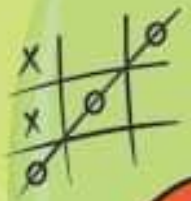
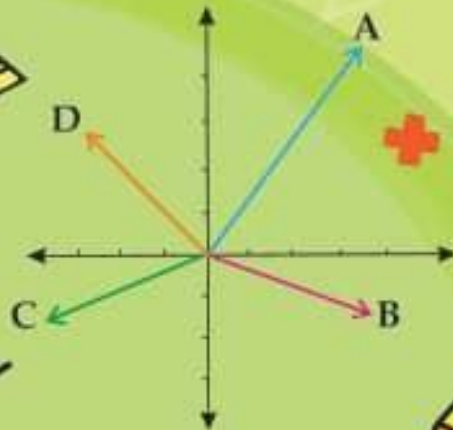


همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هفتم

● دوره اول متوسطه

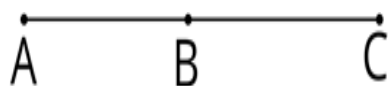
● گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل چهار: هندسه و استدلال

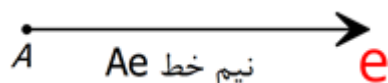
مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

درس اول : روابط بین پاره خط ها

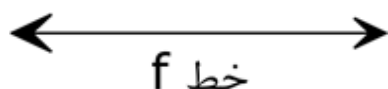
در ریاضیات برای نامگذاری شکل ها از حروف انگلیسی استفاده میکنیم. نقطه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نامگذاری می کنیم مثلاً در پاره خط زیر سه نقطه **A** و **B** و **C** قرار دارند.



برای نامگذاری امتداد خط ها که در شکل با پیکانه نشان میدهیم از حروف کوچک استفاده می کنیم (حرف کوچک انگلیسی سمت پیکانه نوشته می شود)



نکته: برای نامگذاری خط ها میتوان از یک حرف کوچک انگلیسی نیز استفاده کرد.



مثال: در شکل زیر نام خط ها نیم خط ها و پاره خط ها را بنویسید.

پاسخ:

خط ها:

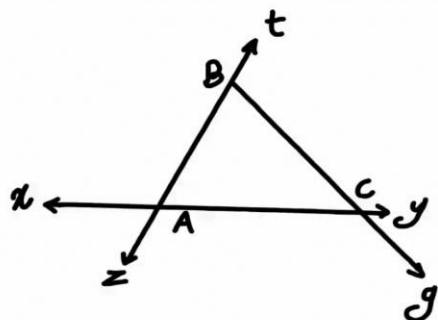
پاره خط ها:

نیم خط ها :

(نیم خط های محدود به A):

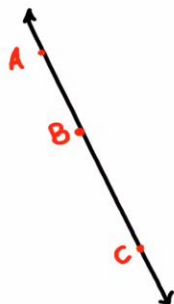
(نیم خط های محدود به B):

(نیم خط های محدود به C):



مثال: در شکل مقابل نقاط **A** و **B** و **C** روی یک خط قرار دارند رابطه های زیر را کامل کنید.

پاسخ:

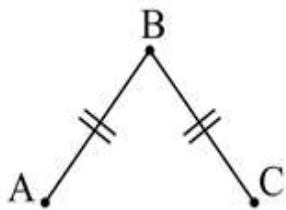


$$AB + BC =$$

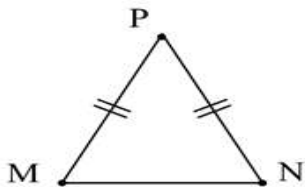
$$AC - AB =$$

$$AC - \quad = AB$$

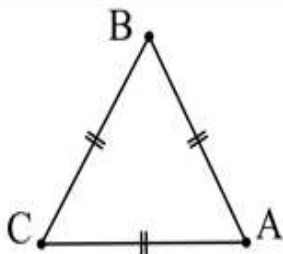
$$CB + BA =$$



پاره خط های مساوی را در شکل به صورت زیر مشخص می کنیم :



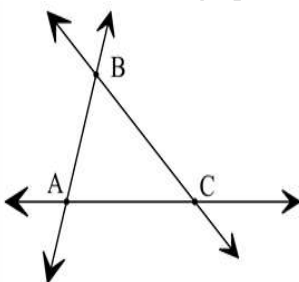
مثلاً در مثلث متساوی الساقین زیر دو ساق PM و PN با هم برابرند.



