

分类号: O571-533 (1)  
U.D.C.:

密级: 公开  
编号:

# 中国工程物理研究院

## 学位论文

### 共振驱动的类轴子粒子探测实验设计与优化

马积喜

指导教师姓名 闫海洋 研究员

申请学位级别 硕士 专业名称 核技术与应用

论文提交日期2022年4月20日 论文答辩日期2022年5月26日

授予学位单位和日期 中国工程物理研究院

答辩委员会主席 符长波 教授

符长波 教授

罗鹏顺 教授

评阅人 刘本琼 副研究员

2022年6月1日



# **Experimental Design and Optimization of Resonantly Searching for Exotic Axion-like particles**

Dissertation Submitted to  
**China Academy of Engineering Physics**  
in partial fulfillment of the requirement  
for the degree of  
**Master of Philosophy**

in  
**Nuclear Technology and Applications**

by  
**Jixi Ma**

Dissertation Supervisor:      Professor H.Y. Yan



## 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得中国工程物理研究院或其他教育机构的学位或证书使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名： 签字日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解并接受中国工程物理研究院研究生部有关保存、使用学位论文的规定，允许论文被查阅、借阅和送交国家有关部门或机构，同时授权中国工程物理研究院研究生部可以将学位论文全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

学位论文作者签名： 导师签名：  
签字日期： 年 月 日 签字日期： 年 月 日



## 摘 要

粒子物理学中的标准模型理论是目前最成功的物理理论，也是最接近万有理论的普适模型。但是超越标准模型的新物理仍然存在，如暗物质问题、暗能量问题、强CP问题、正反物质不对称等很多新物理现象。为了解决这些问题提出了很多理论模型，这些理论模型引出了很多新的粒子，如轴子等。另外这些粒子还可以传播宏观的物质间的长程相互作用，这一类新相互作用可看做与费米子间的自旋与另一费米子质量的耦合，超越标准模型的新相互作用统称为第五力。

本文关心的是超越标准模型的由类轴子粒子传播的与自旋相关的新相互作用，通过探测与自旋相关的新相互作用来研究轴子和类轴子粒子。与自旋相关的新相互作用的探测方法目前有很多，带有自旋的粒子如中子、电子、原子核都作为自旋探针探索这种新的相互作用。本文计划使用玻璃气室内封装的具有长弛豫时间、高极化率的极化<sup>3</sup>He 做自旋探针探测极化<sup>3</sup>He与无磁性锗酸铋（Bi<sup>4</sup>Ge<sup>3</sup>O<sup>12</sup>简称BGO）晶体间产生的与自旋相关的新相互作用。

与自旋相关的新相互作用可认为是自旋与一有效磁场的相互作用，本文根据前人的工作基础及核磁共振技术的启发，使用共振驱动的方法探索与自旋相关的新相互作用。共振驱动的方法可以将新相互作用的信号放大，以此来增加探测的灵敏度。并根据该方法首次优化了共振驱动方法的实验装置，给出了第五力探测中最优化的<sup>3</sup>He玻璃气室尺寸。

具体的，为了理论上探究共振方法的放大效果，本文从谐振子模型与核磁共振模型两个角度分析了共振驱动的放大效果。对于谐振子模型，利用拉普拉斯变换法求解出驱动力随时间变化的谐振子运动方程，得出谐振子在共振时振幅的放大倍数恰好为谐振子的品质因子Q。又理论求解描述核磁共振过程的Bloch方程，将核磁共振Bloch方程中有效磁场的驱动项看做微扰，求解出Bloch方程的解析解，得出影响实验结果的因素为横向弛豫时间、粒子数密度、极化率、及频率的失谐量。将<sup>3</sup>He对外表现的宏观磁场与有效磁场的比值定义为共振驱动时有效磁场放大倍数。

本文使用法拉第旋光效应探测极化<sup>3</sup>He对外表现的宏观磁场，将探测信号与有效磁场的比值定义为信号放大倍数，信号放大倍数与横向弛豫时间、粒子数密度及气室尺寸成正比。为了使新相互作用探测时的信号最大，将横向弛豫时间的形式代入信号放大倍数后，优化出第五力共振探测实验方案中最优化的<sup>3</sup>He玻璃气室的半径为1mm-2mm。在最优化的参数设计下磁场放大倍数可达到10<sup>7</sup>。<sup>3</sup>He玻璃气室的制作成本高，周期长，本课题组已经具备了<sup>3</sup>He特种玻璃的制作条件和技术，本文的优化结果为下一步进行共振驱动实验时制作气室做出了指导。在最优化的气室设计下，依托我们的特种玻璃气室制备设施和工艺制作出气室后进行实验可使本实验探测灵

---

敏感度提高5个数量级。

**关键词:** 类轴子粒子, 自旋相关的相互作用, 极化 $^3\text{He}$ , 核磁共振, 谐振子

## Abstract

The Standard Model in particle physics is the most successful theory and the closest universal theory model . However, new physics beyond the standard model still exists, such as dark matter and dark energy, strong CP destruction, positive and negative matter asymmetry and so on. In order to solve these problems, many theoretical models have been put forward, which have led to many new particles, such as axions. In addition, these particles can mediate macroscopic, long-range interactions between matter, which are coupled with spin and velocity of matter. All the new interactions beyond the Standard Model are collectively referred to as the fifth forces.

In this paper, we are concerned with novel spin-dependent interactions mediated by axion-like particles beyond the standard model. Axions and axion-like particles are studied by detecting new spin-related interactions. There are many ways to detect new spin-dependent-interactions, and particles with spin such as neutrons, electrons, and nuclei are used as spin probes to explore these new interactions. In this paper, the new spin-dependent-interactions between polarized  $^3\text{He}$  and BGO crystals are investigated using a glass-enclosed spin probe with long relaxation reality and high polarizability.

The new spin-dependent-interactions can be considered as the interaction between spin and an effective magnetic field. In this paper, based on the previous work and the inspiration of nuclear magnetic resonance technology, resonance drive method is used to explore the new spin-dependent-interactions. In this paper, a set of fifth force resonance drive detection method is introduced. To further improve the experimental sensitivity of the fifth force detection, the resonance drive method is used to amplify the effective magnetic field . According to this method, the experimental device of resonance drive method is optimized for the first time, and the optimal size of  $^3\text{He}$  glass chamber is given.

Specifically, in order to theoretically explore the amplification effect of resonance method, this paper analyzes the amplification effect of resonance driven from the perspective of harmonic oscillator model and nuclear magnetic resonance model. For the harmonic oscillator model, the Laplace transform method is used to solve the equation of the harmonic oscillator, and the amplifying factor of the harmonic oscillator is the quality factor Q. The Bloch equation describing the process of nuclear magnetic resonance is solved theoretically. For the first time, the analytical solution of the Bloch equation is obtained by the perturbation method, and the driving term of an effective magnetic field in Bloch equation of nuclear magnetic resonance is regarded as perturbation. It is found that the factors affecting the experimental results are

---

Abstract

---

transverse relaxation time, particle number density, polarization, and frequency detuning. The ratio of the macroscopic magnetic field to the effective magnetic field of  ${}^3\text{He}$  is defined as the magnification of the effective magnetic field in resonance drive.

In this paper, Faraday optical rotation effect is used to detect the macroscopic magnetic field of polarization  ${}^3\text{He}$ . The ratio of the detected signal to the effective magnetic field is defined as the signal magnification, which is proportional to the particle number density and the size of the gas chamber and the transverse relaxation time. In order to maximize the signal during the new interaction detection, the optimal  ${}^3\text{He}$  glass gas chamber with a radius of 1mm-2mm in the fifth force resonance detection experiment scheme was optimized by substituting the form of transverse relaxation time into the signal amplification factor. The glass cell parameters' effect on the magnetic field amplification is analyzed, optimized special glass cells of radius 1-2 mm can reach a factor of  $10^7$  in magnetic field amplification. The production cost of  ${}^3\text{He}$  glass gas chamber is high, the cycle is long, the research group has been equipped with  ${}^3\text{He}$  special glass production conditions and technology. The optimization results in this paper provide guidance for the fabrication of the gas chamber in the resonance drive experiment. Relying on our facility and techniques for glass cells, the sensitivity of the this experiment can be improved by five order of magnitudes by using our special glass chamber preparation facilities and technology after the chamber is produced.

**Keywords:** Axion-Like Particles, Exotic Spin-dependent Interaction, Polarized  ${}^3\text{He}$ , NMR, Harmonic Oscillator

# 目录

摘要 .....	I
Abstract .....	III
第一章 引言 .....	1
1.1 超越标准模型的新物理 .....	1
1.1.1 强CP问题 .....	2
1.1.2 暗物质 .....	5
1.2 轴子的性质及探测 .....	7
1.2.1 轴子性质 .....	7
1.2.2 轴子探测方法 .....	7
1.3 国内外研究现状 .....	8
1.4 研究内容及文章结构 .....	10
第二章 类轴子粒子传播的新相互作用 .....	12
2.1 与自旋无关的相互作用 .....	13
2.2 与一个自旋有关的相互作用 .....	13
2.3 与两个自旋相关的相互作用 .....	14
2.4 本章小结 .....	15
第三章 极化 <sup>3</sup> He .....	16
3.1 极化 <sup>3</sup> He性质 .....	16
3.2 极化 <sup>3</sup> He的应用 .....	17
3.3 本章小结 .....	18
第四章 实验方案 .....	20
4.1 实验装置 .....	20
4.2 实验信号测量 .....	21
4.3 本章小结 .....	22
第五章 共振分析 .....	23
5.1 谐振子模型 .....	23
5.1.1 拉普拉斯变换法求解谐振子运动方程 .....	23
5.1.2 谐振子的共振放大倍数 .....	29
5.2 磁共振驱动模型 .....	30
5.2.1 核磁共振 .....	31
5.2.2 Bloch方程的求解 .....	32
5.2.3 磁共振的放大倍数 .....	39

5.3 本章小结 .....	40
第六 章 气室优化 .....	41
6.1 信号放大倍数与 $T_2$ .....	41
6.2 $T_2$ 影响因素 .....	41
6.2.1 磁场梯度影响 $T_2$ .....	42
6.2.2 $^3\text{He}$ 气体弛豫率与 $T_2$ .....	42
6.3 $T_2$ 优化后结果 .....	44
6.4 气室优化结果 .....	46
6.5 优化结果讨论 .....	47
6.6 本章小结 .....	49
第七 章 总结与展望 .....	50
致 谢 .....	52
参考文献 .....	54
攻读硕士学位期间完成的论文及其他成果 .....	60

# 第一章 引言

物理学是研究物质的运动与运动的物质的学科，物质的运动需要物体间的相互作用做动力。而物体间的相互作用虽然纷繁复杂，却都可以用四种基本相互作用解释。四种基本相互作用包括强相互作用、弱相互作用、电磁相互作用以及引力相互作用，四种基本相互作用如图1.1所示。电弱统一理论描述了弱相互作用和电磁相互作用，量子色动力学描述了强相互作用，电弱统一理论和量子色动力学共同构成了粒子物理学标准模型<sup>[1]</sup>。粒子物理的标准模型是目前物理学中最完美的理论<sup>[1]</sup>，它描述了目前发现的所有的粒子及除引力之外的相互作用。2013年希格斯粒子的发现<sup>[2]</sup>完成了标准模型的最后一块拼图，这个发现验证了标准模型的预言也标志着标准模型的巨大成功，标准模型更是目前最接近万有理论的普适模型。

如此完美的理论也有破缺的地方，超越标准模型的新物理现象仍然存在，标准模型也存在很多无法解答的现象，例如中微子振荡<sup>[3]</sup>，强CP破坏问题<sup>[4]</sup>、正反物质不对称问题还有暗物质及暗能量问题<sup>[3]</sup>等很多现象。

为了解决这些问题，科学家们在理论上提出了很多解释。很早以前，Peccei和Quinn就提出了PQ机制来解决强CP问题<sup>[5]</sup>，Wilczek<sup>[6]</sup>和Weinberg<sup>[7]</sup>又同时注意到PQ机制可以产生新的伪标量粒子，这些伪标量粒子被命名为轴子。1984年，Moody和Wilczek<sup>[8]</sup>指出，类轴子粒子(Axion-Like Particles, ALPs)可以传播宏观的与自旋相关的相互作用。近年来的研究也引入了许多延伸到标准模型之外的新的玻色子<sup>[3]</sup>，如暗光子<sup>[9]</sup>、para-photons<sup>[10, 11]</sup>、familons、majorons<sup>[3]</sup>以及Z' 玻色子等<sup>[12]</sup>。这些粒子统称为WISPs(weakly interacting sub-eV particles)<sup>[13]</sup>，理论上轴子、暗光子、para-photons、Z' 很多新玻色子也可以传播新的宏观相互作用<sup>[12, 14, 15]</sup>。

这些粒子中最受关注的还是轴子和类轴子粒子，另一方面，ALPs的质量很轻，它们与普通物质相互作用强度很小，这些特点使ALPs是冷暗物质的候选者<sup>[4-7]</sup>。所以轴子的研究既可以解决强CP问题也有望解决困扰科学家一个多世纪的暗物质问题，因此轴子受到很多团队与科学家的青睐，轴子的研究与最前沿基础物理学研究息息相关而令人着迷。为了与科学前沿接轨，本文研究了类轴子粒子的桌面级的探索方法——探索类轴子粒子传播的新相互作用。

## 1.1 超越标准模型的新物理

超越标准模型的新物理现象已经被证明仍然存在，本文研究的轴子就是为了解决这种现象时提出的，本小节通过回顾超越标准模型的问题强CP问题和暗物质问题的提出，从而引出了本文研究的粒子——轴子。

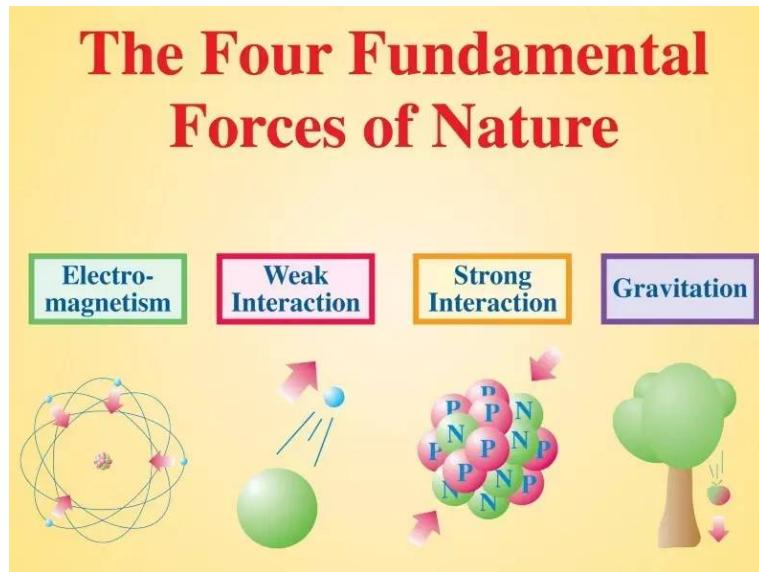


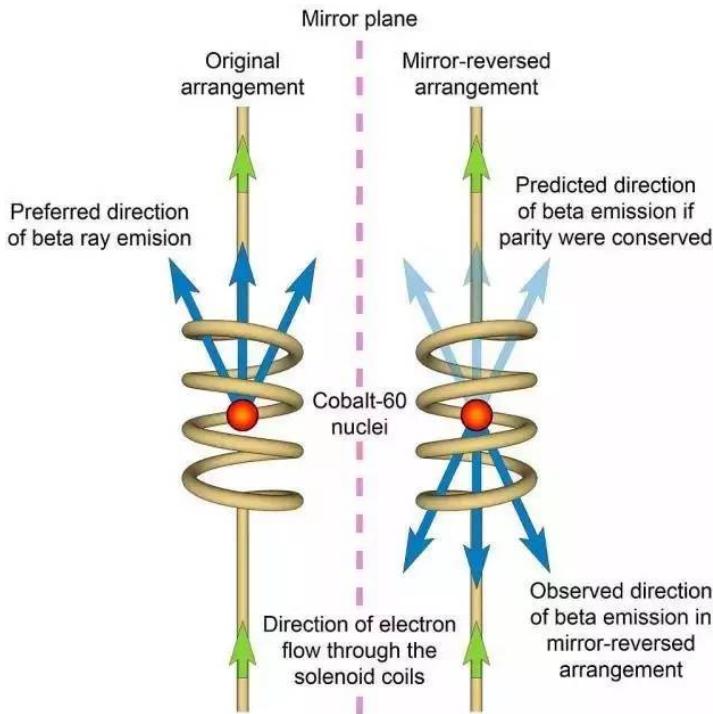
图 1.1 四种基本的相互作用

### 1.1.1 强CP问题

对称性是自然界非常重要的性质，对称的事物往往给人以美的体验。物理学是美的，美好的事物总是以最简单的规律为灵魂。每一种连续对称性都与一种物理上的守恒量对应。例如，动量守恒与空间平移不变性相对应，角动量守恒与空间转动不变性相对应，能量守恒与时间平移不变性相对应。另一方面，在物理学中还有三种非常重要的分立对称性，分别是C对称性、P对称性和T对称性。电荷共轭对称性又称为C对称性，C对称性与正反粒子变换的不变性相对应，空间反演对称性又称为P对称性，P对称性与宇称守恒相对应，时间反演对称性又称为T对称，T对称性与时间反演不变性相对应。

对称性和对称性破缺是20世纪辉煌的物理学史的一个重要篇章。物理学家们认为对称性是美的，美的事物都是简单的而非复杂的，美则是物理学的极致追求，所以一直以来物理学家认为物理反应过程中对称性都是守恒的。但是在1956年，杨振宁和李政道开创性的提出弱相互作用中宇称是不守恒的<sup>[16]</sup>，这一石破惊天的假设很快被吴健雄先生在极化的<sup>60</sup>Co 贝塔衰变实验中验证<sup>[17]</sup>了。杨振宁、李政道和吴健雄三位先生的发现打破了物理学对美的追求，也颠覆了物理学界对物理学中对称性的理解。杨振宁、李政道两位先生也因为这项工作荣获1957 年的诺贝尔物理学奖。吴建雄的实验如图1.2所示。

《老子》有云：“道生一，一生二，二生三，三生万物”。弱相互作用中的宇称不守恒被发现后，科学家们又发现弱相互作用中C对称性也是不守恒的。1964年，科学家们在 $K_L^0 \rightarrow 2\pi$ 衰变中发现C和P的联合对称性也是破缺的<sup>[18]</sup>。物理学总是朝着令人意想不到的却又合理地方向发展，1964年，克洛宁（J. Cronin）和菲奇（V. Fitch）发现了CP联合对称性的破缺现象，该问题的发现对于理解宇宙中正物质与反物质的

图 1.2 吴健雄的极化<sup>60</sup>Co 的贝塔衰变实验

不对称有重要的意义。因为这个奇妙而具有里程碑式的发现，克洛宁（J. Cronin）和菲奇（V. Fitch）也因此获得了1980年诺贝尔物理学奖<sup>[18]</sup>。1999年，费米实验室和欧洲核子中心（CERN）又分别在 $K_L$ 介子的衰变过程中发现了CP联合对称性破缺的现象<sup>[19, 20]</sup>。

除了CP联合对称性的破缺，很多实验也在尝试寻找CPT联合对称性破缺的现象，比如意大利的 $\phi$ 介子工厂<sup>[21]</sup>和基于原子磁强计的很多精密测量实验<sup>[22]</sup>。因为CPT的联合不变性是洛伦兹对称定域量子场论的基本结论，所以CPT的破缺不仅会极大的颠覆人们对物理学中对称性的认知也会动摇已经被广泛验证的标准模型。尽管在

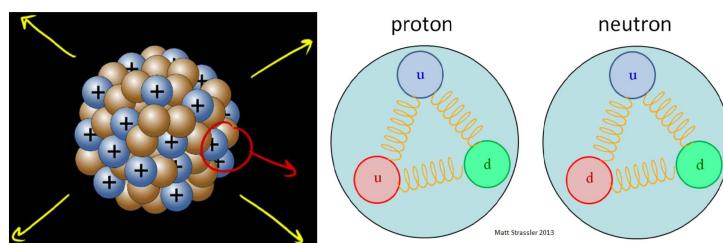


图 1.3 左边：由质子与中子组成的原子核；右边：由夸克组成的质子和中子

弱相互作用中发现了CP破缺现象，但在强相互作用中，还未发现CP破缺现象。强相互作用是原子核内部的相互作用，核子内部的夸克间的相互作用也是强相互作用，强相互作用如图1.3所示。

