

Evaluering af RBC- og Nykeynesiansk modelleringsmetoder med henblik på britisk data

Sune Grøn Pedersen

Institut for Økonomi, Aarhus Universitet

Vejledet af Bo Sandemann Rasmussen

April 2024

Abstract

Real business cycle theory has grown rapidly since its initiation in 1982, and from it have other independent schools of thought emerged such as the monetary real business cycle school and the New Keynesian school of thought. This paper seeks to uncover whether or not a standard Real business cycle framework coupled with a monetary sector and New Keynesian mechanisms, can be modeled such that it can sufficiently explain the statistical moments that are derived from British data. The overall result is that the model's generated moments are too abundant in its volatility relative to the empirical moments, but shows that it can, with the right tweaks and parameterizations, very possibly match the empirical moments to a better extent than showed in this paper.

Contents

1	Introduktion	1
2	Data	2
3	En Basis RBC Model	2
3.1	Model Intro	2
3.2	Husholdningssiden	3
3.3	Virksomhedssiden	4
3.4	Ligevægt i basis modellen	5
3.4.1	Deterministiske Steady State	6
3.4.2	Model Kalibrering	7
3.4.3	Simulering og evaluering	8
4	Indivisible Labor Udvidelse	10
4.1	Indførelse af indivisible labor antagelsen	11
4.2	Forventet nyttefunktion	11
4.3	Indivisible labor ligevægt	12
4.3.1	Steady State Indivisible Labor	12
4.3.2	Simulering og evaluering	13
5	Money in The Utility Function	15
5.0.1	Husholdningen	15
5.1	Ligevægt	16
5.1.1	Ligevægt	17
5.1.2	Simulering og evaluering	18
6	Rigide Priser	19
6.1	Virksomhedssiden	19
6.1.1	Den endelige sektor	19
6.1.2	Første-sektoren	20
6.2	Ligevægt	23
6.2.1	Steady State	24
6.2.2	Kalibrering af nye parametre	25
6.2.3	Simulering og evaluering	26

7	Diskussion	29
8	Konklusion	31
9	Appendix	35
9.1	Deklaration for anvendelse af Generativ Kunstig Intelligens (GAI) i afsluttende projekt	36
9.2	Appendix: Basis RBC Modellen	37
9.3	Appendix: En RBC model med indivisible labor	45
9.4	Appendix: En RBC model med MIU	50
9.5	Appendix: En RBC model med MIU og indivisible labor	57
9.6	Appendix: Rigide priser	62
9.7	Dynare/MATLAB koder	76
9.7.1	Basis Modellen	76
9.7.2	Basis Modellen + Indivisible Labor	81
9.7.3	Basis Modellen + MIU	85
9.7.4	Basis Modellen + MIU + Indivisible Labor	90
9.7.5	Basis Modellen + MIU + Indivisible Labor + Calvo Priser	96
9.8	Figur 1	102
9.9	Figur 2	103
9.10	Stata koder	107

1 Introduktion

Siden slutningen af 2. Verdenskrig var den dominerende teori bag daværendes makro-økonomiske modeller den keynesianske tankegang, der blev stærkt fremmet af udviklingen af nationalregnskaber og nye økonometriske redskaber. Den keynesianske skole ændrede den daværende ide om, at markeder per automatik ville føre økonomien tilbage til fuldbeskæftigelse efter en nedtur i økonomisk aktivitet, og i stedet påstod, at en regeringsintervention var nødvendig for at sætte gang i økonomien. To fundamentale antagelser for Keynesianske modeller var: (1) at husholdningers adfærd, efter en vis finansiel stimulus, kunne estimeres på baggrund af fortidsdata, og: (2) priser og lønninger reagerede langsomt til ændringer i udbud og efterspørgsel.

Det var ikke før oliekriserne i 70'erne, at den keynesianske skole blev udfordret rent empirisk og gradvist blev overtaget af RBC-alternativet, efter [Lucas Jr, 1976] argumenterede for, at makroøkonomiske modeller burde blive bygget på antagelserne om optimerende adfærd og rationelle forventninger, i fraværet af markedsfejl og nominelle rigiditeter, hvor vurderingen af modeller skal baseres ud fra, hvor godt deres simulerede momenter stemmer overens med de empiriske momenter. Modellen foreslået af [Kydland and Prescott, 1982], der introducerer et teknologi shock som kilde til fluktueringer, bliver anset som den første rene RBC model, men den klarede sig ikke empirisk godt på flere dimensioner, hvilket gav anledning til, at RBC skolen blev udviklet i forskellige retninger. Nogle af de mere betydende retninger, som er fremkommet af RBC skolen, er modeller der fastholder de grundlæggende RBC-antagelser men søger efter at implementere nye mekanismer, den monetære RBC skole hvor penge nu er en kilde til fluktueringer og de nykeynesianske modeller der baserer sig selv på RBC fremgangsmetoden, men går tilbage til keynesianske rødder med antagelsen om, at der eksisterer friktioner på markedet. Til trods for den store udvikling inden for makromodellering, er den overordnet litteratur endnu ikke blevet enige om hvilke antagelser og påstande der er tilstrækkelige for, at en model grundigt ville kunne forklare konjunktursvingninger.

Formålet med denne opgave er om hvorvidt de retninger, der har udspillet sig fra den basale RBC model, hjælper til at matche generede momenter med empiriske momenter fra britisk data, hvortil der vil blive undersøgt for, om en kombination af de forskellige retninger ville gøre gavn til den empiriske vurdering af modellen. Strukturen bliver således, at der vil blive introduceret en basis RBC model efterfulgt deraf med en empirisk vurdering, hvor der på baggrund af den empiriske vurdering vil blive bygget videre på basis modellen, med fokus på

effekterne af dette.

2 Data

I dette afsnit vil der blive redegjort for samtlige datasæt benyttet i opgaven. De udarbejdede modeller i opgaven vil blive evalueret på basis af, hvor godt deres simulerede momenter matcher de empiriske momenter fra britisk tidsseriedata. Det britiske tidsseriedata der bliver benyttet til at evaluere modellerne, der strækker sig fra 1971 til 2019, er: real BNP, husholdningers udgifter til forbrug, samlet aktuelle ugentlige arbejdstimer og samlet brutto investeringer. Tidsserierne er opgjort kvartalsvist, er blevet sæsonkorrigeret, og er i nuværende priser. Real BNP er hentet fra IMF's databank, hvori de tre andre tidsserier er hentet fra det britiske Office for National Statistics. Før der er blevet udregnet statistikker, er alle tidsserier blevet log-transformeret, og dernæst detrendet via samme procedure som i [Hodrick and Prescott, 1997], med en lambdaværdi på 1600. Metoden der bliver benyttet i [Hodrick and Prescott, 1997], der formelt blot bliver kaldt for et HP-filter, er et matematisk redskab der dekomponerer en tidsserie ind i to dele, en general trend i tidsserien og den cykliske del af en tidsserie. Efter en log-linearisering kan vi derfor fortolke standardafvigelse som procentvis afvigelser fra trenden. Grunden til, at vi detrender dataet er fordi modellerne vi undersøger abstraherer fra vækst. Alt data behandling er blevet udført i **Stata**, hvor de tilsvarende kildekoder kan findes i appendix.

3 En Basis RBC Model

3.1 Model Intro

Som beskrevet tidligere, er rationelle forventninger en central del af RBC-teorien, og måden det kommer til udtryk i vores modeller er, at agents forecasts om fremtidig indkomst og renteniveau er, ligesom i [Hansen, 1985], identiske med hvad ligevægtsligningerne implicerer. I opgaven vil vi gøre brug af forventningsoperatoren:

$$\mathbb{E}_t[X_{t+1}] = \mathbb{E}[X_{t+1}|\Omega_t],$$

der angiver forventningen af variabel X i tidspunkt $t + 1$ baseret på informationssættet Ω_t , der indeholder alt information fra før tidspunkt t til tidspunkt t . For simplicitet abstraherer modellerne for vækst i population og teknologi.

3.2 Husholdningssiden

Lad der være et kontinuum $f \in [0, 1]$ af evigtvarende identiske husholdninger¹. Husholdningerne ejer samtlige kapitalapparater i økonomien, og udlejer det til virksomheder til raten r_t . Det tager tid at 'bygge' ny kapital (præcis én periode i denne model), således at husholdning f forudbestemmer mængden af kapital til tidspunkt $t + 1$ ved tidspunkt t via følgende law of motion:

$$k_{t+1}(f) = i_t(f) + (1 - \delta) k_t(f),$$

hvor δ er en konstant kapital afskrivningsrate, $k_t(j)$ er kapital, og $i_t(j)$ er investeringer for husholdning f på tidspunkt t ². Udover dette, udbyder husholdningen også sin arbejdskraft til virksomhederne, og bliver belønnet med lønraten w_t . Husholdningen kan i periode t fordele deres midler på forbrug og investeringer, og har følgende budgetbegrænsning:

$$\begin{aligned} c_t(f) + i_t(f) &\leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f) \\ c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta) k_t(f) &\leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f) \end{aligned} \tag{1}$$

Husholdningen har følgende per periode nyttefunktion:

$$u(c_t(f), l_t(f)) = \log c_t + \psi \log(1 - l_t),$$

ligesom i [King and Rebelo, 1999], hvor $c_t(f)$ er forbrug, $l_t(f)$ er udbudt arbejdskraft, og ψ er disutility parameteren ved at arbejde. Vi normaliserer tid per periode til 1, sådan at leisure er $1 - l_t$. Husholdningens mål er at maksimere deres livstidsnytte:

$$\max_{\{c_t, l_t, k_{t+1}\}} U^j = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau u(c_{t+\tau}(f), l_{t+\tau}(f)),$$

under bibetingelsen³:

$$c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta) k_t(f) \leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f),$$

hvor $\beta \in (0, 1)$ er den subjektive diskonteringsfaktor. Den tilsvarende Lagrange-funktion til

¹En af fordelene ved, at definere husholdninger på et kontinuum med masse 1 er, at når vi deler samlet variable igennem med befolkningstallet, er det identisk med variablen i per capita termer. [McCandless, 2008]

²Samlet kapital og investeringer er defineret som: $k_t = \int_0^1 k_t(j) dj$, $i_t = \int_0^1 i_t(j) dj$

³Bibetingelsen binder i optimum, da en nyttemaksimerende agent vil bruge alt indkomst i nuværende periode fremfor at gemme midler til næste periode, da vi igennem β har modelleret, at agenter værdisætter nuværende forbrug mere end fremtidigt forbrug.

problemet er:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} [\log c_{t+\tau}(f) + \psi \log(1 - l_{t+\tau}(f))] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} [\lambda_{t+\tau}(c_{t+\tau}(f) + k_{t+1+\tau}(f) - (1 - \delta)k_{t+\tau}(f) - w_{t+\tau}l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau}k_{t+\tau}(f))] \end{aligned} \quad (2)$$

For at løse maksimeringsproblemet, er det tilstrækkeligt kun at løse for variablene $c_t(f)$, $l_t(f)$, og $k_{t+1}(f)$ for tidspunkt t , da den underlæggende logik er, at husholdningen har identisk optimal adfærd i de andre perioder. Første-ordens betingelserne for $c_t(f)$, $l_t(f)$ og $k_{t+1}(f)$ giver os følgende optimalitets betingelser:

$$\frac{1}{c_t(f)} = \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t(f)} \quad (3)$$

$$\frac{1}{c_t(f)} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(f)} (1 - \delta + r_{t+1}) \right], \quad (4)$$

der sammen med ligning (1) giver os alle ligevægtsbetingelserne for husholdningen.

3.3 Virksomhedssiden

Lad der være en repræsentativ virksomhed, der tager samlet kapital k_t -og arbejdskraft l_t som input, og skaber et output y_t via følgende Cobb-Douglas produktionsfunktion:

$$y_t = k_t^{\alpha} (A_t l_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (5)$$

hvor A_t er en teknologifaktor der påvirker effektiviteten af arbejdskraft. Teknologi fluktuerer over tid, og har følgende form:

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A, \quad (6)$$

hvor ε_t^A antages at være et i.i.d shock, der er $\mathcal{N}(0, 1)$ fordelt. Den samlede arbejdsstyrke og kapitalapparat, der er tilgængelig i økonomien ved tidspunkt t , er henholdsvis:

$$l_t = \int_0^1 l_t(f) df, \quad k_t = \int_0^1 k_t(f) df$$

Virksomheden betaler lønraten w_t til arbejdere, og lejer kapital til raten r_t , hvor målet er at maksimere følgende profitfunktion:

$$\begin{aligned} \max_{k_t, l_t} \quad \Pi_t &= y_t - r_t k_t - w_t l_t \\ &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} - r_t k_t - w_t l_t, \end{aligned} \quad (7)$$

for ethvert tidspunkt t . Første-ordens betingelserne for virksomheden giver os de følgende optimalitets betingelserne for faktor priserne:

$$r_t = \alpha \left(\frac{k_t}{A_t l_t} \right)^{\alpha-1} \quad (8)$$

$$w_t = (1 - \alpha) A_t^{1-\alpha} \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^\alpha, \quad (9)$$

der sammen med ligningerne (5) og (6), giver os ligevægtsbetingelserne for virksomheden⁴.

3.4 Ligevægt i basis modellen

Fordi alle husholdninger er identiske, vil vi i ligevægt have, at de individuelle variable er lig de samlede variable:

$$c_t = c_t(j), \quad l_t = l_t(j), \quad i_t = i_t(j), \quad k_t = k_t(j)$$

Derudover gælder det også, fordi vi er i en lukket økonomi, at når markedet clearer, må indkomst være lig forbrug og investeringer:

$$y_t = c_t + i_t, \quad \forall t.$$

Vi kan udtrykke hele økonomien ved at samle ligevægtsbetingelserne for husholdningerne,

⁴Vi er i et miljø med fuld konkurrence, så virksomheden tjener nul i profit.

virksomheden og markeds clearing betingelsen:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c_t} &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t} \\
 \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\
 k_{t+1} &= i_t + (1 - \delta) k_t \\
 r_t &= \alpha \left(\frac{k_t}{A_t l_t} \right)^{\alpha-1} \\
 w_t &= (1 - \alpha) A_t^{1-\alpha} \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^{\alpha} \\
 y_t &= k_t^{\alpha} (A_t l_t)^{1-\alpha} \\
 i_t &= y_t - c_t \\
 \log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A,
 \end{aligned}$$

der er et ligningssystem med 8 ligninger i 8 ubekendte: $\{c_t, l_t, k_{t+1}, i_t, r_t, w_t, y_t, A_t\}$.

3.4.1 Deterministiske Steady State

Vi starter med at løse modellen ved at antage, at vi er i et deterministisk steady state, hvor der ingen usikkerhed er til stede, og hvor variablene ikke ændrer sig over tid, således at vi kan fjerne al tidsnotation⁵. I vores steady state finder vi frem til de følgende udtryk:

$$\begin{aligned}
 A_{ss} &= 1 \\
 r_{ss} &= \beta^{-1} - 1 + \delta \\
 \frac{k_{ss}}{l_{ss}} &= \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \\
 \frac{y_{ss}}{l_{ss}} &= \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha} \\
 w_{ss} &= (1 - \alpha) \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha} \\
 \frac{i_{ss}}{l_{ss}} &= \delta \frac{k_{ss}}{l_{ss}} \\
 \frac{c_{ss}}{l_{ss}} &= \frac{y_{ss}}{l_{ss}} - \frac{i_{ss}}{l_{ss}}
 \end{aligned}$$

⁵ $x_{t+1} = x_t = x_{t-1} = \dots = x_{ss}$

hvor det er muligt at identificere ligningerne, når en værdi for l_{ss} er blevet fundet. En værdi for l_{ss} kan findes, der kun afhænger af parametrene:

$$l_{ss} = \frac{(1 - \alpha)(\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi(\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha) + (1 - \alpha)(\beta^{-1} - 1 + \delta)}$$

3.4.2 Model Kalibrering

Fra Cobb-Douglas har vi, at labor share of income er:

$$\frac{w_t l_t}{y_t} = (1 - \alpha)$$

I Storbritannien er labor share of income omkring 59% [Office for National Statistics, 2023a], så vi sætter: $1 - \alpha = 0.59 \Leftrightarrow \alpha = 0.41$. I det deterministiske steady state har vi, at følgende gælder:

$$i = \delta k \Leftrightarrow \delta = \frac{i}{k} = \frac{i/y}{k/y},$$

hvor i/y angiver andelen af output der bliver investeret, og k/y angiver kapital til output ratioen. De eneste 50 år har investeringer i gennemsnit udgjort 20% af Storbritanniens årlige BNP. Så vi sætter $i/y = 0.2$. Derudover viser data, at kapital har været omkring 4 gange så stor som BNP de sidste 30 år, så:

$$\delta = \frac{0.2}{4} = 0.047.$$

Vores model implikerer at:

$$\beta = \frac{1}{1 - \delta + r_{ss}},$$

hvor det tætteste vi kommer på en risikofri rente er kortsigtet Britiske gilts. De seneste 25 år har 5-årige gilts haft 2.5% i udbytte i gennemsnit, så omkring 0.57% kvartalsvist: $\beta \approx 0.99$. For teknologi benytter vi samme værdier som i [Harrison and Oomen, 2010], der bruger:

$$\rho_A = 0.890, \quad \sigma_A = 0.006.$$

Vi bestemmer en værdi for ψ således, at l_{ss} er lig med den andel, en gennemsnitlig beskæftiget i Storbritannien bruger på betalt arbejde, ud af den totale diskretionære tid, som er tid minus søvn. En mikroundersøgelse [Office for National Statistics, 2023b] fra det britiske Office for

National Statistics viser, at en gennemsnitlig beskæftiget bruger 37% af dagen på søvn og hvile, hvor 19.4% bliver brugt på betalt arbejde, over et gennemsnitligt døgn⁶. Så i vores steady state sigter vi efter at ramme:

$$l_{ss} = \frac{24 \cdot 0.194}{24 - \frac{0.37}{1} \cdot 24} = 0.308,$$

hvilket giver anledning til $\psi = 2$, hvor steady state værdierne er angivet i Tabel 1.

Table 1: Steady state værdier i basis modellen

Variabel	c_{ss}	l_{ss}	k_{ss}	i_{ss}	r_{ss}	w_{ss}	y_{ss}	$prod_{ss}$
Værdi	0.803192	0.308085	8.70473	0.409122	0.057101	2.32165	1.21231	3.935

3.4.3 Simulering og evaluering

For at sætte en simulering i gang, starter vi med, at genere vores shock sekvens $\{\varepsilon_t^A\}_{t=1}^{192}$, der er $\mathcal{N} \sim (0, 1)$ fordelt, det vil sige at størrelsen på vores shock er 1 standardafvigelse. Herefter kan vi beregne sekvensen for A_t :

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A,$$

hvor vi bruger steady state værdien som begyndelsesbetingelsen: $A_0 = 1$. I modellen har vi 8 endogene variable, vis værdier er bestemt på basis af de resterende variable i modellen:

$$\{c_t, l_t, k_{t+1}, i_t, r_t, w_t, y_t, prod_t\},$$

og dertil 2 eksogene variable der påvirker de endogene variable, men bliver nærmere sagt bestemt uden for vores model: $\{k_t, A_t\}$. Vi får **dynare** til at udregne log-lineariserede policy funktioner for de endogene variable, som funktion af kun de eksogene variable for tidspunkt $t = 1$:

⁶Dette indeholder også weekender, og ferier, hvor tid brugt på arbejde er væsentligt lavere.

$$\begin{aligned}
\tilde{c}_1 &= \Gamma_{ck}\tilde{k}_1 + \Gamma_{cA}\tilde{A}_1 \\
\tilde{y}_1 &= \Gamma_{yk}\tilde{k}_1 + \Gamma_{yA}\tilde{A}_1 \\
\tilde{k}_2 &= \Gamma_{kk}\tilde{k}_1 + \Gamma_{kA}\tilde{A}_1 \\
\tilde{l}_1 &= \Gamma_{lk}\tilde{k}_1 + \Gamma_{lA}\tilde{A}_1 \\
\tilde{i}_1 &= \Gamma_{ik}\tilde{k}_1 + \Gamma_{iA}\tilde{A}_1 \\
\tilde{r}_1 &= \Gamma_{rk}\tilde{k}_1 + \Gamma_{rA}\tilde{A}_1 \\
\tilde{w}_1 &= \Gamma_{wk}\tilde{k}_1 + \Gamma_{wA}\tilde{A}_1 \\
\widetilde{prod}_1 &= \Gamma_{prodk}\tilde{k}_1 + \Gamma_{prodA}\tilde{A}_1
\end{aligned}$$

En policy funktion er en 'skitse' over hvordan en endogen variabel skal reagere på en ændring i økonomien, som en funktion af alle de eksogene variable, hvor $\Gamma_{.,k}$ er en koefficient der kan sammenlignes med en koefficient i en OLS regression, men i fravær af joint determinations problemet. Vi lader kapital i første periode være lig med dens steady state således, at den er bestemt på forhand: $\tilde{k}_1 = \log(\hat{k}_1) - \log(\hat{k}) = 0$. Ud fra dette kan vi udregne alle policy funktionerne for første periode, hvortil vi for anden periode bruger \tilde{k}_2 og vores sekvens $\{A_t\}_{t=1}^{192}$, til at udregne policy funktionerne for $t = 2$. Vi itererer denne fremgangsmetode indtil vi har udregnet policy funktioner for $t = 1$ til $t = 192$. Dette er hvad der ligger til grunde for simuleringen af modellen.

