

## فصل سوم جبر و معادله

**الگو:** به رابطه ای منظم بین تعداد بی شمار عدد یا شکل گفته می شود .

به منظور درک بهتر الگوها آنها را گروه های زیر طبقه بندی کرده ایم .

**۱ - الگوهای عددی و جمله n ام:** در این الگوها با توجه به رابطه ای که بین اعداد وجود دارد ، می توان به جمله n ام رسید .

**مثال:** جمله n ام الگوی عددی زیر را نوشته و جمله بیستم آن را حساب کنید .  $1, 3, 5, \dots$

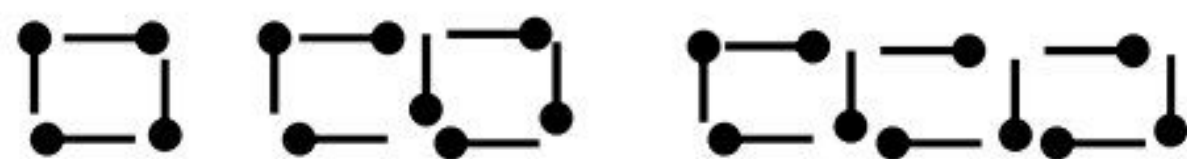
ملاحظه می شود تفاوت هر جمله با جمله قبلش ۲ میباشد ، پس عدد ۲ در تمامی جمله ها ضرب شده که یک واحد از آنها کم شده است . یعنی جمله n ام این الگو می شود :

$$2n - 1$$

$$2(20) - 1 = 40 - 1 = 39$$

**۲ - الگوهای شکلی و جمله n ام:** در این الگوها با توجه به رابطه ای که بین شکل ها وجود دارد ، می توان به جمله n ام و شکل مورد نظر رسید .

**مثال:** جمله n ام الگوی زیر را یافته و بنویسید شکل دهم این الگو از چند چوب کبریت درست شده است؟



با دقت در شکل ها ملاحظه می شود تفاوت شکل دوم و اول ۳ چوب کبریت می باشد . همچنین تفاوت شکل سوم و دوم نیز ۳ چوب کبریت می باشد . در نتیجه جمله n ام مضربی از عدد ۳ خواهد بود که یک واحد به آن اضافه شده است . پس

$$3n + 1$$

تعداد چوب کبریت های شکل دهم نیز به این صورت محاسبه می شود :

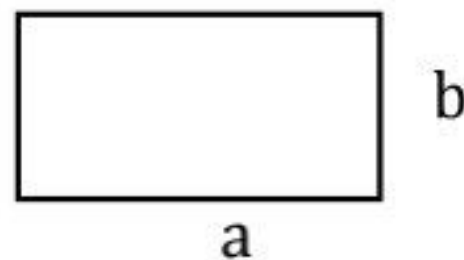
$$3(10) + 1 = 31$$

**۳ - جمله عمومی مسئله ها:** در این الگوها ابتدا هزینه ثابت را نوشته و هزینه دیگر را به عنوان ضریب n در نظر گرفته و به آن اضافه می کنیم .

**مثال:** یک شرکت حمل بار ۳۰۰۰۰ تومان در ابتدای قرارداد و به ازای هر ساعت کار ۴۰۰۰ تومان دریافت میکند . برای n ساعت کار چقدر باید پول پرداخت ؟

$$30000 + 4000n$$

**نوشتن دستور محاسبه محیط و مساحت به صورت جبری:** برای این کار باتوجه به دستور رسیدن به محیط و مساحت اشکال مختلف و حروفی که روی اضلاع آن شکل آمده ، عمل میکنیم .



$$\begin{aligned} \text{عرض} \times \text{طول} &= \text{مساحت مستطیل} \\ S_{\text{مستطیل}} &= a \times b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) &= \text{محیط مستطیل} \\ P_{\text{مستطیل}} &= (a + b) \times 2 \end{aligned}$$

**جمله جبری:** کوچکترین بخش از هر عبارت جبری را گویند که شامل دو بخش می باشد ؛

۱ - ضریب عددی : عددی است که در ابتدای هر جمله جبری قرار گرفته است .

۲ - بخش حرفی : حرف یا حروفی است که بعد از ضریب قرار می گیرند .

ضریب عددی

$$-4xy$$

بخش حرفی



\* برای جلوگیری از اشتباه شدن علامت ضرب با حرف  $x$  در یک عبارت جبری ، به جای علامت  $\times$  از نقطه یا پرانتز و یا از قرار دادن این علامت بطور کلی صرف نظر می کنند . مانند :

$$3 \times a \times b = 3 \cdot a \cdot b = 3(a \cdot b) = 3ab$$

\* از نوشتن ضریب ۱ می توان صرف نظر کرد

$$1 \times a \times b = ab$$

\* اعداد به تنهایی و بدون حرف ، خود یک جمله ای جبری به حساب می آیند .