支配弱相互作用的电弱理论（EWT）与支配强相互作用的量子色动力学QCD理论是非常相似的。所以在理论上，CP破坏在强相互作用中也是有可能存在的，但目前在实验中我们还没有发现任何CP破坏的证据。量子色动力学（QCD）的拉格朗日

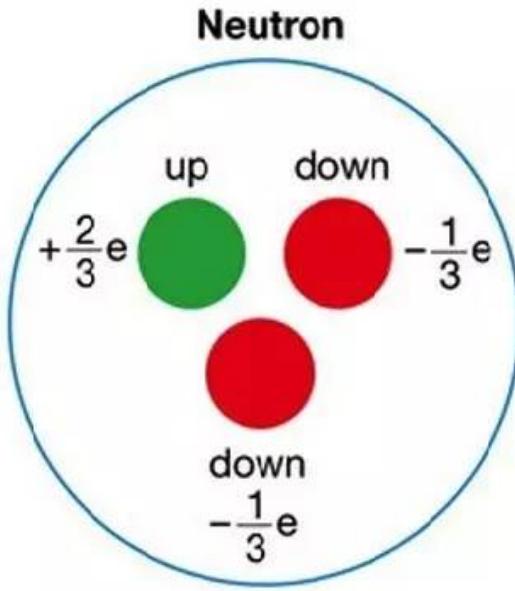


图 1.4 中子由两个下夸克( $d$ )和一个上夸克( $u$ )组成，夸克的电荷是分数的，下夸克带电量为 $-\frac{e}{3}$ ，上夸克带电量为 $\frac{2}{3}e$

量为

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \theta \frac{g^2}{64\pi^2}F_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma} + \bar{\Psi}(i\gamma^\mu D_\mu - me^{i\theta'\gamma^5})\Psi. \quad (1-1)$$

其中式(1-1)的第一项是规范场的动力学项，第三项和第四项是夸克的动力学项和质量项，第二项是真空的动力学项， $\theta$ 也被称真空角。为了在量子色动力学(QCD)中引入CP破缺现象，在QCD的拉氏量中可以加入一个CP破缺项：

$$L_{CPviol.} = \frac{\alpha_s}{8\pi}\theta tr(G_{\mu\nu}\tilde{G}^{\mu\nu}). \quad (1-2)$$

其中 $\alpha_s$ 是强耦合常数， $G_{\mu\nu}$ 是胶子场的场强张量， $\tilde{G}^{\mu\nu}$ 是 $G_{\mu\nu}$ 的对偶张量。定义表征CP破坏的量为

$$\bar{\theta} = \theta + \arg \det M_q. \quad (1-3)$$

$M_q$ 是夸克质量矩阵。在强相互作用的方程中， $\bar{\theta}$ 表征CP破坏的量， $\bar{\theta}$ 这个参数的大小可以用实验数据来标定。

其中一个实验是根据中子电偶极矩确定表征CP破缺的参数 $\bar{\theta}$ ，中子本身不带电，但是中子的结构是由两个下夸克和一个上夸克组成，下夸克带电量为 $-\frac{e}{3}$ ，上夸克带电量为 $\frac{2}{3}e$ ，中子的结构如1.4所示，所以中子的结构意味着中子虽不带电，但却可以存在电偶极矩，根据CP破坏项可以计算出中子的电偶极矩(nEDM)为

$$d_n(\bar{\theta}) \approx \frac{e\bar{\theta}m_\mu m_d}{(m_\mu + m_d)m_n^2} \approx 6 \times 10^{-17}\bar{\theta}e \cdot cm. \quad (1-4)$$

其中 $m_\mu$ 和 $m_d$ 分别是上下夸克的质量。

目前实验里测量出中子电偶极矩最灵敏的结果为 $d_n < 3 \times 10^{-26}e \cdot cm$  [23]，根据电

偶极矩的测量值可以计算出表征CP破缺的参数 $|\bar{\theta}| < 10^{-9}$ 。 $\bar{\theta}$ 的值如此的小——甚至有可能为零——表明CP对称有可能在强相互作用中守恒。

CP对称性破缺只发生在弱相互作用，而不发生在强相互作用中，所以强CP问题一直是很多物理学家期待解决的问题，科学家们为了解释这一现象提出了一些可能的理论解释，其中最有希望的理论解释为PQ机制。1977年Roberto Peccei 和Helen Quinn 提出了Peccei-Quinn 对称性来解释强CP问题，这是一种自发破缺的全局U(1)对称性，又被称为PQ机制<sup>[5]</sup>。在这一机制下， $\theta$ 不再是一个常数，而是一个场，这个场自发破缺，使得CP 破缺为零，因此Peccei-Quinn机制可以带来一种新的玻色子——轴子（Axion）<sup>[6, 7]</sup>，在低能条件下，轴子基态令 $\theta = 0$ ，这样就能解释强CP 问题。

轴子是一种自旋为0的赝标量的赝哥德斯通玻色子，这种粒子的质量非零可是却非常小，另一个性质是轴子与普通物质的相互作用的强度非常弱，所以轴子也是被预期的非常重要的冷暗物质候选者<sup>[24]</sup>。所以轴子的研究与近些年较火热的暗物质搜索问题也是息息相关的。

### 1.1.2 暗物质

暗物质的历史已经一百多年了，但对暗物质的了解仍旧知之甚少。早在19世纪末，在旋转的星系中，天文学家们发现星系周围的星体的运动速度的观测值比通过可见的星系物质质量计算出的运动速度要快，且距离星系中心越远，速度差别越大，如图1.5所示。星体的运动速度为

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (1-5)$$

其中 $M$ 为星体围绕的星系的质量， $M$ 越大，星体运动速度越快。星系外围恒星绕星系中心的旋转速度明显比理论值要快。为了满足经典的牛顿-开普勒天体绕转模型，星系的中心物质的质量比已经观测到的物质质量要大得多，星系内存在看不见但是却有质量贡献的物质，因为看不见其自身又不发光这些物质称之为“暗物质”。

随着上个世纪末天文观测学的飞速发展和宇宙学标准模型的建立，宇宙中很多的地方都间接证明存在暗物质。除了上文中提到的星系运动的方式间接证明了暗物质的存在。另一方面，在宇宙演化的问题中同样需要暗物质的存在才可以解释。现在的宇宙中分布有像地球、太阳、银河系中心黑洞等密度超大的星球或星体，但是也存在着星系之间空旷无边的虚空，习惯上我们称之为真空，所以大众认为宇宙空间里面是真空的。今天的宇宙像一杯点过卤水的豆浆，到处是“clusters and lumps”，结成一团一团又有很多地方是浆水，形成这样结构的需要暗物质的存在才可以。

标准模型中所描述的粒子（普通物质）只占我们宇宙的5%，宇宙的其他部分26% 是暗物质，69% 是暗能量。迄今为止，虽然存在很多猜想，但人们并未能确定暗物质或暗能量的性质，不清楚我们宇宙中95% 的部分由什么组成。因此，探索

超越标准模型描述的新粒子（或新相互作用）一直是前沿物理学的重要研究方向。

受到暗物质影响后的星系运动早已经被观测到，但是却从未直接观察到暗物质，所以暗物质的组成依然是个谜。为了早日找到暗物质，物理学家已经想出了很多种探测方法。纽约大学的物理教授尼尔·魏纳（Neal Weiner）说：“谁都不知道哪个实验最终能解决它，而且如果你不去思考如何正确地做实验，就找不到它。它不会就那么撞到你脸上，不然它的名字就不叫‘暗物质’了。”

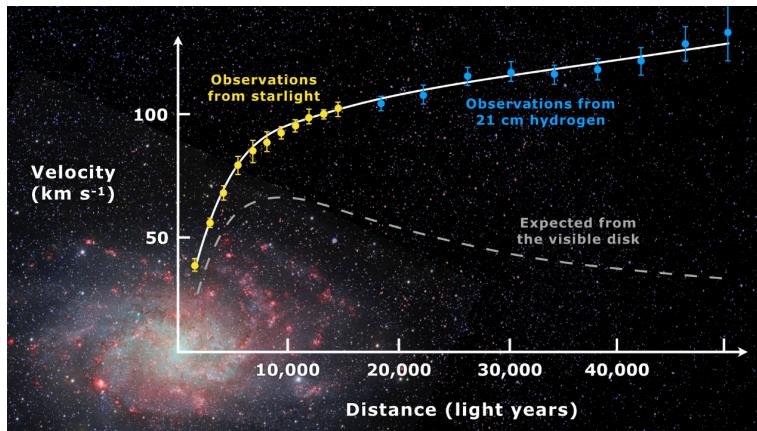


图 1.5 螺旋星系M33 的旋转速度随半径的分布<sup>[25, 26]</sup>。虚线为通过可见物质质量计算得到的预测旋转速度，实线是通过星光和氢元素分布的观测拟合出的实际旋转速度

物理学发展到今天，在大型加速器上和宇宙射线中发现了很多在现实世界中非常难以观察到的粒子，这些粒子的共同点是与我们已知的物质有基本的相互作用，因此这些粒子可以在实验中与已知物质发生相互作用，然后会变化（衰变）成已知的粒子。很多科学家期待也可以通过这样的方式寻找到暗物质，使暗物质与已知的物质发生相互作用然后衰变为已知粒子之后再被观测到。目前对于暗物质来说就有很多种备选的粒子，针对不同的粒子有着针对性的探测方法。

#### 1.1.2.1 弱相互作用大质量粒子

暗物质的候选粒子目前有很多种，这也为暗物质的探索提供了很多方向。首先是弱相互作用大质量粒子（WIMP），大质量相互作用粒子的质量可能是质子质量的1至1000倍，而且它们之间只存在弱相互作用。虽然科学家在太空和大型强子对撞机中做了各种实验来寻找它们，但弱相互作用大质量粒子至今仍然没有被发现。最近新的实验数据又进一步缩小了对它们的质量、相互作用强度及其他性质的搜寻区间。

#### 1.1.2.2 惰性中微子

暗物质的候选粒子其次是惰性中微子，中微子是一种几乎没有质量的粒子，且与一般物质的相互作用的截面小的几乎为零，所以它可以在穿过整个行星后而不与行星发生相互作用即碰撞。与普通物质的碰撞截面几乎为零的中微子的性质已经非常古怪了，但中微子却对应有更古怪的粒子——惰性中微子。惰性中微子与周围的

物质的碰撞截面几乎为零，以至于惰性中微子与其他物质发生相互作用的时间与整个宇宙年龄长度相当。如果惰性中微子是暗物质的候选者，则探测它们的困难非常大。不过惰性中微子仍旧有可能会衰变成光子，使用高能量分辨率的望远镜或许可以探测到惰性中微子衰变成光子的信号，但是这种信号探测到的可能性非常小。

### 1.1.2.3 轴子

暗物质的候选者再次是轴子<sup>[5-7]</sup>，轴子并不是新提出的粒子。由上一节中强CP问题的介绍，轴子并不是为了暗物质问题而提出的。很早以前，Peccei和Quinn就提出了PQ机制来解决强CP问题<sup>[5]</sup>，Wilczek<sup>[6]</sup>和Weinberg<sup>[7]</sup>又同时注意到PQ机制可以产生新的伪标量粒子，这些伪标量粒子被命名为轴子。物理学家第一次设想了它的存在。几十年来，轴子一直被当作非常有希望的暗物质候选者，但实验人员直到现在依然没有发现它们的踪影，但一直以来，探索轴子的热度一直持续着，因此本文跟随物理学热点，研究类轴子粒子与轴子的探测。为了能够探测到这种粒子，首先需要了解这种粒子的性质，1.2节介绍轴子及类轴子粒子的性质和探测方法。

## 1.2 轴子的性质及探测

### 1.2.1 轴子性质

轴子是一种存在于理论的超越了标准模型的粒子，它是一种赝标量的赝哥德斯通玻色子。它的质量由非微扰QCD效应产生，所以质量很轻，但是它也有着非零质量。约 $10^{-6} eV - 10^{-3} eV$ <sup>[3]</sup>。科学家们关心的QCD 轴子最有可能存在的质量区域被称为轴子窗。出于天文学的考虑，早期宇宙中轴子退耦时间需要足够晚，轴子窗下边界是为了不使得当今宇宙中产生不可接受的能量密度而设定的<sup>[27]</sup>。轴子窗上边界是为了使超新星SN 1987a和红巨星由于轴子散发的冷却时间和观测到的冷却时间吻合。轴子的引入是为了表征出极弱的CP破缺，所以轴子理论上与普通物质相互作用的截面很小。因此在之前的实验中没有条件被观测到。然而，这些特点使轴子也是暗物质的候选粒子之一<sup>[5-7]</sup>。

当然轴子也存在一系列与其他暗物质候选粒子不同的特殊的性质：轴子可以在物体之间传播新的与自旋相关的短程力，这也是轴子最迷人的一点；轴子传导的短程相互作用很弱且距离很短，对应于 $20\mu m$ 到 $2cm$ 的范围<sup>[27]</sup>。实际上除了QCD 理论提出的轴子外，科学家还提出了很多轴子和类轴子（ALPs）的模型<sup>[27]</sup>，这使得轴子、类轴子可探测的质量范围不仅限于轴子窗范围<sup>[28]</sup>。

### 1.2.2 轴子探测方法

目前轴子的探测方法有很多种，最主要的方法是使用探测器直接探测，使用地下探测器探测的直接探测方法<sup>[29-31]</sup>。这种探测方法与之前探测已经发现的其他粒

子相同。轴子与已知的物质发生相互作用而产生电子或其他已知的容易被收集探测的粒子，然后通过光电倍增装置将信号放大从而得到轴子的信号。这种探测方式的原理类似于光电效应，需要轴子与探测物质可以发生相互作用。但是轴子与普通物质发生相互作用的强度非常弱，为了得到有效的信号，增加轴子与探测物质发生相互作用的概率，需要尽可能的增加探测器的质量。如清华大学的CDEX与上海交通大学的Panda-X装置都是半吨量级的探测物质搜索轴子<sup>[29, 30]</sup>。另一方面为了屏蔽宇宙射线中的信号，直接探测轴子的实验装置一般都在地下实验室，其中最深的是四川锦屏山实验室，其他的为了探测轴子的地下实验室还有在加拿大2km下矿井中的SNOLAB实验室<sup>[32]</sup>，美国南达科他州地下1.5 km 深的实验室<sup>[31]</sup>，意大利Gran Sasso山下1.4 km 深的地下实验室<sup>[33]</sup>。另外，为了降低探测器中放射性元素的信号，需要使用高纯度的探测器。其中清华大学使用高纯锗探测实验及上海交通大学使用的高纯度液氩<sup>[29, 30]</sup>。这些探测装置都需要大质量的探测材料和地下实验室，这些原因也导致直接探测法的成本非常高。

另一种方法探测轴子与类轴子粒子传播的新相互作用，与直接探测方法相比，该方法可进行桌面型的探索实验，实验规模小且方便，对于扩展标准模型，暗物质粒子探测等，都有独到之处。因此本文选择计划研究轴子与类轴子粒子传播的新相互作用，通过探测新相互作用研究轴子与类轴子粒子。综上，ALPs传播的新相互作用的研究与最前沿基础物理学研究息息相关而令人着迷。

在实验上寻找与自旋和速度相关的新相互作用以检验标准模型并探寻超出标准模型的新物理引起了物理学界的广泛兴趣。以上几种新相互作用都可以看做是自旋 $S$ 与有效磁场 $B_{eff}$ 的相互作用，需要使用自旋极化物质作为探针来探索它，实验的关键是获得宏观的自旋极化物质。探测自旋 $S$ 与非极化物质之间的新相互作用 $-S \cdot B_{eff}$ ，非极化的物质会对自旋 $S$ 产生有效磁场 $B_{eff}$ ，为了搜寻新相互作用，目前选取不同的极化物质设计和实施了很多不同类型的实验以探索新的相互作用，极化的电子、中子和具有自旋的原子核都可充当自旋探针用以寻找类轴子粒子传播的新相互作用。

### 1.3 国内外研究现状

类轴子粒子传播的与自旋和速度相关的新相互作用可以认为是自旋 $S$ 与有效磁场 $B_{eff}$ 的相互作用<sup>[34, 35]</sup>。与吴建雄先生遇到的问题相同，虽然新相互作用与自旋相关，但是自旋都是有方向的，所以与自旋相关的新相互作用也是带方向的。而物质中的自旋都是在各个方向无规则的排列，宏观方向上的自旋为零。所以，为了得到宏观的新相互作用的信号，需要将自旋按同一方向排列，制作出自旋极化的系统上的物质。所以对外表现自旋的且半衰期长的粒子均可当做自旋探针，所以自旋极化

的中子、电子、和原子核都可以做自旋探针寻找与自旋速度相关的新相互作用。为了探索与自旋相关的新相互作用，使用各种自旋探针进行了很多实验探索该相互作用。

中子对外表现自旋，通过中子源可产生稳定的中子束，且目前中子极化技术已经成熟，可以产生稳定的自旋极化的中子束<sup>[36]</sup>，另一方面，中子作为不带电的粒子，也可以消除电磁信号的干扰。因此为了探索与自旋相关的新相互作用使用中子作为自旋探针进行了很多实验。文献[34, 37, 38]制作出中子极化束流，并使用极化中子束作自旋探针，探索与自旋相关的新相互作用。

另一方面，<sup>3</sup>He的原子核由两个质子与一个中子构成，对外也表现自旋，另一方面<sup>3</sup>He与中子相比半衰期特别长，所以自旋极化的<sup>3</sup>He也是特别合适自旋探针物质。与极化中子相同，文献[39]制作出极化的<sup>3</sup>He束流，并将其用作自旋探针进行实验来探索新相互作用。极化的<sup>3</sup>He不仅仅可以被制作成极化的束流，另一方面<sup>3</sup>He也可以被封装在气室内制作成大团的物质做极化的自旋探针。文献[40, 41]使用玻璃气室内极化的<sup>3</sup>He气体探测自旋S与非极化质量源的相互作用，若新相互作用存在，极化<sup>3</sup>He的核磁共振信号在受到有效磁场B<sub>eff</sub>影响时会发生变化。文献[42]为了寻找极化自旋S与非极化物质之间的新相互作用，也使用极化玻璃气室内<sup>3</sup>He作探针，提出将地球作质量源，通过分析地球对极化<sup>3</sup>He的核磁共振横向与纵向弛豫时间的影响，寻找地球与极化<sup>3</sup>He自旋之间的新相互作用。

以上的实验设计均使用静态的质量源与不同的自旋探针采取不同的探测方法探索与自旋-速度相关的新相互作用。甚至使用了目前已知的核子数最大的质量源地球<sup>[42]</sup>产生有效磁场，由系统原理可得，质量源的核子数越大，因新相互作用产生的有效磁场B<sub>eff</sub>也就越大。但即使是使用地球作质量源产生有效磁场B<sub>eff</sub>也没有找到我们所关心的新相互作用。但是每一次的实验都刷新了类轴子粒子的探测的下限。

极化的电子也是另一个可选取的自旋探针去探索类轴子粒子传播的新相互作用，另一个思路是利用灵敏的悬臂梁作传感器，将磁调制结构中的极化电子作自旋探针，测量磁结构与悬臂梁上的金球间微米距离内的新相互作用<sup>[43]</sup>。V = -S · B<sub>eff</sub>的假设也让探测实验的设计更加多样。文献[44]中使用商业的K-Rb-<sup>21</sup>Ne联合磁强计与转动的钐钴磁铁，充分发挥商用磁强计在非稳恒磁场的灵敏度优势，探索极化中子、电子与钐钴磁铁间的新相互作用。文献[45, 46]使用商用原子磁强计阵列与转动的BGO晶体，探索极化电子与非极化物质间的新相互作用。该实验通过增加磁强计个数的方式降低本底噪声，实验测量的信号中探测频率分辨率的下界设为Cramer-Rao lower bound (CRLB)<sup>[47]</sup>

$$\delta f_N = \frac{\sqrt{12/f_{BW}}}{2\pi(A/\xi)B^{3/2}}. \quad (1-6)$$

式中的f<sub>BW</sub>为采样率的限制带宽，A为信号振幅，ξ为噪声振幅，通过降低噪声的方式

可以提高频率分辨率，磁场分辨率为 $\delta B = \gamma \delta f_N$ ，提高频率分辨率从而提高磁场分辨率继而可以提高该实验的探测灵敏度。所以在探测类轴子粒子传播的新相互作用除了增大质量源提高信号强度A外，另一个思路是降低噪声提高实验灵敏度。

