

Лабораторная работа №4.

Практическая часть.

Горбачев А. К.	Лабораторная работа №4	Зачет
	Явная разностная схема	
Бирн - 781	для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами теплопроводности	

Цель работы: численно решить уравнение теплопроводности с помощью явной схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами теплопроводности. Теоретическая часть.

Для решения ур-я теплопроводности с n к. теплопроводности:

$$\frac{d\vartheta}{d\tau} = \frac{d}{d\epsilon} \left(\alpha(\epsilon, \tau) \frac{d\vartheta}{d\epsilon} \right) + Q(\epsilon, \tau)$$

разностная схема:

$$\frac{\vartheta_k^{n+1} - \vartheta_k^n}{\Delta \tau} = \frac{\alpha_{k+\frac{1}{2}} \vartheta_{k+1}^n - (\alpha_{k+\frac{1}{2}} + \alpha_{k-\frac{1}{2}}) \vartheta_k^n + \alpha_{k-\frac{1}{2}} \vartheta_{k-1}^n}{h^2} + Q_k^n$$

Если $\alpha_{k+\frac{1}{2}}$, $k = 0, 1, \dots, k-1$ ограничены $M_1 \leq \alpha_{k+\frac{1}{2}} \leq M_2$, то след-ие

схема на устойчивость приводит к
условию: $M_2 \frac{\Delta \tau}{h^2} \leq \frac{1}{2}$

$$\alpha_{k+\frac{1}{2}} = \frac{\alpha_k + \alpha_{k+1}}{2} \text{ или } \alpha_{k+\frac{1}{2}} = \alpha\left(\xi_k + \frac{k}{2}, \tau_k\right),$$

~~Вывод~~ Вывод: я численно решил урав-
нение теплопроводности с помощью
явной схемы для уравнения теплопро-
водности с переменными коэффициентами
теплопроводности.

Практическая часть.

```
double D = 1.0; //Коэффициент теплопроводности
double t_end = 4; //Время окончания эксперимента
double a = 0.0, b = 1.0; //Начало и конец отрезка
double dx = 0.02; //Шаг пространственной переменной
double dt = (dx * dx) / 2.5; //Шаг временной переменной
double q = (D * dt) / (dx * dx); //Сокращение
double Aplus, Aminus; //Переменный коэффициент теплопроводности
int N = (b - a) / dx; //Количество узлов сетки по x
double* T = new double[N + 1.0]; //Температура на текущем шаге
double* T_next = new double[N + 1.0]; //Температура на следующем шаге
```

Объявление переменных.

Далее идет код из первой лабораторной для сопоставления графиков, вставлять его не буду.

```
//Начальные условия:
for (int i = 0; i <= N; i++)
{
    T[i] = 0.0;
}
```

Зануление температур в начальный момент времени.

```
//Вычисление коэффициента теплопроводности
double PK(double x, double t)
{
    return x + t;
}
```

Вычисление коэффициента теплопроводности.

```
for (double t = dt; t <= t_end; t += dt)
{
    for (int i = 1; i < N; i++)
    {
        //Вычисляем коэффициенты теплопроводности
        Aplus = (PK(i * dx, t) + PK((i + 1.0) * dx, t)) / 2;
        Aminus = (PK((i - 1.0) * dx, t) + PK(i * dx, t)) / 2;
        //Проверка условия устойчивости
        if (Aplus > ((0.5 * dx * dx) / dt))
            Aplus = (0.5 * dx * dx) / dt;
        if (Aminus > ((0.5 * dx * dx) / dt))
            Aminus = (0.5 * dx * dx) / dt;
        //Основная формула
        T_next[i] = ((Aplus * T[i + 1] - (Aplus + Aminus) * T[i] + Aminus * T[i - 1]) * dt) / (dx * dx) + T[i];
    }
}
```

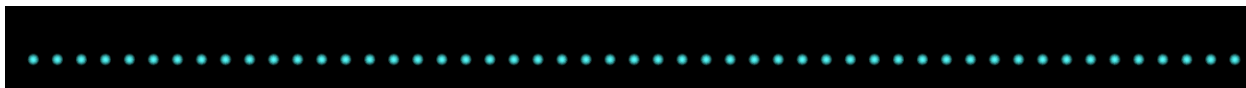
Вычисление коэффициентов теплопроводности, а далее расчет температур на следующем шаге по основной формуле.

```
//Учёт граничных условий:
T_next[0] = t / (1 + t);
T_next[N] = 0;
```