Alle variable er blevet log-transformeret, og vi simulerer over 192 perioder, for at matche dataet. I Tabel 2 ser vi en sammenligning af vores simulerede standardafvigelser, og dem fra vores tidsseriedata. Yderligere i tabellen angiver vi korrelation mellem output og udvalgte variable⁷. Som kan ses i tabellen, har vores basis RBC model svært ved at matche de empiriske anden momenter, hvor vi ser, at alle variable afviger fra dataet med en relativ stor forskel. Udover dette kan vi også lægge mærke til, at modellen overvurderer de procykliske egenskaber af investeringer og produktivitet, men hvor den til gengæld i forbrug og antal arbejdstimer, giver udtryk for et godt model fit. En af ulemperne med en simpel model som denne er, at fordi der kun eksisterer én kilde til shocks gennem output, ender alle variablene med at have en høj korrelation med output per konstruktion. En positiv egenskab ved modellen er, at modellen er konsistent med den brede enighed blandt økonomer om, at output er mere volatilt end forbrug, og at investering er mere volatilt end output. Dog ser vi, at investeringer klart mangler noget mere variabilitet i modellen, end det vores data viser.

⁷Produktivitet er output divideret med timer.

Denne basis model vi lige har analyseret er den simpleste form for Ramsey model, hvor vi nu har implementeret fluktueringer, så det ville i sig selv være overraskende hvis den fangede alle de primære egenskaber ved konjunktursvingninger. RBC litteraturen har siden den første reelle RBC model af [Kydland and Prescott, 1982], prøvet at implementere nye udvidelser således, at modellerne afspejler virkelige økonomier bedre, hvor en af de mere bemærkelsesværdige udvidelser til modellen er implementeringen af indivisible labor, som vi vil bygge ind i vores nuværende basis model, for at se, om det giver os et bedre model fit, med fokus på volatiliteten i arbejdsudbud, som er den primære grund til at vi vil indføre indivisible labor.

Table 2: Britisk Tidsseriedata og Basis RBC modellen

Standardafvigelser i %					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1.56	1.57	4.08	1.30	1.08
Basis RBC Model	0.65	0.20	1.63	0.35	0.32

Korrelation med output					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1	0.84	0.59	0.73	0.56
Basis RBC Model	1	0.82	0.99	0.97	0.97

4 Indivisible Labor Udvidelse

Basismodellen ovenover er modelleret således, at alt variation i arbejdskraft reflekterer justeringer langs den intensive margin, hvilket er antal timer arbejdet i en periode. Vi vil nu indføre en forlængelse til vores basismodel, sådan at justeringer i arbejdskraft i stedet afspejler justeringer langs den ekstensive margin, der fortæller om hvor mange individer der deltager i arbejdsmarkedet. At vi skifter fra at modellere den intensive margin til den ekstensive margin vil muligvis gøre, at modellen kommer til at bedre afspejle vores data, da [Blundell et al., 2011] viser, at den ekstensive margin i Storbritannien gennem tiden har fået større betydning i at forklare det overordnet arbejdsudbud, samtidig med at den intensive margin er blevet mindre betydelig gennem årene. Hvor en stor del af den positive effekt på den ekstensive margin kommer fra kvinders stigende deltagelse i arbejdsmarkedet.

4.1 Indførelse af indivisible labor antagelsen

Vi begynder med at antage det ekstreme om, at arbejdere enten kan arbejde $l_t = h$, hvor h er en positiv konstant, eller slet ikke arbejder, dvs. $l_t = 0$. Da der findes ingen 'in-between' mellem de to udfald, ender mængden, der indeholder forbrugsmuligheder, med at være ikke-konveks. Vi gør som i [Rogerson, 1988] og 'konveksificerer' mængden af forbrugsmuligheder ved at introducere et lotteri, hvor der er en sandsynlighed p_t for at arbejde $l_t = h$, og sandsynlighed $(1 - p_t)$ for at arbejde $l_t = 0$. Denne konveksificering gør det muligt, at benytte Debreu's anden sætning [Arrow and Debreu, 1954] om eksistensen for en konkurrencemæssig ligevægt⁸, og gør ligeledes modellen en del simplere at løse. Siden alle husholdninger i kontinuummet $f \in [0, 1]$ er identiske, vil de alle vælge samme sandsynlighed p_t .

4.2 Forventet nyttefunktion

Baseret på [Hansen, 1985] antager vi også, at husholdninger og virksomheder indgår en kontrakt, således at husholdninger bliver betalt for deres forventet arbejdsudbud:

$$l_t(f) = p_t h + (1 - p_t) \cdot 0 = p_t h,$$

uanset om de arbejder h eller 0 timer. Husholdning f baserer derfor deres valg ud fra deres forventet nytte:

$$\mathbb{E}_t u(c_t(f), l_t(f)) = \log c_t(f) + \frac{l_t(f)}{h} \psi \log(1 - h), \quad (10)$$

og maksimerer livstidsnytte under samme budgetbegrænsning som i basis modellen, men nu hvor $l_t(f) = p_t h$. Den tilhørende Lagrange-funktion til problemet er:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} \left[\log c_{t+\tau}(f) + \psi \frac{l_{t+\tau}(f)}{h} \log(1 - h) \right] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} [\lambda_{t+\tau} (c_{t+\tau}(f) + (1 + n) k_{t+1+\tau}(f) - (1 - \delta) k_{t+\tau}(f) - w_{t+\tau} l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau} k_{t+\tau}(f))], \end{aligned}$$

og tager vi første-ordens betingelserne får vi følgende optimalitets betingelser:

⁸Debreu's anden sætning hævder, at der eksisterer en konkurrencemæssig ligevægt, hvis der eksisterer udbud af arbejdskraft således, at de opfylder to egenskaber: (1) hver agent kan udbyde en positiv mængde af mindst én type arbejdskraft; og (2), hver type arbejdskraft har en positiv anvendelighed i produktionen af det ønsket gode i økonomien.

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t(f)} &= -\frac{\psi}{w_t h} \log(1-h) \\ \frac{1}{c_t(f)} &= \beta \mathbb{E}_t \left(\frac{1}{c_{t+1}(f)} (1 - \delta + r_{t+1}) \right).\end{aligned}$$

4.3 Indivisible labor ligevægt

Virksomhedssiden af økonomien er uændret, så vi får følgende ligningssystem der beskriver den nye model:

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t} &= -\frac{\psi}{w_t h} \log(1-h) \\ \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t} \\ w_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \\ y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\ k_{t+1} &= i_t + (1 - \delta) k_t \\ i_t &= y_t - c_t \\ \log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A\end{aligned}$$

4.3.1 Steady State Indivisible Labor

Fremgangsmetoden for at løse for steady state variablene er den samme som i basis modellen, hvor vi udtrykker alle variable som funktioner af parametrene og l_{ss} , og dernæst finder en værdi for l_{ss} så de andre variable kan identificeres. En løsning for l_{ss} i denne udvidet model er:

$$l_{ss} = -\frac{(1 - \alpha)(\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\frac{\psi}{h} \log(1-h)(\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha)}.$$

Vi benytter samme parametre som i basis modellen, så det eneste vi mangler at bestemme, er en værdi for h . Vi bestemmer h således at vores steady state værdier for arbejdskraft i begge modeller er lig hinanden:

$$\frac{(1 - \alpha)(\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi(\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha) + (1 - \alpha)(\beta^{-1} - 1 + \delta)} = -\frac{(1 - \alpha)(\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\frac{\psi}{h} \log(1-h)(\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha)},$$

hvilket giver os at $h = 0.5453$. Fordi steady state arbejdskraft nu er identisk på tværs af modellerne, ender vi med, at alle steady state værdierne også er identiske mellem de to modeller.

4.3.2 Simulering og evaluering

Vi simulerer via samme metode som i basis modellen, hvor de nye anden momenter, sammen med tidligere resultater, er angivet i Tabel 3.

Table 3: Tabel 1 plus Indivisible Labor

Standardafvigelser i %					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1.56	1.57	4.08	1.30	1.08
Basis RBC Model	0.65	0.20	1.63	0.35	0.32
Indiv. Labor	0.83	0.24	2.11	0.66	0.24

Korrelation med output					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1	0.84	0.59	0.73	0.56
Basis RBC Model	1	0.82	0.99	0.97	0.97
Indiv. Labor	1	0.80	0.99	0.97	0.80

Når vi kigger på volatiliteten af variablene fra vores udvidet model, giver den klart et bedre fit på alle dimensioner bortset fra produktivitet, som har taget et lille fald i dens afvigelse fra trenden. Hvis vi kigger på med-bevægelsen blandt variablene, er produktivitet den eneste kendelige ændring i forhold til basis modellen. Faldet i korrelationen mellem output og produktivitet skyldes primært, at arbejdsudbud har set en relativ større stigning i variabilitet end output. Hvor tæt på de statistiske egenskaber skal ligge i forhold til empirien for at kunne kalde sig selv for et yderst grundigt fit, er overvejende subjektivt, hvor vi til det kan se, at standardafvigelserne skal stige med mindst det dobbelte i alle dimensioner for at være i nærheden af de empiriske standardafvigelser. Hvortil konklusionen følger, at den udvidet model med indivisible labor gavner det overordnet fit af modellen, men trods dette, lægger den ikke til grunde for et tilstrækkeligt nok godt fit. Alligevel kan det siges at den ændring indivisible labor bringer med sig er imponerende, taget i betragtning af, at implementeringen af indivisible labor kun ændrende én ligning i modellens endelige ligningsystem.

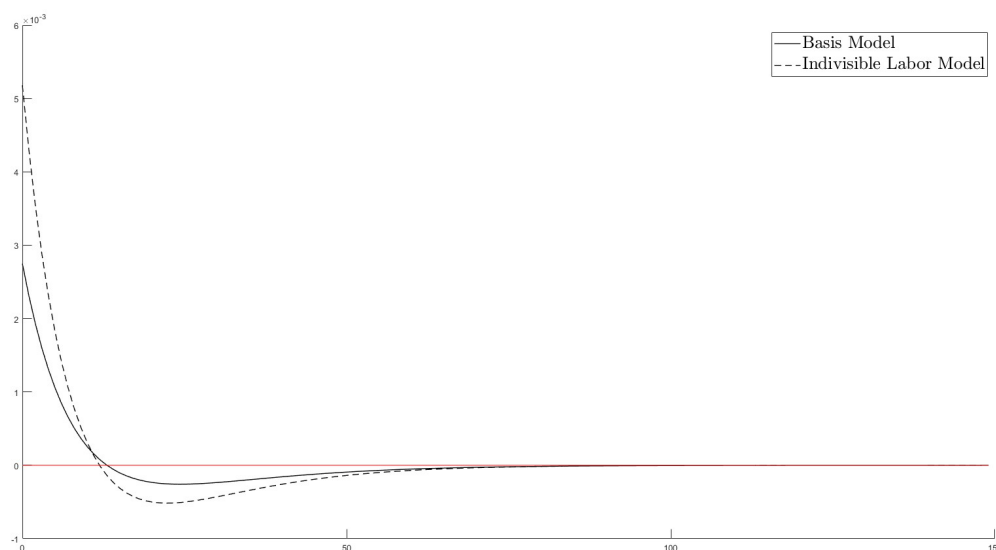


Figure 1: Sammenligning af IRF'ere for arbejdsudbud

Når man skal sammenligne to modeller og beslutte sig for hvilken af de to modeller er 'bedre', kigger man ofte på statistiske egenskaber, heraf hvilken model efterligner en rigtig økonomi mest. En anden måde at sammenligne to modeller er at kigge deres dynamiske egenskaber via en impulse response function (IRF). En IRF er en graf over reaktionen af en økonomi i steady state der bliver ramt af et shock, hvor afvigelser i økonomien er målt som en procentdel afvigelse fra steady state niveauet, og hvor andre fremtidige shocks ignoreres. I Figur 1 bliver der sammenlignet IRF'ere af arbejdsudbud fra basis modellen og indivisible labor modellen.

Vi kan i Figur 1 se grunden til, hvorfor volatiliteten i arbejdsudbud i indivisible labor modellen er større end den i basis modellen. Når shocket rammer økonomien stiger arbejdsudbuddet i den udvidet model med omkring dobbelt så meget som i basis model, og tager ligeledes et større fald efter et par perioder, hvorefter arbejdsudbuddet i begge modeller konvergerer tilbage til sit steady state med nogenlunde samme hastighed.

Som nævnt i introduktionen, var udviklingen af monetære RBC modeller en af retningerne som den grundlæggende RBC-teori lagde grund til, da der findes stærkt evidens for, at monetære shocks har reale effekter [Romer, 2018]. For at undersøge dette nærmere, vil vi nu forsøge at implementere et monetært shock til økonomien.

5 Money in The Utility Function

Før vi begynder med at introducere penge i modellen, har vi brug for belæg til, hvorfor det ville give mening rent teoretisk. I den moderne RBC litteratur er der blevet bygget modeller der, i bund og grund, beholder den samme struktur som en klassisk RBC model, men med en indbygget monetær sektor. De to primære måder at implementere penge på er: (1) Money in the Utility Function (MIU) fremgangsmåden, hvor penge er en direkte kilde til nytte, som er baseret på teorien om, at en positiv pengebeholdning gør det lettere at købe goder, hvilket vil føre til en efterspørgsel for penge [Romer, 2018]; og (2) Cash-in-Advance metoden der bygger på, at agenter skal betale for goder på forhånd med penge, der så vil føre til, at penge bliver efterspurgt på basis af, at det er den eneste kilde til at anskaffe sig goder. I denne model vil vi gøre brug af MIU fremgangsmåden.

5.0.1 Husholdningen

Vi modellerer på basis af metoden introduceret i [Sidrauski, 1967], og senere videreudviklet af [McCandless, 2008]. Lad der igen være et kontinuum af husholdninger $f \in [0, 1]$, og lad husholdning f 's per periode nyttefunktion være:

$$u\left(c_t(f), \frac{m_t(f)}{P_t}, 1 - l_t(f)\right) = \log c_t(f) + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) + \frac{l_t(f)}{h} \psi \log(1 - h) \quad (11)$$

hvor ξ er nytteparameteren for den reale pengebeholdning $m_t(f)/P_t$ relativt til forbrug. Husholdningens indkomst er, udover det de får fra virksomheder, forrige periodes pengebeholdning $m_{t-1}(f)$, og en pengeoverførsel $(\gamma_t - 1)M_{t-1}$ fra den monetære autoritet, hvor $\int_0^1 m_{t-1}(f) df = M_{t-1}$ er den samlede pengebeholdning ved tidspunkt $t - 1$. γ_t angiver brutto-væksten i den samlede pengebeholdning, der har følgende law of motion⁹:

$$\log \gamma_t = (1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^A, \quad (12)$$

hvor π er autokorrelationskoefficienten for γ_t , og ε_t^g er et $\mathcal{N} \sim (0, 1)$ i.i.d shock. Den samlede pengebeholdning udvikler sig ifølge $M_t = \gamma_t M_{t-1}$. I hver periode t kan husholdningen bruge deres indkomst på forbrug, investeringer og pengebeholdningen, og har følgende budgetbegrænsning (i reale term):

⁹Udtrykket $(1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t$ sikrer os, at γ_t har en steady state værdi på $\bar{\gamma}_t$.

$$c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta) k_t(f) + \frac{m_t(f)}{P_t} = w_t l_t(f) + r_t k_t(f) + \frac{m_{t-1}(f)}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \quad (13)$$

Husholdningen ønsker at maksimere deres livstidsnytte med ligning (13) som betingelse, hvor den tilhørende Lagrange-funktion til problemet er:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\log c_{t+\tau}(f) + \xi \log \left(\frac{m_{t+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} \right) + \frac{l_{t+\tau}(f)}{h} \psi \log(1 - h) \right] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\lambda_{t+\tau} \left(c_{t+\tau}(f) + k_{t+1+\tau}(f) - (1 - \delta) k_{t+\tau}(f) + \frac{m_{t+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} \right) \right] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\lambda_{t+\tau} \left(-w_{t+\tau} l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau} k_{t+\tau}(f) - \frac{m_{t-1+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} - \frac{(\gamma_{t+\tau} - 1) M_{t-1+\tau}}{P_{t+\tau}} \right) \right] \end{aligned}$$

Tager vi første-ordens betingelserne, får vi følgende ligninger:

$$\frac{1}{c_t(f)} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(f)} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \quad (14)$$

$$\frac{1}{c_t(f)} = -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1 - h) \quad (15)$$

$$\frac{1}{c_t(f)} = \xi \frac{P_t}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(f)} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \quad (16)$$

der sammen med ligning (13), giver os husholdningens optimalitetsbetingelser.

5.1 Ligevægt

Virksomhedsdelen af modellen er uændret fra tidligere modeller, hvilket giver anledning til følgende ligningssystem:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1-h) \\
\frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\
\frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\
w_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \\
r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t} \\
c_t + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t + \frac{M_t}{P_t} &= w_t l_t + r_t k_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \\
M_t &= \gamma_t M_{t-1} \\
y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\
\log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A \\
\log \gamma_t &= (1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^A
\end{aligned}$$

5.1.1 Ligevægt

Vi sætter $\bar{\gamma} = 1$ så $A_{ss} = \gamma_{ss} = 1$, hvor vi hertil normaliserer at $P_{ss} = 1$. Steady for r er uændret i forhold til tidligere modeller. Med vores værdi for r_{ss} kan vi finde et udtryk for w_{ss} :

$$w_{ss} = (1 - \alpha) \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}.$$

Vi kan igennem ligning (15) finde et udtryk for c_{ss} , der efterfølgende hjælper os til at finde et udtryk for M_{ss} igennem ligning (16):

$$\begin{aligned}
c_{ss} &= -w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1-h)} \\
\frac{M_{ss}}{P_{ss}} &= \xi c_{ss} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \right)^{-1}
\end{aligned}$$

For at løse for resten af steady state variablene, er målet nu, at udtrykke de resterende variable y_{ss} og k_{ss} som andele af l_{ss} , hvor vi til sidst finder en numerisk løsning for l_{ss} vha. **MATLAB**. Det sidste der mangler for at kunne løse for vores steady state, er en værdi for autokorrelationsparameteren π og en vægt for den relative nytte ved at besidde penge ξ . Vi vælger en første-ordens autokorrelation for pengeudbud på 0.56, der er baseret på den britiske M4 pengemængde, estimeret i [Fisher and Vega, 1994], og vi sætter $\xi = 0.01$, på baggrund

af, at penge gerne skal være en direkte kilde til nytte, men en mindre betydelig kilde relativt til forbrug. Steady state værdierne til modellen er angivet i Tabel 4.

Table 4: Steady State værdier for MIU udvidelsen

Variabel	c_{ss}	l_{ss}	k_{ss}	i_{ss}	r_{ss}	w_{ss}	y_{ss}	$prod_{ss}$
Steady State Værdi	0.766088	0.308551	8.7179	0.409741	0.057101	2.32165	1.21415	3.935

Steady state værdierne har ikke oplevet en stor ændring i forhold til dem fra indivisible labor modellen, hvor den eneste bemærkelsesværdige ændring er, at forbrug har steget med omkring 0.04, hvor resten af steady state værdierne nogenlunde matcher de tidligere værdier.

5.1.2 Simulering og evaluering

Til denne simulering har vi, udover vores teknologi shock, også et monetært shock, hvor vi sætter $\sigma_g = 0.0007$ som i [Harrison and Oomen, 2010]. Der bliver således genereret to shock sekvenser: $\{\varepsilon_t^A\}_{t=1}^{192}$ og $\{\varepsilon_t^g\}_{t=1}^{192}$. For at holde størrelsen af shocks konsistente på tværs af modeller, sætter vi $\sigma_A = 0.0053$, sådan at summen af standardafvigelser er 0.006. Momenterne udledt fra simuleringen er angivet i Tabel 5.

Table 5: Tabel over anden momenter fra den basale model samt nuværende udvidelser

Standardafvigelser i %					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1.56	1.57	4.08	1.30	1.08
Basis RBC Model	0.65	0.20	1.63	0.35	0.32
Indiv. Labor	0.83	0.24	2.11	0.66	0.24
MIU + Indiv. Labor	0.79	0.29	1.97	0.60	0.29

Korrelation med output					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1	0.84	0.59	0.73	0.56
Basis RBC Model	1	0.82	0.99	0.97	0.97
Indiv. Labor	1	0.80	0.99	0.97	0.80
MIU + Indiv. Labor	1	0.77	0.98	0.95	0.77

Efter indførelsen af MIU til vores indivisible labor udvidelse, ser vi ikke helt så store ændringer som var håbet for. Volatiliteten i output, investeringer og arbejdstimer er nu en del lavere end før, hvortil forbrug og produktivitet oplever en lille stigning i volatilitet. En positiv

effekt af indførelsen af MIU udvidelsen er, at korrelationerne med output generelt set nu ligger tættere på de empiriske korrelationer, bortset fra i forbrug. Vi kan på baggrund af dette konkludere, at indførelsen af MIU har forbedret model fittet marginalt.

Indtil videre kan vores generede momenter ikke tilstrækkeligt matche de empiriske momenter, og i håb om at det skal kunne lade sig gøre, vil vi tage et skridt væk fra den grundlæggende RBC-teori om fuldt fleksible priser og forsøge, at inddrage en af de nykeynesianske hovedpunkter, hvilket er rigide priser. Denne kombination er i sig selv interessant at undersøge, da vi nu forsøger at kombinere hvad der kan argumenteres for at være de to dominerende skoler, inden for den nuværende DSGE litteratur.