另一方面当有效磁场为非稳恒磁场时，共振驱动方法也是一个很好的选择，核磁共振是指带有核磁矩的原子核在恒定磁场 $B_0$ 中发生拉莫尔进动，拉莫尔进动的频率为 $\gamma B_0$ ，当施加一个与恒定磁场 $B_0$ 垂直的振荡频率与拉莫尔进动的频率相同的振荡磁场 $B_{eff}$ 时，原子核会发生核磁共振。核磁共振的核心在于振荡磁场的频率与原子核的拉莫尔进动频率相同，发生共振<sup>[48, 49]</sup>效应。通过共振效应，可以将驱动磁场放大，在超越标准模型的新相互作用探索中，也可以使用共振驱动的方法将新相互作用放大并探索<sup>[35]</sup>。

文献[35]提出核磁共振驱动的方法，质量源提供振荡的有效磁场驱动玻璃气室内拉莫尔进动的极化<sup>3</sup>He发生核磁共振，共振驱动预计将新相互作用放大 $10^6$ 倍。Su和Wang等使用该方法和未经优化设计的气室进行了首次实验，通过共振将信号放大了116倍<sup>[50]</sup>。与以往方法不同的是，该方法不是单纯依靠增加质量源的方法增加信号强度，而是靠共振方法将新相互作用的信号强度放大来增加实验中的信号强度。由式(1-6)可知，通过放大实验信号可提高频率分辨率从而提高实验的灵敏度。

## 1.4 研究内容及文章结构

共振驱动方法可有效的将新相互作用的信号放大，探测被放大的实验信号根据第1.3节的描述可以有效的提高实验探测灵敏度。因此本文计划使用极化<sup>3</sup>He做自旋探针，探测类轴子传播的极化<sup>3</sup>He与质量源间的与自旋和速度相关的新相互作用。通过研究与自旋速度-相关的新相互作用来探测轴子与类轴子粒子。本文通过理论求解，验证共振驱动方法的放大效果。基于文献[35]中共振探测方法的构想，本文通过谐振子与磁共振模型解析求解并验证共振方法对新相互作用的放大倍数。又使用文献[50]中的实验方案，本文计划使用极化<sup>3</sup>He做自旋探针，探索极化<sup>3</sup>He与BGO晶体间与自旋相关的新相互作用，根据磁共振中放大倍数的定义对实验中<sup>3</sup>He玻璃气室的参数进行了优化。为<sup>3</sup>He玻璃制作提供指导方向。依托本课题组现有玻璃工艺间的设施及近年掌握的特种玻璃制备、清洗、充气工艺，可根据优化结果制作<sup>3</sup>He玻璃气室进行共振驱动类轴子探测的桌面实验，使用优化参数制备的特种玻璃气室可极大提高探测新相互作用的实验灵敏度。

所以具体的，文章第二章给出了类轴子粒子传播的新相互作用的形式，具体介绍了1种与自旋无关的新相互作用及15种不同的与自旋相关的新相互作用的形式，本文计划探测的是6种与一组费米子的极化相关的新相互作用。第三章重点介绍了极化<sup>3</sup>He技术与极化<sup>3</sup>He的特点，分析了使用极化<sup>3</sup>He做自旋探针的原因。第四章给出了

共振驱动方法的类轴子粒子探测的实验方案及实验数据测量的方法。第五章从谐振子模型与核磁共振的模型两个角度理论分析了共振驱动方法的放大效果，利用拉普拉斯变换法求解驱动力随时间变化时谐振子的运动方程，并计算了谐振子的共振放大倍数；首次使用微扰法求解振荡的有效磁场驱动下的核磁共振Bloch方程组。根据Bloch方程组的解析解计算出共振条件下有效磁场的放大倍数。第六章也是本文的一个重点，根据探测实验中的信号放大倍数优化了<sup>3</sup>He气室的参数，求解出不同粒子数密度下使信号放大倍数最大的最优气室尺寸，为下一步进行共振驱动实验时制作气室做出了指导。第七章对本位内容做出了总结并进行了下一步展望，在最优化的气室设计中，有效磁场的放大倍数可以达到10<sup>7</sup>。

## 第二章 类轴子粒子传播的新相互作用

研究与自旋和速度相关的新相互作用对寻找超出标准模型的新物理现象有重要意义，与暗物质的搜寻也紧密关联。这些特点使类轴子粒子的研究与最前沿物理学基础研究息息相关又令人着迷。在实验上寻找与自旋和速度相关的新相互作用以检验标准模型并探寻超出标准模型的新物理引起了物理学界的广泛兴趣，但目前实验上没有发现任何一种新的相互作用。

由第1.3节可知，目前提出了很多实验方案来寻找类轴子传播的新相互作用，并且很多课题组将方案付诸实践做了很多实验。但是迄今为止，对类轴子粒子的搜索一直在进行却没有被发现。第一种可能是传递新相互作用的类轴子粒子质量非常大，相互作用的力程为 $\lambda = \hbar/m_\phi c$ 非常短，所以很难被常规实验探测到，目前大型强子对撞机LHC等高能对撞机设备中有相应的实验寻找这类短程新的相互作用<sup>[51]</sup>。另一种可能的原因是传播新相互作用的类轴子粒子与普通物质的反应截面非常小，一般探测器很难探测到，这个原因我们在第1.2节已经做过分析，所以探测新相互作用前往往需要非常精密的实验和巨大的探测器物质探索这种新相互作用，新相互作用可能与中子、电子的自旋耦合。任何四种基本相互作用之外的，我们都可以称之为第五种力。

第五力的提出最早追溯到轴子刚刚被提出的时间，1984年J. E. Moody 和Franck Wilzeck指出，轴子可以传播三种新的相互作用<sup>[8]</sup>，这三种相互作用分为单极-单极(Monopole-Monopole)相互作用(文献[8]的公式1-6)，单极-偶极(Monopole-Dipole)相互作用(文献[8]的公式1-7) 和偶极-偶极(Dipole-Dipole)相互作用(文献[8]的公式1-8)：

由上文可知轴子是解决强CP问题的重要粒子，并且也是冷暗物质的候选者，所以文献[8]极大的激发了寻找这种新作用力的兴趣。探索新相互作用的实验的另一个巨大优点是实验不需要大型粒子加速器等装置，所以探测方法是基于“桌面级别”的实验。

最早的寻找“第五种力”的实验是寻找物质之间的非牛顿形式的引力项：

$$V(\mathbf{r}) = G \frac{M_1 M_2}{r} (1 + \chi^2 e^{-r/\lambda}). \quad (2-1)$$

其中 $G$ 是牛顿万有引力常数， $M_1$ 、 $M_2$ 分别是两物体质量， $r$ 是两团物质的间距。 $\chi^2$ 是一个非牛顿力的强度系数， $\lambda$ 是该力的力程。在未加入 $\chi^2$ 项的时候，式(2-1)的势能形式是牛顿万有引力。这是一种单极-单极形式的相互作用<sup>[52]</sup>。该相互作用可以通过卡文迪许的扭称实验验证。宏观尺度下被广泛验证的万有引力，在很短的距离比如小于 $\mu\text{m}$ 的尺度上，不一定严格符合牛顿定律，这个现象有可能可以有效地解决困扰物理学家很久的基本力的等级问题。

由于单极-偶极相互作用与偶极-偶极相互作用的探测比单极-单极相互作用多了与自旋的耦合。所以在探测这两项新相互作用及需要制备自旋极化的物质。这两种新相互作用项也可以被扭摆实验探测，只需要将探测物质替换为自旋极化物质。

基于Moody 和Wilczek 提出的三种力的模型，2006 年Bogdan A. Dobrescu 和Irina Mocioiu 将这三种力推广到描述更普遍的两个费米子之间的与自旋相关的相互作用的情形<sup>[12]</sup>，他们将新相互作用导出了16 项。若轴子或类轴子粒子存在，在非相对论极限及旋转不变性的假设下，两个费米子之间由轴子或类轴子传播的新相互作用包含16种形式：其中只有一种与费米子的自旋无关，是上文提到的质量质量耦合项；其余15 项都与自旋相关，6种与一个费米子的自旋极化相关，9种与两个费米子的自旋极化相关<sup>[12]</sup>。

## 2.1 与自旋无关的相互作用

类轴子粒子传播的新相互作用中只有一种与自旋无关，这种新相互作用很长一段时间被认为是万有引力的拓展理论。两个非极化的物质间的新相互作用可以表示为

$$V_1 = \frac{f_1}{r} e^{-r/\lambda}. \quad (2-2)$$

由此产生的与自旋无关的势 $V_1$ 是汤川型的，这个势能因子表示第五力势能是随距离增大呈指数衰减的，此时的新相互作用的力程为 $\lambda = \hbar/m_\phi c$ ，其中 $m_\phi$ 为传播新相互作用的轴子的质量。这一项为Moody 和Wilczek 在第五力模型中给出的单极-单极相互作用，该相互作用可以被很多验证非牛顿形式的引力的实验探测。

## 2.2 与一个自旋有关的相互作用

一种形式较为复杂的新相互作用是一组极化物质与一组非极化物质的相互作用，这种类型的相互作用有6种，6种自旋极化的费米子与非极化的物质之间的新相互作用的形式为

$$\begin{aligned} V_{SP}(r) &= \frac{\hbar^2 g_s g_p}{8\pi m_u} (\vec{\sigma} \cdot \vec{r}) \left( \frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-r/\lambda}, \\ V_{VA}(r) &= \frac{\hbar g_V g_A}{2\pi} (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) \left( \frac{1}{r} \right) e^{-r/\lambda}, \\ V_{AA}(r) &= \frac{\hbar g_A^2}{16\pi m_u c} [\vec{\sigma} \cdot (\vec{v} \times \vec{r})] \left( \frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-r/\lambda}. \end{aligned} \quad (2-3)$$

文献[12]中 $V_{SP}$ 表示为 $V_{9,10}$ ， $V_{VA}$ 表示为 $V_{12,13}$ ， $V_{AA}$ 表示为 $V_{5,6}$ 。其中， $\lambda = \hbar/m_\phi c$ 是这一类与自旋相关的新相互作用的力程， $m_\phi$ 是轴子或类轴子粒子的质量， $c$ 是电磁波的速度， $\vec{\sigma}$ 是自旋的泡利算符， $m_u$ 是费米子的质量， $r$ 是产生新相互作用的两个费米子的距离， $\vec{v}$ 是产生新相互作用的两个费米子之间的相对速度， $g_s$ 、 $g_p$ 分别是标量和赝标量的耦合系数， $g_V$ 、 $g_A$ 分别是矢量和轴矢量的耦合系数。

其中，由自旋为0的标量玻色子传播的新相互作用的形式可以写为

$$V_{SP} = \frac{\hbar^2 g_s g_p}{8\pi m_e} (\vec{\sigma} \cdot \vec{r}) \left( \frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-r/\lambda}. \quad (2-4)$$

另一种与自旋相关的由自旋为1的矢量玻色子传播的向量-轴向量的新相互作用  $V_{VA}(r)$

$$V_{VA}(r) = \frac{\hbar g_V g_A}{2\pi} (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) \left( \frac{1}{r} \right) e^{-r/\lambda}. \quad (2-5)$$

$V_{VA}$ 还是一个Yukawa势的形式乘以  $\vec{\sigma} \cdot \vec{v}$ ，以上特点令新相互作用的研究方式多种多样。

另一种只需要一个自旋极化的粒子产生由轴矢量玻色子传播的新相互作用是

$$V_{AA}(r) = \frac{\hbar g_A^2}{16\pi m_c} [\vec{\sigma} \cdot (\vec{v} \times \vec{r})] \left( \frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-r/\lambda}. \quad (2-6)$$

通过观察以上几种相互作用发现， $V_{SP}$ 是速度无关的，而  $V_{VA}(r)$  与  $V_{AA}(r)$  是与速度相关的，与费米子的自旋、动量、位置的相互耦合构成了式(2-3)所示的3种相互作用。 $V_{SP}$ 是Moody 和Wilczek 文章中提到的单极-偶极相互作用的形式<sup>[8]</sup>(公式1-7)，该项P 和T 对称性都是破缺的，而  $V_{VA}$ 是P 对称性破缺的。

目前只与一组自旋极化的费米子与非极化的物质之间的新相互作用被研究的最为广泛，这类新相互作用需要一种极化物质如极化电子、极化中子、极化原子核做探针探测其与非极化的物质间的新相互作用。本文要研究的就是一组自旋极化的费米子与非极化的物质间的新相互作用，选用极化原子核做自旋探针，探索其与非极化物质BGO晶体间的新相互作用。

### 2.3 与两个自旋相关的相互作用

另外一种更为复杂的新相互作用是两个极化物质间的新相互作用，其中有三项是与费米子间的速度无关的。分别为

$$V_2(r) = \frac{f_2 \hbar c}{4\pi} [\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2] \left( \frac{1}{r} \right) e^{-r/\lambda}, \quad (2-7)$$

$$\begin{aligned} V_3(r) = & \frac{f_3 \hbar^3}{4\pi m_1 m_2 c} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \left( \frac{1}{\lambda r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \\ & - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) \left( \frac{1}{\lambda^2 r} + \frac{3}{\lambda r^2} + \frac{3}{r^3} \right)] e^{-r/\lambda}, \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$V_{11}(r) = - \frac{f_{11} \hbar^2}{4\pi m_\mu} [(\vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{\sigma}] \left( \frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-r/\lambda}. \quad (2-9)$$

其中  $m_1$ 、 $m_2$  分别是两个费米子的质量，而  $V_3$ 是Moody 和Wilczek 模型中的偶极-偶极相互作用<sup>[8]</sup>， $V_{11}$ 项是P 破缺的。

两个极化的费米子间的新相互作用中，有6种与速度相关，分别为

$$V_{6+7}(r) = -\frac{f_{6+7}\hbar^2}{4\pi m_\mu c} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{v})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})] (\frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{r^2}) e^{-r/\lambda}, \quad (2-10)$$

$$V_8(r) = -\frac{f_8\hbar}{4\pi c} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{v})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{v})] (\frac{1}{r}) e^{-r/\lambda}, \quad (2-11)$$

$$V_{14}(r) = \frac{f_{14}\hbar}{4\pi} [(\vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{v}] (\frac{1}{r}) e^{-r/\lambda}, \quad (2-12)$$

$$V_{15}(r) = \frac{f_{15}\hbar^3}{8\pi m_1 m_2 c^3} \left\{ (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) [\vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{v} \times \vec{r})] + (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r}) [\vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{v} \times \vec{r})] \right\} (\frac{1}{\lambda^2 r} + \frac{3}{\lambda r^2} + \frac{3}{r^3}) e^{-r/\lambda}, \quad (2-13)$$

$$V_{16}(r) = \frac{f_{16}\hbar^2}{8\pi m_{mu} c^2} \left\{ (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{v}) [\vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{v} \times \vec{r})] + (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{v}) [\vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{v} \times \vec{r})] \right\} (\frac{1}{\lambda r} + \frac{1}{\lambda r^2}) e^{-r/\lambda}. \quad (2-14)$$

为了表示方便,  $V_6$ 和 $V_7$ 常常被表示为两者的线性组合 $V_{6+7}$ 的形式, 这两项是T破缺的。 $V_{15}$ 项是P破缺的, 而 $V_{14}$ 和 $V_{16}$ 项是P和T都破缺的。

费米子间的新相互作用可以由类轴子粒子传播, 类轴子粒子是自旋为1或自旋为0的玻色子。传播媒介子的质量的范围为 $10^{-6}eV - 10^{-3}eV$ , 所以对应的新相互作用的传播力程大于毫米, 因此该相互作用不是短程相互作用, 是一种宏观长程相互作用。

## 2.4 本章小结

本章介绍了类轴子粒子传播的新相互作用的形式, 研究类轴子传播的新相互作用是研究类轴子粒子的方法之一。最初的新相互作用由J. E. Moody 和Franck Wilzeck指出有单极-单极 (Monopole-Monopole) 相互作用, 单极-偶极 (Monopole-Dipole) 相互作用和偶极-偶极 (Dipole-Dipole) 相互作用 (公式1-8) 三种。后来Bogdan A. Dobrescu 和Irina Mocioiu 又将理论推广, 将三种新相互作用推广为16种。分别是1种与自旋无关的新相互作用; 6种与一个费米子的自旋相关, 与费米子的速度耦合的新相互作用; 还有9种与两种费米子的自旋相关的, 与费米子的速度耦合的相互作用。本文研究的为与一个极化费米子自旋相关的新相互作用。

## 第三章 极化<sup>3</sup>He

根据第一章与第二章的介绍，探测类轴子粒子传播的与一种费米子的自旋相关的新相互作用，最重要的是制作一种自旋极化的物质做自旋探针。实验中探索的是极化物质与非极化的质量源间的新相互作用。极化探针选择时，要求极化物质具备高极化率，具备长的极化时间，另外，要获得可观测的实验信号，所以极化探针要能够形成大量的成团物质。本课题组具备极化的<sup>3</sup>He的研究条件及制备技术和基础，所以本文计划使用极化<sup>3</sup>He做自旋探针。

### 3.1 极化<sup>3</sup>He性质

<sup>3</sup>He原子核是具有两个质子一个中子的奇偶核，对外表现自旋，<sup>3</sup>He原子核的自旋与中子的自旋很有关联。中子作为不带电的粒子，但对外却表现自旋，这本身是一件很令人感兴趣的事。所以中子的结构也很值得研究，中子的结构可以在理论上通过量子色动力学对其进行解释，也可以在实验上通过极化中子靶和极化电子束的散射实验对其进行验证，因此中子结构的研究在粒子物理学领域具有重要的意义。但是另一方面，自由中子的半衰期有10.23min，中子非常短的半衰期使获得稳定的自由中子靶非常难。但是幸运的是，<sup>3</sup>He原子核与中子性质相似，是一种可以替代中子的粒子。<sup>3</sup>He原子的核包含两个质子和一个中子，基态<sup>3</sup>He的原子核的两个质子的自旋是反平行的，<sup>3</sup>He的这种结构使质子的核自旋相互抵消，从而对核磁矩没有贡献，从而使<sup>3</sup>He的核自旋基本都是来自中子自旋<sup>[53]</sup>，重要的是，<sup>3</sup>He与自由中子不同的是可以稳定的长期存在。这也是<sup>3</sup>He原子核可以作为自旋探针探测类轴子粒子的原因。

<sup>3</sup>He核的自旋磁矩为 $\mu_{^3\text{He}} = -2.12\mu_N$ ,  $\mu_N = 5.0508 \times 10^{-27} \text{ J/T}$ <sup>[53]</sup>。<sup>3</sup>He原子核的旋磁比 $\gamma = 2\pi \times 32.4 \text{ MHz/T}$ , <sup>3</sup>He的旋磁比大小仅次于氢核，高旋磁比也使信号探测时信号更大，更有利于类轴子粒子的探测。因为<sup>3</sup>He原子核的自旋与中子自旋磁矩相似的特点，又因为<sup>3</sup>He原子核生存时间长的特点，所以<sup>3</sup>He特有的性质可以代替自由中子，是自由中子的一种稳定代替物。

另一方面，<sup>3</sup>He气体不仅具有核自旋磁矩，也可以通过技术手段将<sup>3</sup>He的自旋极化。稳定态下的<sup>3</sup>He气体都是非极化的，一般方式是将<sup>3</sup>He封装在铝硅酸盐玻璃气室内。铝硅酸盐玻璃与一般玻璃相比更加致密，<sup>3</sup>He原子是最小的气体组成单位，所以极易泄露，而铝硅酸盐玻璃致密的特点可以有效的降低<sup>3</sup>He原子泄露。<sup>3</sup>He原子核可以通过自旋交换光泵浦（SEOP）和亚稳态自旋交换光泵浦（MEOP）两种技术将自旋极化。<sup>3</sup>He的自旋只有上与下两个方向，在宏观分布上，两个方向的自旋粒子数目是相同的，所以宏观的<sup>3</sup>He不会对外表现磁场。<sup>3</sup>He自旋极化是指通过以上两种方式