یا در مثلث متساوی الاضلاع اندازه سه ضلع با هم برابراند.

مثال: در A و B و C روی یک خط قرار ندارند بنابراین نقاط A و B و C تشکیل یک مثلث می دهند این مثلث ABC نام دارد و آن را با نماد $\triangle ABC$ نشان می دهیم.

با اندازه گیری طول پاره خط ها می توان رابطه های زیر را نوشت:

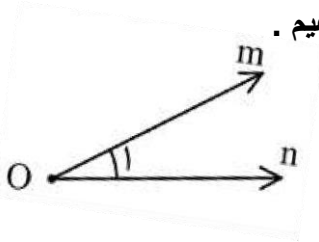


تأییدی های بالا برای هر مثلث دلخواه دیگری نیز برقرار است که به **نامساوی مثلث** مشهور است.

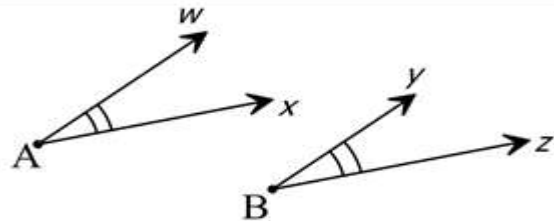
نامساوی مثلث: در هر مثلث مجموع اندازه های دو ضلع، از اندازه سوم بیشتر است.

درس دوم : روابط بین زاویه ها

برای نام گذاری زاویه ها طبق قراردادهایی که در درس قبل داشتیم می توان رأس (یک نقطه) را با حروف بزرگ انگلیسی و دو ضلع زاویه (دو نیم خط) را با حروف کوچک انگلیسی نمایش دهیم .



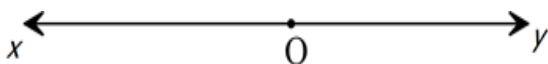
دو زاویه مساوی را در شکل به صورت زیر مشخص می کنیم:



علامت ها نشان می دهند که:

$$wAx = yBz$$

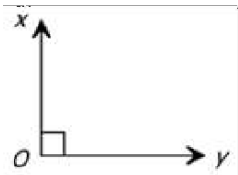
انواع زاویه و نامگذاری آن ها:



(1) زاویه نیم صفحه

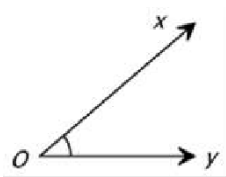
$$xOy = 180^\circ$$

(2) زاویه راست



$$xOy = 90^\circ$$

(3) زاویه تند



$$xOy < 90^\circ$$

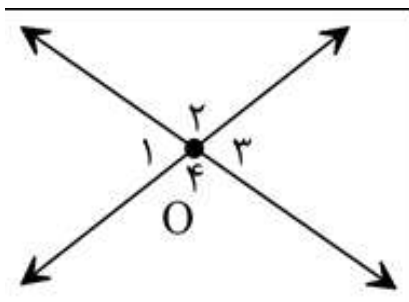
اندازه زاویه کوچکتر از 90 درجه است.

(4) زاویه باز

$$90^\circ < xOy < 180^\circ$$

اندازه زاویه بزرگتر از 90 درجه و کوچکتر از 180 درجه است .

