

## فصل چهارم هندسه و استدلال

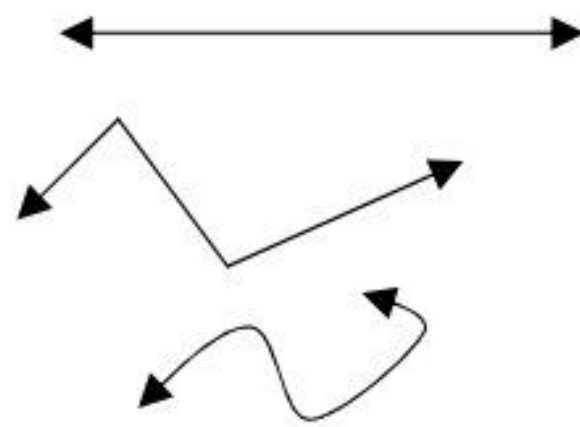
**خط :** از کنار هم قرار گرفتن بی شمار نقطه در کنار هم به وجود می آید .

**انواع خط :**

۱ - خط راست :

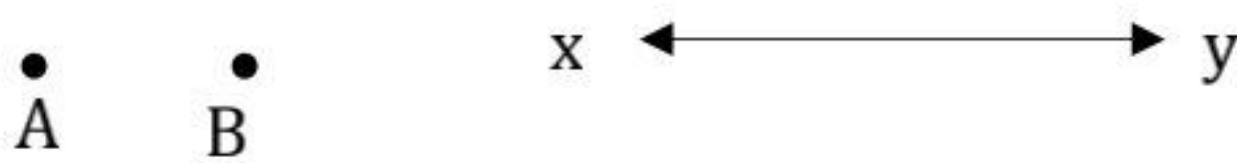
۲ - خط شکسته :

۳ - خط خمیده ( منحنی ) :



**نام گذاری نقطه و خط :**

در ریاضیات برای نام گذاری شکل ها از حروف انگلیسی استفاده می کنیم . به طور معمول **نقطه** را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنیم و برای نام گذاری امتداد **خط** که در شکل با فلش نشان می دهیم از حروف کوچک استفاده می کنیم . مانند :



\* از یک نقطه بی شمار خط می گذرد .

\* از دو نقطه فقط یک خط راست می گذرد .

\* از دو نقطه بی شمار خط خمیده و شکسته می گذرد .

**پاره خط :**

قسمتی از یک خط که با دو نقطه جدا شده باشد .

**طول یا اندازه پاره خط :**

طول یک پاره خط را با قراردادن یک پاره خط کوچک در بالای نام آن نمایش می دهیم . برای مثال  $\overline{AB}$  یعنی طول پاره خط  $AB$  و آن فاصله بین دو سر پاره خط میباشد که با واحدی به نام سانتیمتر ( cm ) اندازه گیری می شود .

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

تعداد تمام پاره های روی یک خط از این دستور محاسبه می شود

در این فرمول  $n$  تعداد نقطه ها می باشد .

**نیم خط :**

قسمتی از یک خط که از یک طرف با یک نقطه جدا شده باشد . نیم خط را ابتدا با نام نقطه و سپس نام خط نام گذاری و می خوانند . مانند نیم خط  $AX$

تعداد تمام نیمخط های روی یک خط از دستور  $2n$  به دست می آید که در آن  $n$  تعداد نقطه ها می باشد.

**مقایسه پاره خط ها :**

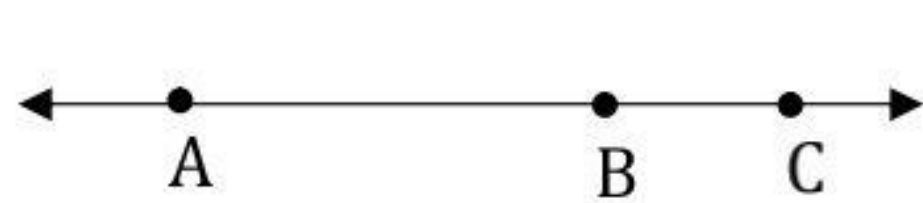
پاره خط ها را با توجه به طول آنها با هم مقایسه میکنیم.