将自旋都调整到一个方向简称极化<sup>3</sup>He，所以自旋极化的<sup>3</sup>He是一种不能长期存在的非稳定态。这两种极化<sup>3</sup>He方式的技术方案如图3.1、3.2所示<sup>[54]</sup>。另一方面极化<sup>3</sup>He的弛豫时间非常长，可以达到几百甚至上千个小时<sup>[55-59]</sup>。除<sup>3</sup>He气体外，其他的存在自旋的惰性气体原子核也可以实现自旋极化，但是不如极化<sup>3</sup>He的弛豫时间长。另一方面，<sup>3</sup>He的另一个优点是可实现接近1的高极化率，经过多年的技术改进，尤其是高功率半导体激光技术和激光啁啾技术的应用，使极化<sup>3</sup>He的极化率大幅度提高<sup>[60-63]</sup>。

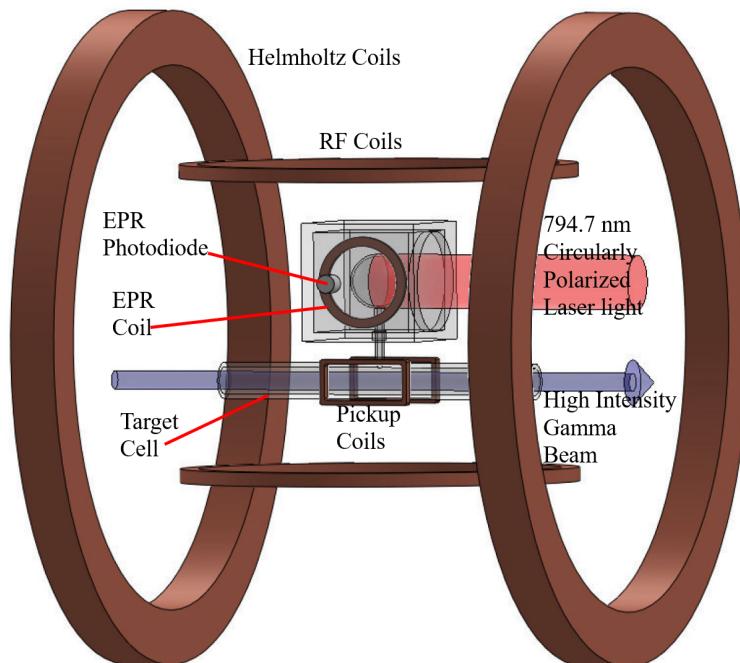


图 3.1 极化<sup>3</sup>He的自旋交换光泵浦方法

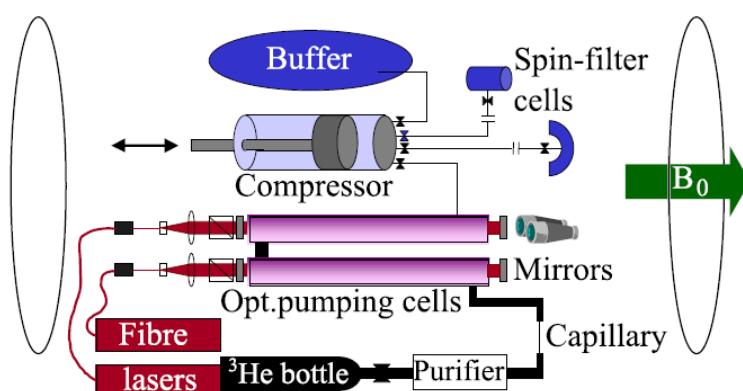


图 3.2 极化<sup>3</sup>He的亚稳态交换光泵浦方法

### 3.2 极化<sup>3</sup>He的应用

因为极化<sup>3</sup>He长弛豫时间和高极化率的特点，以及与中子相同的自旋性质，所以极化<sup>3</sup>He近些年正被深入地研究从而逐步提高极化率，并且极化<sup>3</sup>He被广泛地应

用于各类科学实验之中。<sup>3</sup>He的特殊的结构性质使得它可以用于研究中子的自旋结构<sup>[54, 64–66]</sup>。

因为极化<sup>3</sup>He的长弛豫时间与高极化率的特点，且另一方面中子对<sup>3</sup>He与自旋方向相关的吸收截面。所以极化<sup>3</sup>He可以被用作中子自旋过滤器(NSF)，自旋过滤器的作用是极化中子或者分析中子极化率。因为<sup>3</sup>He具有很大的自旋相关的中子吸收截面，<sup>3</sup>He对与自己自旋反平行的中子的吸收截面为6000barn/1A，对与自己自旋平行的中子的吸收截面只有几barn。中子穿过极化<sup>3</sup>He的玻璃气室后，在完全极化的<sup>3</sup>He中自旋反平行的中子将被吸收，自旋平行的中子将透过<sup>3</sup>He气室<sup>[54]</sup>，以此方式可以使中子自旋极化，从而产生自旋极化的中子束。

极化<sup>3</sup>He与我们的课题有关的一个用途是用于探测与自旋-速度相关的新相互作用的自旋探针，又被称为第五力的探测。由第一、二章介绍可得，近年来已经在理论上提出了几种超越标准模型的新物理模型，并且在理论上引入了轴子(axion)等新粒子<sup>[6, 7]</sup>，不仅如此，这些新的粒子也可以传播新的宏观相互作用<sup>[12, 14, 15]</sup>。这些新相互作用都与中子或电子的自旋耦合，根据上文的理论分析，所有与自旋相关的新相互作用也与<sup>3</sup>He的自旋耦合。因此，最近已经提出了各种类型的实验并且也进行了各种实验来探测这些新的与自旋相关的相互作用。

与其他的极化自旋的探针物质相比，极化<sup>3</sup>He的优点为自旋极化率高，弛豫时间很长。在进行新相互作用探测时测量信号中探测频率分辨率的下界设为Cramer-Rao lower bound (CRLB)<sup>[47]</sup>

$$\delta f_N = \frac{\sqrt{12/f_{BW}}}{2\pi(A/\xi)B^{3/2}}. \quad (3-1)$$

式中的 $f_{BW}$ 为采样率的限制带宽， $A$ 为信号振幅， $\xi$ 为噪声振幅， $B$ 为测量时间。在进行实验时，测量时间越长，频率分辨率也就越高，磁场分辨率为 $\delta B = \gamma f_N$ ，提高频率分辨率从而提高磁场分辨率继而可以提高该实验的探测灵敏度。一般的测量时间需要几十个小时甚至十几天，想达到长的测量时间，自旋探针必须具备长的弛豫时间，所以极化<sup>3</sup>He是非常理想的探测与自旋相关的新相互作用的自旋探针<sup>[67, 68]</sup>。

另外极化<sup>3</sup>He也可以应用于医学方面，如肺部的核磁共振诊断技术，核磁共振诊断与强化CT技术相比更加清晰，且对身体无害，但是肺脏内部缺乏水分，而医学上的核磁共振成像技术检测的是身体内水分子中的H原子，所以传统核磁共振成像(MRI)技术不能用以检测肺部的疾病。但是通过吸入极化的惰性气体进入肺脏，可以增强肺部的核磁共振信号<sup>[69, 70]</sup>。

### 3.3 本章小结

本章介绍了<sup>3</sup>He的性质和极化<sup>3</sup>He的性质，<sup>3</sup>He因其独特的结构具有和中子相似的磁矩性质，且基态的<sup>3</sup>He生命周期长可稳定的存在。另一方面，目前已存

在SEOP和MEOP两种方式极化 $^3\text{He}$ ，极化 $^3\text{He}$ 的特点是接近于1的高极化率，和几百小时的弛豫时间，所以极化 $^3\text{He}$ 是非常合适的探测与自旋相关的新相互作用的极化探针。另一方面，极化 $^3\text{He}$ 在医学诊断，中子极化等方面还有很大的应用。

## 第四章 实验方案

### 4.1 实验装置

根据文献[35]中前人的实验方案，本文对文献[50]中的实验装置做简单修改，共振驱动探测与自旋相关新相互作用的实验方案如图4.1所示。实验装置的核心是一个装有极化自旋探针的玻璃气室与产生振荡有效磁场的质量源。自旋探针选用封装在GE180特种玻璃内的高极化率长弛豫时间的极化<sup>3</sup>He，第三章已经详细介绍了极化<sup>3</sup>He作为自旋探针的优势。质量源选用高核子数密度的两块BGO晶体，与其他材料相比BGO晶体最大的优点是该晶体由人工生长，无磁性。极化<sup>3</sup>He的自旋与BGO晶体之间产生我们所关心的与自旋和速度相关的相互作用。由第一章可知，新相互作用可以认为是自旋与有效磁场 $B_{eff}$ 的相互作用 $V_i = -\vec{\sigma} \cdot \vec{B}_{eff}$ 。如图4.1所示，BGO晶体产生振荡的有效磁场 $B_{eff}$ ， $B_{eff}$ 垂直于 $B_0$ ，所以当 $B_{eff}$ 的频率等于<sup>3</sup>He的拉莫尔进动的频率时， $B_{eff}$ 与极化<sup>3</sup>He则会形成核磁共振效应。 $B_{eff}$ 共振驱动<sup>3</sup>He表现横向的磁场 $B^{3\text{He}}$ 。 $B^{3\text{He}}$ 的大小与 $B_{eff}$ 成正比，且 $B^{3\text{He}}$ 与 $B_{eff}$ 相比放大了很多。本实验不是利用磁力计直接探测 $B_{eff}$ ，而是探测通过共振驱动<sup>3</sup>He后产生的磁场 $B^{3\text{He}}$ 。下一章重点分析共振驱动方法使<sup>3</sup>He产生的 $B^{3\text{He}}$ 与 $B_{eff}$ 相比的放大倍数。

玻璃气室内有极化的<sup>3</sup>He气体、少量的缓冲气体N<sub>2</sub>和<sup>87</sup>Rb。<sup>3</sup>He通过自旋交换光泵浦的方式完成自旋极化过程，该过程需要加热使碱金属气化，所以气室放置在通有热空气的PEEK加热炉内。加热炉外侧放置四个Merrit方线圈为核磁共振过程提供稳恒磁场 $B_0$ <sup>[49]</sup>。功率为一百瓦左右的794.4nm左旋圆偏振光沿Z方向射入玻璃气室使<sup>87</sup>Rb原子极化，<sup>87</sup>Rb原子通过碰撞与<sup>3</sup>He自旋交换，使惰性气体核极化<sup>[49, 54]</sup>。玻璃气室、加热炉、高功率激光及主磁场构成了实验装置的自旋交换光泵浦部分。极化<sup>3</sup>He的磁场信号通过法拉第旋光效应测量，线偏振光经过气室受内部极化物质的宏观磁场影响，线偏振光的偏振角度发生变化<sup>[50, 71, 72]</sup>。整套自旋极化装置放置在五层玻莫合金的磁屏蔽桶内（图4.1中为一层），以屏蔽外界的杂散磁场。

两块BGO晶体中间以铝合金连接，伺服电机通过铝合金连接两块BGO晶体的中心并为BGO旋转提供动力形成周期振荡型的有效磁场。两块BGO晶体在伺服电机驱动下以频率 $\omega/2$ 转动，为极化<sup>3</sup>He 提供

$$B_{eff}(t) = B_{eff} \cos(\omega t) \quad (4-1)$$

的有效磁场。有效磁场垂直于稳恒磁场 $B_0$ ，调控四个Merrit方线圈的电流及伺服电机频率令 $\gamma B_0 = \omega$ ，连接BGO晶体的铝合金上装有光栅尺，可精确记录BGO晶体的转速与相位<sup>[45, 46]</sup>。因为低频噪声远远大于高频信号，所以本实验需要BGO晶体以较高的频率旋转，但另一方面，BGO晶体的密度与铁相近，实验中计划使用两

块5.87kg的BGO晶体<sup>[45, 46]</sup>, 所以BGO晶体的质量很大, 需考虑铝合金连接杆的应力承受极限, 频率不应过高。整个实验装置的各项参数如表4.1所示。

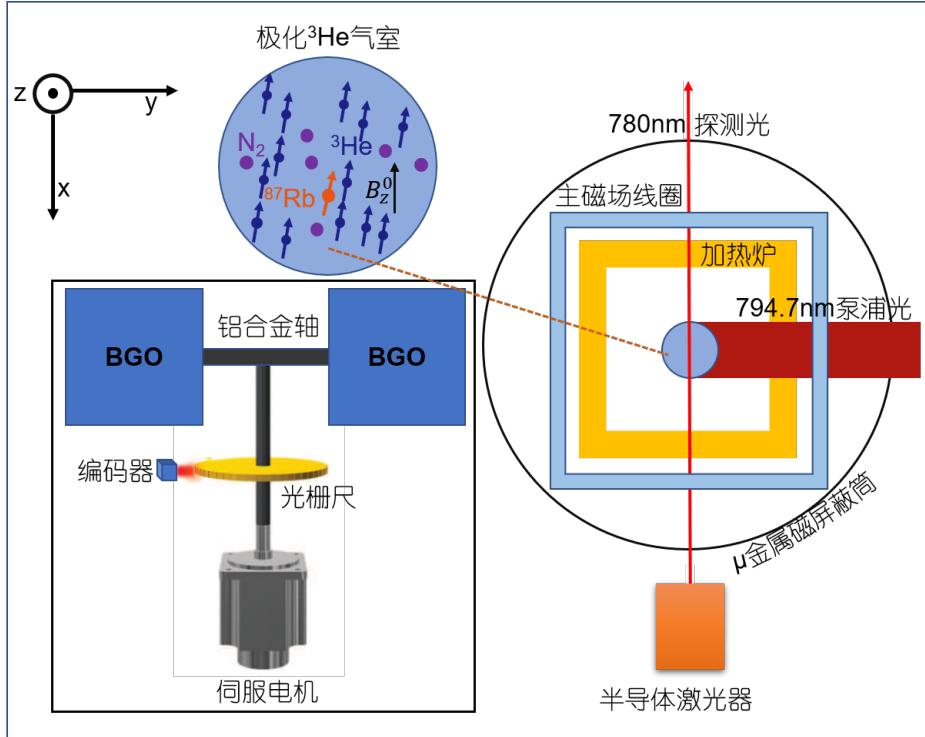


图 4.1 共振驱动类轴子粒子的实验方案

## 4.2 实验信号测量

拉莫尔进动的极化 ${}^3\text{He}$ 受 $B_{eff}$ 驱动后表现的宏观的横向磁场 $B^{{}^3\text{He}}$ 可以通过线偏振光的法拉第旋光效应测量<sup>[50, 71, 72]</sup>。气室内的 ${}^{87}\text{Rb}$ 原子与 ${}^3\text{He}$ 形成大分子,  $B^{{}^3\text{He}}$ 影响 ${}^{87}\text{Rb}$ 原子, 铷原子作为探针探测 ${}^3\text{He}$   $xy$ 方向的宏观磁场。受 $B^{{}^3\text{He}}$ 的影响, 铷原子的宏观磁场发生变化。如图4.1设计的实验方案中, 使用一束与铷原子D2线波长相近但不相同的线偏振光去探测这一变化。线偏振光沿 $-x$ 方向进入气室, 受到铷原子的宏观磁场作用后, 偏振角会发生 $\theta$ 大小的偏转<sup>[50, 71, 72]</sup>

$$\theta = \frac{1}{4}lr_e cn_e P_x^e f D(\nu). \quad (4-2)$$

其中 $l$ 是线偏振光的光程, 球形气室中可认为 $l = 2R$ ,  $R$ 为气室的半径,  $n_e$ 是铷原子的粒子数密度,  $r_e$ 是经典电子半径,  $f$ 为碰撞强度 (D1 线为 $1/3$ , D2线为 $2/3$ )。 $D(\nu) = \frac{\nu - \nu_0}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2}$ ,  $\nu_0$ 为铷原子D2线的吸收频率,  $\Delta\nu$ 为频率 $\nu$ 的光在D2线的吸收谱线宽 (FWHM), 实验中测量信号 $S(x)$ 大小与偏转角成正比

$$S(x) \propto \theta. \quad (4-3)$$

另一方面 $P_x^e$ 是铷原子的极化率, 该值与 ${}^3\text{He}$ 的磁场有关,

表 4.1 实验装置各项参数

实验装置	实验参数
自旋源	${}^3\text{He}$
质量源	BGO晶体
${}^3\text{He}$ 气室内成分	${}^3\text{He}$ 、 ${}^{87}\text{Rb}$ 、 $\text{N}_2$
${}^3\text{He}$ 气室材料	GE180特种玻璃
${}^3\text{He}$ 气室形状	球形
BGO晶体旋转频率	10.000HZ
BGO晶体个数	2
BGO晶体质量	5.87kg
主磁场	$6.172 \times 10^5 \text{ pT}$
探测光	780mm线偏振光)
泵浦光	794.7mm左旋圆偏振光
主磁场线圈	Merritt方线圈
磁场屏蔽材料	5层波莫合金
气室加热方式	热空气加热

$$P_x^e \propto B^{{}^3\text{He}}. \quad (4-4)$$

将式(4-2)与(4-3)代入，测量信号可以表示为

$$S(x) \propto \theta \propto \frac{1}{4} lr_e cn_e f D(v) B^{{}^3\text{He}}. \quad (4-5)$$

### 4.3 本章小结

本章介绍了共振驱动的类轴子粒子的探测方法，将玻璃气室封装的极化 ${}^3\text{He}$ 作自旋探针，探测极化 ${}^3\text{He}$ 自旋与BGO之间的与自旋相关的新相互作用。BGO晶体提供振荡的有效磁场驱动拉莫尔进动的 ${}^3\text{He}$ 原子核以构成核磁共振效应。另外通过法拉第旋光效应使用线偏振光探测极化 ${}^3\text{He}$ 的核磁共振信号，核磁共振信号与线偏振光的偏转角成正比，偏转角的大小与 ${}^3\text{He}$ 表现的宏观磁场成正比。第五章则根据共振驱动探测类轴子粒子的实验方案，通过理论求解谐振子与核磁共振的模型验证共振驱动方法对驱动力的放大效果。

## 第五章 共振分析

本文计划使用共振驱动的方法将新相互作用中的有效磁场放大后再进行测量，通过共振现象，物理系统可以将驱动力积累并放大然后对外表现，这就是共振现象的放大作用。本文计划使我们关心的新相互作用，通过与拉莫尔进动的 ${}^3\text{He}$ 形成核磁共振，通过共振驱动，极化 ${}^3\text{He}$ 受驱动后对外表现磁场与新相互作用相比大很多倍。直接探测新相互作用较困难，可通过探测受新相互作用驱动后的 $B^3\text{He}$ 。 $B^3\text{He}$ 的大小与做驱动力的新相互作用的大小成正比，所以共振驱动方法探测 $B^3\text{He}$ 可以认为是共振驱动方法将我们所关心的新相互作用放大了。本章则通过谐振子和核磁共振两个模型验证共振驱动方法的放大效果。

共振现象在很多物理现象中存在，如原子的能级跃迁、核磁共振、扭摆以及生活中的大桥防震、机械的抗震等。共振的基本原理是当驱动力为振荡的作用力时，驱动频率等于物体的固有频率时，则物体会完全吸收驱动力的能量从而实现驱动效果的积累从而将驱动力放大。为了更进一步的理解共振驱动方法的放大原理及放大倍数，本文从谐振子模型与核磁共振Bloch方程两个角度分析共振方法的过程。

### 5.1 谐振子模型

本文首先利用谐振子模型理解共振驱动问题，谐振子模型是物理学中最常用且最简单的物理模型之一，应用广泛的一个原因是谐振子模型的求解很容易，所以通过谐振子模型理解共振方法的放大问题是直接有效的。