6 Rigide Priser

6.1 Virksomhedssiden

Vi opdeler virksomhedssektoren i to undersektorer; en første-sektor med monopolistisk konkurrence, der producerer differentieret goder; og en endelig sektor der bundler goderne fra første-sektoren til et endeligt, gode der bliver solgt på markedet. I den første sektor findes der et kontinuum af virksomheder på intervallet $j \in [0, 1]$, der producerer hver deres gode $y_t(j)$. I den endelige sektor har vi en indeks virksomhed der bundler samtlige goder $y_t(j)$ fra den første sektor til ét samlet indeks gode, Y_t [Erceg et al., 2000].

6.1.1 Den endelige sektor

Lad indeks godet have en kontinuert [Dixit and Stiglitz, 1977] form:

$$Y_t = \left(\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}, \quad (17)$$

hvor η er substitutionselasticitet mellem goderne¹⁰. Indeks virksomheden vælger den kombination af goder, der minimerer omkostningerne ved at producere y_t , via den følgende profit funktion:

$$\Pi_t^F = P_t Y_t - \int_0^1 P_t(j) y_t(j),$$

der skal minimeres under betingelsen ligning (17). Den tilhørende Lagrange-funktion til minimerings-problemet er:

¹⁰ $\frac{\eta}{\eta-1}$ er det niveau af markup der eksisterer i den første sektor.

$$\mathcal{L}^F = P_t Y_t - \int_0^1 P_t(j) y_t(j) - \mu_t^F \left\{ Y_t - \left(\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \right\}$$

Vi minimerer mht. Y_t og $y_t(j)$, hvilket giver os de følgende første-ordens betingelser:

$$\begin{aligned} 0 &= P_t - \mu_t^F \\ 0 &= -P_t(j) + \mu_t^F \frac{\eta}{\eta-1} \left[\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \frac{\eta-1}{\eta} y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}-1}, \end{aligned}$$

der kan kombineres til at give os et udtryk for efterspørgslen på gode j :

$$y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t \quad (18)$$

Vi indsætter dette udtryk i ligning (17) og isolerer for P_t , for at finde pris funktionen for indeks godet:

$$P_t = \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (19)$$

6.1.2 Første-sektoren

Hver virksomhed j tager input $k_t(j)$ og $l_t(j)$, og spytter et output $y_t(j)$ ud via en Cobb-Douglas produktionsfunktion med samme egenskaber som tidligere modeller:

$$y_t(j) = k_t^\alpha(j) (A_t l_t(j))^{1-\alpha}, \quad (20)$$

hvor faktor priserne w_t og r_t bliver taget som givet, som i et marked med fuldkommen konkurrence. Firma j ønsker at minimere de samlede omkostningerne ved produktionen af gode j :

$$TC(j) = r_t k_t(j) + w_t l_t(j), \quad (21)$$

under betingelsen ligning (20). Lagrange-funktionen til dette problem er:

$$\mathcal{L}^M = r_t k_t(j) + w_t l_t(j) - \mu_t^M \{ k_t^\alpha(j) (A_t l_t(j))^{1-\alpha} - y_t(j) \},$$

hvor Lagrange-multiplieren μ^F skal fortolkes som værende virksomhedens marginale omkostninger. Ved at differentiere mht. $k_t(j)$ og $l_t(j)$ får man følgende betingelser:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t^M \alpha k_t^{\alpha-1} (A_t l_t(j))^{1-\alpha} \\ w_t &= \mu_t^M (1-\alpha) k_t^\alpha(j) A_t^{1-\alpha} l_t^{-\alpha}(j), \end{aligned}$$

der samles for at give os betingelsen for marginale omkostninger:

$$\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} = \frac{l_t(j)}{k_t(j)} \quad (22)$$

Ved at substituere betingelsen for marginale omkostninger tilbage i produktionsfunktion, finder vi frem til efterspørgselsfunktionerne for $k_t(j)$ og $l_t(j)$:

$$l_t(j) = A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^\alpha y_t(j), \quad k_t(j) = A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha-1} y_t(j)$$

—

Et alternativt udtryk for virksomhed j 's marginale omkostninger i reale termer, der vil blive nyttigt senere, er¹¹:

$$MC_t = \frac{w_t}{(1-\alpha)} A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^\alpha \quad (23)$$

Da alle virksomheder på intervallet j tager faktor priserne som givet, og har identisk teknologi-faktor, vil alle virksomheder stå overfor samme marginale omkostninger.

—

Vi introducerer nu Calvo pricing, som er det der giver anledning til mekanismen, der 'sløver' prisernes fleksibilitet, hvor vi tager udgangspunkt i fremgangsmetoden i [Calvo, 1983], og den senere videreudviklet metode i [Yun, 1996]. Lad der i hver periode være en eksogent bestemt sandsynlighed $1-\theta$ for, om en virksomhed kan ændre deres pris $P_t(j)$, eller om næste periodes pris er lig med nuværende periodes pris¹², dvs. $P_{t+1}(j) = P_t(j)$, med sandsynlighed $\theta \in (0,1)$. Yderligere, lad sandsynligheden for at være ude af stand til at ændre priser for τ perioder være θ^τ , således at mængden af virksomheder med fleksible priser vil stige efter hver periode¹³. I tidspunkt t kender virksomhederne til sandsynlighed for, at de vil være ude af stand til at ændre deres priser for $t+\tau$ perioder, så de fastsætter en **reset** pris $\tilde{P}_t(j)$

¹¹Findes ved at substituere ind for begge faktor efterspørgselsfunktioner i virksomhedens omkostningsfunktion, hvor man derefter omskriver omkostningsfunktionen til at være y_t ganget med et udtryk, hvor dette udtryk angiver de marginale omkostninger.

¹²Fordi samtlige (første-sektor) virksomheder befinder sig på et kontinuum med masse 1, kan $1-\theta$ fortolkes som andelen af virksomheder der har fleksible priser. Den økonomiske teori bag denne mekanisme er, at der findes en andel af virksomheder med stor nok markedskraft til at fastsætte sine egne priser.

¹³Når vi lader $t \rightarrow \infty$, går $\theta \rightarrow 0$. Dvs. på langsiget vil priser være fuldt fleksible, som i et standard RBC framework.

i tidspunkt t , der maksimerer den forventede profit, indtil det tidspunkt hvor de igen kan fastsætte en ny pris.

Profit funktionen i reale termer for virksomhed j er:

$$\frac{\Pi_t(j)}{P_t} = \frac{P_t(j)}{P_t} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t - \mu_t^M \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t, \quad (24)$$

hvor vi har substitueret ind for ligning (18). Virksomheden maksimerer over deres forventede profit:

$$\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \left[\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \right)^{-\eta} Y_{t+\tau} - \mu_{t+\tau}^M \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \right)^{-\eta} Y_{t+\tau} \right],$$

indtil de igen kan gensætte en ny pris i en fremtidig periode $t + \tau$. Vi tager den afledte mht. $\tilde{P}_t(j)$, og isolerer for $\tilde{P}_t(j)$, for at få finde frem til følgende udtryk:

$$\tilde{P}_t \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} = \frac{\eta}{\eta - 1} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^{\eta+1} Y_{t+\tau}, \quad (25)$$

hvor $\Psi_{1,t} = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau}$ og $\Psi_{2,t} = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^{\eta+1} Y_{t+\tau}$. \tilde{P}_t angiver den pris en virksomhed, der har fleksible priser i tidspunkt t , vil fastsætte¹⁴. Da det generelt er besværligt at arbejde med uendelige summer, omskriver vi $\Psi_{1,t}$ og $\Psi_{2,t}$ til at være funktioner, der kalder på sig selv [Mutschler, 2022]:

$$\Psi_{1,t} = P_t^\eta Y_t + \theta\beta \Psi_{1,t+1} \quad (26)$$

$$\Psi_{2,t} = \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \theta\beta \Psi_{2,t+1} \quad (27)$$

For at finde betingelsen for, hvordan priser bliver fastsat, tager vi ligning (19) og omskriver den, for at få det følgende udtryk:

$$1 = \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj$$

Vi deler nu intervallet j op i to dele: en del for virksomheder der har fleksible priser Γ_1 , og en del for dem uden, Γ_2 :

¹⁴Fordi ingen af termene afhænger af j , betyder det, at alle virksomheder med fleksible priser vil sætte samme pris, og vi kan tillade os at fjerne j notationen fra \tilde{P}_t .

$$1 = \int_{\Gamma_1} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj + \int_{\Gamma_2} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj$$

Da vi kender til andelen af virksomheder med og uden fleksible priser, kan vi regne os frem til følgende prisfastsættelsesbetingelse:

$$1 = (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\eta} \quad (28)$$

Fordi der er pris rigiditet i økonomien, eksisterer der en form for inefficiens således, at det samlede udbud Y_t ikke nødvendigvis er lig det samlede output y_t . Vi definerer nu en ny variabel $P_t^* \leq 1$ som angiver forskellen mellem de individuelle virksomheders priser, og den overordnede pris i økonomien:

$$P_t^* = (1 - \theta) \tilde{P}_t^{-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{-\eta} P_{t-1}^*, \quad (29)$$

der giver os mulighed for at definere samlet udbud som:

$$P_t^* Y_t = \int_0^1 y_t(j) dj. \quad (30)$$

Til sidst har vi, at den samlede profit for første-sektor virksomheder, ϑ_t , er givet ved:

$$\vartheta_t = Y_t - \mu_t^M y_t \quad (31)$$

6.2 Ligevægt

Husholdningssiden er uændret, så hele økonomien kan karakteriseres ud fra følgende ligningssystem:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1 - h) \\ \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ \frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\ c_t + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t + \frac{M_t}{P_t} &= w_t l_t + r_t k_t + \vartheta_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 &= (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\eta} \\
\tilde{P}_t \Psi_{1,t} &= \frac{\eta}{\eta - 1} \Psi_{2,t} \\
\Psi_{1,t} &= P_t^\eta Y_t + \theta \beta \Psi_{1,t+1} \\
\Psi_{2,t} &= \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \theta \beta \Psi_{2,t+1} \\
\frac{Y_t}{P_t^*} &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\
P_t^* &= (1 - \theta) \tilde{P}_t^{-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{-\eta} P_{t-1}^* \\
Y_t &= c_t + i_t \\
\frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \frac{r_t}{w_t} &= \frac{l_t}{k_t} \\
M_t &= \gamma_t M_{t-1} \\
\vartheta_t &= Y_t - \mu_t^M y_t \\
\log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A \\
\log \gamma_t &= (1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g
\end{aligned}$$

6.2.1 Steady State

Som før, sætter vi $\bar{\gamma} = 1$ så $A_{ss} = \gamma_{ss} = 1$. Ligeledes er steady state værdien for r igen uændret i forhold til tidligere modeller. Ligningerne (28) og (29) giver os at $P_{ss} = P_{ss}^* = \tilde{P}_{ss}$, hvor vi igen normaliserer at $P_{ss} = 1$. Dette resultat indsætter vi i ligning (25), for at få følgende:

$$w_{ss} = \left(\frac{(\eta - 1)(1 - \alpha)}{\eta A_{ss}^{\alpha-1}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{\alpha}{(1 - \alpha) r_{ss}} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.$$

Ligningerne (15) og (16) giver os henholdsvis steady state for c og M :

$$c_{ss} = -w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1 - h)}, \quad M_{ss} = c_{ss} (1 - \beta)^{-1} \xi P_{ss}$$

Og fra ligning (31) får vi:

$$\vartheta_{ss} = \frac{y_{ss}}{\eta},$$

som vi indsætter i ligning (13), sammen med de andre steady state værdier, for at finde et udtryk for y_{ss} :

$$y_{ss} = -\frac{w_{ss}h}{\psi \log(1-h) \left\{ w_{ss} \left[\frac{r_{ss}(1-\alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^\alpha + \frac{1}{\eta} - (\delta - r_{ss}) \left[\frac{r_{ss}(1-\alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^{\alpha-1} \right\}}.$$

Da vi nu har en værdi for y_{ss} , er det muligt at identificere l_{ss} , k_{ss} , $\Psi_{1,ss}$ og $\Psi_{2,ss}$:

$$\begin{aligned}\Psi_{1,ss} &= P_{ss}^\eta Y_{ss} (1 - \theta\beta)^{-1} \\ \Psi_{2,ss} &= \mu_{ss}^M P_{ss}^{\eta+1} Y_{ss} (1 - \theta\beta)^{-1} \\ l_{ss} &= \left[\frac{r_{ss}(1-\alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^\alpha y_{ss} \\ k_{ss} &= \left[\frac{r_{ss}(1-\alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^{\alpha-1} y_{ss}\end{aligned}$$

6.2.2 Kalibrering af nye parametre

Det sidste der mangler, for at finde det komplette steady state for økonomien er en værdi for andelen af virksomheder uden fleksible priser θ , en værdi for substitutionselasticiteten η og en ny re-kalibreret værdi for ψ , så arbejdsudbud er omtrent 0.308, som i de andre modeller. For θ bruger vi værdien $1/2$, og vi lader η være lig 9, som er samme værdi som bliver brugt i [Galí, 2015]. Til sidst sætter vi ψ til at være 2.08445. Steady state værdierne for modellen er angivet i Tabel 4. Det skal bemærkes, at steady state værdierne i Tabel 6 er tilsvarende et steady state prisniveau på 1, der giver os en steady state for M_{ss} , tilsvarende prisniveauet. Skulle der komme et shock til økonomien vil prisniveauet ikke nødvendigvis falde tilbage til sit originale steady state niveau, men hellere konvergere til en ny steady state pris, hvor resten af modellens steady state variable, ligeledes langsomt konvergerer til et nyt steady state der er baseret på denne nye steady pris. Dette forekommer fordi M_t er en unit-root proces. P_{ss} kan derfor ses som en skalerende faktor til det overordnede steady state niveau af økonomien.

Table 6: Steady state værdier i modellen med MIU og Calvo pricing

Variabel	c_{ss}	l_{ss}	k_{ss}	i_{ss}	r_{ss}	w_{ss}	y_{ss}	$prod_{ss}$
Værdi	0.788653	0.308917	7.42626	0.349034	0.057101	1.97533	1.13769	3.68282

Da vi implementerede MIU antagelsen i vores indivisible labor model, skete der ikke store ændringer i de endelige steady state værdier. Nu ser vi til gengæld, at steady state værdierne har væsentligt ændret sig, efter indførelsen af rigide priser. En af de store ændringer er, at steady state kapital har ændret sig fra 8.7 til 7.4, hvilket skyldes faldet i investeringer.

Lønraten har også oplevet et fald, hvor vi på den anden side ser, at forbrug har oplevet en mindre stigning på omkring 0.2. Som det ser ud, har indførelsen af rigide priser tvunget husholdninger til at reducere deres investeringer for at holde forbruget oppe, som en følge af faldet i lønraten.

6.2.3 Simulering og evaluering

For at få et bedre indblik i effekten af de individuelle udvidelser, vil der også blive tilføjet anden momenter fra en selvstændig MIU model samt momenterne fra den seneste tabel. De følgende momenter er angivet i Tabel 7.

Table 7: Tabel med anden momenter fra alle modeller

Standardafvigelser i %					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1.56	1.57	4.08	1.30	1.08
Basis RBC Model	0.65	0.20	1.63	0.35	0.32
Indiv. Labor	0.83	0.24	2.11	0.66	0.24
MIU	0.63	0.23	1.55	0.33	0.34
MIU + Indiv. Labor	0.79	0.29	1.97	0.60	0.29
MIU + Indiv. Labor + Sløve Priser	2.34	0.55	7.19	4.09	4.79

Korrelation med output					
Serie	Output	Forbrug	Investeringer	Timer	Produktivitet
Data	1	0.84	0.59	0.73	0.56
Basis RBC Model	1	0.82	0.99	0.97	0.97
Indiv. Labor	1	0.80	0.99	0.97	0.80
MIU	1	0.78	0.98	0.95	0.95
MIU + Indiv. Labor	1	0.77	0.98	0.95	0.77
MIU + Indiv. Labor + Sløve Priser	1	0.42	0.99	-0.04	0.52

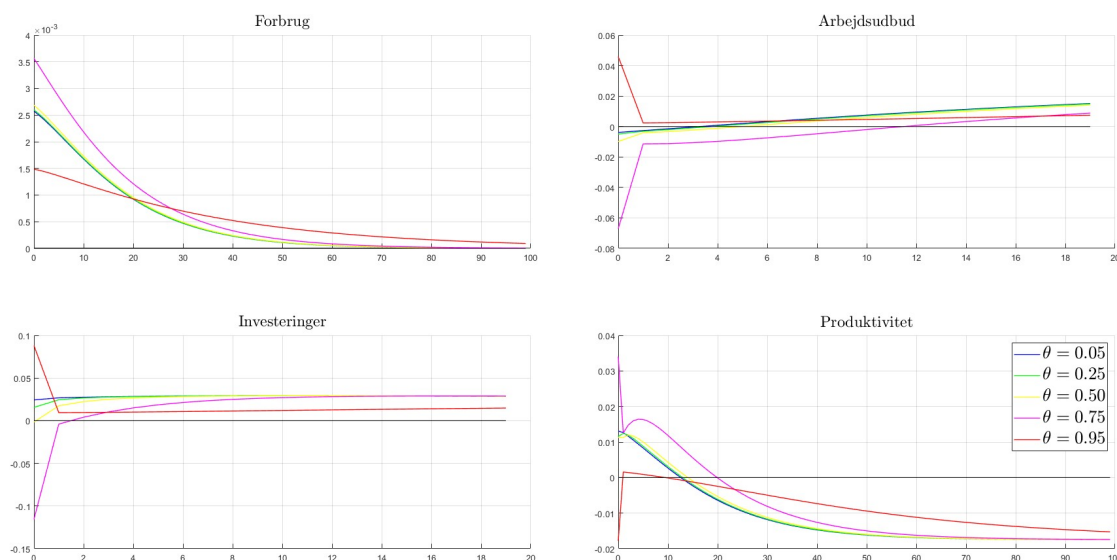
Vi ser at den selvstændige MIU model generelt set ligger dårligere til at matche de empiriske momenter end modellen med indivisible labor, og ligger tæt med basis modellen i model fit. MIU modellens volatilitet i output tager et lille dyk, hvortil volatiliteten af forbrug stiger marginalt sammenlignet med basis modellen. Investeringer i MIU modellen er også beregnet til at have lavere volatilitet end basis modellen, hvor dette kan skyldes at vi har indført penge

som et nyt gode i modellen, så husholdningerne har flere goder at sprede deres indkomst ud over. Ligeledes er der et fald i timer og en stigning i produktivitet, sammenlignet med basis modellen. Små ændringer der til sammen ikke ville kunne sige at gavne den empiriske vurdering af modellen. Spørgsmålet er så, om hvorvidt størrelsen af vores shock har været korrekt sat, i den forstand, at vi har reduceret størrelsen af shocket i teknologi da vi indførte det monetære shock, for at holde størrelsen af shocks konsistent med basis modellen. Vi ser, at når vi tilføjer antagelsen om indivisible labor til MIU modellen er effekten, at det gavner volatiliteten i alle dimensioner bortset fra produktivitet, ligesom da vi tilføjede indivisible labor til basis modellen, hvilket ligger op til, at indivisible labor antagelsen formodentligt altid vil være nyttig at implementere i en RBC model.

Hvis vi nu vender blikket over til den endelige model, hvor vi har kombineret samtlige udvidelser i opgaven, er det klart at modellen er særdeles mere følsom overfor shocks end tidligere modeller. Som sagt har vi holdt størrelsen af shocks konsistente med basis modellen, så den store stigning i volatilitet kan siges at skyldes den ekstra kompleksitet mellem variablene i modellen, som Calvo priser medbringer sig. Hvis vi sammenligner de simulerede momenter med de empiriske momenter, ser vi, at modellen overvurderer volatiliteten i output kontra tidligere modeller der gav et undervurderende resultat. Dertil ligger modellen i samme bås som tidligere modeller i at undervurdere volatiliteten af forbrug, hvor den dog ligger tættere på det empiriske resultat sammenlignet med de tidligere modeller. Den dimension hvor vi uden tvivl ser højest ændring i volatilitet er investeringer, hvilket kan baseres på, at investeringer reagere voldsomt på både pengemængde og prisniveau, hvilket en stor del skyldes, at husholdninger 'on-impact' substituerer investeringer ud med forbrug. Derudover overvurderer modellen også volatiliteten i arbejdsudbud samt produktivitet sammenlignet med empirien. Hvad angår de cykliske egenskaber af den endelige model, har forbrug taget et stort fald i dens korrelation med forbrug, hvilket forværrer fittet af modellen, og ligeledes ser vi nu, at timer har et marginalt kontracyklisk forhold til output. Fordi den endelige model indeholder rigide priser, er det vanskeligt at få en konsistent sammenligning med tidligere model der rummer fleksible priser, grundet parameteren θ , der væsentligt kan ændre følsomheden af vores variable alt efter dens bestemte værdi.

I Figur 2 er der opstillet IRF'ere af fire variable med forskellige værdier for θ . IRF'erne er summen af de individuelle IRF'ere fra shocks til teknologi og penge. Dette er en egenskab der følger af, at modellen er blevet lineariseret.