مثلا پاره خط  $AB$  بزرگتر از پاره خط  $EF$  میباشد . این موضوع را به صورت ریاضی چنین مینویسیم .

$$\overline{AB} > \overline{EF}$$



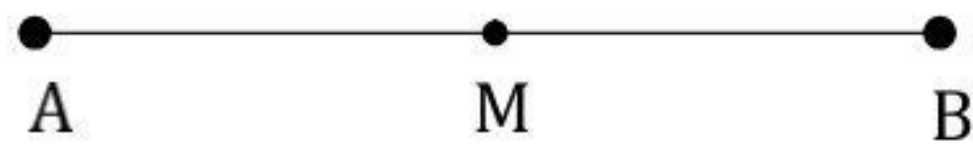
### جمع و تفریق پاره خط ها :



در جمع پاره خط ها به دنبال هم و در تفریق ، آنها را روی هم قرار میدهیم . مانند :

### نسبت بین پاره خط ها :

با توجه به طول پاره خط ها می توان بین آنها نسبت های مختلفی به دست آورد . مانند :



$$\overline{AB} = 2 \overline{MB}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

### روابط بین پاره خط ها :

با شناخت رابطه بین چند پاره خط ها ، می توان به رابطه های دیگری رسید . مانند :

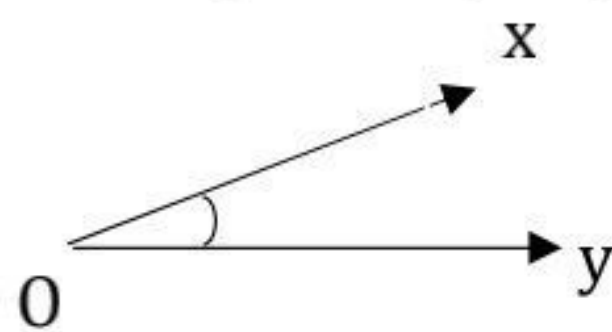
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{AB} > \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CD} > \overline{EF}$$

### زاویه :

دو نیم خط با رأس مشترک ، زاویه ایجاد می کنند .

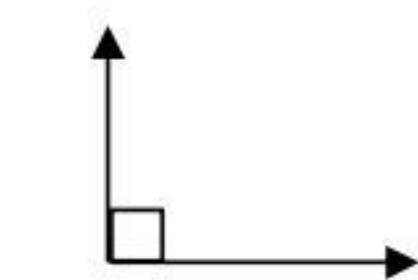
### نام گذاری زاویه :

- ۱ - با حرف رأس ؛ یک حرف بزرگ انگلیسی
- ۲ - با حرف رأس و دو نیم خط ؛ سه حرف انگلیسی که حرف وسط ( همان رأس ) حرف بزرگ و حروف کناری ( نیم خط ها ) حرف کوچک استفاده میشود . مانند :



$x\hat{O}y$  سه حرف  
( یک حرف )

### انواع زاویه :



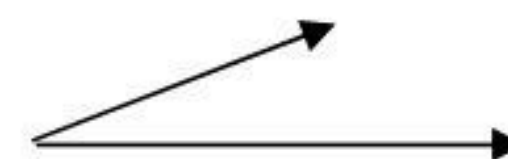
زاویه راست یا قائمه



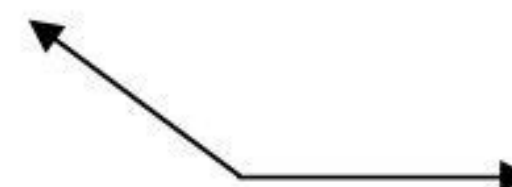
زاویه نیم صفحه یا تخت



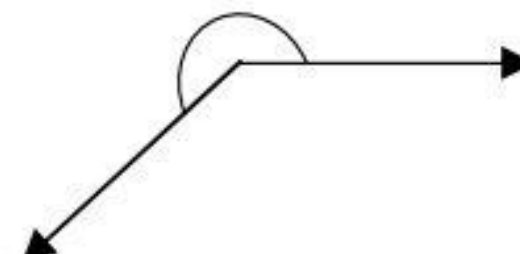
زاویه محدب یا کوژ ( کمتر از  $180^\circ$  )