#### 5.1.1 拉普拉斯变换法求解谐振子运动方程

简单的谐振子是受到一定频率的驱动力的弹簧，且运动过程中一直存在阻碍其运动的阻尼，其模型如图5.1所示。在 $0 - \tau$ 的时间范围内谐振子受到力 $F(t) = F \sin(\omega t + \phi)[\theta(t) - \theta(t - \tau)]$ 驱动的谐振子方程为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{M} \sin(\omega t + \phi)[\theta(t) - \theta(t - \tau)]. \quad (5-1)$$

其中， $F$ 为驱动力的振幅， $\omega$ 为驱动频率， $\phi$ 为驱动力的初始相位， $\tau$ 为驱动力的驱动时间， $\theta(t)$ 为赫维塞德阶跃函数， $x$ 为谐振子的位移， $M$ 为谐振子的质量， $\beta$ 为谐振子的阻尼大小， $\omega_0$ 为谐振子的固有频率。为了求解出整个时域内的解，直接去求解是不合适的。谐振子受到的外界驱动会发生突变，所以其运动状态不是稳恒的，在发生突变的时刻中，通过本时刻的运动状态并不可以推出下一时刻的运动状态。因此若想求解出描述整个运动过程的运动方程的解，就需要采取其他办法去求解。本

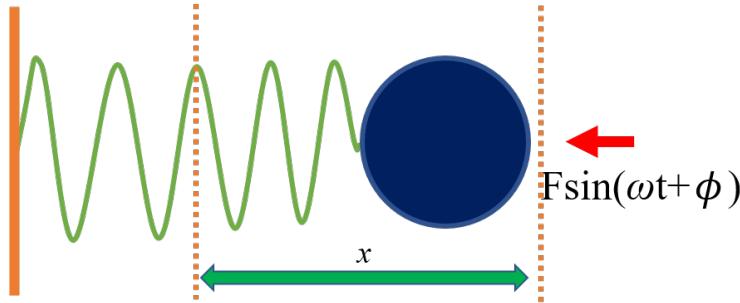


图 5.1 谐振子模型

文采取拉普拉斯变换法求解谐振子的运动方程。拉普拉斯变换法求解常微分方程是一种惯用的求解常微分方程的方法，该方法的好处是可以通过拉普拉斯变换法对驱动力在时间 $0 - \tau$ 范围内进行变换，最后逆变换求出方程在整个时域下的解。

对方程(5-1)中的两端同时进行拉普拉斯变换后，方程为

$$s^2 x(s) + s\beta x(s) + \omega_0^2 x(s) = \frac{F(s)}{M}. \quad (5-2)$$

经拉普拉斯变换后代数方程的解为 $x(s) = \frac{F(s)}{M} \frac{1}{s^2 + s\beta + \omega_0^2}$ ，驱动力 $F(t)$ 拉普拉斯变换后为

$$\begin{aligned} F(s) &= F \int_0^\tau \sin(\omega t + \phi) e^{-st} dt \\ &= \frac{Fe^{-s\tau}}{s^2 + \omega^2} [-s \sin(\omega\tau + \phi) + e^{s\tau} (s \sin \phi + \omega \cos \phi) - \omega \cos(\omega\tau + \phi)]. \end{aligned} \quad (5-3)$$

代数方程(5-2)的解即微分方程解的象函数 $x(s)$ 为

$$x(s) = \frac{Fe^{-s\tau}[-s \sin(\omega\tau + \phi) + e^{s\tau}(s \sin \phi + \omega \cos \phi) - \omega \cos(\omega\tau + \phi)]}{M(s^2 + \omega^2)(s^2 + \beta s + \omega_0^2)}. \quad (5-4)$$

该函数可以认为是四项求和构成，分别为

$$\begin{aligned} x_1(s) &= \frac{Fs \sin \phi}{M(s^2 + \omega^2)(s^2 + \beta s + \omega_0^2)}, \\ x_2(s) &= \frac{F\omega \cos \phi}{M(s^2 + \omega^2)(s^2 + \beta s + \omega_0^2)}, \\ x_3(s) &= \frac{-Fe^{-s\tau}s \sin(\omega\tau + \phi)}{M(s^2 + \omega^2)(s^2 + \beta s + \omega_0^2)}, \\ x_4(s) &= \frac{-Fe^{-s\tau}\omega \cos(\omega\tau + \phi)}{M(s^2 + \omega^2)(s^2 + \beta s + \omega_0^2)}. \end{aligned} \quad (5-5)$$

可以将这四项分别求解拉普拉斯逆变换，然后对逆变换的结果进行求和，即为想得到的谐振子的运动方程的解对于这四项来说，均为两项式求积后的结果，可以利用拉普拉斯变换的卷积定理来进行求解，拉普拉斯变换的卷积定理的定义为：原函数两项的卷积的拉式变换等于两项拉式变换后的乘积。所以

$$f_1(t) * f_2(t) = L^{-1}[f_1(s) \cdot f_2(s)]. \quad (5-6)$$

因此，求解 $x_1(s)$ 的拉普拉斯逆变换时，可以先将其分解为两个易于逆变换的单项式，

然后进行逆变换，最后再对逆变换的结果求卷积，就可以得到 $x_1(s)$ 的逆变换结果。其中 $x_1(s) = f_1(s) \cdot f_2(s)$ ,  $f_1(s) = \frac{Fs \sin \phi}{M(s^2 + \omega^2)}$ 、 $f_2(s) = \frac{1}{s^2 + \beta s + \omega_0^2}$ ，经过拉普拉斯逆变换之后

$$\begin{aligned} f_1(t) &= L^{-1}[f_1(s)] = \frac{F \sin \phi \cos(\omega t)}{M}, \\ f_2(t) &= L^{-1}[f_2(s)] = -\frac{e^{t(-\frac{1}{2}\sqrt{\beta^2 - 4\omega_0^2} - \frac{\beta}{2})} - e^{t(\frac{1}{2}\sqrt{\beta^2 - 4\omega_0^2} - \frac{\beta}{2})}}{\sqrt{\beta^2 - 4\omega_0^2}}. \end{aligned} \quad (5-7)$$

根据拉普拉斯变换法的卷积定理， $x_1(s) = f_1(s) \cdot f_2(s)$ 的逆变换为 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 的卷积，又令

$$\frac{\sqrt{4\omega_0^2 - \beta^2}}{2} = \omega_R \quad (5-8)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t -\frac{F \sin \phi \cos(\omega t_1)}{M} \frac{e^{\frac{t_1}{2}(-2i\omega_R - \beta)} - e^{\frac{t_1}{2}(2i\omega_R - \beta)}}{2i\omega_R} dt_1 \\ &= \frac{F \sin \phi}{M 2i\omega_R} \left\{ \frac{(2i\omega_R - \beta) \cos(\omega t) + (\beta - 2i\omega_R) e^{\frac{1}{2}t(2i\omega_R - \beta)} - 2\omega \sin(\omega t)}{\beta(2i\omega_R - \beta) + 2(\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(2i\omega_R + \beta) \cos(\omega t) - (2i\omega_R + \beta) e^{-\frac{1}{2}t(2i\omega_R + \beta)} + 2\omega \sin(\omega t)}{\beta(2i\omega_R + \beta) - 2(\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega)} \right\} \theta(t). \end{aligned} \quad (5-9)$$

同理， $x_2(s)$ 可以分解为 $x_2(s) = f_3(s) \cdot f_4(s)$ ,  $f_3(s) = \frac{F \omega \cos \phi}{M(s^2 + \omega^2)}$ 、 $f_4(s) = \frac{1}{s^2 + \beta s + \omega_0^2}$ ,

经过拉普拉斯逆变换之后

$$\begin{aligned} f_3(t) &= L^{-1}[f_3(s)] = \frac{F \cos \phi \sin(\omega t)}{M}, \\ f_4(t) &= L^{-1}[f_4(s)] = -\frac{e^{t(-\frac{1}{2}2i\omega_R - \frac{\beta}{2})} - e^{\frac{t}{2}(2i\omega_R - \beta)}}{2i\omega_R}. \end{aligned} \quad (5-10)$$

所以，根据拉普拉斯变换法的卷积定理， $x_2(s) = f_3(s) \cdot f_4(s)$ 的逆变换为 $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$ 的卷积

$$\begin{aligned} x_2(t) &= f_3(t) * f_4(t) = \int_0^t -\frac{F \cos \phi \sin(\omega t_1)}{M} \frac{e^{\frac{t_1}{2}(-2i\omega_R - \beta)} - e^{\frac{t_1}{2}(2i\omega_R - \beta)}}{2i\omega_R} dt_1 \\ &= \frac{F \cos \phi}{M 2i\omega_R} \left\{ \frac{-2\omega e^{-\frac{1}{2}t(2i\omega_R + \beta)} - (2i\omega_R + \beta) \sin(\omega t) + 2\omega \cos(\omega t)}{\beta(2i\omega_R + \beta) - 2(\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{-2\omega e^{\frac{1}{2}t(2i\omega_R - \beta)} + (2i\omega_R - \beta) \sin(\omega t) + 2\omega \cos(\omega t)}{\beta(2i\omega_R - \beta) + 2(\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega)} \right\} \theta(t). \end{aligned} \quad (5-11)$$

同理，其中 $x_3(s) = f_5(s) \cdot f_6(s)$ ,  $f_5(s) = -\frac{F(s \exp(-s\tau) \sin(\omega\tau + \phi))}{M(s^2 + \omega^2)}$ 、 $f_6(s) = -\frac{1}{s^2 + \beta s + \omega_0^2}$ ，经过拉普拉斯逆变换之后

$$\begin{aligned} f_5(t) = L^{-1}[f_5(s)] &= -\frac{F\theta(t-\tau)\cos(\omega(t-\tau))\sin(\omega\tau+\phi)}{M}, \\ f_6(t) = L^{-1}[f_6(s)] &= -\frac{e^{\frac{t}{2}(-2i\omega_R-\beta)} - e^{\frac{t}{2}(2i\omega_R-\beta)}}{2i\omega_R}. \end{aligned} \quad (5-12)$$

所以，根据拉普拉斯变换法的卷积定理， $x_3(s) = f_5(s) \cdot f_6(s)$  的逆变换为  $f_5(t)$ 、 $f_6(t)$  的卷积

$$\begin{aligned} x_3(t) = f_5(t) * f_6(t) &= \int_0^t \frac{F\theta(t_1-\tau)\cos(\omega(t_1-\tau))\sin(\omega\tau+\phi)}{M} \frac{e^{\frac{t_1}{2}(-2i\omega_R-\beta)} - e^{\frac{t_1}{2}(2i\omega_R-\beta)}}{2i\omega_R} dt_1 \\ &= \frac{F\sin(\omega\tau+\phi)}{M2i\omega_R} \theta(t-\tau) \\ &\quad \left\{ -\frac{(2i\omega_R+\beta)e^{-\frac{1}{2}(2i\omega_R+\beta)(t-\tau)} - 2\omega\sin(\omega(t-\tau)) - (2i\omega_R+\beta)\cos(\omega(t-\tau))}{\beta2i\omega_R + \beta^2 - 2\omega_0^2 + 2\omega^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\beta - 2i\omega_R)\cos(\omega(t-\tau)) + (2i\omega_R - \beta)e^{\frac{1}{2}(2i\omega_R-\beta)(t-\tau)} + 2\omega\sin(\omega(t-\tau))}{\beta2i\omega_R - \beta^2 + 2\omega_0^2 - 2\omega^2} \right\} \theta(t-\tau). \end{aligned} \quad (5-13)$$

同理，其中  $x_4(s) = f_7(s) \cdot f_8(s)$ ， $f_7(s) = -\frac{F(\omega \exp(-s\tau) \cos(\omega\tau+\phi))}{M(s^2 + \omega^2)}$ 、 $f_8(s) = \frac{1}{s^2 + \beta s + \omega_0^2}$ ，经过拉普拉斯逆变换之后

$$\begin{aligned} f_7(t) = L^{-1}[f_7(s)] &= -\frac{F\theta(t-\tau)\sin(\omega(t-\tau))\cos(\omega\tau+\phi)}{M}, \\ f_8(t) = L^{-1}[f_8(s)] &= -\frac{e^{\frac{t}{2}(-2i\omega_R-\beta)} - e^{\frac{t}{2}(2i\omega_R-\beta)}}{2i\omega_R}. \end{aligned} \quad (5-14)$$

所以，根据拉普拉斯变换法的卷积定理， $x_4(s) = f_7(s) \cdot f_8(s)$  的逆变换为  $f_7(t)$ 、 $f_8(t)$  的卷积

$$\begin{aligned} x_4(t) = f_7(t) * f_8(t) &= \int_0^t \frac{FH(t_1-\tau)\sin(\omega(t-\tau))\cos(\omega\tau+\phi)}{M} \frac{e^{\frac{t_1}{2}(-2i\omega_R-\beta)} - e^{\frac{t_1}{2}(2i\omega_R-\beta)}}{2i\omega_R} dt_1 \\ &= \frac{F\cos(\omega\tau+\phi)}{M2i\omega_R} \\ &\quad \left\{ -\frac{-2\omega e^{-\frac{1}{2}(2i\omega_R+\beta)(t-\tau)} - (2i\omega_R+\beta)\sin(\omega(t-\tau)) + 2\omega\cos(\omega(t-\tau))}{\beta2i\omega_R + \beta^2 - 2\omega_0^2 + 2\omega^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\omega e^{\frac{1}{2}(2i\omega_R-\beta)(t-\tau)} + (\beta - 2i\omega_R)\sin(\omega(t-\tau)) - 2\omega\cos(\omega(t-\tau))}{\beta2i\omega_R - \beta^2 + 2\omega_0^2 - 2\omega^2} \right\} \theta(t-\tau). \end{aligned} \quad (5-15)$$

以上四项  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 、 $x_4(t)$  分别为象函数  $x(s)$  四个分式求解拉普拉斯逆变换的结果，对逆变换的结果进行求和，即为想得到的谐振子的运动方程的解，所以谐振子的方程为

$$\begin{aligned}
x(t) = & \frac{F}{-M[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2\omega^2]} \left\{ e^{-\frac{\beta}{2}t} \left\{ \cos(\omega_R t)[(\omega_0^2 - \omega^2)\sin\phi - \omega\beta\cos\phi] \right. \right. \\
& + \frac{\sin(\omega_R t)}{2\omega_R} [\beta(\omega_0^2 + \omega^2)\sin\phi + \omega\cos\phi(-\beta^2 + 2(\omega_0^2 - \omega^2))] \\
& - \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\sin(\omega t + \phi) - \omega\beta\cos(\omega t + \phi)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2\omega^2} \left. \right\} [\theta(t) - \theta(t - \tau)] \\
& + \left\{ e^{-\frac{\beta}{2}t} \left\{ \cos(\omega_R t)[(\omega_0^2 - \omega^2)\sin\phi - \omega\beta\cos\phi] \right. \right. \\
& + \frac{\sin(\omega_R t)}{2\omega_R} [\beta(\omega_0^2 + \omega^2)\sin\phi + \omega\cos\phi(-\beta^2 + 2(\omega_0^2 - \omega^2))] \} \\
& + e^{-\frac{\beta}{2}(t-\tau)} \left\{ \frac{\sin\omega_R(t-\tau)}{2\omega_R} [-\beta(\omega_0^2 + \omega^2)\sin(\omega\tau + \phi) + \omega(\beta^2 - 2(\omega_0^2 - \omega^2))\cos(\omega\tau + \phi)] \right. \\
& \left. \left. + \cos\omega_R(t-\tau)[-(\omega_0^2 - \omega^2)\sin(\omega\tau + \phi) + \omega\beta\cos(\omega\tau + \phi)] \right\} \right\} \theta(t - \tau) \}.
\end{aligned} \tag{5-16}$$

所以 $x(s)$ 经拉普拉斯逆变换后，方程(5-1)的解为

$$x(t) = L^{-1}[x(s)] = \frac{F}{M[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2\omega^2]} \left\{ y_1(t)\theta(t) + y_2(t)[\theta(t) - \theta(t - \tau)] + y_3(t)\theta(t - \tau) \right\}. \tag{5-17}$$

为了表示方便，其中，

$$\begin{aligned}
y_1(t) = & e^{-\frac{1}{2}\beta t} \left\{ [\omega\beta\cos\phi - (\omega_0^2 - \omega^2)\sin\phi]\cos(\omega_R t) \right. \\
& \left. - [\beta(\omega_0^2 + \omega^2)\sin\phi + \omega[2(\omega_0^2 - \omega^2) - \beta^2]\cos\phi] \frac{\sin(\omega_R t)}{2\omega_R} \right\}, \\
y_2(t) = & (\omega_0^2 - \omega^2)\sin(\omega t + \phi) - \omega\beta\cos(\omega t + \phi), \\
y_3(t) = & e^{-\frac{1}{2}\beta(t-\tau)} \left\{ [(\omega_0^2 - \omega^2)\sin(\omega\tau + \phi) - \omega\beta\cos(\omega\tau + \phi)]\cos[\omega_R(t - \tau)] \right. \\
& \left. + [\beta(\omega_0^2 + \omega^2)\sin(\omega\tau + \phi) + \omega[2(\omega_0^2 - \omega^2) - \beta^2]\cos(\omega\tau + \phi)] \frac{\sin[\omega_R(t - \tau)]}{2\omega_R} \right\}.
\end{aligned} \tag{5-18}$$

式(5-17)中谐振子的振幅与驱动振幅 $F$ 成正比，与谐振子质量 $M$ 成反比。在时间尺度上，谐振子的运动可以分为两个部分， $0 - \tau$ 内，谐振子是受迫振动状态，存在两个频率的振动，一个是以驱动频率 $\omega$ 的振动，另一个是频率 $\omega_R$ 的衰减振动； $t > \tau$ ，谐振子是自由衰减状态，只有频率 $\omega_R$ 的衰减振动。谐振子受迫振动状态时，驱动频率 $\omega = \omega_R$ 是谐振子的共振状态，共振状态的谐振子振幅最大。共振谐振子可以写为

$$\begin{aligned}
x_{on}(t) = & \frac{-F}{M\beta^2(\omega_0^2 - \frac{3\beta^2}{16})} \\
& \left\{ e^{\frac{-\beta}{2}t} \left\{ \left[ \frac{\beta^2}{4} \sin \phi - \omega_R \beta \cos \phi \right] \cos(\omega_R t) + \frac{\beta(2\omega_0^2 - \frac{\beta^2}{4}) \sin \phi - \frac{\omega_R \beta^2}{2} \cos \phi}{2\omega_R} \sin(\omega_R t) \right\} \theta(t) \right. \\
& + [\omega_R \beta \cos(\omega_R t + \phi) - \frac{\beta^2}{4} \sin(\omega_R t + \phi)] [\theta(t) - \theta(t - \tau)] \\
& - e^{\frac{-\beta}{2}(t-\tau)} \left\{ \left[ \frac{\beta^2}{4} \sin(\omega_R \tau + \phi) - \omega_R \beta \cos(\omega_R \tau + \phi) \right] \cos[\omega_R(t - \tau)] \right. \\
& \left. \left. + \frac{\beta(2\omega_0^2 - \frac{\beta^2}{4}) \sin(\omega_R \tau + \phi) - \frac{\omega_R \beta^2}{2} \cos(\omega_R \tau + \phi)}{2\omega_R} \sin[\omega_R(t - \tau)] \right\} \theta(t - \tau) \right\}. 
\end{aligned} \tag{5-19}$$

在本文考虑的谐振子中，驱动力的频率 $\omega$ 是几十Hz的量级，阻尼 $\beta$ 很小，只有 $10^{-1}$ Hz甚至更小， $\omega \gg \beta$ ，所以式(5-19)中的阻尼 $\beta$ 的高次方项可忽略，则 $\omega_R = \omega_0$ ，共振时谐振子为

$$\begin{aligned}
x_{on}(t) = & \frac{F}{-M\beta^2\omega_0^2} \left\{ e^{\frac{-\beta}{2}t} \left[ [-\omega_0 \beta \cos \phi] \cos(\omega_0 t) + \beta \omega_0 \sin \phi \sin(\omega_0 t) \theta(t) \right] \right. \\
& + \omega_0 \beta \cos(\omega_0 t + \phi) [\theta(t) - \theta(t - \tau)] + e^{\frac{-\beta}{2}(t-\tau)} \left[ -\beta \omega_0 \sin(\omega_0 \tau + \phi) \sin \omega_0(t - \tau) \right. \\
& \left. \left. + \omega_0 \beta \cos(\omega_0 \tau + \phi) \cos \omega_0(t - \tau) \right] \theta(t - \tau) \right\}, \\
x_{on}(t) = & \frac{F}{M\omega_0\beta} \{ e^{-\frac{1}{2}\beta t} \theta(t) - [\theta(t) - \theta(t - \tau)] - e^{-\frac{1}{2}\beta(t-\tau)} \theta(t - \tau) \} \cos(\omega_0 t + \phi).
\end{aligned} \tag{5-20}$$