نیمساز: خطی است که شروع آن از رأس زاویه است و زاویه را به دو زاویه برابر تقسیم می کند (زاویه را نصف می کند)

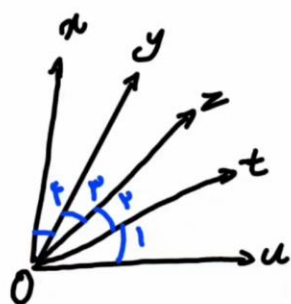


نکته: زاویه های متقابل به رأس با هم مساوی هستند.

توجه: برای اینکه دو زاویه متقابل به رأس باشند باید رأس های دو زاویه در یک نقطه قرار داشته باشند. و نیز اضلاع دو زاویه در امتداد (در ادامه) یکدیگر باشند.

مثال: در شکل روبه رو 4 زاویه باهم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

پاسخ:



$$x\hat{O}u = \text{---} \hat{O}_1$$

$$y\hat{O}t = \text{---} \hat{O}_2$$

$$x\hat{O}t = \text{---} t\hat{O}x$$

$$\hat{O}_3 = \text{---} y\hat{O}u$$

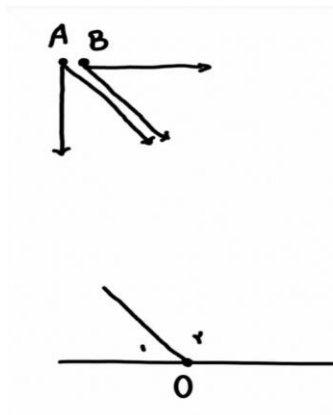
دو زاویه متمم: اگر مجموع اندازه های دو زاویه برابر 90 درجه باشد دو زاویه متمم یکدیگر نامیده می شوند
بنابراین اگر B و A زاویه متمم یکدیگر باشند آنگاه:

$$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$

دو زاویه مکمل: اگر مجموعه اندازه های دو زاویه برابر 180 درجه باشد دو زاویه مکمل یکدیگر نامیده می شوند
بنابراین اگر B و A زاویه های مکمل یکدیگر باشند آنگاه:

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

مثال: با توجه به نمونه ها برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید .

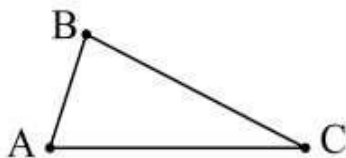


پاسخ:

$$A + B =$$

$$+ =$$

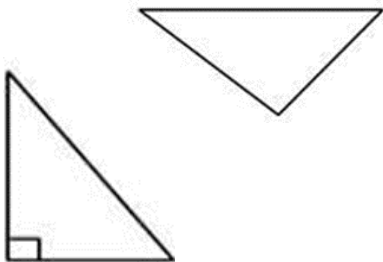
نکته: در هر مثلث، مجموع زاویه های آن برابر با 180° است .



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

دسته بندی مثلث ها:

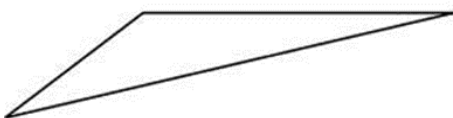
مثلث ها را با توجه به اندازه زاویه هایشان به سه دسته تقسیم می کنیم



(1) مثلث هایی که هر سه زاویه آنها تند است.

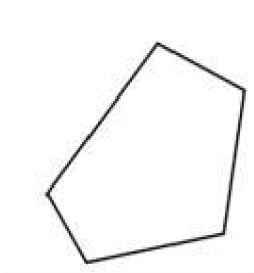
(2) مثلث هایی که یک زاویه راست دارند.

(3) مثلث هایی که یک زاویه باز دارند.



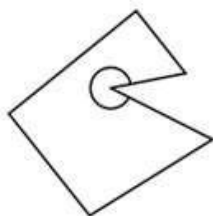
سوال: چرا مثلث نمیتواند دو زاویه راست داشته باشد؟

پاسخ: زیرا در این صورت مثلث دارای دو زاویه 90 درجه می شود که مجموع آن دو زاویه برابر با 180 درجه است، در صورتیکه می دانیم مجموع سه زاویه مثلث 180 درجه است.