For en θ værdi på 0.75, der er en standard værdi benyttet inden for litteraturen f.eks. i [Galí, 2015], får vi at både investeringer og arbejdsudbud on-impact reagerer relativt negativt

Figure 2: Joint-IRFere med forskellige værdier af θ

sammenlignet med andre θ værdier, efterfulgt af et skarpt hop. Noget overraskende ved valg af θ er, at hvis vi øger andelen af virksomheder uden fleksible priser med 20%-point, hvor $\theta = 0.95$, ser vi den omvendte effekt, hvor investeringer og arbejdsudbud reagerer positivt til shocks. En θ værdi på 0.05, hvor vi lægger tæt på at have fuldt fleksible priser samt θ værdier på 0.25 og 0.50, giver derimod anledning til pæne jævne IRF-kurver. Det tyder ud fra dette på, at man skal være påpasselig med valget af θ , hvis målet er, at den overordnede volatilitet af modellen ikke skal eksplodere.

Et yderligere resultat fra modellen der er værd at kigge på, er forskellen i korrelationer med output mellem de to individuelle shocks, angivet i Tabel 8. De forskelle i korrelationer man bør lægge mærke til, er den store forskel i forbrug, og det skiftende fortegn i korrelationen mellem timer og output. Et monetært shock til økonomien vil give anledning til en stærkere procyklisk adfærd af forbrug, og en kontracyklisk bevægelse fra arbejdsudbud, der ellers viser med-bevægelighed med output, i eftervirkningen af et teknologi shock. Som nævnt tidligere, giver linearisering af en model den mulighed, at den samlede IRF er summen af de individuelle IRF'ere. Dette resultat vil i så fald danne et spillerum hvori man kan mixe og matche mellem størrelserne på de to shocks, for at opnå kunstige korrelationer med output, der matcher empirien godt.

Den endelige model, der er parametriseret ligesom tidligere modeller for sammenligningens

Table 8: Korrelation med output for de to shocks i den endelige model

Korrelation med output m. $\theta = 0.5$		
	Teknologi shock, $\sigma_A = 0.0053$	Monetært shock, $\sigma_g = 0.0007$
Output	1	1
Forbrug	0.13	0.52
Investeringer	0.99	0.98
Timer	0.16	-0.10
Produktivitet	0.35	0.62
Pris	-0.13	-0.43
Rente	0.26	0.11
Lønrate	0.13	0.52

skyld, matcher generelt de empiriske momenter dårligt. Modellen har til gengæld potentiale for at give et godt model fit, hvis man forsøger at mixe og matche mellem størrelserne på de to shocks, og ligeledes kan man ændre på parameteren θ , for at se, om det ville gavne det overordnet fit af modellen.

7 Diskussion

Igennem hele opgaven har der bevidst ikke været fokus på kapital, hverken i vurderingen af modellernes fit eller i dynamikken som følge af et shock. Hvor der til dette er to hovedsalige grunde. Den første grund er, at det er vanskeligt at finde gode målinger på det samlede britiske kapitalapparat der rækker langt nok tilbage i årene. Den anden grund, er gåden om hvorvidt kapital egentlig har relevans når det drejer sig om at forklare konjunktursvingninger, eller om man blot burde udelade kapital i forklaringen om konjunktursvingninger. Hvor der i denne opgave er blevet truffet et valg om at undlade at inddrage kapital, når modellerne blev empirisk vurderet. Dette valg i sig selv kan siges at være efterfulgt af nogle ulemper. En af ulemperne er, at de empiriske vurderinger af modellerne ikke er fuldstændige da de ikke tager hensyn til kapital, som muligvis ville være et vigtigt aspekt i at vurdere fittet af en model. F.eks. viser [Burnside et al., 1995] at udnyttelsesgraden af kapital er overvældende procyklisk. Der er i vores modeller ikke implementeret en mekanisme til at forklare udnyttelsesgraden af kapital, men den tætteste proxy vi kommer på dette, er om kapital er stigende eller faldende. Det ville i så fald være relevant til model vurderingen om hvorvidt kapital er stigende eller faldende, når output stiger.

I alle modellerne har størrelsen på de shocks der skulle skabe fluktueringer bevidst været holdt

konstant, med målet om så vidt muligt at skabe et jævnt niveau på tværs af modellerne, for at kunne danne en nogenlunde præcis sammenligning. Allerede fra basis modellen så vi at de kunstige momenter lå langt under de empiriske momenter, hvor man ud fra dette kunne forsøge at øge størrelsen på shocket eller dens standardafvigelse, for at tvinge de kunstige momenter tættere på empirien. Men om dette ville være acceptabelt inden for litteraturen er tvivlsomt, da man kort sagt vælger først at afvige fra empirien, for derefter at komme empirien tæt, i form af et bedre model fit. Dog er der diskussioner inden for litteraturen om netop den metode der bliver benyttet til at kalibrere vores teknologi shock, der er baseret på Solow-residualen. Diskussionerne er om hvorvidt det er en pålidelig metode til at måle produktivitet, da artikler viser, at Solow-residualen kan forecastes ud fra militært forbrug, der sandsynligvis ikke burde påvirke produktivitet [Andreasen, 2023], og at Solow-residualen forudsætter en teknologisk tilbagegang på omkring 35%, hvilket er yderst usandsynligt. En alternativ metode der er blevet foreslået af [Burnside et al., 1996] til at måle produktivitet, er at benytte virksomheders forbrug af elektricitet som en proxy, for graden af udnyttelsen af den samlede kapital, hvor der bliver estimeret en lavere standardafvigelse af teknologi shocket, en hvad Solow-residualen estimerer.

Hvis man kombinerede de to ovennævnte udvidelser, hvor man benytter virksomheders forbrug af elektricitet som en proxy for udnyttelsesgraden af kapital, og fandt frem til, at det ville gavne det overordnede fit af modellen, ville det være foretrukket at indføre dem. Dette ville i så fald øge kompleksiteten af modellen, men dertil føre til, at mængden af personer, med tilstrækkeligt nok kendskab til at forstå modellen, vil falde. Dette er et af dilemmaerne ved modellering, hvor det er vanskeligt at finde et "sweet spot" mellem simplicitet og relevans, i den forstand, at relevans er om hvorvidt en model inkluderer de mest tilstrækkelige komponenter, der skal være lette nok at forstå, til at blive benyttet for at foretage økonomiske beslutninger. Dette kan føres videre til diskussion om, hvorvidt det er nok at betegne en model til at være et godt fit, når blot de kunstige momenter matcher de empiriske momenter, eller om selve modellens dynamik også gerne skal nogenlunde kunne afspejle, hvordan en reel økonomi ville bevæge sig på, før en model kan siges at være et godt fit. F.eks. viser [Rotemberg and Woodford, 1996], at en basis RBC-model ikke har de samme dynamiske træk som en reel økonomi hvad angår forbrug, arbejdsudbud og output. En rigtig økonomi er en yderst kompleks maskine der formodentligt ville være umulig fuldstændig at modellere, så det er måske ikke overraskende, at en simpel RBC-model ikke fanger alle karakteristika ved en rigtig økonomi. Der diskuteres blandt økonomer om hvad man bør og ikke bør inkludere i en model for at den kan siges at være tilstrækkelig, og den diskussion vil

antageligvis fortsætte langt ud i fremtiden.

8 Konklusion

Formålet med denne opgave var om hvorvidt bestemte retninger der har udspillet sig fra den basale RBC-model, hjælper til at forbedre den empiriske vurdering af modellen, eller rettere sagt, hvor godt udvidelserne gavner i at matche de kunstige momenter med de empiriske momenter. Opgaven begynder med en introduktion af den basale RBC-model, hvor den eneste kilde til fluktueringer er gennem teknologiske shocks til økonomien. Der blev teoretisk løst for ligningssystemet der karakteriserer modellen, og derefter blev der foretaget en simulering af modellen med et 1 standardafvigelse shock, for at finde frem til dens anden momenter. De kunstige momenter for variablene: output, forbrug, investeringer, timer og produktivitet blev sammenlignet med empiriske momenter fra britisk data, hvor det viste sig, at den basale RBC-model var utilstrækkelig i at efterligne de statistiske egenskaber af empirien, hvor fællesnævneren var, at de kunstige momenter fremviste en volatilitet der var klart lavere end det i dataet. Dernæst, med formålet om at forbedre modellens fit, især på arbejdsudbudsdimensionen, blev indivisible labor udvidelse implementeret i modellen, hvor resultatet af dette var, at den overordnet empiriske vurderingen af modellen nu var blevet forbedret, men hvor modellen stadigvæk ikke var tilstrækkelig i at efterligne de britiske momenter, da volatiliteten af den kunstige økonomi igen lå lavere end empiriens volatilitet.

To bemærkelsesværdige retninger som har udsprunget sig fra den originale RBC-skole er implementeringen af en monetær sektor, da nogle økonomer hævder, at monetær politik spiller en rolle i at forklare konjunktursvingninger. Hvor den anden retning er den nykeynesianske skole, der er gået tilbage til rødderne om, at der eksisterer frktioner i markedet, således at priser og lønningerne ikke er fuldt fleksible. Formålet bag udviklingen af disse retninger var af den årsag, at den originale RBC ikke matchede de empiriske godt nok på flere dimensioner. Så for at undersøge nærmere om, hvorvidt disse retninger kan gøre gavn for den overordnede model fit, vælger vi at modellere en monetær sektor og rigide priser ind i basis modellen, sammen med antagelsen om indivisible labor. Rigide priser blev implementeret via Calvo-metoden, hvor der hver periode er en andel af virksomhed med og uden fleksible priser. Den endelige model indeholder således to kilder til fluktueringer: gennem et teknologi og monetært shock. Implementeringen af en monetær sektor og rigide priser gav os det omvendte resultat af det tidligere modeller viste, idet de kunstige momenter

nu fremviser en for høj volatilitet over hele linjen bortset fra forbrug, som stadig kræver mere volatilitet. Dertil bliver der vurderet, at den endelige model, ligesom tidligere modeller, også er utilstrækkelig i at matche momenterne fra det britiske data. Et interessant resultat fra den endelige model er, at variablene forbrug og arbejdsudbud viser væsentlige forskellige korrelationer til output alt efter hvilket af de to shocks der rammer økonomien. Ligeledes er modellens dynamik særdeles følsom overfor hvor stor en andel af virksomheder der kan ændre deres priser, hvilket giver anledning til, at man potentielt kan mixe og matche størrelserne af de to shocks, sammen med valget af virksomheder med fleksible priser, for at finde frem til et bedre empirisk match for modellen, end det der bliver fundet frem til i opgaven.

De udvidelser der er blevet fremvist i denne opgave, er blot en lille del af hele RBC litteraturen, der i sig selv også blot er en lille del af den overordnede litteratur vis mål er at udvikle og forbedre modeller, og øge kendskabet til hvordan økonomien som helhed fungerer, der i sidste ende forhåbentligt kommer til at gavne den økonomiske beslutningstagning.

References

- [Andreasen, 2023] Andreasen, M. M. (2023). 3505: Macro 1 - fall 2023. rbc model - part d.
- [Arrow and Debreu, 1954] Arrow, K. J. and Debreu, G. (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 265–290.
- [Blundell et al., 2011] Blundell, R., Bozio, A., and Laroque, G. (2011). Labor supply and the extensive margin. *American Economic Review*, 101(3):482–486.
- [Burnside et al., 1996] Burnside, A. C., Eichenbaum, M. S., and Rebelo, S. T. (1996). Sectoral solow residuals. *European Economic Review*, 40(3-5):861–869.
- [Burnside et al., 1995] Burnside, C., Eichenbaum, M., and Rebelo, S. (1995). Capital utilization and returns to scale. *NBER macroeconomics annual*, 10:67–110.
- [Calvo, 1983] Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of monetary Economics*, 12(3):383–398.
- [Dixit and Stiglitz, 1977] Dixit, A. K. and Stiglitz, J. E. (1977). Monopolistic competition and optimum product diversity. *The American economic review*, 67(3):297–308.
- [Erceg et al., 2000] Erceg, C. J., Henderson, D. W., and Levin, A. T. (2000). Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of monetary Economics*, 46(2):281–313.
- [Fisher and Vega, 1994] Fisher, P. G. and Vega, J. L. (1994). *An empirical analysis of M4 in the United Kingdom*. Banco de España. Servicio de Estudios.
- [Galí, 2015] Galí, J. (2015). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework and its applications*. Princeton University Press.
- [Hansen, 1985] Hansen, G. D. (1985). Indivisible labor and the business cycle. *Journal of monetary Economics*, 16(3):309–327.
- [Harrison and Oomen, 2010] Harrison, R. and Oomen, O. (2010). Evaluating and estimating a dsge model for the united kingdom.

- [Hodrick and Prescott, 1997] Hodrick, R. J. and Prescott, E. C. (1997). Postwar us business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, credit, and Banking*, pages 1–16.
- [King and Rebelo, 1999] King, R. G. and Rebelo, S. T. (1999). Resuscitating real business cycles. *Handbook of macroeconomics*, 1:927–1007.
- [Kydland and Prescott, 1982] Kydland, F. E. and Prescott, E. C. (1982). Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1345–1370.
- [Lucas Jr, 1976] Lucas Jr, R. E. (1976). Econometric policy evaluation: A critique. In *Carnegie-Rochester conference series on public policy*, volume 1, pages 19–46. North-Holland.
- [McCandless, 2008] McCandless, G. (2008). *The ABCs of RBCs: An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*. Harvard University Press, Cambridge.
- [Mutschler, 2022] Mutschler, W. (2022). Algebra of new keynesian models.
- [Office for National Statistics, 2023a] Office for National Statistics, . (2023a). Labour costs and labour income, uk.
- [Office for National Statistics, 2023b] Office for National Statistics, . (2023b). Time use in the uk: March 2023.
- [Rogerson, 1988] Rogerson, R. (1988). Indivisible labor, lotteries and equilibrium. *Journal of monetary Economics*, 21(1):3–16.
- [Romer, 2018] Romer, D. (2018). *Advanced macroeconomics, 5e*. McGraw-Hill Companies, Inc.
- [Rotemberg and Woodford, 1996] Rotemberg, J. J. and Woodford, M. (1996). Real-business-cycle models and the forecastable movements in output, hours, and consumption. *The American Economic Review*, pages 71–89.
- [Sidrauski, 1967] Sidrauski, M. (1967). Rational choice and patterns of growth in a monetary economy. *The American Economic Review*, pages 534–544.
- [Yun, 1996] Yun, T. (1996). Nominal price rigidity, money supply endogeneity, and business cycles. *Journal of monetary Economics*, 37(2):345–370.

9 Appendix

9.1 Deklaration for anvendelse af Generativ Kunstig Intelligens (GAI) i afsluttende projekt

Deklaration for anvendelse af Generativ Kunstig Intelligens (GAI) i afsluttende projekt

Navn/e: Sune Grøn Pedersen

Studienummer/-numre: 202104950

Opgavetitel: Evaluering af RBC- og Nykeynesiansk modelleringsmetoder med henblik på britisk data

☒ **Jeg/vi har IKKE benyttet generativ kunstig intelligens til udfærdigelse af dette projekt** (sæt kryds)

☐ **Jeg/vi har benyttet generativ kunstig intelligens til udfærdigelse af dette projekt** (sæt kryds). List hvilke GAI-værktøjer, der er benyttet (husk version):

9.2 Appendix: Basis RBC Modellen

Model Introduktion

Vi tillader os at udelukkende vkst i befolkningstal og teknologi, p baggrund af, at det primre formål med opgaven er, at vurdere forskellige modellerne fit.

Husholdningsiden

Lad der være et kontinuum $f \in [0, 1]$ af evigtvarende identiske husholdninger. Husholdningerne ejer samtligt kapital i økonomien og udlejer det til virksomheder til renten r_t . Det tager tid at 'bygge' nyt kapital, således at husholdning f forudbestemmer mængden af kapital til tidspunkt $t + 1$ i tidspunkt t via:

$$k_{t+1}(f) = i_t(f) + (1 - \delta)k_t(f),$$

hvor δ er en konstant afskrivningsrate, $k_t(f)$ er kapital, og $i_t(f)$ er investeringer for husholdning f p tidspunkt t . Udover dette udbyder husholdningen også sin arbejdskraft til virksomhederne, der bliver belønnet med lønraten w_t . Husholdningen kan i periode t fordele deres midler p forbrug og investeringer, og har derfor følgende budgetbegrænsning:

$$\begin{aligned} c_t(f) + i_t(f) &\leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f) \\ c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta)k_t(f) &\leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f) \end{aligned}$$

Husholdningens per periode nyttefunktion er givet ved:

$$u(c_t(f), l_t(f)) = \log c_t + \psi \log(1 - l_t),$$

hvor $c_t(f)$ er forbrug, $l_t(f)$ er udbudt arbejdskraft, og ψ er disutility parameteren ved at arbejde (eller utility parameteren for fritid). Tid per periode er normaliseret til 1, således at fritid, eller leisure, er $1 - l_t$. Husholdning j maksimerer over deres livtidsnytte:

$$\max_{\{c_t, l_t, k_{t+1}\}} U^j = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau u(c_{t+\tau}(f), l_{t+\tau}(f)),$$

under betingelsen:

$$c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta)k_t(f) \leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f),$$

hvor $\beta \in (0, 1)$ er den subjektive diskonteringsfaktor. Den tilhørende Lagrange-funktion til

maksimeringsproblemet er:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} [\log c_{t+\tau}(f) + \psi \log(1 - l_{t+\tau}(f))] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} [\lambda_{t+\tau}(c_{t+\tau}(f) + k_{t+1+\tau}(f) - (1 - \delta)k_{t+\tau}(f) - w_{t+\tau}l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau}k_{t+\tau}(f))]\end{aligned}$$

FOC

For c_t :

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t(f)} - \lambda_t &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= \frac{1}{c_t(f)}\end{aligned}$$

For l_t :

$$\begin{aligned}-\psi \frac{1}{1 - l_t(f)} + \lambda_t w_t &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t(f)}\end{aligned}$$

For k_{t+1} :

$$\begin{aligned}-\lambda_t - \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1}(-(1 - \delta) - r_{t+1})] &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1}(1 - \delta + r_{t+1})]\end{aligned}$$

Kombinér frste ordens-betingelserne:

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t(f)} &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t(f)} \\ \frac{1}{c_t(f)} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(f)} (1 - \delta + r_{t+1}) \right]\end{aligned}$$

Virksomhedssiden

Lad der være en repræsentativ virksomhed der har følgende produktionsfunktion:

$$y_t = k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1,$$

hvor y_t er output, k_t er samlet arbejdskraft, og A_t er teknologifaktoren der påvirker produktiviteten af samlet arbejdskraft, l_t . Teknologi flukturerer over tid og har følgende form:

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A,$$

hvor ε_t^A antages at være et iid produktivitetsshock der er standard normalfordelt. Den samlede arbejdsstyrke, og samlede kapitalapparat der er tilgængeligt i økonomien ved tidspunkt t er henholdsvis:

$$l_t = \int_0^1 l_t(f) df, \quad k_t = \int_0^1 k_t(f) df$$

Virksomheden betaler arbejdere lønraten w_t , og lejer kapital til raten r_t , hvor målet er at maksimere deres profit:

$$\begin{aligned} \max_{k_t, l_t} \quad \Pi_t &= y_t - r_t k_t - w_t l_t \\ &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} - r_t k_t - w_t l_t, \end{aligned}$$

for ethvert tidspunkt t .

FOC

For k_t :

$$\begin{aligned} \alpha k_t^{\alpha-1} (A_t l_t)^{1-\alpha} - r_t &= 0 \\ \Leftrightarrow r_t &= \alpha \left(\frac{k_t}{A_t l_t} \right)^{\alpha-1} \end{aligned}$$

For l_t :

$$(1 - \alpha) k_t^\alpha A_t^{1-\alpha} l_t^{-\alpha} - w_t = 0$$

$$\Leftrightarrow w_t = (1 - \alpha) A_t^{1-\alpha} \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^\alpha$$

Ligevgt

I ligevgt er de individuelle variable identiske med de samlet variable, da alle husholdninger er identiske (McCandless):

$$c_t = c_t(j), \quad l_t = l_t(j), \quad i_t = i_t(j), \quad k_t = k_t(j)$$

Da dette er en lukket konomi m det glde at:

$$y_t = c_t + i_t, \quad \forall t$$

Ligningssystem

Vi kan udtrykke hele konomien ved flgende ligningsystem:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t} &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t} \\ \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ k_{t+1} &= i_t + (1 - \delta) k_t \\ r_t &= \alpha \left(\frac{k_t}{A_t l_t} \right)^{\alpha-1} \\ w_t &= (1 - \alpha) A_t^{1-\alpha} \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^\alpha \\ y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\ i_t &= y_t - c_t \\ \log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A, \end{aligned}$$

der er en samling af husholdningerne og virksomhedernes betingelser. Vi har 8 ligninger i 8 ubekendte:

$$\{c_t, l_t, k_{t+1}, i_t, r_t, w_t, y_t, A_t\}$$

Deterministiske Steady State

I det deterministiske steady state er der ingen usikkerhed, og vi kan fjerne tidsnotation, da

variable er de samme over tid.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c_{ss}} &= \frac{\psi}{w_{ss}} \frac{1}{1 - l_{ss}} \\
 \frac{1}{c_{ss}} &= \beta \frac{1}{c_{ss}} (1 - \delta + r_{ss}) \\
 k_{ss} &= i_{ss} + k_{ss} - \delta k_{ss} \\
 r_{ss} &= \alpha \left(\frac{k_{ss}}{A_{ss} l_{ss}} \right)^{\alpha-1} \\
 w_{ss} &= (1 - \alpha) A_{ss}^{1-\alpha} \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha} \\
 y_{ss} &= k_{ss}^{\alpha} (A_{ss} l_{ss})^{1-\alpha} \\
 i_{ss} &= y_{ss} - c_{ss} \\
 \log A_{ss} &= \rho_A \log A_{ss}
 \end{aligned}$$

—

For A_{ss} :

$$\begin{aligned}
 \log A_{ss} &= \rho_A \log A_{ss} \\
 \Leftrightarrow A_{ss} &= 1
 \end{aligned}$$

For r_{ss} :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c_{ss}} &= \beta \frac{1}{c_{ss}} (1 - \delta + r_{ss}) \\
 1 &= \beta (1 - \delta + r_{ss}) \\
 \Leftrightarrow r_{ss} &= \beta^{-1} - 1 + \delta
 \end{aligned}$$

Tricket her er, at finde udtryk for variable der er en ratio af l_{ss} , hvor vi til sidst numerisk udregner l_{ss} , s de andre variable kan identificeres.