表 5.1 不同阻尼下的谐振子最佳驱动时间和饱和振幅大小

$\beta$ (Hz) 最佳的驱动时间(s) 谐振子饱和振幅

$\beta$ (Hz)	最佳的驱动时间(s)	谐振子饱和振幅
0.01	599.15	100.00
0.06	99.86	16.67
0.11	54.47	9.09
0.16	37.45	6.25
0.21	28.53	4.76
0.26	23.04	3.85
0.31	19.33	3.23
0.36	16.64	2.78
0.41	14.61	2.44
0.46	13.02	2.17
0.50	11.98	2.00

由式(5-20)可得，谐振子在被驱动时，谐振子的振幅以 $1 - e^{-\frac{1}{2}\beta t}$ 的规律增长，时间足够长振幅达到饱和至 $\frac{F}{M\omega_0\beta}$ 。当驱动时间到一定时，振幅便趋于稳定。当振幅达到0.95  $\frac{F}{M\omega_0\beta}$ 时，驱动时间 $\tau = -\frac{2\ln 0.05}{\beta}$ ，此时的驱动时间可认为是最佳的驱动时间。

阻尼越小，最佳驱动时间越长，所能达到的振幅也越大。令 $\frac{F}{M\omega_0} = 1$ ，取不同的阻尼 $\beta$ 能达到的最大的振幅及最佳驱动时间如表5.1所示。所以在谐振子模型中，通过增加驱动时间，降低谐振子阻尼可以有效的增加谐振子的振幅。

撤去驱动后，谐振子振幅以 $e^{-\frac{1}{2}\beta t}$ 的规律衰减。无论何时撤去驱动， $t > \tau$ 阶段的振幅初值永远是 $0 - \tau$ 阶段的振幅末值，在 $\tau$ 取不同值时，谐振子运动规律如图5.2所示。

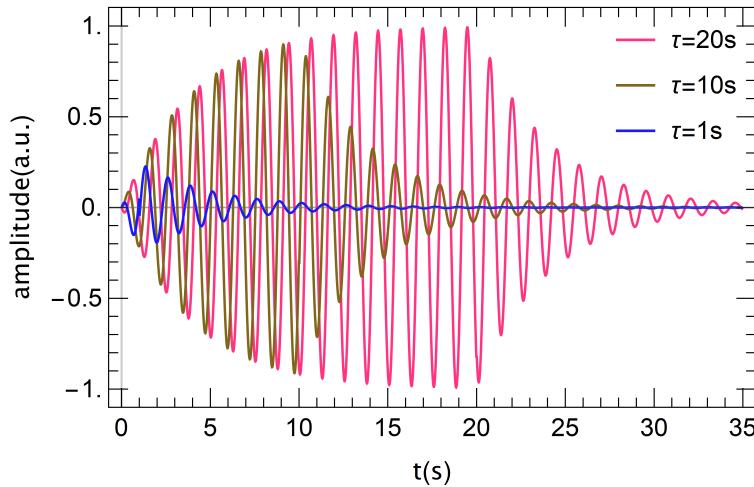


图 5.2 不同驱动时间下谐振子的运动

图5.2中为了使图形更易于观察，驱动力初始相位分别取 $\pi$ 、 $\pi/2$ 、 $0$ ，振幅大小 $\frac{F}{M\omega_0\beta}$ 取相对值1，频率 $\omega_0 = 5\text{Hz}$ ， $\beta = 0.5\text{Hz}$ 。

而另一方面，共振也是使振幅增加的有效方法，取固有频率 $\omega_0 = 20\text{Hz}$ 时，在不同的阻尼下，振幅随驱动频率大小的变化如图5.3所示。当驱动频率 $\omega = \omega_0$ 时，振幅最大，且阻尼越小振幅越大，共振峰的带宽越窄，非共振时的振幅与共振时相比要小很多，所以共振驱动方法是非常有效的放大驱动的方法。下一节便重点分析共振谐振子的放大效果。

### 5.1.2 谐振子的共振放大倍数

由式(5-20)可以得出谐振子在共振时的振幅为 $\frac{F}{M\omega_0\beta}$ 。且由图5.3可知，当谐振子共振时，振幅比非共振时要显著大很多，所以共振效应使振幅显著增加。另外，谐振子由于运动会对外表现作用力，所以共振时谐振子对外表现的有效作用力也是最大的。由牛顿第二定律可得，运动的谐振子对外表现的有效作用力可以通过将谐振子的运动二阶求导后获得，谐振子共振时的运动由式(5-20)所示。所以当谐振子谐振子共振时的有效作用力为

$$F_{eff} = M \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\omega_0 F}{\beta} \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (5-21)$$

为了探究共振探测方法的放大效果，则需要探究谐振子共振时对外表现的作用

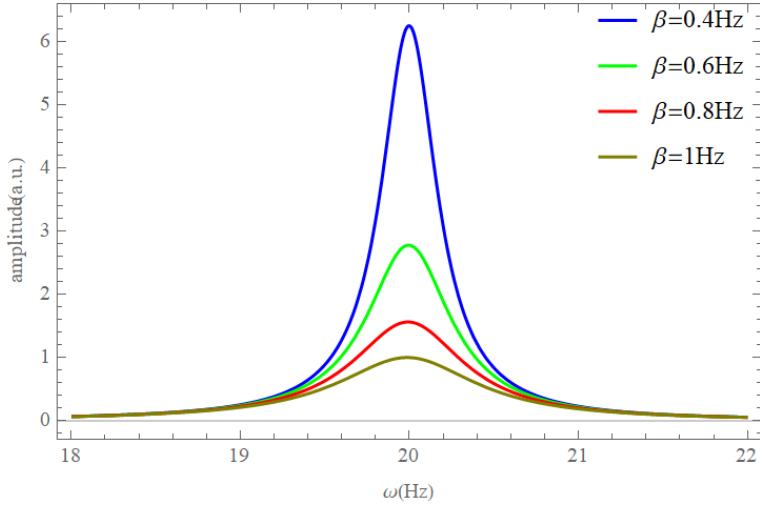


图 5.3 不同驱动频率下谐振子的振幅

力与驱动力相比是放大还是缩小。当谐振子共振时，谐振子有效作用力与驱动力的比值为

$$\eta = \frac{|F_{eff}|}{|F|} = Q. \quad (5-22)$$

则  $\eta$  为谐振子在共振驱动时驱动力被放大的倍数，驱动力通过共振驱动谐振子，谐振子对外表现的有效作用力比驱动力增长了很多。所以谐振子共振时，驱动力被放大，且放大倍数为  $Q$  倍，驱动的放大倍数恰好为谐振子的品质因子  $Q$ 。

谐振子受力驱动过程是一个吸收驱动力能量的过程，谐振子共振时，每一次驱动力的做功将用于谐振子本身能量的积累以增加振幅和克服阻力做功。驱动力克服阻力做功的量随振幅增加而增加直至谐振子的振幅最大，此时能量饱和，驱动力只需克服阻力做功。从理论上讲，若谐振子的阻尼为0，则振幅将不断增加至无穷；另一方面，谐振子非共振时，驱动力做功只有一部分用于谐振子能量的积累和克服阻力做功，另一部分能量是在阻碍谐振子的运动形成拍，振幅能够达到的大小是很有限的。

驱动力做功谐振子的能量积累的比例取决于  $\omega$  与  $\omega_0$  的差。若相差甚远则谐振子能量的积累寥寥无几，谐振子的振幅就很微弱。谐振子的振幅在共振与非共振时相比非常可观，如图5.3所示，它们的比值是谐振子的放大倍数。放大倍数等于谐振子的品质倍数  $Q$ 。如 Joshua C. Long、Hilton W. Chan 在进行超短程相互作用的探索实验中采用了谐振子的共振放大作用<sup>[73]</sup>，因选取了高品质倍数的钨板扭摆谐振子，他们的放大倍数为  $10^4$  量级。在品质倍数较好的谐振子中可以达到  $10^4$  量级甚至更高<sup>[73]</sup>。

## 5.2 磁共振驱动模型

第5.1节求解出了在有无驱动时谐振子的运动方程，为下一步核磁共振的理论分

析进行了初步尝试。拉莫尔进动的极化原子核的运动可以用谐振子模型描述。横向驱动存在时，拉莫尔进动的原子核横向磁矩以 $1 - e^{-\frac{1}{2}\beta t}$ 的规律增长至饱和，撤去横向驱动后磁矩又以 $e^{-\frac{1}{2}\beta t}$ 的规律衰减。新相互作用探测信噪比与探测时间成正比，探测时间需要尽量长，需采用驱动一直存在时的共振过程。只需求解驱动存在的Bloch方程，不再与式(5-1)一般求解存在赫维赛德阶跃函数的Bloch方程。

### 5.2.1 核磁共振

核磁共振是原子核物理中常见的物理现象，也是目前社会中被广泛应用的技术，如油气测量<sup>[74]</sup>、石油测井<sup>[75]</sup>、岩心结构测量<sup>[76]</sup>等方面，更重要的是核磁共振在医学诊断方面的应用<sup>[48]</sup>。

原子核除氢核外均由质子与中子构成，质子与中子均存在磁矩，质子的磁矩大小为 $\mu_p = 2.79285\mu_N$ ，中子的磁矩大小为 $\mu_n = -1.91304\mu_N$ 。原子核为奇偶核(核内中子与质子的数量有一个为偶数)与奇奇核(核内中子与质子的数量都是奇数)的原子核都带有自旋。而原子核的磁矩与自旋成正比<sup>[53]</sup>

$$\vec{\mu}_I = g_I \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{I} = \gamma \vec{I}. \quad (5-23)$$

其中， $g_I$ 为原子核的朗德g因子， $\vec{I} = \sqrt{I(I+1)}\hbar$ 为核自旋角动量， $\gamma = g_I \frac{\mu_N}{\hbar}$ 为原子核的旋磁比<sup>[53]</sup>。因此只有带有自旋的奇偶核与奇奇核才具有磁矩。

原子核的自旋在z轴上的投影为<sup>[53]</sup>

$$\vec{I}_z = m\hbar, m = I, I-1, \dots, -I+1, -I. \quad (5-24)$$

一般情况时自旋的能级是简并的，但是当存在外磁场时能级简并解除，产生能级分裂，这一现象如图5.4所示对应于原子的超精细结构<sup>[53]</sup>。

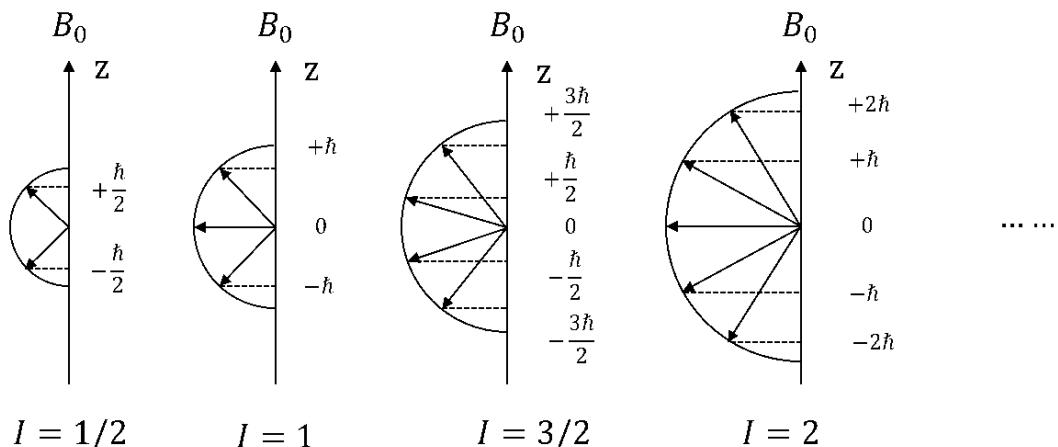


图 5.4 核自旋的空间量子化

稳恒磁场 $\vec{B}_0$ 中的原子核除了自旋发生能级劈裂外，另一方面，原子核的磁矩也会趋向于磁场的方向排列。此时的原子核磁矩会产生类似于陀螺的运动，每一个原

子核的磁矩会绕一个轴旋转，而这个轴与 $\vec{B}_0$ 的方向平行。这个现象被称为拉莫尔进动，拉莫尔进动的频率的大小与 $\vec{B}_0$ 和 $\gamma$ 成正比，拉莫尔进动频率 $\omega_0 = \gamma B_0$ 。当施加一个与恒定磁场 $\vec{B}_0$ 垂直的振荡频率与拉莫尔进动的频率相同的振荡磁场 $B_{eff}$ 时，原子核的磁矩会偏离主磁场的方向，磁矩发生一个小角度的偏转，原子核的磁矩产生了一个垂直于主磁场的横向磁矩。实际上是原子核吸收了横向振荡磁场的能量，吸收的能量大小为

$$H = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_0 = -\vec{\mu}_{I,z} \cdot \vec{B}_0 = -\hbar\gamma m_I B_0. \quad (5-25)$$

由上文可知，稳恒磁场 $\vec{B}_0$ 中的原子核发生能级劈裂，由量子力学的选择定则可知， $\nabla m_I = 0, \pm 1$ ，施加到原子核的磁场能量与振荡频率有关 $\nabla E = \hbar\omega$ ，所以

$$\nabla E = \hbar\omega = H = \hbar\gamma m_I B_0. \quad (5-26)$$

所以当振荡频率 $\omega = \gamma B_0$ 时，原子核会吸收振荡磁场的能量发生能级跃迁，从而发生核磁共振现象<sup>[48, 49]</sup>。

核磁共振的核心在于振荡磁场的频率与原子核的拉莫尔进动频率相同，发生共振<sup>[48, 49]</sup>效应，在极化<sup>3</sup>He气室中，恒定磁场 $\vec{B}_0$ 中的<sup>3</sup>He原子核发生拉莫尔进动，进动频率 $\omega_0 = \gamma B_0$ 。使用极化的<sup>3</sup>He作自旋探针探测与质量源间的与自旋相关的新相互作用，若新相互作用存在，质量源做周期性运动时，则可形成振荡的有效磁场 $B_{eff}$ 。当调控有效磁场的方向与 $\vec{B}_0$ 垂直时，则有效磁场与拉莫尔进动的<sup>3</sup>He可发生核磁共振效应。通过核磁共振效应，<sup>3</sup>He原子核被振荡的有效磁场驱动，可以将有效磁场放大。

<sup>3</sup>He原子核不仅仅会被振荡的有效磁场驱动，也会生弛豫，弛豫分为两种<sup>[49]</sup>。与第三章的分析相同，极化<sup>3</sup>He是一种非稳定态，所以原子核的纵向磁矩 $M_z$ 会从极化的非稳定态向非极化的稳定态转化， $M_z$ 逐渐减小，最终恢复到0，称为纵向弛豫或 $T_1$ 弛豫。其次，核磁共振效应不是针对一个核自旋而是宏观数量的核自旋，磁矩被横向磁场驱动时在横向方向上由相散的状态向相聚的状态变化而对外表现出横向的宏观磁矩。所以磁场不均匀时，横向磁矩也会发生相散，横向磁矩 $M_{xoy}$ 因相散会逐渐减小，称为横向弛豫或 $T_2$ 弛豫<sup>[48, 54]</sup>。整个驱动与弛豫的过程可以用Bloch方程描述为

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma(\mathbf{M} \times \mathbf{B}) - \frac{M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j}}{T_2} - \frac{M_z}{T_1} \mathbf{k}. \quad (5-27)$$

$\mathbf{M}$ 为<sup>3</sup>He的总磁矩， $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$ 为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三个方向的磁矩分量， $\mathbf{B}$ 为总磁场， $\gamma = 2\pi \times 32.4 \text{ MHz/T}$ 为<sup>3</sup>He核的旋磁比， $T_1$ 为纵向弛豫时间， $T_2$ 为横向弛豫时间。

## 5.2.2 Bloch方程的求解

式(5-27)描述极化<sup>3</sup>He的核磁共振Bloch方程可写为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三个方向的Bloch方程

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{dt} &= \gamma[M_yB_0 + M_zB_{eff} \sin(\omega t)] - \frac{1}{T_2}M_x, \\ \frac{dM_y}{dt} &= \gamma[-M_xB_0 + M_zB_{eff} \cos(\omega t)] - \frac{1}{T_2}M_y, \\ \frac{dM_z}{dt} &= \gamma[-M_xB_{eff} \sin \omega t - M_yB_{eff} \cos \omega t] - \frac{M_z}{T_1}.\end{aligned}\quad (5-28)$$

方程(5-28)为非线性常微分方程组，它的求解异常困难。若要求解出该方程的解析解，可将其转变到旋转坐标系中，转变到旋转坐标系后，则方程为线性常微分方程组。旋转坐标系与实验室坐标系相比z轴不变，旋转角度为 $\omega t$ ，所以磁矩 $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$ 乘以旋转矩阵 $R_z$ 后旋转坐标系中的Bloch方程为

$$\begin{aligned}\frac{dM_x^r}{dt} &= (\omega_0 - \omega)M_y^r - \frac{1}{T_2}M_x^r, \\ \frac{dM_y^r}{dt} &= \gamma B_{eff}M_z^r - (\omega_0 - \omega)M_x^r - \frac{1}{T_2}M_y^r, \\ \frac{dM_z^r}{dt} &= -\gamma M_y^r B_{eff} - \frac{M_z^r}{T_1}.\end{aligned}\quad (5-29)$$

为了表示方便，在旋转坐标系中的Bloch方程的形式可以描述为

$$\frac{d}{dt}M^r = \mathbf{A}M^r. \quad (5-30)$$

其中 $\mathbf{A}$ 为系数矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_2} & \omega_0 - \omega & 0 \\ -(\omega_0 - \omega) & -\frac{1}{T_2} & \gamma B_{eff} \\ 0 & -\gamma B_{eff} & -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_2} & \Delta & 0 \\ -\Delta & -\frac{1}{T_2} & \omega_1 \\ 0 & -\omega_1 & \frac{1}{T_1} \end{bmatrix}. \quad (5-31)$$

为了求解方便，令 $\Delta = \omega_0 - \omega$ ， $\omega_1 = \gamma B_{eff}$ 。求解出系数矩阵 $\mathbf{A}$ 的本征值 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$ 和对应的本征向量 $\mathbf{X}_1$ 、 $\mathbf{X}_2$ 、 $\mathbf{X}_3$ 后，微分方程组的解的形式是

$$\mathbf{M}^r = C_1 e^{\lambda_1 t} \mathbf{X}_1 + C_2 e^{\lambda_2 t} \mathbf{X}_2 + C_3 e^{\lambda_3 t} \mathbf{X}_3. \quad (5-32)$$

将磁矩的初值 $M_x = 0$ 、 $M_y = 0$ 、 $M_z = M_0$ 代入，得出系数 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 即得到方程(5-30)的解，便可以求解出微分方程的解 $\mathbf{M}^r$ 。问题的重点是求解系数矩阵 $\mathbf{A}$ 的本征值与本征向量。有效磁场 $B_{eff}$ 非常小， $\mathbf{A}$ 中 $\omega_1$ 与其他元素相比非常小，本文首次提出微扰法求解方程(5-30)。经过不太全面的文献调研，目前没有工作使用微扰法求解Bloch方程<sup>[48, 77-81]</sup>。

微扰矩阵的选取规则，第一是要求解简单，第二，要求微扰矩阵 $\mathbf{A}'$ 中的元素与初始矩阵 $\mathbf{A}_0$ 相比小得多，所以微扰矩阵的存在只会对 $\mathbf{A}_0$ 的结果发生一点小的移动。 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}'$ ， $\mathbf{A}'$ 为微扰矩阵。

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_2} & \Delta & 0 \\ -\Delta & -\frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ 0 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5-33)$$