زاویه تند یا حاده



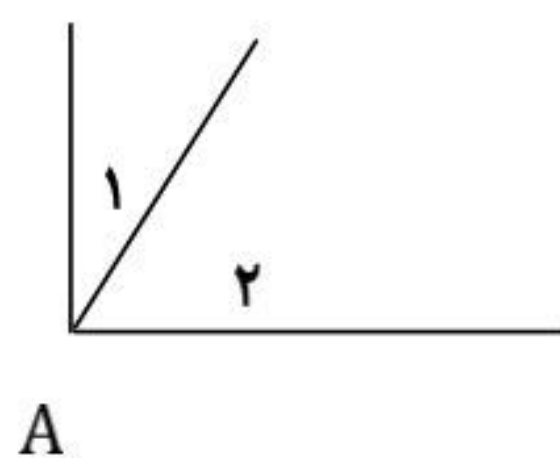
زاویه باز یا منفرجه



زاویه مقعر یا کاو ( از  $180^\circ$  تا  $360^\circ$  )



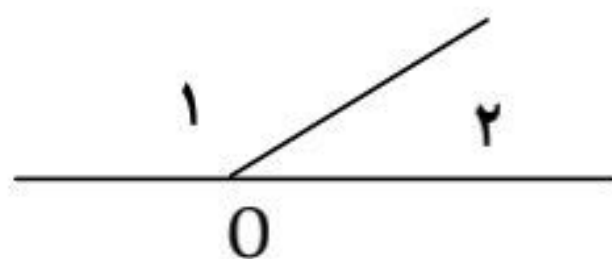
### زاویه های متمم :



دو زاویه ( خواه کنار هم ، خواه جدا از هم ) که مجموع آنها  $90^\circ$  شود .

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

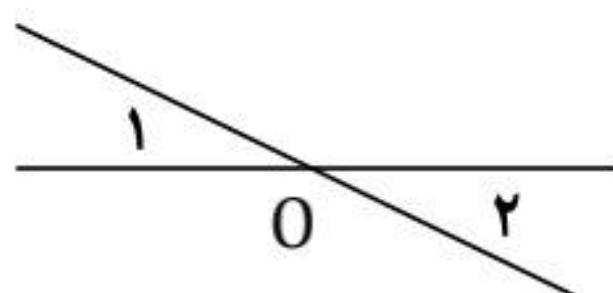
### زاویه های مکمل :



دو زاویه ( خواه کنار هم ، خواه جدا از هم ) که مجموع آنها  $180^\circ$  شود .

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$$

### زاویه های متقابل به رأس :



دو زاویه که در رأس مشترک و اضلاع آنها

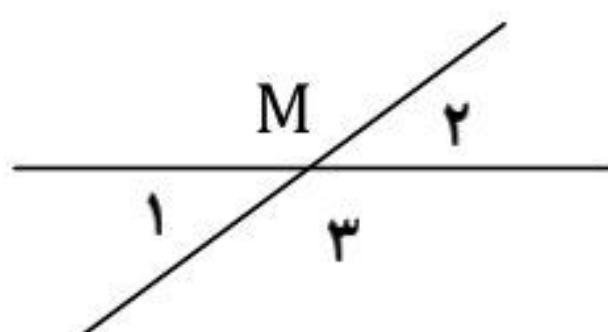
در امتداد هم باشند .

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

\* دو زاویه متقابل به رأس همیشه با هم مساویند .

