

شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد: به اعدادی می گویند که عدد داده شده بر آن ها **بخش پذیر باشد** (و آن عدد را با آنها می توان چندتا چندتا و یا به دونه ای دسته بندی کرد و شمرد) شمارنده های آن عدد می گویند.

$$12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \text{ شمارنده های عدد } 12$$

عدد اول: هر عدد **طبیعی بزرگتر از یک** که فقط دو شمارنده (یک و خودش) داشته باشد عدد اول نام دارد.

(یعنی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری نداشته باشد)

اعدادی مانند ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ... اعداد اول هستند. تنها عدد اول زوج عدد ۲ است.

$$11 = 11 \times 1$$

$$13 = 13 \times 1$$

$$17 = 17 \times 1$$

عدد مرکب: هر عدد طبیعی که بیش از دو شمارنده داشته باشد . عدد مرکب نام دارد .

$$4 = \{1, 2, 4\} \text{ عدد مرکب}$$

$$15 = \{1, 3, 5, 15\} \text{ عدد مرکب}$$

نکته: هر عدد مرکب را می توان به صورت حاصل ضرب **دو عدد طبیعی بزرگتر از یک** نوشت .

نکته: هر عدد مقسوم علیه خودش است.

نکته: عدد یک مقسوم علیه تمام اعداد است.

نکته: عدد یک **نه اول است و نه مرکب** (چون فقط یک شمارنده دارد) .

مضارب طبیعی یک عدد:

اگر یک عدد را در اعداد طبیعی به ترتیب ضرب کنیم ، مضارب طبیعی آن عدد حاصل می شود.

مضرب های طبیعی را به اختصار **مضرب** می گویند .

مثال: مضرب‌های طبیعی اعداد ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ را بنویسید؟

$$\begin{aligned} 2 \times 1 &= 2 \\ 2 \times 2 &= 4 \\ 2 \times 3 &= 6 \\ 2 \times 4 &= 8 \\ 2 \times 5 &= 10 \\ 2 \times 6 &= 12 \\ 2 \times 7 &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \times 1 &= 3 \\ 3 \times 2 &= 6 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 3 \times 4 &= 12 \\ 3 \times 5 &= 15 \\ 3 \times 6 &= 18 \\ 3 \times 7 &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \times 1 &= 5 \\ 5 \times 2 &= 10 \\ 5 \times 3 &= 15 \\ 5 \times 4 &= 20 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 5 \times 6 &= 30 \\ 5 \times 7 &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \times 1 &= 7 \\ 7 \times 2 &= 14 \\ 7 \times 3 &= 21 \\ 7 \times 4 &= 28 \\ 7 \times 5 &= 35 \\ 7 \times 6 &= 42 \\ 7 \times 7 &= 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11 \times 1 &= 11 \\ 11 \times 2 &= 22 \\ 11 \times 3 &= 33 \\ 11 \times 4 &= 44 \\ 11 \times 5 &= 55 \\ 11 \times 6 &= 66 \\ 11 \times 7 &= 77 \end{aligned}$$

.

.

.

.

.

طبق مثال بالا ششمین مضرب ۱۱ چند است؟ ($11 \times 6 = 66$)

نکته: اعداد طبیعی به سه دسته (۱- اعداد اول ۲ - اعداد مرکب ۳- عدد یک که نه اول و نه مرکب هست) تقسیم می شوند.

نکته: مجذور یک عدد یعنی آن عدد ضربدر خودش. مثلاً مجذور ۲ یعنی $2 \times 2 = 4$

نکته: هرگاه مجموع دو عدد اول، عددی فرد باشد، یکی از آن دو عدد حتماً عدد ۲ است. (مجموع دو عدد هنگامی فرد خواهد شد که یک عدد زوج با یک عدد فرد جمع شود)

مجذور یا مربع (توان دوم) اعداد اول کمتر از ۲۰ بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 11 \times 11 &= 121 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \times 3 &= 9 \\ 13 \times 13 &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \times 5 &= 25 \\ 17 \times 17 &= 289 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \times 7 &= 49 \\ 19 \times 19 &= 361 \end{aligned}$$

دو عدد متباین (دو عدد که نسبت به هم اول هستند):

اگر ب.م.م (بزرگترین شمارنده ی مشترک) دو عدد یک شود می گوییم دو عدد نسبت به هم **اول** (متباین) هستند.

$$(14, 15) = 1$$

$$(18, 25) = 1$$

نکته: همواره دو عدد **متوالی** (پشت سر هم) نسبت به هم اول هستند.

نکته: ب م م یک با هر عددی خود یک هست پس یک با هر عددی نسبت به هم اول هستند.

نکته: همواره هر دو عدد **اول متفاوت** نسبت به هم اول هستند. (یعنی شمارنده مشترک غیر از یک ندارند).

نکته: اگر عددی اول باشد تمام مضارب آن غیر از خودش مرکب هستند.