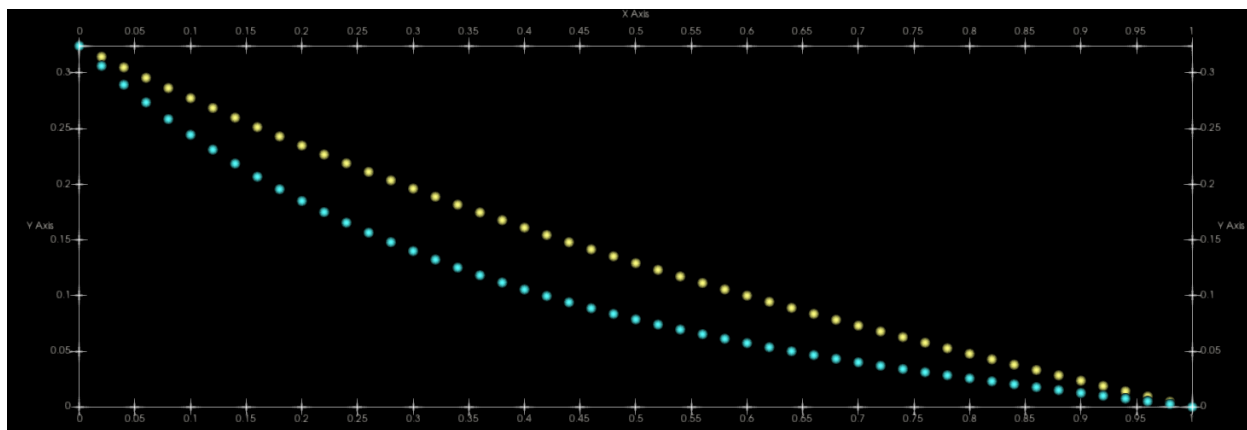
Учёт граничных условий.

Графики.

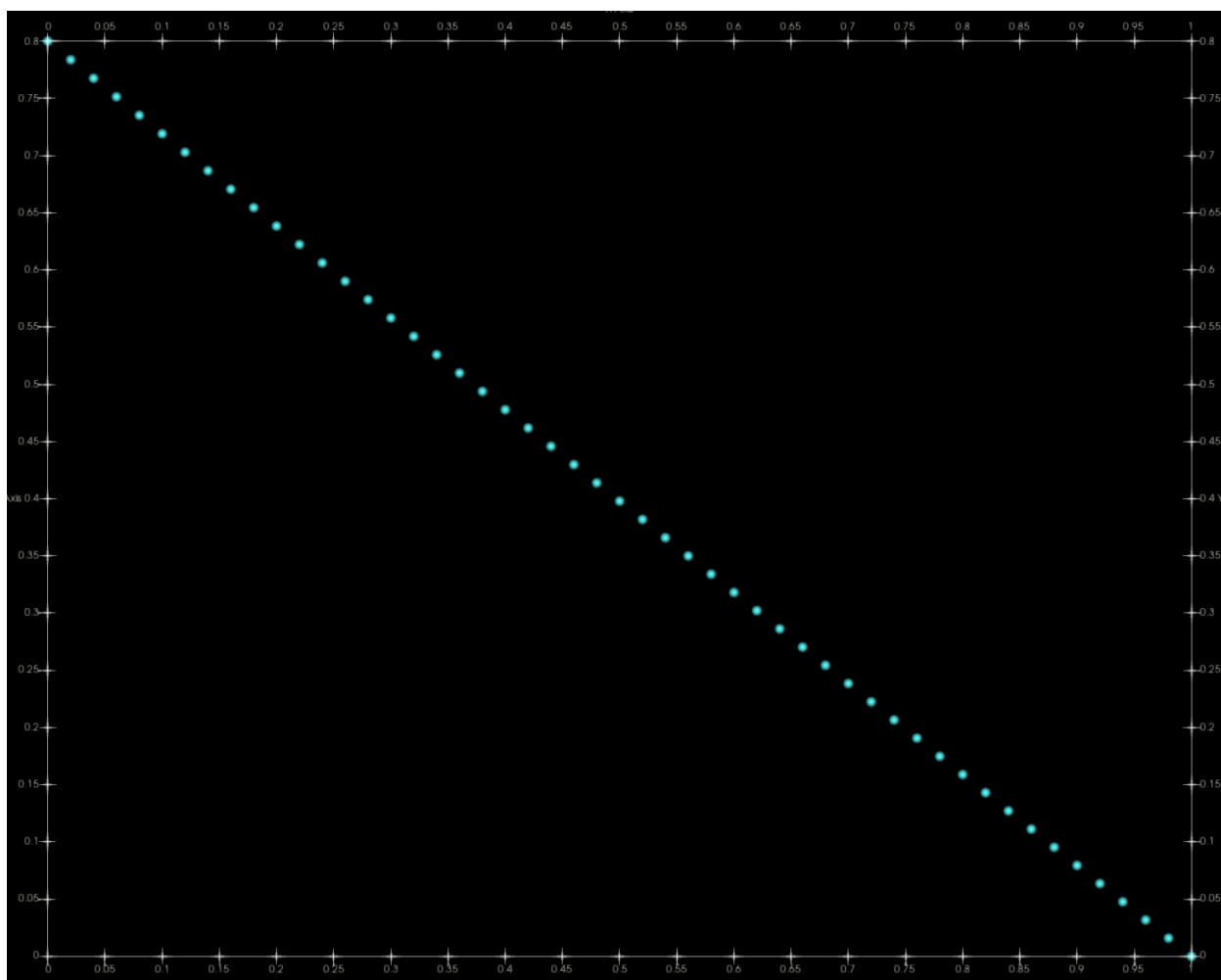
Голубой график – переменный коэффициент, желтый – константа.



Начальный момент времени.



Промежуточный момент времени.



Конечный момент времени ($t_{end} = 4$).