### روابط بین زاویه ها :

با شناخت رابطه بین چند زاویه ، می توان به رابطه های دیگری رسید . مانند :



$$\hat{M}_1 + \hat{M}_3 = 180^\circ$$

$$\hat{M}_3 + \hat{M}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2$$

### چند ضلعی ها :

مثلث :

در هر مثلث ، مجموع زاویه ها برابر  $180^\circ$  است .

مثلث ها را با توجه به اندازه زاویه هایشان به سه دسته تقسیم می کنیم :

\* مثلث هایی که هر سه زاویه آنها تند است .

\* مثلث هایی که یک زاویه راست دارند .

\* مثلث هایی که یک زاویه باز دارند .

\* یک مثلث را وقتی نمی توان کشید که اندازه هر ضلع آن مساوی یا بزرگتر از جمع دو ضلع دیگرش باشد .

جمع دو ضلع دیگر < اندازه هر ضلع

\* مثلث مختلف الاضلاع را می توان ( با سه زاویه تند ) ، ( با یک زاویه قائمه و دو زاویه تند ) و ( با یک زاویه باز و دو زاویه تند ) رسم کرد .

\* مثلث متساوی الساقین را می توان ( با سه زاویه تند ) ، ( با یک زاویه قائمه و دو زاویه تند ) و ( با یک زاویه باز و دو زاویه تند ) رسم کرد .

\* مثلث متساوی الاضلاع را فقط با سه زاویه تند (  $60^\circ$  ) می توان رسم کرد .



- \* چند ضلعی هایی که هیچ زاویه بزرگتر از  $180^\circ$  ندارند ، محدّب یا کوژ نامیده می شوند .
- \* به چند ضلعی ای که دست کم یک زاویه بزرگتر از  $180^\circ$  داشته باشد ، چند ضلعی مقعر یا کاو می گویند .
- \* به چند ضلعی هایی که همه ضلع ها و زاویه هایشان با هم مساوی است ، چند ضلعی منتظم گفته میشود .  
مانند مثلث متساوی الاضلاع ، مربع و ...
- \* مجموع زاویه های هر  $n$  ضلعی برابر است با :

$$(n - 2) \times 180^\circ \quad (n \text{ تعداد اضلاع است})$$

- \* اندازه هر زاویه هر  $n$  ضلعی برابر است با :

$$\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$$

- \* تعداد قطرهای هر  $n$  ضلعی برابر است با :

$$\frac{n \times (n - 3)}{2}$$

### زاویه بین عقربه های ساعت :

زاویه بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار در ساعت  $h$  و دقیقه  $m$  از رابطه زیر به دست می آید.

$$\hat{A} = \left| 30 \cdot h - \frac{11}{2} m \right|$$

### تبدیلات هندسی ( انتقال ، تقارن ، دوران ) :

اگر شکل را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن جابجا گردد ، بدین ترتیب شکل را روی صفحه انتقال داده اید .

وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط ( خط تقارن ) پیدا می کنیم ، تصویر به دست آمده مساوی آن شکل است ؛ اما جهت آن تغییر می کند .

**مرکز دوران** ، نقطه ای است که شکل حول آن گردش ( یا دوران ) می کند .

در مرکز دوران  $180^\circ$  شکل به اندازه یک زاویه نیم صفحه (  $180^\circ$  ) گردش خواهد داشت .

در مرکز دوران  $90^\circ$  شکل به اندازه یک زاویه قائمه (  $90^\circ$  ) گردش می کند . این گردش به دو صورت امکان پذیر است .  
خلاف عقربه های ساعت ، که گردش  $90^\circ$  به سمت راست و در جهت عقربه های ساعت ، که گردش  $90^\circ$  به سمت چپ شکل اولیه صورت میگیرد .

شکل های مساوی ( هم نهشت ) : اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل ( انتقال ، تقارن یا دوران ) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم ، می گوییم این دو شکل باهم هم نهشت ( مساوی ) اند . این تبدیل ها به وسیله  $\rightarrow$  مشخص می گردد که نوع تبدیل بالای فلش نوشته می شود .