For k_{ss} :

$$r_{ss} = \alpha \left(\frac{k_{ss}}{A_{ss}l_{ss}} \right)^{\alpha-1}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \frac{k_{ss}}{l_{ss}}$$

For y_{ss} :

$$y_{ss} = k_{ss}^{\alpha} (A_{ss}l_{ss})^{1-\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y_{ss}}{l_{ss}} = \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha}$$

For w_{ss} :

$$w_{ss} = (1 - \alpha) A_{ss}^{1-\alpha} \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha}$$

$$w_{ss} = (1 - \alpha) \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha}$$

For i_{ss} :

$$k_{ss} = i_{ss} + k_{ss} - \delta k_{ss}$$

$$\Leftrightarrow i_{ss} = \delta k_{ss}$$

$$\Leftrightarrow \frac{i_{ss}}{l_{ss}} = \delta \frac{k_{ss}}{l_{ss}}$$

For c_{ss} :

$$i_{ss} = y_{ss} - c_{ss}$$

$$\Leftrightarrow \frac{c_{ss}}{l_{ss}} = \frac{y_{ss}}{l_{ss}} - \frac{i_{ss}}{l_{ss}}$$

For l_{ss} :

$$\begin{aligned}
Y_t &= A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \\
C_t + I_t &= A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \\
&\Leftrightarrow C_{ss} + I_{ss} = A_{ss} K_{ss}^\alpha L_{ss}^{1-\alpha} \\
\frac{w_{ss}}{\psi} (1 - L_{ss}) + \delta K_{ss} &= A_{ss} K_{ss}^\alpha L_{ss}^{1-\alpha} \\
\frac{(1 - \alpha) A_{ss} \left(\frac{K_{ss}}{L_{ss}} \right)^\alpha}{\psi} (1 - L_{ss}) + \delta \left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} L_{ss} &= \\
A_{ss} \left[\left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} L_{ss} \right]^\alpha L_{ss}^{1-\alpha} &= \\
\frac{(1 - \alpha) A_{ss} \left[\frac{\left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} L_{ss}}{L_{ss}} \right]^\alpha}{\psi} (1 - L_{ss}) + \delta \left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} L_{ss} &= \\
\frac{(1 - \alpha) A_{ss}}{\psi} (1 - L_{ss}) \left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + \delta \left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} L_{ss} &= A_{ss} \left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta}{\alpha A_{ss}} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} L_{ss} \\
&\Leftrightarrow \frac{(1 - \alpha) A_{ss}}{\psi} (1 - L_{ss}) + \delta \frac{\alpha A_{ss}}{\beta^{-1} - 1 + \delta} L_{ss} = A_{ss} L_{ss} \\
&\Leftrightarrow \frac{(1 - \alpha)}{\psi} (1 - L_{ss}) + \frac{\delta \alpha}{\beta^{-1} - 1 + \delta} L_{ss} = L_{ss} \\
\frac{(1 - \alpha)}{\psi} - \frac{(1 - \alpha)}{\psi} L_{ss} + \frac{\delta \alpha}{\beta^{-1} - 1 + \delta} L_{ss} &= L_{ss} \\
&\Leftrightarrow L_{ss} - \frac{\delta \alpha}{\beta^{-1} - 1 + \delta} L_{ss} + \frac{(1 - \alpha)}{\psi} L_{ss} = \frac{(1 - \alpha)}{\psi} \\
L_{ss} \left(1 - \frac{\delta \alpha}{\beta^{-1} - 1 + \delta} + \frac{1 - \alpha}{\psi} \right) &= \frac{1 - \alpha}{\psi} \\
L_{ss} \left(\frac{\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta \alpha}{\beta^{-1} - 1 + \delta} + \frac{1 - \alpha}{\psi} \right) &= \\
L_{ss} \left(\frac{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta \alpha)}{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta)} + \frac{(1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta)} \right) &= \\
L_{ss} \left(\frac{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta \alpha) + (1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta)} \right) &= \\
\frac{1 - \alpha}{\psi} \frac{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta \alpha) + (1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)} &= \Leftrightarrow L_{ss} = \\
\frac{(1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta \alpha) + (1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)} &= L_{ss}
\end{aligned}$$

Kalibrering

ALPHA

Labor share of income i Storbritannien i 2019 udregnes til at være 59%. <https://www.ons.gov.uk/economy/economicoutputandproductivity/output/bulletins/gdpbulletin/201909>

Så vi sætter $1 - \alpha = 0.59 \Leftrightarrow \alpha = 0.41$

Kommer fra vores Cobb-Douglas

$$\frac{w_t l_t}{y_t} = (1 - \alpha)$$

—

DELTA

Vi har

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta) k_t$$

I det deterministiske steady state gælder det:

$$\begin{aligned} i &= \delta k \\ \Leftrightarrow \delta &= \frac{i}{k} \\ &= \frac{i/y}{k/y} \end{aligned}$$

i/y angiver andelen af output der bliver investeret, og k/y angiver kapital output ratioen.

Data viser at de seneste 50 år har investeringer udgjort i gennemsnit 20% af Storbritanniens samlede årlige BNP. <https://data.worldbank.org/indicator/NE.GDI.TOTL.ZS?locations=GB>

Så $i/y = 0.2$

Kapital i Storbritannien har de seneste 30 år været 4 gange så stor som BNP

$$\delta = \frac{0.2}{4} = 0.047$$

—

BETA

Modellen implikerer at:

$$\begin{aligned} 1 &= \beta (1 - \delta + r_{ss}) \\ \Leftrightarrow \beta &= \frac{1}{1 - \delta + r_{ss}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1 - 0.05 + 0.057} \approx 0.99$$

Det ttteste vi kommer p en risiko-fri rente er Britiske gilts. 5rs Britiske gilts har de seneste 25r i gennemsnit haft 2.5 i udbytte. (Lidt hj lige fortiden pga. den hje inflation som Bank of England prver at skrer ned p).

S omkring 0.57% per kvartal.

RHO & SIGMA

For teknologi benytter vi samme vrdier som i Harrison & Oomen (2010):

$$\rho_A = 0.890, \quad \sigma_A = 0.006$$

$$\sigma_A = 0.006$$

PSI

$$24 - \frac{0.37}{1} \cdot 24 = 15.12$$

$$24 \cdot 0.194 = 4.656$$

$$\frac{24 \cdot 0.194}{24 - \frac{0.37}{1} \cdot 24} = 0.308$$

9.3 Appendix: En RBC model med indivisible labor

Husholdning

Nyttefunktion:

$$u(c_t(f), l_t(f)) = \log c_t(f) + \psi \log(1 - l_t(f))$$

Forventet produktivitet:

$$l_t(f) = p_t h + (1 - p_t) \cdot 0 = p_t h$$

Arbejdere bliver betalt baseret p deres forvent produktivitet:

$$c_t(f) + i_t(f) \leq w_t p_t h + r_t k_t(f)$$

Kapital har den samme law of motion som i basis modellen:

$$\begin{aligned}
k_{t+1}(f) &= i_t(f) + (1 - \delta) k_t(f) \\
\Leftrightarrow i_t(f) &= k_{t+1}(f) - (1 - \delta) k_t(f)
\end{aligned}$$

Budgetbegrnsingen er en kombination af de to:

$$\begin{aligned}
c_t(f) + i_t(f) &\leq w_t p_t(f) h + r_t k_t(f) \\
c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta) k_t(f) &\leq w_t p_t(f) h + r_t k_t(f)
\end{aligned}$$

Husholdninger baserer deres valg ud fra forventet nytte:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_t u(c_t(f), l_t(f)) &= p_t(f) (\log c_t(f) + \psi \log(1 - h) + (1 - p_t(f)) (\log c_t(f) + \psi \log(1 - 0))) \\
&= p_t(\log c_t(f) + \psi \log(1 - h)) + \log c_t(f) - p_t(f) \log c_t(f) \\
&= \log c_t(f) + p_t(f) \psi \log(1 - h) \\
&= \log c_t(f) + \frac{l_t(f)}{h} \psi \log(1 - h)
\end{aligned}$$

—

$$\max_{\{c_t, l_t, k_{t+1}\}} U^j = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau u(c_{t+\tau}(f), l_{t+\tau}(f))$$

s.t.

$$c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta) k_t(f) \leq w_t l_t(f) + r_t k_t(f)$$

Lagrange:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\log c_{t+\tau}(f) + \psi \frac{l_{t+\tau}(f)}{h} \log(1 - h) \right] \\
&\quad - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau [\lambda_{t+\tau} (c_{t+\tau}(f) + (1 - \delta) k_{t+1+\tau}(f) - (1 - \delta) k_{t+\tau}(f) - w_{t+\tau} l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau} k_{t+\tau}(f))]
\end{aligned}$$

FOC

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t(f)} - \lambda_t &= 0 \\ \lambda_t &= \frac{1}{c_t(f)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\psi}{h}(1-h) + \lambda_t w_t &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= -\frac{1}{w_t} \frac{\psi}{h} \log(1-h)\end{aligned}$$

$$\text{Lad } \Gamma \equiv -\frac{\psi}{h} \log(1-h)$$

$$\begin{aligned}-\lambda_t - \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1} (-(1-\delta) - r_{t+1})] &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= \beta \mathbb{E}_t (\lambda_{t+1} (1-\delta + r_{t+1}))\end{aligned}$$

Kombinr FOC'erne for at f:

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t(f)} &= -\frac{\psi}{w_t h} \log(1-h) \\ \frac{1}{c_t(f)} &= \beta \mathbb{E}_t \left(\frac{1}{c_{t+1}(f)} (1-\delta + r_{t+1}) \right)\end{aligned}$$

Ligevgt

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t} &= -\frac{\psi}{w_t h} \log(1-h) \\ \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1-\delta + r_{t+1}) \right] \\ r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t} \\ w_t &= (1-\alpha) \frac{y_t}{l_t} \\ y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\ k_{t+1} &= i_t + (1-\delta) k_t\end{aligned}$$

$$i_t = y_t - c_t$$

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A$$

—
For r_{ss}

$$\frac{1}{c_{ss}} = \beta \frac{1}{c_{ss}} (1 - \delta + r_{ss})$$

$$\Leftrightarrow 1 = \beta (1 - \delta + r_{ss})$$

$$\Leftrightarrow \beta^{-1} = 1 - \delta + r_{ss}$$

$$\Leftrightarrow r_{ss} = \beta^{-1} + \delta - 1$$

For k_{ss}

$$r_{ss} = \alpha \frac{y_{ss}}{k_{ss}}$$

$$= \alpha \frac{k_{ss}^\alpha l_{ss}^{1-\alpha}}{k_{ss}}$$

$$= \alpha k_{ss}^{\alpha-1} l_{ss}^{1-\alpha}$$

$$r_{ss} = \alpha \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k_{ss}}{l_{ss}} = \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

For y_{ss}

$$y_{ss} = k_{ss}^\alpha l_{ss}^{1-\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y_{ss}}{l_{ss}} = k_{ss}^\alpha l_{ss}^{-\alpha} = \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^\alpha$$

For w_{ss}

$$w_{ss} = (1 - \alpha) \frac{y_{ss}}{l_{ss}}$$

For c_{ss}

$$c_{ss} = y_{ss} - i_{ss}$$

$$\frac{c_{ss}}{l_{ss}} = \frac{y_{ss}}{l_{ss}} - \frac{i_{ss}}{l_{ss}}$$

For i_{ss}

$$k_{ss} = i_{ss} + k_{ss} - \delta k_{ss}$$

$$\Leftrightarrow i_{ss} = \delta k_{ss}$$

For l_{ss}

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}$$

$$C_t + I_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}$$

$$\Leftrightarrow C_{ss} + I_{ss} = K_{ss}^\alpha (A_{ss} L_{ss})^{1-\alpha}$$

$$(1-\alpha) A_{ss}^{1-\alpha} \left(\left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} A_{ss} \right)^\alpha \Omega^{-1} + \delta \left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} A_{ss} L_{ss} = \left[\left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} A_{ss} L_{ss} \right]^\alpha (A_{ss} L_{ss})^{1-\alpha}$$

$$(1-\alpha) A_{ss} \left(\left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \right)^\alpha \Omega^{-1} + \delta \left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} A_{ss} L_{ss} = \left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} A_{ss} L_{ss}$$

$$\Leftrightarrow (1-\alpha) \left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \Omega^{-1} + \delta \left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} L_{ss} = \left(\frac{\gamma+\delta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} L_{ss}$$

$$\Leftrightarrow (1-\alpha) \Omega^{-1} + \delta \left(\frac{\alpha}{\gamma+\delta} \right) L_{ss} = L_{ss}$$

$$\Leftrightarrow L_{ss} \left[1 - \delta \left(\frac{\alpha}{\gamma+\delta} \right) \right] = (1-\alpha) \Omega^{-1}$$

$$L_{ss} \left[1 - \frac{\delta\alpha}{\gamma+\delta} \right] = (1-\alpha) \Omega^{-1}$$

$$L_{ss} \frac{\gamma+\delta-\delta\alpha}{\gamma+\delta} = (1-\alpha) \Omega^{-1}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow L_{ss} &= (1 - \alpha) \Omega^{-1} \left(\frac{\gamma + \delta}{\gamma + \delta - \delta\alpha} \right) \\
L_{ss} &= \frac{(1 - \alpha) (\gamma + \delta)}{\Omega (\gamma + \delta - \delta\alpha)} \\
&= - \frac{(1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\frac{\psi}{h} \log(1 - h) (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha)}
\end{aligned}$$

Kalibrering af h

$$\frac{(1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\psi (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha) + (1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)} = - \frac{(1 - \alpha) (\beta^{-1} - 1 + \delta)}{\frac{\psi}{h} \log(1 - h) (\beta^{-1} - 1 + \delta - \delta\alpha)}$$

Ved brug af *fsolve* i **MATLAB** fr vi:

$$h = 0.5453$$

9.4 Appendix: En RBC model med MIU

En rationel for, at putte penge direkte i nyttefunktionen er, at have pengebeholdninger klar reducere transaktionsomkostninger. Vi antager at vi kan approksimere dette i vores nyttefunktion.

Lad der vre et kontinuum af husholdninger $f \in [0, 1]$.

Husholdning f 's per periode nytte funktion er:

$$u \left(c_t(f), \frac{m_t(f)}{P_t}, 1 - l_t(f) \right) = \log c_t + \xi \log \left(\frac{m_t(f)}{P_t} \right) + \psi \log(1 - l(f))$$

Husholdning j drager penge over fra forrige periode, $m_{t-1}(f)$, og fr en pengeoverfrsel af regeringen lig med $(\gamma_t - 1) M_{t-1}$, hvor M_{t-1} er samlet pengebeholdning ved tidspunkt $t - 1$. $\int_0^1 m_{t-1}(f) df = M_{t-1}$

Vi har at per capita variable er lig med aggregatet af den samme variable. Dette er fordi, at vi har defineret der til at vre en masse 1 af individer, s nr vi dividerer igennem med 1 giver det os variablen i per capita termer, men ogs aggregatet.

—

P_t er prisniveauet ved tidspunkt t , og γ_t er bruttovksten af penge. (Dvs. lig med 1 plus nettovksten af penge).

Vi indfrer, at $\gamma_t \geq \beta$ sledes at husholdning f vil bruge alle penge p periode t forbrug.

$\mathcal{N} \sim (0, 1)$

Husholdning j kan i t bruge samtlige midler p enten forbrug, investeringer, eller pengebeholdning de tager med ind i nste periode $m_t(j)$. Investeringer er $i_t = k_{t+1}(j) - (1 - \delta)k_t(j)$, sledes at:

$$c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta)k_t(f) + \frac{m_t(f)}{P_t} = w_t l_t(f) + r_t k_t(f) + \frac{m_{t-1}(f)}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1)M_{t-1}}{P_t}$$

—

Eller

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\log c_{t+\tau}(f) + \xi \log \left(\frac{m_{t+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} \right) + \psi \log(1 - l_{t+\tau}(f)) \right] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\lambda_{t+\tau} \left(c_{t+\tau}(f) + k_{t+1+\tau}(f) - (1 - \delta)k_{t+\tau}(f) + \frac{m_{t+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} \right) \right] \\ & - \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\lambda_{t+\tau} \left(-w_{t+\tau}l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau}k_{t+\tau}(f) - \frac{m_{t-1+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} - \frac{(\gamma_{t+\tau} - 1)M_{t-1+\tau}}{P_{t+\tau}} \right) \right] \end{aligned}$$

FOC

For c_t :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t(f)} - \lambda_t &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= \frac{1}{c_t(f)} \end{aligned}$$

For l_t :

$$\begin{aligned} -\psi \frac{1}{1 - l_t(f)} + \lambda_t w_t &= 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_t &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t(f)} \end{aligned}$$

For k_{t+1} :

$$\begin{aligned}
-\lambda_t - \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1} (-(1 - \delta) - r_{t+1})] &= 0 \\
\Leftrightarrow \lambda_t &= \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1} (1 - \delta + r_{t+1})]
\end{aligned}$$

For m_t :

$$\begin{aligned}
\xi \frac{1}{m_t(f)} - \lambda_t \frac{1}{P_t} - \beta \mathbb{E}_t \left[-\lambda_{t+1} \frac{1}{P_{t+1}} \right] &= 0 \\
\Leftrightarrow \lambda_t \frac{1}{P_t} &= \xi \frac{1}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{1}{P_{t+1}} \right] \\
\lambda_t &= \xi \frac{P_t}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right]
\end{aligned}$$

Vi kombinerer FOC'erne:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t(f)} &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t(f)} \\
\frac{1}{c_t(f)} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(f)} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\
\frac{1}{c_t(f)} &= \xi \frac{P_t}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1}(f) P_{t+1}} \right]
\end{aligned}$$

Virksomhedssiden

Undret

$$\begin{aligned}
w_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \\
&= (1 - \alpha) \frac{k_t^\alpha A_t^{1-\alpha} l_t^{1-\alpha}}{l_t} \\
&= (1 - \alpha) k_t^\alpha A_t^{1-\alpha} l_t^{-\alpha} \\
&= (1 - \alpha) A_t^{1-\alpha} \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^\alpha
\end{aligned}$$

$$r_t = \alpha \frac{y_t}{k_t}$$

$$\begin{aligned}
&= \alpha \frac{k_t^\alpha A_t^{1-\alpha} l_t^{1-\alpha}}{k_t} \\
&= \alpha k_t^\alpha A_t^{1-\alpha} l_t^{1-\alpha} \\
&= \alpha \left(\frac{k_t}{A_t l_t} \right)^{\alpha-1}
\end{aligned}$$

—

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A$$

og

$$\log \gamma_t = (1 - \pi) \ln \bar{\gamma} + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g$$

—

I ligevgt er alle husholdninger identiske, og de individuelle variable vil vre lig med de samlet variable:

$$\begin{aligned}
c_t &= c_t(f) \\
l_t &= l_t(f) \\
k_{t+1} &= k_{t+1}(f) \\
M_t &= m_t(f)
\end{aligned}$$

—

Ligningssystem i Ligevgt

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t} \\
\frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\
\frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\
w_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \\
r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_t + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t + \frac{M_t}{P_t} &= w_t l_t + r_t k_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \\
M_t &= \gamma_t M_{t-1} \\
y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\
\log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A \\
\log \gamma_t &= (1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g
\end{aligned}$$

10 ligninger i 10 ubekendte:

$$\{c_t, l_t, k_{t+1}, M_t, P_t, r_t, w_t, y_t, A_t, \gamma_t\}$$

Steady State

Hvis $\left(\frac{M}{P}\right)_{ss}$ er konstant i dens steady state s m γ og π vre lig hinanden.