**چند جمله ای :** از کنار هم قرار گرفتن چند یک جمله ای که با علامت های جمع یا تفریق از هم جدا شده اند ، به وجود می آید . مانند :

$$8 + x \rightarrow \text{دو جمله ای}$$

$$-b - 8 + 7xy + 2a \rightarrow \text{چهار جمله ای}$$

**جمله های متشابه :** عبارت های جبری هستند که بخش حرفی آنها مثل هم بوده و تفاوت آن ها در ضرایب عددی آنهاست . مانند :

$$-4x, \frac{1}{4}x, 9x, \dots$$

**جمع و تفریق در عبارت های جبری :** برای این کار فقط می توان جمله های متشابه را با هم جمع یا از هم کم کرد . مانند :

$$-4x + 5x - 2x = (-4 + 5 - 2)x = -1x = -x$$

**ساده کردن عبارت های جبری :** برای ساده کردن یک عبارت جبری ، ابتدا عملیاتی که بین جمله ها وجود دارند را انجام داده ، سپس جمله های متشابه را با هم جمع یا از هم کم می کنیم .  
\* اگر هنگام ساده کردن یک عبارت جبری ، جمله ای متشابه نداشت ، آن جمله را بدون تغییر در مراحل بعد می نویسیم .

### ضرب عدد در عبارت جبری :

ضرب عدد در یک جمله ای : عدد در ضریب یک جمله ای ضرب می شود . مانند :  $-2 \times (3x) = -6x$

ضرب عدد در چند جمله ای : عدد در تک تک ضرایب یک جمله ای ها ضرب می شود . مانند :

$$-2 \times (-3x + 5y) = 6x - 10y$$

ضرب یک جمله ای در چند جمله ای : ابتدا علامت ها ،

بعد ضرایب عددی و سپس حروف در هم ضرب خواهند شد . مانند :

$$2a \times (-3x + 7y) = -6ax + 14ay$$

مقدار عددی عبارت جبری : برای تعیین این مقدار ، به جای حروف موجود در عبارت ، اعداد داده شده را می نویسیم . مانند :

مقدار عددی عبارت :  $m(-3m + 1)$  را به ازای  $m = -2$  به دست آورید .

$$(-2) \times [-3 \times (-2) + 1] = -2 \times 7 = -14$$



**معادله:** به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، معادله می گویند.

### مراحل حل معادله:

**گام اول:** معلوم، مجهول کردن؛ یعنی هر چه متغیر یا مجهول داریم را به یک طرف تساوی و هر چه عدد داریم به طرف دیگر تساوی انتقال دهید. البته توجه داشته باشید در این نقل و انتقال تمام آنچه که منتقل شده اند باید **قرینه** (علامت آنها عوض) شود.

**گام دوم:** ساده کردن طرفین تساوی؛ پس از انجام انتقال، دو طرف تساوی را به ساده ترین صورت در آورید. یعنی اگر جمع یا تفریقی در هر طرف تساوی وجود داشت، آنها را انجام دهید.

**گام آخر:** رسیدن به جواب؛ جمع عددها را مجموع ضرایب تقسیم کنید.

**مثال:** جواب معادله زیر را به دست آورید.

$$4 - 3x = -8x - 6$$

$$\text{گام اول} \quad -3x + 8x = -6 - 4$$

$$\text{گام دوم} \quad 5x = -10$$

$$\text{گام آخر} \quad x = -\frac{10}{5}$$

$$\text{جواب معادله} \quad x = -2$$

**امتحان جواب معادله:** برای امتحان درست بودن حل یک معادله، باید جواب (جوابهای) به دست آمده را در صورت معادله به جای مجهول قرار دهید. اگر دو طرف تساوی یک اندازه شد، جواب صحیح و معادله درست حل شده است.

**حل مسائل به کمک معادله:** با تبدیل صورت بسیاری از مسائل به معادله، می توان با سرعت و دقت به جواب رسید. برای این کار ابتدا خواسته مسئله را با  $x$  مشخص کرده و سپس اطلاعات مسئله را به علائم ریاضی تبدیل کنید. به مثال ها توجه نمایید:

**مثال ۱:** از دو برابر عددی پنج واحد کم کردیم، حاصل منفی هفت شد. عدد چیست؟

عدد مورد نظر را  $x$  فرض میکنیم. پس داریم:

عدد مورد نظر = مقدار کم شده - (عدد  $\times 2$ )

$$(2 \times x) - 5 = -7$$

$$2x - 5 = -7$$

$$2x = -7 + 5 = -2$$

$$x = -2 \div 2$$

$$x = -1$$

**مثال ۲:** حاصل جمع سه عدد صحیح متوالی  $-33$  می باشد. آن سه عدد کدامند؟

با توجه به این که سه عدد متوالی هستند، پس داریم:

عدد مورد نظر  $x$

عدد کوچک تر  $(x - 1)$

عدد بزرگ تر  $(x + 1)$

$$(x - 1) + x + (x + 1) = -33$$

$$3x = -33$$

$$x = -33 \div 3$$

$$\text{عدد مورد نظر} \quad x = -11$$

$$\text{عدد بزرگتر} \quad (x + 1) = -11 + 1 = -10$$

$$\text{عدد کوچکتر} \quad (x - 1) = -11 - 1 = -12$$