第一步求解矩阵 $\mathbf{A}_0$ 的本征值与本征向量。令

$$|\mathbf{A}_0 - \lambda \mathbf{E}| = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_2} - \lambda & \Delta & 0 \\ -\Delta & -\frac{1}{T_2} - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} - \lambda \end{bmatrix} = 0. \quad (5-34)$$

计算出 $\mathbf{A}_0$ 的三个本征值为

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_2} + i\Delta \\ -\frac{1}{T_2} - i\Delta \\ -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix}. \quad (5-35)$$

将本征值 $\lambda_1$ 代入本征方程中为

$$|\mathbf{A}_0 - \lambda_1 \mathbf{E}| \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -i\Delta & \Delta & 0 \\ -\Delta & -i\Delta & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} - i\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (5-36)$$

同理把 $\lambda_2$ 与 $\lambda_3$ 代入本征方程求解出 $\mathbf{A}_0$ 本征向量为

$$\left[ \mathbf{X}_1^{(0)}, \mathbf{X}_2^{(0)}, \mathbf{X}_3^{(0)} \right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5-37)$$

第二步微扰法求解本征值与本征向量的一级近似，使用微扰论的方法的前提是 $\mathbf{A}'$ 与 $\mathbf{A}_0$ 相比很小，在已经求得 $\mathbf{A}_0$ 的本征值与本征向量的情况下，把 $\mathbf{A}'$ 的影响逐级考虑进去，以求得尽可能精确的近似解。本征值的一级近似为<sup>[82-84]</sup>

$$\lambda_i^{(1)} = \mathbf{X}_i^{(0)T} \mathbf{A}' \mathbf{X}_i^{(0)}. \quad (5-38)$$

将本征向量代入求解出三个本征值的一级近似为 $\lambda_1^{(1)} = \lambda_2^{(1)} = \lambda_3^{(1)} = 0$ 。

比较幸运的是求解出的本征值的一级近似均为0，这使得问题的求解简单了一些，本征向量的一级近似为<sup>[82-84]</sup>

$$\mathbf{X}_k^{(1)} = \sum_n' \frac{A_{nk}'}{\lambda_k^{(0)} - \lambda_n^{(0)}} \mathbf{X}_n^{(0)}. \quad (5-39)$$

将微扰矩阵 $\mathbf{A}'$ 及求出的本征值与本征向量代入，令 $\tau_s = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$ ，求出在 $\mathbf{A}'$ 存在下的本征向量一级近似

$$\left[ \mathbf{X}_1^{(1)}, \mathbf{X}_2^{(1)}, \mathbf{X}_3^{(1)} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-\Delta\omega_1}{\tau_s^2 + \Delta^2} \\ 0 & 0 & \frac{-\tau_s\omega_1}{\tau_s^2 + \Delta^2} \\ \frac{i\omega_1}{\sqrt{2}(\tau_s - i\Delta)} & \frac{i\omega_1}{\sqrt{2}(-\tau_s - i\Delta)} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5-40)$$

第五力的探测实验中，若类轴子粒子存在，有效磁场 $B_{eff}$ 非常小，不必求解出微扰存在的二级近似，只需解到一级近似即可。将本征值与本征向量的一级近似值与矩阵 $\mathbf{A}_0$ 的本征值与本征向量相加，进而得出微扰矩阵 $\mathbf{A}'$ 存在时，系数矩阵 $\mathbf{A}$ 的本征值与本征向量。所以经微扰法修正后 $\mathbf{A}$ 的本征值为 $\lambda_1 = -\frac{1}{T_2} + i\Delta$ 、 $\lambda_2 = -\frac{1}{T_2} - i\Delta$ 、 $\lambda_3 = -\frac{1}{T_1}$ ，本征向量为

$$\left[ \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-\Delta\omega_1}{\tau_s^2 + \Delta^2} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & \frac{-\tau_s\omega_1}{\tau_s^2 + \Delta^2} \\ \frac{i\omega_1}{\sqrt{2}(\tau_s - i\Delta)} & \frac{-i\omega_1}{\sqrt{2}(-\tau_s - i\Delta)} & 1 \end{bmatrix}. \quad (5-41)$$

令 $a = \frac{i\omega_1}{\tau_s - i\Delta}$ 、 $b = \frac{-i\omega_1}{\tau_s + i\Delta}$ ，本征值与本征向量代入微分方程组的解为

$$\mathbf{M}^r = C_1 e^{t(-\frac{1}{T_2} + i\Delta)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ a \end{bmatrix} + C_2 e^{t(-\frac{1}{T_2} - i\Delta)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \\ b \end{bmatrix} + C_3 e^{-\frac{1}{T_1} t} \begin{bmatrix} (a+b)/2 \\ (a-b)i/2 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5-42)$$

第三步是求解系数 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ ，当 $t = 0$ 时， $M_x = M_y = 0$ ， $M_z = M_0$ ，代入式(5-42)中为

$$\begin{aligned} C_1 \frac{1}{\sqrt{2}} + C_2 \frac{1}{\sqrt{2}} + C_3 \frac{a+b}{2} &= 0, \\ C_1 \frac{1}{\sqrt{2}} - C_2 \frac{1}{\sqrt{2}} + C_3 \frac{a-b}{2} &= 0, \\ C_1 \frac{2a}{\sqrt{2}} + C_2 \frac{2b}{\sqrt{2}} + C_3 &= M_0. \end{aligned} \quad (5-43)$$

解得

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}aM_0}{2 - (a^2 + b^2)} \\ \frac{\sqrt{2}bM_0}{2 - (a^2 + b^2)} \\ \frac{M_0}{1 - (a^2 + b^2)/2} \end{bmatrix}. \quad (5-44)$$

将 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 代入，方程(5-30)的解为

$$\begin{aligned}
M_x^r &= -\frac{1}{2} \frac{M_0 a}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{t(-\frac{1}{T_2} + i\Delta)} - \frac{1}{2} \frac{M_0 b}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{t(-\frac{1}{T_2} - i\Delta)} + \frac{a+b}{2} \frac{M_0}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{-\frac{t}{T_1}}, \\
M_y^r &= -\frac{i}{2} \frac{M_0 a}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{t(-\frac{1}{T_2} + i\Delta)} + \frac{i}{2} \frac{M_0 b}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{t(-\frac{1}{T_2} - i\Delta)} + \frac{(a-b)i}{2} \frac{M_0}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{-\frac{t}{T_1}}, \\
M_z^r &= -\frac{a}{2} \frac{M_0}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{t(-\frac{1}{T_2} + i\Delta)} - \frac{b}{2} \frac{M_0}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{t(-\frac{1}{T_2} - i\Delta)} + \frac{M_0}{1 - (a^2 + b^2)/2} e^{-\frac{t}{T_1}}.
\end{aligned} \tag{5-45}$$

若类轴子粒子存在，驱动 $\omega_1$ 非常小。需要对结果中 $\omega_1$ 的二次项，三次项等高次项进行舍弃，舍弃后的结果为

$$\begin{aligned}
M_x^r &= -\frac{M_0}{2} [ae^{t(-\frac{1}{T_2} + i\Delta)} + be^{t(-\frac{1}{T_2} - i\Delta)} - (a+b)e^{-\frac{t}{T_1}}], \\
M_y^r &= -\frac{M_0 i}{2} [ae^{t(-\frac{1}{T_2} + i\Delta)} - be^{t(-\frac{1}{T_2} - i\Delta)} - (a-b)e^{-\frac{t}{T_1}}], \\
M_z^r &= M_0 e^{-\frac{t}{T_1}}.
\end{aligned} \tag{5-46}$$

将 $a$ 、 $b$ 的形式代入后结果为

$$\begin{aligned}
M_x^r &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} [e^{-\frac{t}{T_2}} [(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \sin(\Delta t) + \Delta \cos(\Delta t)] - \Delta e^{-\frac{t}{T_1}}], \\
M_y^r &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} [e^{-\frac{t}{T_2}} [(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \cos(\Delta t) - \Delta \sin(\Delta t)] - (\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) e^{-\frac{t}{T_1}}], \\
M_z^r &= M_0 e^{-\frac{t}{T_1}}.
\end{aligned} \tag{5-47}$$

求解出的 $M_x^r$ 、 $M_y^r$ 、 $M_z^r$ 的形式为旋转坐标系中的形式后。第四步，需要将结果由旋转坐标系的转化到实验室坐标系后，只需要将旋转坐标系的结果乘以旋转矩阵，旋转矩阵为绕z轴旋转 $-\omega t$ 角度，则旋转坐标系中的解转换到实验坐标系中后结果为

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x^r \\ M_y^r \\ M_z^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x^r \cos(\omega t) + M_y^r \sin(\omega t) \\ -M_x^r \sin(\omega t) + M_y^r \cos(\omega t) \\ M_z^r \end{bmatrix}. \tag{5-48}$$

具体的在实验室坐标系下的结果为

$$\begin{aligned}
M_x &= \frac{M_0}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left[ [e^{-\frac{t}{T_2}} [(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \sin(\Delta t) + \Delta \cos(\Delta t)] - \Delta e^{-\frac{t}{T_1}}] \cos(\omega t) + \right. \\
&\quad \left. [e^{-\frac{t}{T_2}} [(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \cos(\Delta t) - \Delta \sin(\Delta t)] - (\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) e^{-\frac{t}{T_1}}] \sin(\omega t) \right], \\
M_y &= \frac{M_0}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left[ [e^{-\frac{t}{T_2}} [(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \cos(\Delta t) - \Delta \sin(\Delta t)] - (\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) e^{-\frac{t}{T_1}}] \cos(\omega t) \right. \\
&\quad \left. - [e^{-\frac{t}{T_2}} [(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \sin(\Delta t) + \Delta \cos(\Delta t)] - \Delta e^{-\frac{t}{T_1}}] \sin(\omega t) \right].
\end{aligned} \tag{5-49}$$

将各项与三角函数相乘后为

$$\begin{aligned}
M_x &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left[ e^{-\frac{t}{T_2}} \left[ \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) [\sin(\Delta t) \cos(\omega t) + \cos(\Delta t) \sin(\omega t)] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \Delta [\cos(\Delta t) \cos(\omega t) - \Delta \sin(\Delta t) \sin(\omega t)] \right] - e^{-\frac{t}{T_1}} \Delta \cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{T_1}} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \sin(\omega t) \right], \\
M_y &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left[ e^{-\frac{t}{T_2}} \left[ \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) [\cos(\omega t) \cos(\Delta t) - \sin(\Delta t) \sin(\omega t)] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \Delta [\cos(\Delta t) \sin(\omega t) + \sin(\Delta t) \cos(\omega t)] \right] + \Delta e^{-\frac{t}{T_1}} \sin(\omega t) - \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega t) \right]. 
\end{aligned} \tag{5-50}$$

进一步化简为

$$\begin{aligned}
M_x &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left\{ e^{-\frac{t}{T_2}} \left[ \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \sin[(\Delta + \omega)t] + \Delta \cos[(\Delta + \omega)t] \right] \right. \\
&\quad \left. - e^{-\frac{t}{T_1}} \Delta \cos(\omega t) - e^{-\frac{t}{T_1}} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \sin(\omega t) \right\}, \\
M_y &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left\{ e^{-\frac{t}{T_2}} \left[ \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) [\cos[(\Delta + \omega)t] - \Delta \sin[(\Delta + \omega)t]] \right] \right. \\
&\quad \left. + \Delta e^{-\frac{t}{T_1}} \sin(\omega t) - \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega t) \right\}.
\end{aligned} \tag{5-51}$$

将系数合并后

$$\begin{aligned}
M_x &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left\{ \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) [e^{-\frac{t}{T_2}} \sin[(\Delta + \omega)t] - e^{-\frac{t}{T_1}} \sin(\omega t)] \right. \\
&\quad \left. + \Delta [e^{-\frac{t}{T_2}} \cos[(\Delta + \omega)t] - e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega t)] \right\}, \\
M_y &= \frac{M_0 \omega_1}{(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1})^2 + \Delta^2} \left\{ \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) [e^{-\frac{t}{T_2}} \cos[(\Delta + \omega)t] - e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega t)] \right. \\
&\quad \left. + \Delta [e^{-\frac{t}{T_1}} \sin(\omega t) - e^{-\frac{t}{T_2}} \sin[(\Delta + \omega)t]] \right\}.
\end{aligned} \tag{5-52}$$

在一般的实验条件下， ${}^3\text{He}$ 气室内的 $T_1$ 为几十到几百小时，而 $T_2$ 为几十到几百秒， $\omega$ 为几十Hz，可得 $\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \approx \frac{1}{T_2}$ 。共振条件下 $\Delta = \omega_0 - \omega \approx 0$ 又可得 $\Delta + \omega \approx \omega$ 。将 $\omega_1 = \gamma B_{eff}$ 代入后，方程的解为

$$\begin{aligned}
M_x(t) &= \frac{-M_0 \gamma B_{eff}}{\left[ \left( \frac{1}{T_2} \right)^2 + \Delta^2 \right]} [e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}] \left[ \frac{1}{T_2} \sin(\omega t) + \Delta \cos(\omega t) \right], \\
M_y(t) &= \frac{M_0 \gamma B_{eff}}{\left[ \left( \frac{1}{T_2} \right)^2 + \Delta^2 \right]} [e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}] [\Delta \sin(\omega t) - \frac{1}{T_2} \cos(\omega t)].
\end{aligned} \tag{5-53}$$

其中 $M_0 = N \mu_{^3\text{He}} P$ ， $N$ 为气室内 ${}^3\text{He}$ 的粒子数， $\mu_{^3\text{He}} = -2.12 \mu_N = 1.5046 \times 10^{-26} \text{Am}^2$ 为 ${}^3\text{He}$ 原子核的磁矩， $P$ 为 $\mu_{^3\text{He}}$ 的极化率，从目前的可达到的技术<sup>[49, 54]</sup>， $P=0.75$ ； $\omega_1 = \gamma B_{eff}$ 。在一般的实验条件下， ${}^3\text{He}$ 气室内的 $T_1$ 为几十到几百小时<sup>[55-59]</sup>，而 $T_2$ 为几十到几百秒<sup>[85]</sup>，可得

$$\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \approx \frac{1}{T_2}. \tag{5-54}$$

又因为 $\omega$ 为几十Hz， $\Delta = \omega_0 - \omega \approx 0$ ，又可得

$$\Delta + \omega \approx \omega. \quad (5-55)$$

令  $\tan \Theta = T_2 \Delta$ 、  $\sin \Theta = \frac{\Delta}{\sqrt{\frac{1}{T_2^2} + \Delta^2}}$ 、  $\cos \Theta = \frac{1}{T_2 \sqrt{\frac{1}{T_2^2} + \Delta^2}}$ ， 则结果可以化为

$$M_x(t) = \frac{-N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}}{\sqrt{\frac{1}{T_2^2} + \Delta^2}}(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}})\sin(\omega_0 t + \Theta),$$

$$M_y(t) = \frac{N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}}{\sqrt{\frac{1}{T_2^2} + \Delta^2}}(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}})\cos(\omega_0 t + \Theta). \quad (5-56)$$

理想情况时，发生共振效应  $\Delta = 0$  时，表达式  $M_x$ 、  $M_y$  为

$$M_x(t) = -N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}T_2(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}})\sin(\omega_0 t),$$

$$M_y(t) = N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}T_2(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}})\cos(\omega_0 t). \quad (5-57)$$

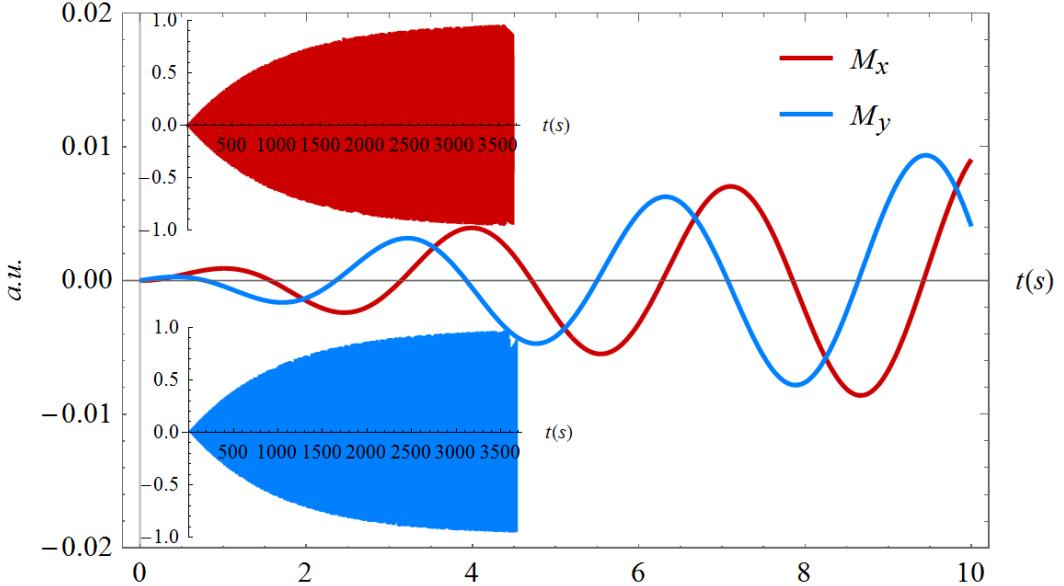


图 5.5 驱动存在时横向磁矩随时间变化

取  $T_1 = 100h$ 、  $T_2 = 1000s$ 、  $\omega_0 = 2rad/s$ ，令  $N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}T_2$  的值为单位 1，绘制出  $M_x$ 、  $M_y$  在共振时的运动的相对趋势如图 5.5 所示。在有效磁场  $B_{eff}$  的驱动下，横向磁矩  $M_x$ 、  $M_y$  一直以拉莫尔进动频率  $\omega_0$  振荡，又以  $e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}$  的规律增长，磁矩增长至  $N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}T_2$  时，处于稳定状态。玻璃气室内的极化原子核自身有退极化的弛豫机制，使得横向磁矩  $M_x$ 、  $M_y$  也一直存在  $e^{-\frac{t}{T_1}}$  的  $T_1$  衰减，又因为  $T_1 \gg T_2$ ，磁矩的  $T_1$  衰减与增长相比非常慢，可认为磁矩以  $1 - e^{-\frac{t}{T_2}}$  的规律增长。 $(5-57)$  式与  $(5-20)$  对比发现，横向磁矩  $M_x$ 、  $M_y$  与驱动存在时的谐振子的运动呈现相同的规律，驱动存在时都是振荡式的增长至稳定状态，另一方面，在撤去驱动时的 Bloch 方程的解为

$$M_x(t) = N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \sin(\omega_0 t),$$

$$M_y(t) = N\mu_{^3\text{He}}P\gamma B_{eff}T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \cos(\omega_0 t). \quad (5-58)$$

该式的求解方法与存在驱动时谐振子的求解方式相同，便不再赘述，在无驱动时，横向磁矩的变化规律与式(5-17)中描述无驱动时谐振子的运动规律相同。 $M_x$ 、 $M_y$ 以 $e^{-\frac{t}{T_2}}$ 的规律衰减到0，所以第4.1节中对驱动随时间变化的谐振子运动方程的求解很有必要。

### 5.2.3 磁共振的放大倍数

若新相互作用存在，因为其非常小且作用距离短，探测实验应使磁矩信号尽可能大。思路如下：1)提高驱动大小 $B_{eff}$ ，根据(2-3)中第五力的形式可以知道，核子数密度越大体积越大的质量源产生的有效磁场 $B_{eff}$ 越大，实验应尽量使用核子数密度和体积大的质量源。2)选用高极化率和高粒子数密度的原子核做自旋探针，目前已知的核自旋极化技术可以实现 ${}^3\text{He}$ 接近100%的超自旋极化<sup>[49, 54]</sup>，所以高粒子数密度的超极化 ${}^3\text{He}$ 是理想的自旋探针。3)选用长横向弛豫时间的极化样品， ${}^3\text{He}$ 的 $T_2$ 远大于其他惰性气体，所以 ${}^3\text{He}$ 是比较理想的自旋探针。