—

For A_{ss} :

$$\begin{aligned}
\log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A \\
\log A_{ss} &= \rho_A \log A_{ss} \\
\Leftrightarrow A_{ss} &= 1
\end{aligned}$$

For γ_{ss} :

$$\gamma_{ss} = 1$$

For P_{ss} :

$$P_{ss} = 1 \quad \% \text{normalization}$$

For r_{ss} :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\
\frac{1}{c_{ss}} &= \beta \frac{1}{c_{ss}} (1 - \delta + r_{ss}) \\
\Leftrightarrow 1 &= \beta (1 - \delta + r_{ss})
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow r_{ss} = \beta^{-1} - 1 + \delta$$

For w_{ss} :

$$w_{ss} = (1 - \alpha) \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^\alpha$$

Vi bruger at $\left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \frac{k_{ss}}{l_{ss}}$

$$w_{ss} = (1 - \alpha) \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

For k_{ss} :

$$\begin{aligned} r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t} \\ r_{ss} &= \alpha \frac{k_{ss}^\alpha l_{ss}^{1-\alpha}}{k_{ss}} \\ &= \alpha k_{ss}^{\alpha-1} l_{ss}^{1-\alpha} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha-1} &= \frac{r_{ss}}{\alpha} \\ \Leftrightarrow \frac{k_{ss}}{l_{ss}} &= \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \end{aligned}$$

For y_{ss} :

$$\begin{aligned} y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\ y_{ss} &= k_{ss}^\alpha l_{ss}^{1-\alpha} \\ \Leftrightarrow \frac{y_{ss}}{l_{ss}} &= \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^\alpha \end{aligned}$$

For c_{ss} :

$$\begin{aligned} y_t &= i_t + c_t \\ y_{ss} &= i_{ss} + c_{ss} \\ y_{ss} &= k_{ss} - (1 - \delta) k_{ss} + c_{ss} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= c_{ss} + \delta k_{ss} \\
\Leftrightarrow c_{ss} &= \frac{y_{ss}}{l_{ss}} - \frac{\delta k_{ss}}{l_{ss}}
\end{aligned}$$

For M_{ss} :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\
\frac{1}{c_{ss}} &= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \beta \frac{1}{c_{ss} \pi} \\
&= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \beta \frac{1}{c_{ss} \gamma_{ss}} \\
\Leftrightarrow 1 &= \xi \frac{P_{ss} c_{ss}}{M_{ss}} + \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \\
\Leftrightarrow \frac{1}{c_{ss} \xi} &= \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \frac{\beta}{\gamma_{ss} c_{ss} \xi} \\
\Leftrightarrow \frac{P_{ss}}{M_{ss}} &= \frac{1}{c_{ss} \xi} - \frac{\beta}{\gamma_{ss} c_{ss} \xi} \\
&= \frac{1}{c_{ss} \xi} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \right) \\
\Leftrightarrow \frac{M_{ss}}{P_{ss}} &= \xi c_{ss} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \right)^{-1}
\end{aligned}$$

For l_{ss} :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= \frac{\psi}{w_t} \frac{1}{1 - l_t} \\
\frac{1}{c_{ss}} &= \frac{\psi}{w_{ss}} \frac{1}{1 - l_{ss}} \\
\Leftrightarrow c_{ss} &= \frac{w_{ss}}{\psi} (1 - l_{ss}) \\
\Leftrightarrow \frac{c_{ss}}{l_{ss}} - \frac{w_{ss}}{\psi l_{ss}} (1 - l_{ss}) &= 0
\end{aligned}$$

—

$$\frac{1}{c_t} = \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right]$$

$$\frac{1}{c_{ss}} = \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \beta \frac{1}{c_{ss}}$$

9.5 Appendix: En RBC model med MIU og indivisible labor

$$u\left(c_t(f), \frac{m_t(f)}{P_t}, 1 - l_t(f)\right) = \log c_t + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) + \psi \log(1 - l(f))$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t[u_t] &= p_t \left[\log c_t(f) + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) + \psi \log(1 - h) \right] \\ &\quad + (1 - p_t) \left[\log c_t(f) + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) + \psi \log(1 - 0) \right] \\ &= p_t \log c_t(f) + p_t \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) + p_t \psi \log(1 - h) + \log c_t(j) \\ &\quad + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) - p_t \log c_t(f) - p_t \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) \\ &= p_t \psi \log(1 - h) + \log c_t(f) + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) \\ &= \frac{l_t(f)}{h} \psi \log(1 - h) + \log c_t(f) + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) \\ &= \log c_t(f) + \xi \log\left(\frac{m_t(f)}{P_t}\right) + \frac{l_t(f)}{h} \psi \log(1 - h) \end{aligned}$$

$$\text{hvor } \Phi \equiv \frac{1}{h} \psi \log(1 - h)$$

—
Budgetbegrensning:

$$c_t(f) + k_{t+1}(f) - (1 - \delta)k_t(f) + \frac{m_t(f)}{P_t} = w_t l_t(f) + r_t k_t(f) + \frac{m_{t-1}(f)}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1)M_{t-1}}{P_t}$$

—
—

$$\mathcal{L} = \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau \left[\log c_{t+\tau}(f) + \xi \log\left(\frac{m_{t+\tau}(f)}{P_t}\right) + \frac{l_{t+\tau}(f)}{h} \psi \log(1 - h) \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} \left[\lambda_{t+\tau} \left(c_{t+\tau}(f) + k_{t+1+\tau}(f) - (1-\delta) k_{t+\tau}(f) + \frac{m_{t+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} \right) \right] \\
& -\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} \left[\lambda_{t+\tau} \left(-w_{t+\tau} l_{t+\tau}(f) - r_{t+\tau} k_{t+\tau}(f) - \frac{m_{t-1+\tau}(f)}{P_{t+\tau}} - \frac{(\gamma_{t+\tau} - 1) M_{t-1+\tau}}{P_{t+\tau}} \right) \right]
\end{aligned}$$

FOC

For c_t :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t(f)} - \lambda_t &= 0 \\
\Leftrightarrow \lambda_t &= \frac{1}{c_t(f)}
\end{aligned}$$

For l_t :

$$\begin{aligned}
\Phi + \lambda_t w_t &= 0 \\
\Leftrightarrow \lambda_t &= -\frac{\Phi}{w_t}
\end{aligned}$$

For k_{t+1} :

$$\begin{aligned}
-\lambda_t - \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1} (-(1-\delta) - r_{t+1})] &= 0 \\
\Leftrightarrow \lambda_t &= \beta \mathbb{E}_t [\lambda_{t+1} (1 - \delta + r_{t+1})]
\end{aligned}$$

For m_t :

$$\begin{aligned}
\xi \frac{1}{m_t(f)} - \lambda_t \frac{1}{P_t} - \beta \mathbb{E}_t \left[-\lambda_{t+1} \frac{1}{P_{t+1}} \right] &= 0 \\
\Leftrightarrow \lambda_t \frac{1}{P_t} &= \xi \frac{1}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{1}{P_{t+1}} \right] \\
\lambda_t &= \xi \frac{P_t}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\lambda_{t+1} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right]
\end{aligned}$$

—

Kombinr FOCs:

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t(f)} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(j)} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ \frac{1}{c_t(f)} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1 - h) \\ \frac{1}{c_t(f)} &= \xi \frac{P_t}{m_t(f)} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}(f)} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right]\end{aligned}$$

—

Ligningssystem

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1 - h) \\ \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ \frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\ w_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \\ r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t} \\ c_t + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t + \frac{M_t}{P_t} &= w_t l_t + r_t k_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \\ M_t &= \gamma_t M_{t-1} \\ y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\ \log A_t &= \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A \\ \log \gamma_t &= (1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^A\end{aligned}$$

Steady State

For A_{ss} :

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A$$

$$\begin{aligned}\log A_{ss} &= \rho_A \log A_{ss} \\ \Leftrightarrow A_{ss} &= 1\end{aligned}$$

For γ_{ss} :

$$\gamma_{ss} = 1$$

For P_{ss} :

$$P_{ss} = 1 \quad \% \text{normalization}$$

For r_{ss} :

For r_{ss} :

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ \frac{1}{c_{ss}} &= \beta \frac{1}{c_{ss}} (1 - \delta + r_{ss}) \\ \Leftrightarrow 1 &= \beta (1 - \delta + r_{ss}) \\ \Leftrightarrow r_{ss} &= \beta^{-1} - 1 + \delta\end{aligned}$$

For w_{ss} :

$$\begin{aligned}w_{ss} &= (1 - \alpha) \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^\alpha \\ &= (1 - \alpha) \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\end{aligned}$$

For k_{ss} :

$$\begin{aligned}r_t &= \alpha \frac{y_t}{k_t} \\ r_{ss} &= \alpha \frac{k_{ss}^\alpha l_{ss}^{1-\alpha}}{k_{ss}} \\ &= \alpha k_{ss}^{\alpha-1} l_{ss}^{1-\alpha} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^{\alpha-1} &= \frac{r_{ss}}{\alpha}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k_{ss}}{l_{ss}} = \left(\frac{r_{ss}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

For y_{ss} :

$$\begin{aligned} y_t &= k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha} \\ y_{ss} &= k_{ss}^\alpha l_{ss}^{1-\alpha} \\ \Leftrightarrow \frac{y_{ss}}{l_{ss}} &= \left(\frac{k_{ss}}{l_{ss}} \right)^\alpha \end{aligned}$$

For c_{ss} :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1-h) \\ \frac{1}{c_{ss}} &= -\frac{1}{w_{ss}} \frac{1}{h} \psi \log(1-h) \\ \Leftrightarrow c_{ss} &= -w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1-h)} \end{aligned}$$

For M_{ss} :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\ \frac{1}{c_{ss}} &= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \beta \frac{1}{c_{ss} \pi} \\ &= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \beta \frac{1}{c_{ss} \gamma_{ss}} \\ \Leftrightarrow 1 &= \xi \frac{P_{ss} c_{ss}}{M_{ss}} + \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{c_{ss} \xi} &= \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \frac{\beta}{\gamma_{ss} c_{ss} \xi} \\ \Leftrightarrow \frac{P_{ss}}{M_{ss}} &= \frac{1}{c_{ss} \xi} - \frac{\beta}{\gamma_{ss} c_{ss} \xi} \\ &= \frac{1}{c_{ss} \xi} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{M_{ss}}{P_{ss}} &= \xi c_{ss} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_{ss}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

For l_{ss} :

$$\begin{aligned}\frac{1}{c_t} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1-h) \\ \Leftrightarrow c_{ss} &= w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1-h)} \\ \Leftrightarrow \frac{c_{ss}}{l_{ss}} &= w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1-h)} \frac{1}{l_{ss}}\end{aligned}$$

9.6 Appendix: Rigide priser

Index Virksomhed

Lad index godet have en Dixit & Stiglitz (1977) form:

$$Y_t = \left(\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

Index firmaet vlger den kombination af goder der minimerer omkostninger ved at producere gode Y_t . Lad $y_t(j)$ angive eftersprgslen p gode j , hvor prisen p gode j er $P_t(j)$.

Bemrk at $Y_t \neq \int_0^1 y_t(j) = y_t$.

—

$$\Pi_t^F = P_t Y_t - \int_0^1 P_t(j) y_t(j)$$

$$\mathcal{L}^F = P_t Y_t - \int_0^1 P_t(j) y_t(j) - \mu_t^F \left\{ Y_t - \left(\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \right\}$$

FOC

mht. Y_t :

$$\begin{aligned}P_t - \mu_t^F &= 0 \\ \Leftrightarrow P_t &= \mu_t^F\end{aligned}$$

mht. $y_t(j)$:

$$\begin{aligned}
-P_t(j) + \mu_t^F \frac{\eta}{\eta-1} \left[\int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \frac{\eta-1}{\eta} y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}-1} &= 0 \\
-P_t(j) + P_t \frac{\eta}{\eta-1} \left[Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \frac{\eta-1}{\eta} y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}-1} &= 0 \\
-P_t(j) + P_t \left[Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta-\eta+1}{\eta-1}} y_t(j)^{\frac{\eta-1-\eta}{\eta}} &= 0 \\
\Leftrightarrow \left[Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta-\eta+1}{\eta-1}} y_t(j)^{\frac{\eta-1-\eta}{\eta}} &= \frac{P_t(j)}{P_t} \\
\left[Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{1}{\eta-1}} y_t(j)^{-\frac{1}{\eta}} &= \frac{P_t(j)}{P_t} \\
Y_t^{\frac{1}{\eta}} y_t(j)^{-\frac{1}{\eta}} &= \frac{P_t(j)}{P_t} \\
Y_t^{-1} y_t(j) &= \frac{P_t(j)}{P_t} \\
y_t(j) &= \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t
\end{aligned}$$

—
Vi finder prisen p index godet ved at indstte for $y_t(j)$ i $Y_t = \left\{ \int_0^1 y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right\}^{\frac{\eta}{\eta-1}}$:

$$\begin{aligned}
Y_t &= \left(\int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right) \\
\Leftrightarrow Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} &= Y_t^{\frac{\eta-1}{\eta}} \frac{1}{P_t^{1-\eta}} \int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \\
\Leftrightarrow P_t^{1-\eta} &= \int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \\
\Leftrightarrow P_t &= \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta}}
\end{aligned}$$

Mellem Virksomed

Lad der vre et kontinuum $j \in [0, 1]$ af identiske virksomheder med flgende produktionsfunktion:

$$y_t(j) = k_t^\alpha(j) (A_t l_t(j))^{1-\alpha}$$

vor A_t er angivet som fr. Vi antager, at faktor priserne, dvs w_t og r_t bliver taget som givet, som i et perfekt konkurrence marked. Vi minimerer nu for at finde firma j 's marginale omkostninger.

Firma j har samlet omkostninger:

$$TC = r_t k_t(j) + w_t l_t(j)$$

der skal minimeres under betingelsen:

$$y_t(j) = k_t^\alpha(j) (A_t l_t(j))^{1-\alpha}$$

—

$$\mathcal{L}^M = r_t k_t(j) + w_t l_t(j) - \mu_t^M \{k_t^\alpha(j) (A_t l_t(j))^{1-\alpha} - y_t(j)\}$$

mht. $k_t(j)$:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t^M \alpha k_t^{\alpha-1} (A_t l_t(j))^{1-\alpha} \\ \Leftrightarrow \mu_t^M &= \frac{r_t (A_t l_t(j))^{\alpha-1}}{\alpha k_t^{1-\alpha}} \end{aligned}$$

mht. $l_t(j)$:

$$\begin{aligned} w_t &= \mu_t^M (1 - \alpha) k_t^\alpha(j) A_t^{1-\alpha} l_t^{-\alpha}(j) \\ &= \mu_t^M (1 - \alpha) A_t^{1-\alpha} \frac{k_t^\alpha(j)}{l_t^\alpha(j)} \\ \Leftrightarrow \mu_t^M &= \frac{w_t l_t^\alpha}{(1 - \alpha) k_t^\alpha(j) A_t^{1-\alpha}} = \frac{w_t}{MPL} \equiv MC \end{aligned}$$

Den økonomiske intuition bag Lagrange multiplieren μ^M er, at den angiver de marginale omkostninger. Fordi virksomheder har identiske produktionsfunktioner, og str overfor samme faktor priser, har de ogs identiske marginale omkostninger.

$$\frac{\mu^M}{\mu^M} = \frac{r_t (A_t l_t(j))^{\alpha-1}}{\alpha k_t^{\alpha-1}(j)} \frac{(1 - \alpha) k_t^\alpha(j) A_t^{1-\alpha}}{w_t l_t^\alpha(j)}$$

$$1 = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{r_t}{w_t} \frac{k_t(j)}{l_t(j)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{r_t}{w_t} = \frac{l_t(j)}{k_t(j)}$$

—
Hvor

$$l_t(j) = \frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} k_t(j)$$

Demand for k og l :

$$\begin{aligned} y_t(j) &= k_t^\alpha(j) (A_t l_t(j))^{1-\alpha} \\ &= k_t^\alpha(j) A_t^{1-\alpha} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} k_t(j) \right]^{1-\alpha} \\ &= k_t^\alpha(j) k_t(j)^{1-\alpha} A_t^{1-\alpha} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{1-\alpha} \\ &= k_t(j) A_t^{1-\alpha} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{1-\alpha} \\ \Leftrightarrow k_t(j) &= A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha-1} y_t(j) \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} l_t(j) &= \frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} k_t(j) \\ &= \frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha-1} y_t(j) \\ &= A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^\alpha y_t(j) \end{aligned}$$

—
Marginale omkostninger

$$TC = r_t k_t(j) + w_t l_t(j)$$

$$\begin{aligned}
&= r_t A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha-1} y_t(j) + w_t A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} y_t(j) \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ r_t \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha-1} + w_t \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \right\} \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \left(r_t \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{-1} + w_t \right) \right\} \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \left(\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right]^{-1} w_t + w_t \right) \right\} \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \left(w_t \left\{ \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1 \right\} \right) \right\} \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \left(w_t \left\{ \frac{\alpha}{1-\alpha} + \frac{1-\alpha}{1-\alpha} \right\} \right) \right\} \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \left(w_t \left\{ \frac{\alpha+1-\alpha}{1-\alpha} \right\} \right) \right\} \\
&= y_t(j) A_t^{\alpha-1} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} \left(w_t \frac{1}{1-\alpha} \right) \right\} \\
&= \frac{w_t}{(1-\alpha)} A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha} y_t(j) \\
&= MC \cdot y_t(j) = \mu_t^M y_t(j)
\end{aligned}$$

Where

$$MC = \frac{w_t}{(1-\alpha)} A_t^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_t}{\alpha w_t} \right]^{\alpha}$$

Calvo Priser

Som i Calvo (1983) og senere videre udviklet af Yun (1996).

I hver periode er der en sandsynlighed $1 - \theta$ for, om virksomhed j kan ndre deres pris $P_t(j)$, hvor $\tilde{P}_t(j)$ er reset prisen, eller om $P_t(j) = P_{t-1}(j)$ med sandsynlighed θ . Rent intuitivt, kan dette fortolkes som en andel $1 - \theta$ virksomheder som har markedskraft nok til at ndre priser.

—

Sandsynligheden for ikke at vre i stand til, at ndre priser for τ perioder er θ^τ . Dvs. jo flere perioder en virksomhed har sat fast med den samme pris, desto mindre er sandsynligheden for, at virksomheden i nste periode igen har faste priser. Nr vi lader $t \rightarrow \infty$ gr $\theta \rightarrow 0$. S p langsig vil vil priserne blive fleksible.

—

P grund af dette, maksimerer firmaer den forventede profit **indtil** de igen kan genste en ny pris, derfor inkluderer vi θ^j i objektivfunktionen. Firmaer er **forward-looking** !! Vi antager derudover at output er lig demand.

—

Profit funktionen for firma j

$$\begin{aligned}\Pi_t(j) &= P_t(j) y_t(j) - P_t r_t k_t(j) - P_t w_t l_t(j) \\ \Leftrightarrow \frac{\Pi_t(j)}{P_t} &= \frac{P_t(j)}{P_t} y_t(j) - r_t k_t(j) - w_t l_t(j) \\ &= \frac{P_t(j)}{P_t} y_t(j) - \mu_t^M y_t(j) \\ &= \frac{P_t(j)}{P_t} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t - \mu_t^M \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t\end{aligned}$$

Virksomhed j maksimerer over den forventede profit indtil de igen kan genste en ny pris i en fremtidige periode $t + \tau$:

$$\begin{aligned}&= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \left[\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \right)^{-\eta} Y_{t+\tau} - \mu_{t+\tau}^M \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \right)^{-\eta} Y_{t+\tau} \right] \\ &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \left[\left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \right)^{1-\eta} Y_{t+\tau} - \mu_{t+\tau}^M \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_{t+\tau}} \right)^{-\eta} Y_{t+\tau} \right]\end{aligned}$$

Vi maksimerer i forhold til \tilde{P}_t :

$$\begin{aligned}0 &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \left[(1-\eta) \tilde{P}_t^{-\eta} P_{t+\tau}^{\eta-1} Y_{t+\tau} + \mu_{t+\tau}^M \eta \tilde{P}_t^{-\eta-1} P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} \right] \\ 0 &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau (1-\eta) \tilde{P}_t^{-\eta} P_{t+\tau}^{\eta-1} Y_{t+\tau} + \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M \eta \tilde{P}_t^{-\eta-1} P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} \\ \Leftrightarrow 0 &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau (1-\eta) \tilde{P}_t P_{t+\tau}^{\eta-1} Y_{t+\tau} + \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M \eta P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} \\ \Leftrightarrow \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau (1-\eta) \tilde{P}_t P_{t+\tau}^{\eta-1} Y_{t+\tau} &= -\mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M \eta P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \tilde{P}_t \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^{\eta-1} Y_{t+\tau} = \frac{\eta}{\eta-1} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} \\
&\Leftrightarrow \tilde{P}_t \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} = \frac{\eta}{\eta-1} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^{\eta+1} Y_{t+\tau} \\
&\tilde{P}_t \Psi_{1,t} = \frac{\eta}{\eta-1} \Psi_{2,t}
\end{aligned}$$

Omskrivninger:

$$\begin{aligned}
\Psi_{1,t} &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} \\
&= P_t^\eta Y_t + \mathbb{E}_t \sum_{\tau=1}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} \\
&= P_t^\eta Y_t + \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^{\tau+1} P_{t+\tau+1}^\eta Y_{t+\tau+1} \\
&= P_t^\eta Y_t + \theta\beta \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau+1}^\eta Y_{t+\tau+1} \\
\Psi_{1,t} &= P_t^\eta Y_t + \theta\beta \Psi_{1,t+1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{2,t} &= \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^{\eta+1} Y_{t+\tau} \\
&= \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \mathbb{E}_t \sum_{\tau=1}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^{\eta+1} Y_{t+\tau} \\
&= \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^{\tau+1} \mu_{t+\tau+1}^M P_{t+\tau+1}^{\eta+1} Y_{t+\tau+1} \\
&= \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \theta\beta \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau+1}^M P_{t+\tau+1}^{\eta+1} Y_{t+\tau+1} \\
\Psi_{2,t} &= \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \theta\beta \Psi_{2,t+1}
\end{aligned}$$

—

Optimale Reset Pris

$$\begin{aligned}
P_t &= \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \\
\Leftrightarrow 1 &= \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta}} P_t^{-1} \\
\Leftrightarrow 1 &= \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right) P_t^{\eta-1} \\
1 &= \int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \frac{1}{P_t^{1-\eta}} \\
1 &= \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj
\end{aligned}$$

Intervallat $[0, 1]$ kan deles op i virksomheder Γ_1 som kan 'optimere' deres pris, og dem der ikke kan 'optimere' deres pris, Γ_2 :

$$1 = \int_{\Gamma_1} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj + \int_{\Gamma_2} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj$$