چند ضلعی محدب (کوژ): چند ضلعی هایی که هیچ زاویه بزرگتر از 180 درجه ندارند
چند ضلعی محدب نامیده می شوند.
(چند ضلعی محدب مثل: مربع، مستطیل، همه مثلث ها و ...)

چند ضلعی مقعر (کاو): چند ضلعی که دست کم یک زاویه بزرگتر از 180 درجه داشته باشد
چند ضلعی مقعر نامیده میشود.



نکته: یک چند ضلعی نمی تواند به طور همزمان، هم محدب و هم مقعر باشد.

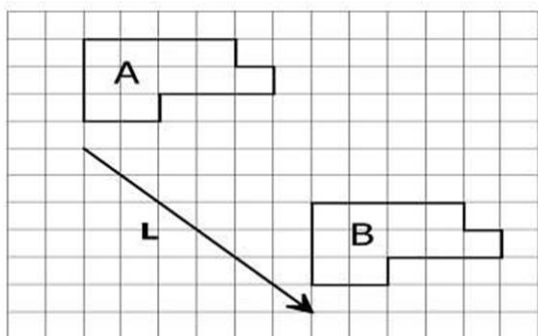
چند ضلعی منتظم: به چند ضلعی هایی که همه ضلع ها و زاویه هایشان با هم مساوی است **چند ضلعی منتظم** گفته می شود. (مثلا مربع چهارضلعی منتظم است و مثلث متساوی الاضلاع سه ضلعی منتظم است)



نکته: چند ضلعی های منتظم مقعر نیستند. یعنی هیچ زاویه بزرگتر از 180° ندارند.

نکته: هر چند ضلعی محدب حتما یک چند ضلعی منتظم نیست (مانند: مستطیل یا متوازی الاضلاع یا مثلث با زاویه راست)
درس سوم: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)

انتقال: اگر یک شکل را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهیم (جابجا کنیم) تا به مکان دیگری برود. به این عمل انتقال و شکل حاصل را انتقال یافته شکل اولیه می گویند. A انتقال یافته شکل B به عنوان مثال در شکل زیر شکل توسط بردار L است.

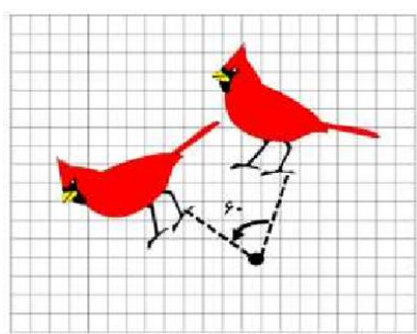


نکته: وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می دهیم تصویر بدست آمده مساوی (هم اندازه) و هم جهت با شکل اولیه است.

تقارن محوری (یا تقارن نسبت به خط): اگر قرینه تمام نقاط شکلی را نسبت به خط دیگر مشخص کنیم آنگاه شکلی حاصل میشود که قرینه شکل اول نسبت به خط می باشد.

نکته: وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا میکنیم تصویر بدست آمده مساوی آن شکل است (هم اندازه) اما جهت آن تغییر می کند.

دوران: A را حول یک نقطه ثابت بچرخانیم و شکل جدید را B بنامیم آنگاه شکل B را دوران یافته شکل A اگر شکل می نامیم.



این عمل را دوران و نقطه ثابت را مرکز دوران می نامیم.
در شکل مقابل تصویر پرنده را به اندازه 60° در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت دوران داده ایم.

برای دوران یک شکل حول یک نقطه باید هر کدام از نقاط آن شکل را به مرکز دوران وصل کرد سپس پاره خط حاصل را به اندازه زاویه دوران، چرخاند (هم جهت یا خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت، با توجه به خواسته مسئله) در نهایت با انجام این کار برای تمامی نقاط، شکل دوران یافته به دست می آید.