نکته: اگر عددی مرکب باشد تمام مضارب آن مرکب هستند. مثال های دو نکته در ادامه آمده:

$$\begin{aligned} 11 \text{ مضارب طبیعی} &= \{11, 22, 33, \dots\} \\ 6 \text{ مضارب طبیعی} &= \{6, 12, 18, \dots\} \end{aligned}$$

تعیین عددهای اول (به روش غربال) در این روش مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

۱ - عدد یک را خط می زنیم (چون عدد یک نه اول است و نه مرکب)

۲ - تمام مضارب عدد ۲ غیر از خودش را خط می زنیم

(چون خودش اول است دورش دایره کشیده و بقیه مضرب هایش مرکب هستند خط بزنید)

۳ - تمام مضارب عدد ۳ غیر از خودش را خط می زنیم.

۴ - تمام مضارب عدد ۵ غیر از خودش را خط می زنیم.

۵ - تمام مضارب عدد ۷ غیر از خودش را خط می زنیم.

۶ - به همین ترتیب مضارب اعداد اول را تا جایی خط می زنیم که مربع (توان دوم) آن عدد اول از بزرگترین عدد داده شده

بزرگتر نباشند (یعنی اگر بزرگتر بود خط زدن را ادامه نمی دهیم).

۷ - در پایان دور اعدادی که خط نخورده دایره بکشید و به عنوان عدد اول مرتب کنار هم بنویسید.

نکته مهم: (یا می توانیم جذر بزرگترین عدد را بگیریم ، و عددهای اول کوچکتر از آن را پیدا کنیم تا ببینیم مضرب های مرکب کدامیک از اعداد اول خط می خورند)

مثال: روش غربال را برای اعداد از ۱ تا ۳۰ به کار برید ؟ آخرین عدد اولی که مضارب آن خط می خورد عدد ۵ است . چون مربع عدد ۷ عدد ۴۹ می شود که از عدد ۳۰ بزرگتر است.

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰

نکته: در خط زدن مضارب مرکب اعداد اول ، اولین مضربی که خط می خورد مربع آن عدد اول است.

مثال: اولین مضرب مرکب عدد ۱۱ که در روش غربال خط می خورد چند است؟ ($11 \times 11 = 121$)

نکته: برای این که بدانیم در روش غربال عددی چند بار خط می خورد باید آن عدد را با نمودار درختی را تجزیه کرد ،

تا عوامل اول آن عدد تعداد خط خوردن را نشان دهد.

مثال: در روش غربال ۱ تا ۲۰۰ اعداد ۲۷ و ۳۵ و ۴۲ چند بار خط می خورند؟

$$(سه بار خط می خورد) \quad 42 = 2 \times 3 \times 7 \quad (دو بار خط می خورد) \quad 35 = 5 \times 7 \quad (یک بار خط می خورد) \quad 27 = 3^3$$

روش تقسیم های متوالی برای تعیین اول یا مرکب بودن عدد :

۱ - ابتدا از عدد داده شده جذر تقریبی می گیریم تا ببینیم که عدد داده شده را باید بر چه اعداد اولی تقسیم کنیم .

۲ - عدد داده شده را بر اعداد اول کمتر و مساوی جذر تقسیم (چکشی) می کنیم .

نکته : (برای تقسیم نباید تا اعشار حساب کنید همین که باقیمانده آورد یعنی بخشپذیر نیست .)

۳ - اگر بر هیچ کدام از اعداد بخش پذیر نبود عدد داده شده اول می باشد .

۴ - اگر بر یکی از آنها بخشپذیر بود مرکب هست و نیازی نیست بقیه تقسیم ها را محاسبه کنید .

(کافی است بنویسید مرکب است چون بر فلان عدد بخشپذیر است)

مثال ها :

عدد ۱۴۳ اول است یا مرکب؟

بخش پذیری ۱۴۳ را بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ... بررسی می نمائیم. این عدد بر ۱۱ بخش پذیر است پس ۱۴۳ عددی مرکب است.
 $143 = 11 \times 13$ $143 = 1 \times 143$

عدد ۸۳ اول است یا مرکب؟

بخش پذیری ۸۳ را بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ... بررسی می نمائیم. این کار را تا کجا باید ادامه داد؟ عدد ۸۳ بر ۲، ۳، ۵، ۷ بخش پذیر نیست. پس دیگر لازم نیست بخش پذیری آن را بر عدد ۱۱ بررسی کنیم چون مجذور عدد ۱۱ یعنی ۱۲۱ از ۸۳ بزرگتر است. پس ۸۳ عددی اول است.

با چند بار تقسیم می توان فهمید عدد ۱۵۱ اول است یا مرکب؟ $\sqrt{151} \approx 12/2$

باید بخش پذیر را بر اعداد اول کمتر از ۱۲ (۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱) بررسی کنیم. چون بر هیچ یک بخش پذیر نیست پس با ۵ بار تقسیم می توان فهمید عدد ۱۵۱ اول است.

نکته: برای محاسبه م.م.م دو عدد که به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه شده اند ، حاصل ضرب عوامل مشترک با کمترین توان

را بدست می آوریم .

همچنین برای محاسبه ک.م.م آن ها حاصل ضرب عوامل مشترک با توان بیشتر در عوامل غیر مشترک را بدست می آوریم .