Alle firmaer der kan optimere deres pris stter den samme pris \tilde{P}_t , uafhngig af j , og dem der **ikke** kan optimere deres er tvunget til at stte prisen lig med forrige periodes pris:

$$1 = \int_{\Gamma_1} \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} dj + \int_{\Gamma_2} \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj$$

Venste integralet er ikke lngere afhngig af j s vi kan fjerne integraleoperatoren. Derudover er der en andel $(1 - \theta)$ der kan optimere, og en mngde θ der ikke kan optimere:

$$\begin{aligned}
1 &= (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \int_0^1 \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_t} \right)^{1-\eta} dj \\
&= (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \int_0^1 \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_t} \frac{P_{t-1}}{P_{t-1}} \right)^{1-\eta} dj \\
&= (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\eta} \underbrace{\int_0^1 \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_{t-1}} \right)^{1-\eta} dj}_{=1}
\end{aligned}$$

$$1 = (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\eta}$$

Samlet profit

$$\begin{aligned} P_t \vartheta_t &= P_t \int_0^1 \vartheta_t(j) dj \\ &= P_t \int_0^1 \left\{ \frac{P_t(j)}{P_t} y_t(j) - r_t k_t(j) - w_t l_t(j) \right\} dj \\ &= \int_0^1 P_t(j) y_t(j) - P_t r_t \int_0^1 k_t(j) dj - P_t w_t \int_0^1 l_t(j) dj \\ &= P_t Y_t - P_t r_t k_t - P_t w_t l_t \\ &= P_t Y_t - P_t \mu_t^M y_t \\ \Leftrightarrow \vartheta_t &= Y_t - \mu_t^M y_t \end{aligned}$$

Price inefficiency distortion

Hjlpfunktion:

$$\begin{aligned} y_t^{SUM} &= \int_0^1 y_t(j) df \\ &= \int_0^1 k_t(j)^\alpha (A_t l_t(j))^{1-\alpha} dj \\ &= A_t^{1-\alpha} k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \end{aligned}$$

Vi har ogs at:

$$\begin{aligned} y_t(j) &= \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t \\ y_t^{SUM} &= Y_t \underbrace{\int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} dj}_{P_t^*} \\ P_t^* y_t &= A_t^{1-\alpha} k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \end{aligned}$$

—

$$\begin{aligned}
P_t^* &= \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} dj \\
&= \int_{\Gamma_1} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} dj + \int_{\Gamma_2} \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} dj \\
&= (1-\theta) \tilde{P}_t^{-\eta} + \theta \int_0^1 \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_t} \frac{P_{t-1}}{P_{t-1}} \right)^{-\eta} dj \\
&= (1-\theta) \tilde{P}_t^{-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{-\eta} \int_0^1 \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_{t-1}} \right)^{-\eta} df \\
&= (1-\theta) \tilde{P}_t^{-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{-\eta} P_{t-1}^*
\end{aligned}$$

P_star ss

$$\begin{aligned}
P_{ss}^* &= (1-\theta) \tilde{P}_{ss}^{-\eta} + \theta P_{ss}^* \\
P_{ss}^* &= P_{ss}^* - \theta P_{ss}^* + \theta P_{ss}^* \\
P_{ss}^* &= P_{ss}^*
\end{aligned}$$

Ligevgt

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1-h) \\
\frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1-\delta + r_{t+1}) \right] \\
\frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\
c_t + k_{t+1} - (1-\delta) k_t + \frac{M_t}{P_t} &= w_t l_t + r_t k_t + \vartheta_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \\
1 &= (1-\theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\eta} \\
\tilde{P}_t \Psi_{1,t} &= \frac{\eta}{\eta-1} \Psi_{2,t} \\
\Psi_{1,t} &= P_t^\eta Y_t + \theta \beta \Psi_{1,t+1}
\end{aligned}$$

$$\Psi_{2,t} = \mu_t^M P_t^{\eta+1} Y_t + \theta \beta \Psi_{2,t+1}$$

$$\frac{Y_t}{P_t^*} = k_t^\alpha (A_t l_t)^{1-\alpha}$$

$$P_t^* = (1 - \theta) \tilde{P}_t^{-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{-\eta} P_{t-1}^*$$

$$Y_t = c_t + i_t$$

$$\frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{r_t}{w_t} = \frac{l_t}{k_t}$$

$$M_t = \gamma_t M_{t-1}$$

$$\vartheta_t = Y_t - \mu_t^M y_t$$

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \sigma_A \varepsilon_t^A$$

$$\log \gamma_t = (1 - \pi) \log \bar{\gamma}_t + \pi \log \gamma_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g$$

Steady State

Vi stter $\bar{\gamma}_t = 1$ sledes at:

$$A_{ss} = \gamma_{ss} = 1$$

For r_{ss} :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 - \delta + r_{t+1}) \right] \\ \frac{1}{c_{ss}} &= \beta \frac{1}{c_{ss}} (1 - \delta + r_{ss}) \\ \Leftrightarrow 1 &= \beta (1 - \delta + r_{ss}) \\ \Leftrightarrow r_{ss} &= \beta^{-1} - 1 + \delta \end{aligned}$$

For \tilde{P}_{ss} :

$$1 = (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_t}{P_t} \right)^{1-\eta} + \theta \left(\frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\eta}$$

$$1 = (1 - \theta) \left(\frac{\tilde{P}_{ss}}{P_{ss}} \right)^{1-\eta} + \theta$$

$$\Leftrightarrow \tilde{P}_{ss} = P_{ss}$$

For w_{ss} :

$$\begin{aligned} \tilde{P}_t \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{t+\tau}^\eta Y_{t+\tau} &= \frac{\eta}{\eta-1} \mathbb{E}_t \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{t+\tau}^M P_{t+\tau}^{\eta+1} Y_{t+\tau} \\ \tilde{P}_{ss} \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau P_{ss}^\eta Y_{ss} &= \frac{\eta}{\eta-1} \sum_{\tau=0}^{\infty} (\theta\beta)^\tau \mu_{ss}^M P_{ss}^{\eta+1} Y_{ss} \\ \tilde{P}_{ss} \frac{1}{1-\theta\beta} \tilde{P}_{ss}^\eta Y_{ss} &= \frac{\eta}{\eta-1} \frac{1}{1-\theta\beta} \mu_{ss}^M \tilde{P}_{ss}^{\eta+1} Y_{ss} \\ \Leftrightarrow 1 &= \frac{\eta}{\eta-1} \mu_{ss}^M \\ &= \frac{\eta}{\eta-1} \frac{w_{ss}}{(1-\alpha)} A_{ss}^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_{ss}}{\alpha w_{ss}} \right]^\alpha \\ &= \frac{\eta}{\eta-1} \frac{w_{ss}}{(1-\alpha)} A_{ss}^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_{ss}}{\alpha} \right]^\alpha \frac{1}{w_{ss}^\alpha} \\ &= \frac{\eta}{\eta-1} \frac{w_{ss}^{1-\alpha}}{(1-\alpha)} A_{ss}^{\alpha-1} \left[\frac{(1-\alpha) r_{ss}}{\alpha} \right]^\alpha \\ \Leftrightarrow w_{ss}^{1-\alpha} &= \frac{\eta-1}{\eta} \frac{(1-\alpha)}{A_{ss}^{\alpha-1}} \left[\frac{\alpha}{(1-\alpha) r_{ss}} \right]^\alpha \\ \Leftrightarrow w_{ss} &= \left(\frac{(\eta-1)(1-\alpha)}{\eta A_{ss}^{\alpha-1}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{\alpha}{(1-\alpha) r_{ss}} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

For c_{ss} :

$$\frac{1}{c_t} = -\frac{1}{w_t} \frac{1}{h} \psi \log(1-h)$$

$$\Leftrightarrow c_{ss} = -w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1-h)}$$

For M_{ss} :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c_t} &= \xi \frac{P_t}{M_t} + \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{P_t}{c_{t+1} P_{t+1}} \right] \\
\frac{1}{c_{ss}} &= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} + \beta \frac{1}{c_{ss}} \\
\Leftrightarrow \frac{1}{c_{ss}} - \beta \frac{1}{c_{ss}} &= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} \\
\frac{1}{c_{ss}} (1 - \beta) &= \xi \frac{P_{ss}}{M_{ss}} \\
\Leftrightarrow c_{ss} (1 - \beta)^{-1} &= \frac{M_{ss}}{\xi P_{ss}} \\
\Leftrightarrow M_{ss} &= c_{ss} (1 - \beta)^{-1} \xi P_{ss}
\end{aligned}$$

For l_{ss} :

$$l_{ss} = \left[\frac{r_{ss} (1 - \alpha)}{w_{ss} \alpha} \right]^\alpha y_{ss}$$

For k_{ss} :

$$k_{ss} = \left[\frac{r_{ss} (1 - \alpha)}{w_{ss} \alpha} \right]^{\alpha-1} y_{ss}$$

For $\Psi_{1,ss}$:

$$\begin{aligned}
\Psi_{1,ss} &= P_{ss}^\eta Y_{ss} + \theta \beta \Psi_{1,ss} \\
\Leftrightarrow \Psi_{1,ss} - \theta \beta \Psi_{1,ss} &= P_{ss}^\eta Y_{ss} \\
\Leftrightarrow \Psi_{1,ss} &= P_{ss}^\eta Y_{ss} (1 - \theta \beta)^{-1}
\end{aligned}$$

For $\Psi_{2,ss}$:

$$\begin{aligned}
\Psi_{2,ss} &= \mu_{ss}^M P_{ss}^{\eta+1} Y_{ss} + \theta \beta \Psi_{2,ss} \\
\Leftrightarrow \Psi_{2,ss} - \theta \beta \Psi_{2,ss} &= \mu_{ss}^M P_{ss}^{\eta+1} Y_{ss} \\
\Leftrightarrow \Psi_{2,ss} &= \mu_{ss}^M P_{ss}^{\eta+1} Y_{ss} (1 - \theta \beta)^{-1}
\end{aligned}$$

For Y_{ss} :

$$y_{ss} = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_{ss}$$

$$y_{ss} = Y_{ss}$$

For ϑ_{ss} :

$$\begin{aligned} \vartheta_t &= Y_t - \mu_t^M y_t \\ \vartheta_{ss} &= y_{ss} - \mu_{ss}^M y_{ss} \\ &= y_{ss} (1 - \mu_{ss}^M) \\ &= y_{ss} \left(1 - \frac{\eta - 1}{\eta} \right) \\ &= y_{ss} \left(\frac{\eta - \eta + 1}{\eta} \right) \\ \vartheta_{ss} &= \frac{y_{ss}}{\eta} \end{aligned}$$

For y_{ss} :

$$\begin{aligned} c_t + k_{t+1} - (1 - \delta) k_t + \frac{M_t}{P_t} &= w_t l_t + r_t k_t + \vartheta_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{(\gamma_t - 1) M_{t-1}}{P_t} \\ c_{ss} + k_{ss} - (1 - \delta) k_{ss} + \frac{M_{ss}}{P_{ss}} &= w_{ss} l_{ss} + r_{ss} k_{ss} + \vartheta_{ss} + \frac{M_{ss}}{P_{ss}} \\ c_{ss} + \delta k_{ss} &= w_{ss} l_{ss} + r_{ss} k_{ss} + \vartheta_{ss} \\ c_{ss} + (\delta - r_{ss}) k_{ss} &= w_{ss} l_{ss} + \vartheta_{ss} \\ \Leftrightarrow c_{ss} &= w_{ss} l_{ss} + \vartheta_{ss} - (\delta - r_{ss}) k_{ss} \\ -w_{ss} \frac{h}{\psi \log(1 - h)} &= w_{ss} \left[\frac{r_{ss}(1 - \alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^\alpha y_{ss} + \frac{y_{ss}}{\eta} - (\delta - r_{ss}) \left[\frac{r_{ss}(1 - \alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^{\alpha-1} y_{ss} \\ &= y_{ss} \left\{ w_{ss} \left[\frac{r_{ss}(1 - \alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^\alpha + \frac{1}{\eta} - (\delta - r_{ss}) \left[\frac{r_{ss}(1 - \alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^{\alpha-1} \right\} \\ \Leftrightarrow y_{ss} &= - \frac{w_{ss} h}{\psi \log(1 - h) \left\{ w_{ss} \left[\frac{r_{ss}(1 - \alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^\alpha + \frac{1}{\eta} - (\delta - r_{ss}) \left[\frac{r_{ss}(1 - \alpha)}{w_{ss}\alpha} \right]^{\alpha-1} \right\}} \end{aligned}$$

9.7 Dynare/MATLAB koder

9.7.1 Basis Modellen

```

/*
 * A Baseline RBC Model
 *
 * Sune Gr n Pedersen
 * Aarhus University
 *
 */

//*****
// House keeping
//*****

close all

//*****
// Preamble block
//*****

% 1.1 Endogenous variables

var
c    ${c}$    (long_name='Forbrug')
l    ${l}$    (long_name='Arbejdsudbud')
k    ${k}$    (long_name='Kapital')
in   ${l}$    (long_name='Investering')
r    ${r}$    (long_name='Rente')
w    ${w}$    (long_name='L nrate')
y    ${y}$    (long_name='Output')
A    ${A}$    (long_name='Teknologi')
pr   ${pr}$   (long_name='Produktivitet')
;

```

% 1.2 Exogenous variables

```
varexo
    eps
;

predetermined_variables k;
```

% 1.3 Parameters

```
parameters
ALPHA
BETA
DELTA
RHOA
SIGMA
PSI
;

ALPHA    = 0.41;
BETA     = 0.99;
DELTA    = 0.047;
RHOA     = 0.89;
PSI      = 2;
```

% 1.4 Steady State Values

```
parameters
A_ss
r_ss
kol
yol
inol
```



```

col
l0
l_ss
k_ss
y_ss
inol_ss
c_ss
in_ss
w_ss
;

A_ss      = 1;
r_ss      = BETA^(-1) - 1 + DELTA;

kol        = (r_ss/ALPHA)^(1/(ALPHA-1));
yol        = kol^(ALPHA);
inol       = DELTA*kol;
col        = yol - inol;

w_ss       = (1-ALPHA)*kol^(ALPHA);

l0         = 1/3;
l_ss       = baseline_l_solver(l0,col,w_ss,PSI);

k_ss       = kol*l_ss;
y_ss       = yol*l_ss;
inol_ss    = inol*l_ss;
c_ss       = col*l_ss;
in_ss      = inol*l_ss;

model;

1/c        = PSI/(w*(1-l));
1/c        = BETA*(1-DELTA+r(+1))/c(+1);

```

```

k(+1)      = in + (1-DELTA)*k;
r           = ALPHA*(k/(A*l))^(ALPHA-1);
w           = (1-ALPHA)*A^(1-ALPHA)*(k/l)^(ALPHA);
y           = k^(ALPHA)*(A*l)^(1-ALPHA);
in          = y-c;
pr          = y/l;
log(A)      = RHOA*log(A(-1)) + eps;

end;

steady_state_model;

A           = A_ss;
r           = r_ss;
l           = ((1-ALPHA)*((1/BETA)-1+DELTA))/(PSI*((1/BETA)-1+
DELTA-DELTA*ALPHA)+(1-ALPHA)*((1/BETA)-1+DELTA));
y           = y_ss;
k           = k_ss;
w           = w_ss;
c           = c_ss;
in          = in_ss;
pr          = y_ss/l_ss;

end;

model_diagnostics;
steady;

//*****
// Shocks
//*****

shocks;
    var eps;
    stderr 0.006;

```

```
end;  
  
check;  
steady;  
  
//*****  
// Simulation and Statistics  
//*****  
  
stoch_simul(order=1,drop=30,periods=192,irf=150, loglinear,  
            hp_filter=1600,tex);
```

9.7.2 Basis Modellen + Indivisible Labor

```

/*
 * A Baseline RBC Model with Indivisible Labor
 *
 * Sune Gr n Pedersen
 * Aarhus University
 *
 */

//*****
// House keeping
//*****

close all

//*****
// Preamble block
//*****

% 1.1 Endogenous variables

var
    c l k r w y in A prod
;
predetermined_variables k;

% 1.3 Exogenous variables

varexo
    epsa
;

% 1.3 Parameters
parameters

```

```

    ALPHA BETA PSI DELTA RHOa SIGMA h
;

parameters
    r_ss kol_ss w_ss yol_ss iol_ss col_ss l_ss k_ss y_ss i_ss
    c_ss;

% 1.4 Parameter Values

ALPHA      = 0.41;
RHOa       = 0.89;
BETA       = 0.99;
DELTA      = 0.047;
PSI        = 2;
SIGMA      = 0.006;
h0         = 0.5;
h          = h_solver(h0,ALPHA,BETA, PSI, DELTA);

% 1.5 Steady State Computation

r_ss      = BETA^(-1)+DELTA-1;

kol_ss    = (r_ss/ALPHA)^(1/(ALPHA-1));
yol_ss    = kol_ss^(ALPHA);
col_ss    = yol_ss - DELTA*kol_ss;
iol_ss    = yol_ss - col_ss;

w_ss      = (1-ALPHA)*yol_ss;

l_ss      = -(1-ALPHA)*(BETA^(-1)-1+DELTA)*((PSI/h)*log(1-h)*(
    BETA^(-1)-1+DELTA-DELTA*ALPHA))^(-1);

k_ss      = kol_ss*l_ss;
y_ss      = yol_ss*l_ss;

```

```

c_ss      = col_ss*l_ss;
i_ss      = iol_ss*l_ss;

//*****
// Model block
//*****

model;

    (1/(c))          = (1/(w))*(-1)*(PSI/h)*log(1-h);
    (1/(c))          = BETA*(1/(c(+1)))*(1-DELTA+(r(+1)));
    r                = ALPHA*(y/k);
    w                = (1-ALPHA)*((y)/(1));
    y                = (k)^(ALPHA)*(A)^(1-ALPHA)*(1)^(1-
        ALPHA);
    k(+1)            = in+(1-DELTA)*k;
    in               = y-c;
    log(A)           = RHOa*log(A(-1))+epsa;
    prod             = y/1;
end;

//*****
// Steady State Computation
//*****

initval;

    l              = l_ss;
    r              = r_ss;
    k              = k_ss;
    w              = w_ss;
    c              = c_ss;
    in             = i_ss;
    y              = y_ss;

```

```
    prod      = y/l;  
    A         = 1;  
  
end;  
steady;  
resid;  
  
//*****  
// Shocks  
//*****  
  
shocks;  
    var epsa;  
    stderr 0.006;  
end;  
  
check;  
steady;  
  
//*****  
// Simulation and Statistics  
//*****  
  
stoch_simul(order=1,drop=30,periods=192,irf=150, loglinear,  
    hp_filter=1600,tex);
```

9.7.3 Basis Modellen + MIU

```

/*
 * A Baseline RBC Model with Money in the Utility Function
 *
 * Sune Gr n Pedersen
 * Aarhus University
 *
 */

//*****
// 0. House keeping
//*****

close all

//*****
// 1. Preamble block
//*****

% 1.1 Endogenous variables

var

c
l
k
M
P
r
w
y
A
gam
in

```



```
prod

;

predetermined_variables k;

varexo
    epsA epsG
;

% 1.2 Parameters
parameters
ALPHA
BETA
gam_c
PSI
XI
DELTA
RH0a
SIGa
SIGg
pi
;

ALPHA    = 0.41;
BETA     = 0.99;
gam_c    = 1;
PSI      = 2;
XI       = 0.01;
DELTA    = 0.047;
RH0a     = 0.89;
SIGa     = 0.006;
SIGg     = 0.006;
pi       = 0.56;
```

% 1.3 SS

parameters

c_ss

l_ss

k_ss

M_ss

P_ss

r_ss

w_ss

y_ss

A_ss

gam_ss

yol

col

kol

;

A_ss = 1;

gam_ss = 1;

P_ss = 1;

r_ss = BETA^(-1) - 1 + DELTA;

w_ss = (1-ALPHA)*(r_ss/ALPHA)^(ALPHA/(ALPHA-1));

kol = (r_ss/ALPHA)^(1/(ALPHA-1));

yol = (kol)^(ALPHA);

col = yol - DELTA*kol;

l0 = 1/3;

l_ss = miu_l_solver(l0,col,w_ss,PSI);

```

k_ss      = kol*l_ss;
y_ss      = yol*l_ss;
c_ss      = col*l_ss;

M_ss      = P_ss*XI*gam_ss*c_ss/(gam_ss-BETA);

//*****
// Model block
//*****

model;

1/c              = PSI*(w*(1-l))^(-1);
1/c              = BETA*(1-DELTA+r(+1))*(c(+1))^(-1);
;
1/c              = XI*P/M+BETA*P*(c(+1)*P(+1))^(-1);
c+k(+1)-(1-DELTA)*k + M/P = w*l + r*k + M(-1)/P + (gam-1)*M
(-1)/P;
w                = (1-ALPHA)*y/l;
r                = ALPHA*y/k;
M                = gam*M(-1);
y                = k^(ALPHA)*(A*l)^(1-ALPHA);
log(A)           = RHOa*log(A(-1)) + epsA;
log(gam)         = (1-pi)*log(gam_c)+pi*log(gam(-1))
+epsG;
in               = y-c;
prod             = y/l;

end;

steady_state_model;