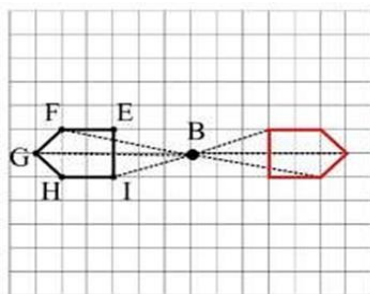
توجه: برای دوران یک چند ضلعی کافی است عملیات بالا را برای راس های آن انجام دهیم و سپس راس ها را به هم وصل کنیم.

دوران به اندازه 180° :

در دوران به اندازه 180° درجه، جهت دوران (در جهت عقربه های ساعت یا خلاف) آن مهم نمی باشد و در هر دو حالت شکل های یکسان به دست می آید.

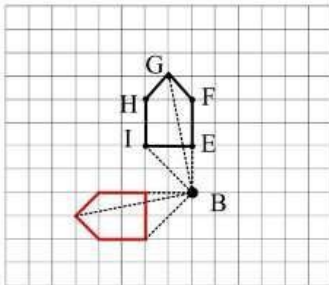
برای مشخص کردن دوران یافته یک چند ضلعی حول مرکز دوران به اندازه 180° درجه، کافی است رأس های چند ضلعی را به مرکز دوران وصل کنیم و آنها را به همان اندازه امتداد دهیم تا رأس های چند ضلعی دوران یافته مشخص شود.

دوران 180° شکل EFGHI حول نقطه B :



دوران به اندازه 90° :

در دوران به اندازه 90° جهت دوران مهم است. برای پیدا کردن دوران یافته چند ضلعی ها حول مرکز دوران رأس های چند ضلعی را با خط چین به مرکز دوران وصل می کنیم و خط چین ها را به اندازه 90° درجه دوران می دهیم تا رأس های چند ضلعی جدید به دست آید.



B را 90° حول نقطه EFGHI در شکل مقابل پنج ضلعی در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت دوران داده ایم:

نکته: دوران یافته شکل A با شکل اولیه مساوی است (هم اندازه است) ولی جهت شکل تغییر می کند.

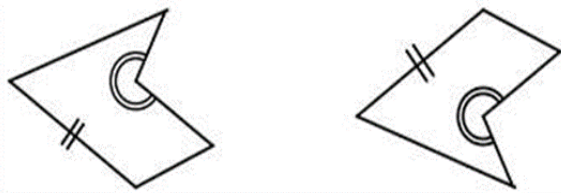
درس چهارم: شکل های مساوی (هم نهشت)

تعریف: اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگری در صفحه منطبق کنیم می گوییم این دو شکل با هم هم نهشت (مساوی) هستند.

ABC قرارداد: از علامت \cong برای نشان دادن هم نهشتی دو شکل استفاده می کنیم به عنوان مثال اگر دو مثلث دلخواه هم نهشت باشند، می نویسیم:

$$\triangle CBA \cong \triangle HGF$$

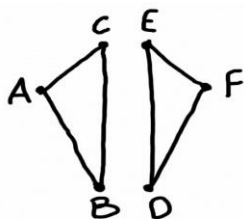
نکته: در دو شکل هندسی هم نهشت، اجزای متناظر دو به دو با هم برابرند.



مثال: دو شکل مقابل هم نهشت هستند.

یک ضلع و یک زاویه مساوی (متناظر) با هم در دو شکل با علامت گذاری یکسان مشخص شده اند.

مثال: در شکل مقابل دو مثلث هم نهشت دیده می شود. تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را کامل کنید.



$$\begin{array}{ll} A = & AB = \\ = E & = FE \\ B = & BC = \end{array}$$

پاسخ: