightarrow q2-L$ ), программа доходит влево до начала последовательности на ленте, встаёт на первый элемент аргумента  $X$  и переходит к следующему набору команд. Далее необходимо сложить два аргумента  $X$  и  $Y$ , для этого первый элемент слова  $X$  заменяется на  $\#$ , а символ, разделяющий слова  $X$  и  $Y$ , заменяется на  $1$  при помощи следующих команд:  $q41 \rightarrow q5\#R$ ,  $q5\# \rightarrow q61R$ ,  $q51 \rightarrow q61R$ . Таким образом, выполняется сложение любых аргументов  $X$  и  $Y$ .

Переход на  $q6$  начинает следующий этап выполнения программы - усеченное вычитание аргументов  $Z$  и  $S$ . Машина циклически находит крайний слева символ  $1$  аргумента  $Z$  и заменяет его знаком “ $)$ ”, затем движется вправо до решетки, после этого продолжает движение вправо в поисках единицы, которая заменяется на решетку. Машина возвращается влево в поисках крайнего слева символа  $1$ . Эта единица идентифицируется после того, как машина выходит на “ $)$ ”. В этот момент сдвигаемся на одну ячейку вправо. Повторение заканчивается в одной из следующих ситуаций:

- В поисках единицы справа машина встречает пробел. Это означает, что все  $n$  единиц заменены на решетки. При этом в левом аргументе заменены  $n+1$ . В этом случае машина заменяет решетки на пробелы и добавляет единицу. Это случай, когда  $m \geq n$ .
- Начиная цикл, машина не может найти единицу. Первые  $m$  единиц уже заменены на “ $)$ ”. Это означает, что  $n > m$ , поэтому машина переходит к следующему действию

Однако по условию задачи результат усеченного деления Z и S должен оказаться перед суммой аргументов X и Y. Поэтому далее машина циклически переносит все единицы после суммы на позиции перед ней, затирая ячейки с “)”. Слева от суммы аргументов X и Y машина записывает результат: либо  $1^{(z-s)}\#$  либо #, в зависимости от значений аргументов Z и S

Машина Тьюринга:

$$M = (\{q_1 \dots q_{21}\}, \{\#, 1, ), -, \delta, q_1, \{q_{15}, q_{17}\}\})$$

Таблица 5 - Табличное представление команд алгоритма

	#	1	)	-
q1	q1#R	q11R		q2-L
q2	q3-L	q2-L		
q3	q3#L	q31L		q4-R
q4		q5#R		
q5	q61R	q51R		
q6	q7#R	q61R		
q7	q11-R	q8)R		
q8	q9#R	q81R		
q9	q9#R	q10#L		q12-L
q10	q10#L	q101L	q7)R	
q11	q11-R	q11-R		q16-R
q12	q12-L	q121L	q131L	
q13	q14#L	q181R		q18-L
q14		q141L		q15#L
q15	q15-H		q15-L	
q16	q17#L		q15-L	q16-L
q17		q171L		q17#H
q18	q18#R	q181R	q18)R	q19-L
q19		q20-L	q15-L	q21-R
q20	q20#L	q201L	q20-L	q181L
q21				q18-R

## Тестирование

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	#	1	1	1	1	#	1	1	#	1	#	1					

Рисунок 15 - Входные данные ( $x = 1, y = 4, z = 2, s = 1, t = 1$ )

4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1	#	1	1	1	1	1				

Рисунок 16 - Результат работы программы

4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	#	1	1	1	1	1	#	1	1	#	1	1	#	1	1	1	1		

Рисунок 17 - Входные данные ( $x = 2, y = 5, z = 2, s = 2, t = 3$ )

4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
#	1	1	1	1	1	1	1				

Рисунок 18 - Результат работы программы

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	1	1	#	1	1	#	1	#	1	1	1	1	#	1	1				

Рисунок 19 - Входные данные ( $x = 3, y = 2, z = 1, s = 4, t = 2$ )

5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
#	1	1	1	1	1	1				

Рисунок 20 - Результат работы программы

-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	#	1	#	1	1	1	1	1	#	1	#	1		

Рисунок 21 - Входные данные ( $x = 1, y = 1, z = 5, s = 1, t = 1$ )

-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	E
1	1	1	1	1	#	1	1					

Рисунок 22 - Результат работы программы