```

```
A      = 1;
gam    = 1;
P      = 1;
c      = c_ss;
l      = l_ss;
y      = y_ss;
k      = k_ss;
r      = BETA^(-1) - 1 + DELTA;
w      = (1-ALPHA)*(r_ss/ALPHA)^(ALPHA/(ALPHA-1));
M      = P*XI*gam*c/(gam-BETA);
in     = DELTA*k;
prod   = y/l;

end;

model_diagnostics;
steady;

shocks;
    var epsA;
    stderr 0.0053;
    var epsG;
    stderr 0.0007;
end;

check;
steady;

//*****
// Simulation and Statistics
//*****

stoch_simul(order=1,drop=30,periods=192,irf=150, loglinear,
    hp_filter=1600,tex);
```

9.7.4 Basis Modellen + MIU + Indivisible Labor

```

/*
 * A Baseline RBC Model with Money in the Utility Function and
 * Indivisible Labor
 *
 * Sune Grøn Pedersen
 * Aarhus University
 *
 */

//*****
// House keeping
//*****

close all

//*****
// Preamble block
//*****

% 1.1 Endogenous variables

var

c
l
k
M
P
r
w
y
A
gam

```

```
in
prod

;

predetermined_variables k;

varexo
    epsA epsG
;

% 1.2 Parameters
parameters
ALPHA
BETA
gam_c
PSI
XI
DELTA
RH0a
SIGa
SIGg
pi
h
;

ALPHA    = 0.41;
BETA     = 0.99;
gam_c    = 1;
PSI      = 2.14;
XI       = 0.01;
DELTA    = 0.047;
RH0a     = 0.89;
SIGa     = 0.006;
```

```
SIGg      = 0.006;
pi         = 0.56;
h0         = 0.5;
h          = h_solver(h0,ALPHA,BETA, PSI, DELTA);

% 1.3 SS

parameters
c_ss
l_ss
k_ss
M_ss
P_ss
r_ss
w_ss
y_ss
A_ss
gam_ss

yol
col
kol

;

A_ss      = 1;
gam_ss    = 1;
P_ss      = 1;

r_ss      = BETA^(-1) - 1 + DELTA;
w_ss      = (1-ALPHA)*(r_ss/ALPHA)^(ALPHA/(ALPHA-1));

kol       = (r_ss/ALPHA)^(1/(ALPHA-1));
yol       = (kol)^(ALPHA);
```

```

col      = yol - DELTA*kol;

l0       = 0.3;
l_ss    = miu_indi_l_solver(l0,col,w_ss,PSI,h);

k_ss     = kol*l_ss;
y_ss     = yol*l_ss;

c_ss     = -w_ss*h*(PSI*log(1-h))^( -1);

M_ss     = P_ss*XI*gam_ss*c_ss/(gam_ss-BETA);

//*****
// Model block
//*****

model;

1/c      = -PSI*log(1-h)*(w*h)^( -1);
1/c      = BETA*(1-DELTA+r(+1))*(c(+1))^( -1)
;
1/c      = XI*P/M+BETA*P*(c(+1)*P(+1))^( -1);
c+in + M/P      = w*l + r*k + M(-1)/P + (gam-1)*M
(-1)/P;
w        = (1-ALPHA)*y/l;
r        = ALPHA*y/k;
M        = gam*M(-1);
y        = k^(ALPHA)*(A*l)^(1-ALPHA);
log(A)   = RH0a*log(A(-1)) + epsA;
log(gam) = (1-pi)*log(gam_c)+pi*log(gam(-1))
+epsG;
in       = k(+1) - (1-DELTA)*k;
prod     = y/l;

```



```
end;

initval;

A      = 1;
gam    = 1;
P      = 1;

l      = l_ss;
y      = y_ss;
k      = k_ss;
r      = BETA^(-1) - 1 + DELTA;
w      = (1-ALPHA)*(r_ss/ALPHA)^(ALPHA/(ALPHA-1));
c      = c_ss;
M      = P*XI*gam*c/(gam-BETA);
in     = DELTA*k;
prod   = y/l;

end;

model_diagnostics;
steady(tolf = 5e-2);

shocks;
    var epsA;
    stderr 0.0053;
    var epsG;
    stderr 0.0007;
end;

check;
steady(tolf = 5e-2);

//*****
```

```
// Simulation and Statistics
//*****

stoch_simul(order=1,drop=30,periods=192,irf=150, loglinear,
    hp_filter=1600,tex);
```

9.7.5 Basis Modellen + MIU + Indivisible Labor + Calvo Priser

```

/*
 * A Baseline RBC Model with Calvo Price Rigidity, Money in the
 *   Utility Function
 * and Indivisible Labor
 *
 * Sune Grøn Pedersen
 * Aarhus University
 *
 */

//*****
// House keeping
//*****

close all

//*****
// Preamble block
//*****

% 1.1 Endogenous variables

var

c
l
k
y
w
r
M
P_tilde
P

```

```
P_star
PSI1
PSI2
A
gam
in
vartheta
prod
;

varexo
    epsA epsG
;

% 1.2 Parameters
parameters
ALPHA
BETA
gam_c
PSI
xi
DELTA
RH0a
SIGa
SIGg
pi
ETA
THETA
h

r_ss
w_ss
```

```
c_ss
A_ss
P_ss
P_star_ss
y_ss
k_ss
l_ss
vartheta_ss
in_ss
P_tilde_ss
M_ss
PSI1_ss
PSI2_ss
prod_ss
;
```

```
ALPHA    = 0.41;
BETA     = 0.99;
gam_c    = 1;
PSI       = 1.733;
xi        = 0.01;
DELTA    = 0.047;
RH0a     = 0.89;
SIGa     = 0.006;
SIGg     = 0.001;
pi        = 0.56;
ETA      = 11;
THETA    = 0.50;
h         = 0.5453;
```

```
% 1.3 solving for the rest of the steady states
```

```

A_ss          = 1;
gam_ss        = 1;
P_ss          = 1;
P_tilde_ss    = P_ss;
P_star_ss     = P_ss;

r_ss          = BETA^(-1) -1 + DELTA;
w_ss          = ((ETA-1)*(1-ALPHA)/ETA)^(1/(1-ALPHA)) * (ALPHA
                /((1-ALPHA)*r_ss))^(ALPHA/(1-ALPHA));
c_ss          = -w_ss*h*(PSI*log(1-h))^(-1);
M_ss          = c_ss*(1-BETA)^(-1)*xi*P_ss;

y_ss          = -w_ss*h/(PSI*log(1-h)*(w_ss*(r_ss*(1-ALPHA)/(w_ss
                *ALPHA))^(ALPHA) + 1/ETA - (DELTA-r_ss)*(r_ss*(1-ALPHA)/(w_ss
                *ALPHA))^(ALPHA-1)));

l_ss          = (r_ss*(1-ALPHA)/(w_ss*ALPHA))^(ALPHA)*y_ss;
k_ss          = (r_ss*(1-ALPHA)/(w_ss*ALPHA))^(ALPHA-1)*y_ss;

PSI1_ss       = P_ss^(ETA)*y_ss*(1-THETA*BETA)^(-1);
PSI2_ss       = w_ss*A_ss^(ALPHA-1)/(1-ALPHA)*(r_ss*(1-ALPHA)/(
                ALPHA*w_ss))^(ALPHA)*P_ss^(ETA+1)*y_ss*(1-THETA*BETA)^(-1);
vartheta_ss   = y_ss/ETA;
in_ss         = DELTA*k_ss;
prod_ss       = y_ss/l_ss;

//*****
// Model block
//*****

model;

1/c           = -w^(-1)*h^(-1)*PSI*log(1-h);
1/c           = BETA*(1-DELTA+r(+1))*(c(+1))^(-1)

```

```

;
1/c = xi*P/M+BETA*P*(c(+1)*P(+1))^(−1);
c+k−(1−DELTA)*k(−1) + M/P = w*l + r*k(−1) + vartheta + M(−1)/
P + (gam−1)*M(−1)/P;
P_star = (1−THETA)*P_tilde^(−ETA)+THETA*(P
(−1)/P)^(−ETA)*P_star(−1);
y/P_star = k(−1)^(ALPHA)*(A*1)^(1−ALPHA);
1 = (1−THETA)*(P_tilde/P)^(1−ETA)+
THETA*(P(−1)/P)^(1−ETA);
P_tilde = (ETA/(ETA−1))*(PSI2/PSI1);
PSI1 = P^(ETA)*y+THETA*BETA*PSI1(+1);
PSI2 = w*A^(ALPHA−1)/(1−ALPHA)*(r*(1−
ALPHA)/(ALPHA*w))^(ALPHA)*P^(ETA+1)*y+THETA*BETA*PSI2(+1);
%l = A^(ALPHA−1)*(r*(1−ALPHA)/(ALPHA*
w))^(ALPHA)*y;
%k = A^(ALPHA−1)*(r*(1−ALPHA)/(ALPHA*
w))^(ALPHA−1)*y;
%r = w*A^(ALPHA−1)/(1−ALPHA)*(r*(1−
ALPHA)/(ALPHA*w))^(ALPHA)*ALPHA*k(−1)^(ALPHA−1)*(A*1)^(1−
ALPHA);
%w = w*A^(ALPHA−1)/(1−ALPHA)*(r*(1−
ALPHA)/(ALPHA*w))^(ALPHA)*(1−ALPHA)*k(−1)^(ALPHA)*A^(1−ALPHA)
*1^(−ALPHA);
l/k(−1) = (1−ALPHA)*r/(ALPHA*w);
y = c+in;
prod = y/l;
M = gam*M(−1);
vartheta = y − w*A^(ALPHA−1)/(1−ALPHA)*(r
*(1−ALPHA)/(ALPHA*w))^(ALPHA)*y/P_star;
log(A) = RH0a*log(A(−1)) + epsA;
log(gam) = (1−pi)*log(gam_c)+pi*log(gam(−1))
+epsG;

%MC = w*A^(ALPHA−1)/(1−ALPHA)*(r*(1−ALPHA)/(ALPHA*w))^(ALPHA);

```

```
end;
model_diagnostics;
steady_state_model;

A          = A_ss;
P          = P_ss;
P_tilde    = P_tilde_ss;
P_star     = P_star_ss;
gam        = 1;
r          = r_ss;
w          = w_ss;
y          = y_ss;
c          = c_ss;
M          = M_ss;
vartheta   = vartheta_ss;
l          = l_ss;
k          = k_ss;
PSI1       = PSI1_ss;
PSI2       = PSI2_ss;
in         = in_ss;
prod       = prod_ss;

end;
steady;

shocks;
    var epsA;
    stderr 0.0053;
    var epsG;
    stderr 0.0007;
end;
```



```

write_latex_static_model;
write_latex_dynamic_model;

check;
model_diagnostics;
steady;
model_diagnostics;

//*****
// Simulation and Statistics
//*****

stoch_simul(order=1,drop=30,periods=192,irf=150, loglinear,
    hp_filter=1600,tex, nograph);

```

9.8 Figur 1

```

    IRF_indi_l      = zeros(1, 150);
IRF_basis_l      = zeros(1, 150);

dynare basis_t.mod;

IRF_basis_l = graf_l;

dynare indi_t.mod;

IRF_indi_l  = graf_indi_l;

figure(1)
tiledlayout ('flow')
timevar = 1:150;
timevars = 0:149;
y = zeros(length(timevars),1);

```

```

hold on
plot(timevars, IRF_basis_l(1,timevar), 'Color', "black", '
    Linewidth', 1)
plot(timevars, IRF_indi_l(1,timevar), 'Color', "black", '
    Linewidth', 1, 'LineStyle', '--')
plot(timevars, y, 'Color', "red")
hold off

legend({'Basis Model', 'Indivisible Labor Model'}, 'FontSize'
    ,20, 'interpreter', 'latex')

```

9.9 Figur 2

```

    IRF_y      = zeros(5, 150);
IRF_c      = zeros(5, 150);
IRF_l      = zeros(5, 150);
IRF_in     = zeros(5, 150);
IRF_prod   = zeros(5, 150);
IRF_p      = zeros(5, 150);

values = [0.05; 0.25; 0.50; 0.75; 0.95];

for i=1:5

    %set_param_value('THETA',values(i));
    dynare calvo_loop_sum noclearall;

    IRF_y(i,1:150)      = IRFy;
    IRF_c(i,1:150)      = IRFc;
    IRF_l(i,1:150)      = IRFl;
    IRF_in(i,1:150)     = IRFin;
    IRF_prod(i,1:150)   = IRFprod;
    IRF_p(i,1:150)      = IRFp;

```

```
end

%%% Plotter for summen af IRF'ere %%%

figure(1)
tiledlayout ('flow')
timevar = 1:100;
timevar_s = 0:99
timevar2 = 1:20;
timevar2_s = 0:19;
y = zeros(length(timevar),1);
y2 = zeros(length(timevar2),1);

%nexttile % y %

%hold on
%plot(timevar2_s, IRF_y(1,timevar2), 'Color', "blue", '
    Linewidth', 1)
%plot(timevar2_s, IRF_y(2,timevar2), 'Color', "green", '
    Linewidth', 1)
%plot(timevar2_s, IRF_y(3,timevar2), 'Color', "yellow", '
    Linewidth', 1)
%plot(timevar2_s, IRF_y(4,timevar2), 'Color', "magenta", '
    Linewidth', 1)
%plot(timevar2_s, IRF_y(5,timevar2), 'Color', "red", 'Linewidth
    ', 1)
%plot(timevar2_s, y2, 'Color', "black")
%hold off
%title('Output', 'FontSize', 18, 'Interpreter','latex')
%grid on

nexttile % c %
```

```
hold on
plot(timevar_s, IRF_c(1,timevar), 'Color', "blue", 'Linewidth',
     1)
plot(timevar_s, IRF_c(2,timevar), 'Color', "green", 'Linewidth'
     , 1)
plot(timevar_s, IRF_c(3,timevar), 'Color', "yellow", 'Linewidth'
     ', 1)
plot(timevar_s, IRF_c(4,timevar), 'Color', "magenta", '
     Linewidth', 1)
plot(timevar_s, IRF_c(5,timevar), 'Color', "red", 'Linewidth',
     1)
plot(timevar_s, y, 'Color', "black")
hold off
title('Forbrug', 'FontSize', 18, 'Interpreter','latex')
grid on
```

```
nexttile % 1 %
```

```
hold on
plot(timevar2_s, IRF_l(1,timevar2),'Color', "blue", 'Linewidth'
     , 1)
plot(timevar2_s, IRF_l(2,timevar2),'Color', "green", 'Linewidth'
     ', 1)
plot(timevar2_s, IRF_l(3,timevar2),'Color', "yellow", '
     Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, IRF_l(4,timevar2),'Color', "magenta", '
     Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, IRF_l(5,timevar2),'Color', "red", 'Linewidth',
     1)
plot(timevar2_s, y2, 'Color', "black")
hold off
title('Arbejdsudbud', 'FontSize', 18, 'Interpreter','latex')
grid on
```

```
nexttile % in %

hold on
plot(timevar2_s, IRF_in(1,timevar2),'Color', "blue", 'Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, IRF_in(2,timevar2),'Color', "green", 'Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, IRF_in(3,timevar2),'Color', "yellow", 'Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, IRF_in(4,timevar2),'Color', "magenta", 'Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, IRF_in(5,timevar2),'Color', "red", 'Linewidth', 1)
plot(timevar2_s, y2, 'Color', "black")
hold off
title('Investeringer', 'FontSize', 18, 'Interpreter','latex')
grid on

nexttile % prod %

hold on
plot(timevar_s, IRF_prod(1,timevar),'Color', "blue", 'Linewidth', 1)
plot(timevar_s, IRF_prod(2,timevar),'Color', "green", 'Linewidth', 1)
plot(timevar_s, IRF_prod(3,timevar),'Color', "yellow", 'Linewidth', 1)
plot(timevar_s, IRF_prod(4,timevar),'Color', "magenta", 'Linewidth', 1)
plot(timevar_s, IRF_prod(5,timevar),'Color', "red", 'Linewidth', 1)
plot(timevar_s, y, 'Color', "black")
hold off
title('Produktivitet', 'FontSize', 18, 'Interpreter','latex')
```

```
grid on

%nexttile % P %

%hold on
%plot(timevar_s, IRF_p(1,timevar),'Color', "blue", 'Linewidth',
      1)
%plot(timevar_s, IRF_p(2,timevar),'Color', "green", 'Linewidth
      ', 1)
%plot(timevar_s, IRF_p(3,timevar),'Color', "yellow", 'Linewidth
      ', 1)
%plot(timevar_s, IRF_p(4,timevar),'Color', "magenta", '
      Linewidth', 1)
%plot(timevar_s, IRF_p(5,timevar),'Color', "red", 'Linewidth',
      1)
%plot(timevar_s, y, 'Color', "black")
%hold off
%title('Pris', 'FontSize', 18, 'Interpreter','latex')
%grid on

legend({'$\theta=0.05$', '$\theta=0.25$', '$\theta=0.50$', '$\
\theta=0.75$', '$\theta=0.95$'}, 'FontSize',20,'interpreter','
latex')
```

9.10 Stata koder

```
* Sune Gr n Pedersen
* Bachelor's Thesis in Economics, 2024

* Clear the environment
clear all
drop _all
cls
```

```
set more off
```

```
* Set CD and import datasets
```

```
cd "C:\Users\sunep\Desktop\AU Oecon\OneDrive - Aarhus Universitet\  
6. Semester\Bachelorprojekt\Data"
```

```
import delimited TOTAL_FINAL_CONSUMPTION_EXPENDITURE.csv
```

```
* Dropper un dvendig tekst
```

```
drop in 1/84
```

```
* Destringer
```

```
destring v2, generate(consumption)
```

```
* TIMESET and QUARTER GENERATION
```

```
generate dateQ=tq(1955q1)+_n-1
```

```
gen filler=1+_n-1
```

```
format dateQ %tq
```

```
tsset dateQ
```

```
drop if filler <= 64
```

```
drop if filler >= 261 // Dropper Covid19 data
```

```
* (1) CONSUMPTION
```

```
gen logC = ln(consumption)*100
```

```
// Multiply by 100 to get in percentage terms
```

```
tsfilter hp HP_logC = logC, smooth(1600) trend(trend)
```

sum HP_logC


```
* Sune Gr n Pedersen
* Bachelor's Thesis in Economics, 2024

* Clear the environment
clear all
drop _all
cls
set more off

* Set CD and import datasets

cd "C:\Users\sunep\Desktop\AU Oecon\OneDrive - Aarhus Universitet\
6. Semester\Bachelorprojekt\Data"

import delimited UK_GDP_QUARTERLY_SEASONALLYADJUSTED.csv

* TIMESSET and QUARTER GENERATION

generate dateQ=tq(1955q1)+_n-1
gen filler=1+_n-1
format dateQ %tq
tsset dateQ

drop if filler <= 64
drop if filler >= 261 // Dropper Covid19 data

* (1) OUTPUT

rename ngdprsxdcgbq QuarterlyRealGDP
gen logGDP      = ln(QuarterlyRealGDP)*100
// Multiply by 100 to get in percentage terms
```

```
tsfilter hp HP_logGDP = logGDP, smooth(1600) trend(trend)
```

```
sum HP_logGDP
```

```
* Sune Gr n Pedersen
* Bachelor's Thesis in Economics, 2024

* Clear the environment
clear all
drop _all
cls
set more off

* Set CD and import datasets

cd "C:\Users\sunep\Desktop\AU Oecon\OneDrive - Aarhus Universitet\
6. Semester\Bachelorprojekt\Data"

use solow.dta

* TIMESSET and QUARTER GENERATION

rename year year1

destring year1, generate(year)
drop year1

tsset year

gen A_plus1 = A[_n+1]

gen logA1      = ln(A_plus1)

gen logA       = ln(A)

gen filler=1+_n-1
```

```
drop if filler >= 26
```

```
reg logA1 logA, robust
```

```
predict resid
```

```
sum resid
```

```
* Sune Gr n Pedersen
* Bachelor's Thesis in Economics, 2024

* Clear the environment
clear all
drop _all
cls
set more off

* Set CD and import datasets

cd "C:\Users\sunep\Desktop\AU Oecon\OneDrive - Aarhus Universitet\
6. Semester\Bachelorprojekt\Data"

use productivity.dta

* Generer productivity variablen

gen prod = QuarterlyRealGDP/hours

* TSET

tsset dateQ

gen logprod      = ln(prod)*100
// Multiply by 100 to get in percentage terms

tsfilter hp HP_logprod = logprod , smooth(1600) trend(trend1)

sum HP_logprod
```

```
* Sune Gr n Pedersen
* Bachelor's Thesis in Economics, 2024

* Clear the environment
clear all
drop _all
cls
set more off

* Set CD and import datasets

cd "C:\Users\sunep\Desktop\AU Oecon\OneDrive - Aarhus Universitet\
6. Semester\Bachelorprojekt\Data"

import delimited investments.csv

* Cleaning

keep v306 v1

gen filler=1+_n-1

drop if filler <=147
drop if filler >= 344

generate dateQ=tq(1971q1)+_n-1
format dateQ %tq
tsset dateQ

destring v306, generate(investments)

* (1) HOURS
```

```
gen logI = ln(investments)*100
// Multiply by 100 to get in percentage terms

tsfilter hp HP_logI = logI , smooth(1600) trend(trend)

sum HP_logI
```

```
* Sune Gr n Pedersen  
* Bachelor's Thesis in Economics, 2024
```

```
* Clear the environment  
clear all  
drop _all  
cls  
set more off
```

```
* Set CD and import datasets
```

```
cd "C:\Users\sunep\Desktop\AU Oecon\OneDrive - Aarhus Universitet\  
6. Semester\Bachelorprojekt\Data"
```

```
use 1.dta
```

```
corr
```