以上的方法归结为一点是使用更大或更优越的实验材料，但从精密物理测量的角度分析，为了使探测过程中有更高的探测灵敏度，通过上一节的理论分析，及第四章中对实验方案的介绍，可以通过共振驱动的方法，探测被新相互作用驱动的 ${}^3\text{He}$ 的磁场 $B^{{}^3\text{He}}$ ，而非直接探测有效磁场 $B_{eff}$ 。与谐振子的运动结果分析相同，只有共振时 $B^{{}^3\text{He}}$ 才可以达到最大，此时与驱动的磁场 $B_{eff}$ 相比放大了很多，这就是共振驱动的放大效果。

在上一节中重点分析了 ${}^3\text{He}$ 磁矩被共振驱动后的变化规律，为了探究共振驱动的放大效果还要考虑影响磁矩大小的因素。式(5-57)中横向磁矩的大小与驱动的有效磁场 $B_{eff}$ 、初始磁矩 $M_0 = N\mu_{{}^3\text{He}}P$ 、旋磁比 $\gamma$ 和横向弛豫时间 $T_2$ 成正比。实现共振条件是需要调控驱动频率 $\omega = \omega_0$ 。通过磁共振作用将有效磁场 $B_{eff}$ 放大后进行测量，磁共振过程与谐振子的运动相似，存在一个对驱动磁场的放大倍数<sup>[48, 50, 72]</sup>。有效磁场 $B_{eff}$ 通过共振驱动 ${}^3\text{He}$ 表现横向宏观的磁场， ${}^3\text{He}$ 表现的磁场为磁偶极矩的磁场<sup>[86]</sup>

$$\mathbf{B}_{eff}^{{}^3\text{He}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{3\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_{{}^3\text{He}}) - \mathbf{M}_{{}^3\text{He}}}{|\mathbf{x}|^3} + \frac{8\pi\mathbf{M}_{{}^3\text{He}}}{3} \delta(\mathbf{x}) \right]. \quad (5-59)$$

由第四章实验装置的描述中，使用法拉第旋光效应探测共振驱动后极化 ${}^3\text{He}$ 表现的磁场 $B^{{}^3\text{He}}$ 。在极化 ${}^3\text{He}$ 气室中，旋光法使用线偏振光探测的极化 ${}^3\text{He}$ 产生的磁场主要为式(5-59)中的第二项

$$B^{{}^3\text{He}} = \frac{2\mu_0}{3} \kappa_0 m_{{}^3\text{He}}. \quad (5-60)$$

在式(5-60)中， $\kappa_0$ 为费米接触增强因子， $\kappa_0$ 是大于1的，所以 $\kappa_0$ 的存在也为 $B^{{}^3\text{He}}$ 的放大效果做了贡献。 $\kappa_0$ 的大小由气室内的成分决定，铷原子与 ${}^3\text{He}$ 在空间上重叠，形成一个类似于大分子的结构，此时的 ${}^3\text{He}$ 原子核与铷原子遍存在费米接触势，才使得 ${}^3\text{He} - \text{Rb}$ 之间存在费米接触因子，其中 $\kappa_0 \approx 6$ <sup>[87]</sup>。在实验中铷原子作为探针探

测 $B^{^3\text{He}}$ , 由第四章实验方案的描述中,  $B^{^3\text{He}}$ 可影响铷原子在 $x$ 方向的极化率 $P_x^e$ , 从而影响实验信号 $S(x)$ 。

另一方面, 式(5-60)中 $m_{^3\text{He}}$ 为极化 ${}^3\text{He}$ 的磁化矢量,  $m_{^3\text{He}} = \frac{M_{xoy}}{V}$ ,  $M_{xoy}$ 为(5-56)中求解出的磁矩的表达式, 所以 $B^{^3\text{He}}$ 与磁矩成正比。 $m_{^3\text{He}} = \frac{M_{xoy}}{V}$ 为极化 ${}^3\text{He}$ 的磁化矢量。当驱动频率 $\omega = \omega_0$ 时为共振驱动状态, 此时 ${}^3\text{He}$ 的磁矩 $M_{x(y)}$ 为最大,  $B^{^3\text{He}}$ 也最大, 当共振驱动时, 将式(5-57)代入到 $B^{^3\text{He}}$ 中, 所以, 在共振驱动时极化 ${}^3\text{He}$ 表现的横向的磁场 $B^{^3\text{He}}$ 为

$$B^{^3\text{He}} = \frac{2\mu_0\kappa_0 N \mu_{^3\text{He}} P \gamma B_{eff} T_2}{3V} = \frac{2\mu_0\kappa_0 n \mu_{^3\text{He}} P \gamma B_{eff} T_2}{3}. \quad (5-61)$$

其中,  $n$ 为气室内 ${}^3\text{He}$ 的粒子数密度, 气室内 ${}^3\text{He}$ 的气压为1bar时,  $n = n_0 = \frac{N_A}{22.4L} = 2.687 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 。与谐振子驱动力的放大倍数定义相同, 可以定义 ${}^3\text{He}$ 在横向表现的宏观磁场 $B^{^3\text{He}}$ 与有效磁场 $B_{eff}$ 的比值为共振驱动时的有效磁场放大倍数<sup>[72]</sup>

$$\eta = \frac{B^{^3\text{He}}}{B_{eff}} = \frac{2\mu_0\kappa_0 n \mu_{^3\text{He}} P \gamma T_2}{3}. \quad (5-62)$$

观察式(5-62)可知,  $\eta$ 与粒子数密度 $n$ 、横向弛豫时间 $T_2$ 、及核磁矩 $\mu_{^3\text{He}}$ 、极化率 $P$ 、旋磁比 $\gamma$ 及费米接触增强因子 $\kappa_0$ 成正比。

在有效磁场放大倍数 $\eta$ 中, 只有 $T_2$ 与其他物理量耦合, 所以第六章重点分析了 $T_2$ 对有效磁场放大倍数的影响, 从而优化了实验装置。

### 5.3 本章小结

本文计划研究的是共振驱动的方法探测类轴子粒子传播的新相互作用, 所以本章在理论上求解共振驱动的效果。本章通过拉普拉斯变换法求解谐振子模型, 得出在谐振子模型中共振驱动时对驱动力的放大倍数为品质因数 $Q$ , 验证了共振驱动方法的放大效果。又通过微扰法求解Bloch方程, 求解出共振驱动时的Bloch方程的解析解, 根据极化 ${}^3\text{He}$ 的被驱动时表现的宏观磁场, 将其与驱动的有效磁场的比值定义为有效磁场的放大倍数 $\eta$ 。而在共振驱动时, 有效磁场放大倍数 $\eta$ 与粒子数密度 $n$ 、横向弛豫时间 $T_2$ 、及核磁矩 $\mu_{^3\text{He}}$ 、极化率 $P$ 、旋磁比 $\gamma$ 及费米接触增强因子 $\kappa_0$ 成正比。通过共振驱动将有效磁场放大, 可以有效的增大信号强度。

## 第六章 气室优化

### 6.1 信号放大倍数与 $T_2$

由第四章中实验方案的描述中可得，实验中获得的测量信号可以表示为

$$S(x) \propto \frac{1}{2} Rr_e c n_{eff} P_x^e D(v). \quad (6-1)$$

在实验中铷原子作为探针探测 $B^{^3\text{He}}$ ，由第四章实验方案的描述中， $B^{^3\text{He}}$ 可影响铷原子在 $x$ 方向的极化率 $P_x^e$ ，所以铷原子在 $x$ 方向的极化率与极化 ${}^3\text{He}$ 在 $x$ 方向的磁场 $B^{^3\text{He}}$ 相关

$$P_x^e \propto B^{^3\text{He}} = \frac{2}{3} \mu_0 \kappa_0 n \mu_{^3\text{He}} P \gamma B_{eff} T_2. \quad (6-2)$$

所以， $B^{^3\text{He}}$ 影响Rb的极化率 $P_x^e$ 从而影响实验信号 $S(x)$ 。将式(6-2)代入到式(6-1)中，可以得到实验中的信号可以表示为

$$S(x) \propto \frac{1}{3} \mu_0 \kappa_0 n n_e \mu_{^3\text{He}} \gamma P T_2 B_{eff} Rr_e c f D(v) = A \eta R B_{eff}. \quad (6-3)$$

其中 $A$ 为与气室尺寸无关的系数， $\eta$ 为有效磁场放大倍数，所以实验的测量信号与实际的有效磁场相比可以认为被放大了， $S(x)$ 既与磁场放大倍数 $\eta$ 相关，也与气室尺寸相关。可以定义信号放大倍数 $\alpha$ 为实验的测量信号与有效磁场的比值

$$\alpha = \frac{S(x)}{B_{eff}} \propto \frac{1}{3} \mu_0 \kappa_0 n n_e \mu_{^3\text{He}} \gamma P T_2 Rr_e c f D(v). \quad (6-4)$$

实验中需要优化各项参数使 $\alpha$ 最大。由式(6-4)可知， $\alpha$ 中只有 $T_2$ 与其他值耦合，所以只需优化 $T_2$ 即可。依托我们已有的玻璃气室的制备条件，可以考虑通过优化 ${}^3\text{He}$ 气室参数优化 $T_2$ 。不同材料制成的玻璃气室会影响极化 ${}^3\text{He}$ 的横向弛豫时间 $T_2$ 。研究表明经过完全吹制的铝硅酸盐玻璃（比如GE180玻璃）是目前最为理想的材料[56–59]。近年来我们已经掌握了使用GE180特种玻璃来制备各个尺寸气室的工艺，并发展了气室的清洗和充气工艺。 ${}^3\text{He}$ 气室的制备流程困难且周期长[59, 88]，因此制作气室前需要对气室参数通过理论计算进行优化。下面从影响 $T_2$ 大小的因素中来优化气室参数。在一个球形气室中，气体的横向弛豫时间 $T_2$ 可以表示为<sup>[85]</sup>

$$\frac{1}{T_2} = \frac{8\gamma^2 R^4 |\nabla B_z|^2}{175D} + \frac{1}{2T_1}. \quad (6-5)$$

### 6.2 $T_2$ 影响因素

观察式(6-5)可知， $\frac{1}{T_2}$ 是 ${}^3\text{He}$ 气体的横向弛豫。影响 $T_2$ 的因素可以分为两部分，第一项是由磁场的不均匀引起的横向弛豫，磁场梯度越小， ${}^3\text{He}$ 的 $T_2$ 也越长。第二项与气室内气体的弛豫率相关， $T_1$ 越长， $T_2$ 也越长。理想情况下，若磁场梯度为零，则横

向弛豫时间  $T_2 = 2T_1$ 。

### 6.2.1 磁场梯度影响 $T_2$

由于磁场的不均匀，使气室内不同位置的 $^3\text{He}$ 原子核受到的主磁场大小不同，进而使 $^3\text{He}$ 自旋的拉莫尔进动的频率  $\omega_0$  不同，因此 $^3\text{He}$ 不是在同一时间内完成一个周期的进动，所以 $^3\text{He}$ 的自旋发生相散。磁场不均匀程度越高，自旋相散的程度也就越高，横向弛豫率越高， $T_2$ 也就越短。(6-5)式中的第一项中  $|\nabla B_z|$  为主磁场在z方向的梯度， $T_2$ 与主磁场的梯度的平方成反比，所以磁场梯度  $|\nabla B_z|$  及气室半径越小， $T_2$ 越大。实验中使用的为 Merrit 方线圈，该线圈体积小，可以尽可能的减小新相互作用的探测距离，另一方面也可以节约实验空间的情况下最大限度的使磁场均匀。

Merrit 构型线圈的磁场在z方向满足<sup>[89-91]</sup>

$$B_z = 2a - b(x^2 + y^2) + 2bz^2. \quad (6-6)$$

其中， $b$  为磁场梯度倍数  $b = 0.0002087T/m^2$ <sup>[89-91]</sup>，那么

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = 4bz \Rightarrow \left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)^2 = 16b^2z^2. \quad (6-7)$$

磁场梯度的平方在气室空间内的平均值为  $|\nabla B_i|^2 = \int \left(\frac{\partial B_i}{\partial i}\right)^2 dV/V$ ，计算可得

$$|\nabla B_z|^2 = \frac{48}{5}b^2R^2. \quad (6-8)$$

$T_2$  与气室半径的四次方成反比，在磁场均匀的情况下，使用小气室可获得比较理想的  $T_2$ 。 $D$  为扩散系数， $D = \frac{1}{3}\bar{v} \cdot \bar{\lambda} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \frac{1}{\sqrt{2n\sigma}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{kT}{\pi m n\sigma}}$ ， $\bar{\lambda}$  为气体的平均自由程， $\bar{v}$  为气体的平均速率， $\sigma$  为碰撞截面。

### 6.2.2 $^3\text{He}$ 气体弛豫率与 $T_2$

$T_1$  是  $^3\text{He}$  弛豫时间， $T_1$  越长， $T_2$  也越长，按照目前的技术可以达到几百小时<sup>[49, 54]</sup>， $\frac{1}{T_1}$  是  $^3\text{He}$  气体弛豫率。 $^3\text{He}$  气体的弛豫率比较复杂，由三项组成<sup>[57, 58, 92-95]</sup>

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_1^\nabla} + \frac{1}{T_1^{wall}} + \frac{1}{T_1^{D-D}}. \quad (6-9)$$

#### 6.2.2.1 磁场梯度弛豫

首先看第一项，由磁场的不均匀引起的弛豫  $\frac{1}{T_1^\nabla}$ ，这一项产生的原因与  $T_2$  的第一项产生的原因相同，是磁场不均匀引起的弛豫， $^3\text{He}$  原子在气室内运动，磁场的不均匀使  $^3\text{He}$  原子在气室内运动时感受到的磁场大小不同，从而引起  $^3\text{He}$  的弛豫，所以该弛豫大小与磁场梯度成正比。磁场梯度越大、气体的平均速率越快， $^3\text{He}$  的弛豫越快，所以磁场梯度弛豫  $\frac{1}{T_1^\nabla}$  的大小与磁场梯度的平方成反比，与气压和温度也有关，

具体的关系为<sup>[49]</sup>

$$\frac{1}{T_1^{\nabla}} = 0.14 \frac{\sqrt{T}}{P_r B_0^2} [|\nabla B_x|^2 + |\nabla B_y|^2]. \quad (6-10)$$

其中,  $T$ 为气室内温度:  $P_r$ 指的是气室内 ${}^3\text{He}$ 的气压, 用基本的物理量可以表示为 $P_r = nkT$ ,  $\nabla B_x$ 、 $\nabla B_y$ 为主磁场在 $x$ 、 $y$ 方向的磁场梯度。

与之前的分析相同, 由图4.1的实验装置设计可得, Merrit构型线圈的磁场满足<sup>[89–91]</sup>

$$\begin{aligned} B_x &= -2bxz, \\ B_y &= -2byz. \end{aligned} \quad (6-11)$$

那么

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_x}{\partial x} &= -2bz \Rightarrow \left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)^2 = 4b^2 z^2, \\ \frac{\partial B_y}{\partial y} &= -2bz \Rightarrow \left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)^2 = 4b^2 z^2. \end{aligned} \quad (6-12)$$

磁场梯度的平方在气室空间内的平均值为 $|\nabla B_i|^2 = \int (\frac{\partial B_i}{\partial i})^2 dV/V$ , 计算可得

$$\begin{aligned} |\nabla B_x|^2 &= \frac{12}{5} b^2 R^2, \\ |\nabla B_y|^2 &= \frac{12}{5} b^2 R^2. \end{aligned} \quad (6-13)$$

### 6.2.2.2 壁弛豫

另一部分是气体与气室壁的碰撞引起的弛豫。根据尚不全面的文献调研结果, 壁弛豫的机理非常复杂, 目前也无法给出一个确定的公式。一般认为, 由于极化原子和气室壁的碰撞引起的费米接触相互作用引起极化 ${}^3\text{He}$ 的弛豫<sup>[96–98]</sup>。这种弛豫产生的原因大概有两种, 第一种由玻璃的质量和表面可能存在的铁磁性杂质造成的。玻璃本身可能含有磁性杂质, 比如三氧化二铁(玻璃中最常见的杂质)等杂质, 另外在生产和准备玻璃气室的过程中可能被铁磁性杂质污染。铁磁性杂质的存在, 使气室表面的磁场梯度很高,  ${}^3\text{He}$ 扩散到玻璃表面与气室壁碰撞时,  ${}^3\text{He}$ 磁矩与气室表面的磁场相互作用, 使 ${}^3\text{He}$ 因气室局部梯度场上进动发生变化而引起的弛豫。

${}^3\text{He}$ 在气室玻璃上的弛豫与玻璃的渗透性也有关,  ${}^3\text{He}$ 的气体原子非常小, 容易在与气体碰撞时渗透进玻璃材料中, 在玻璃材料中停留一段时间, 再从玻璃材料中解吸附, 整个过程造成 ${}^3\text{He}$ 极化的损失<sup>[96–98]</sup>。对于高 ${}^3\text{He}$ 渗透性的高硼硅玻璃电池, 这种弛豫过程可快至1小时。所以壁弛豫该作用与具体气室材料及气室内壁的涂层和气室内壁的剩磁密度均有关。

众所周知, 铝硅酸盐玻璃与石英或Pyrex玻璃相比 ${}^3\text{He}$ 的渗透性非常低, 因为铝硅酸盐玻璃的分子中含有铝而具有极高的致密性, 研究表明经过完全吹制的铝硅酸盐玻璃可以有效的降低壁弛豫, 是目前最为理想的材料<sup>[56–59]</sup>。而 ${}^3\text{He}$ 的SEOP极

化方法使气室表面附有碱金属的涂层，而金属涂层又可以进一步的降低壁弛豫。设 $\Gamma$ 是 ${}^3\text{He}$ 与壁单次碰撞自旋被破坏的概率。 $\Gamma$ 的大小具体与气室材料与气室制作办法及是否有涂层有关。

综上分析，极化 ${}^3\text{He}$ 的壁弛豫与粒子数及自旋损失概率相关。碰撞次数越高，自旋损失概率越高，壁弛豫也就越大。从粒子的运动力学分析，极化 ${}^3\text{He}$ 气室内的 ${}^3\text{He}$ 原子核与气室壁碰撞的通量为 $J = n\bar{v}/4$ ，所以与气室壁碰撞的总粒子数为 $SJ = S n\bar{v}/4$ ，所以 ${}^3\text{He}$ 与气室壁碰撞损失掉自旋的粒子数为 $\Gamma SJ = \Gamma S n\bar{v}/4$ 。另一方面，与气室壁碰撞损失掉自旋的 ${}^3\text{He}$ 粒子数也可以表示为壁弛豫率乘以总的 ${}^3\text{He}$ 粒子数 $\frac{nV}{T_1^{wall}}$ 。二者相等 $\frac{nV}{T_1^{wall}} = \Gamma S n\bar{v}/4$ ，所以壁弛豫可以表示为

$$\frac{1}{T_1^{wall}} = \Gamma \frac{\bar{v}S}{4V}. \quad (6-14)$$

其中 $S$ 为球形气室的表面积， $V$ 为气室的体积，这一点不难理解， ${}^3\text{He}$ 气室内的分子与气室壁的碰撞概率正比于气室的表面积体积比 $\frac{S}{V}$ ，因此选取表面积体积比最小的球形气室中，以获得较低的壁弛豫率，此时的表面积体积比为 $S/V = 3/R$ 。在过去的实验中，带有涂层的GE180玻璃气室可以实现几百小时的弛豫时间，在这些结果中，壁弛豫时间甚至可以达到几千小时<sup>[56-59]</sup>，所以， $\Gamma$ 的值是非常小的。本文选择D. R. Rich和T. R. Gentile的14组不同气室弛豫时间的测量结果<sup>[56]</sup>，因为其实验条件与本文所述相似，气室材料为GE180，且他们也是采取自旋交换光泵浦的方式极化 ${}^3\text{He}$ ，将实验结果代入式(6-14)，他们的结果如表6.1所示，计算得出 $\Gamma = 3.10 \times 10^{-11}$ 。

### 6.2.2.3 磁偶极-偶极弛豫

$\frac{1}{T_1^{d-d}}$ 是由 ${}^3\text{He}$ 原子相互碰撞<sup>[99]</sup>引起的磁偶极-偶极弛豫时间。在两个 ${}^3\text{He}$ 原子之间的二元碰撞中，磁偶极相互作用将核自旋耦合到 ${}^3\text{He}$ 原子的相对角动量上。结果，核的极化被轨道角动量所抵消。 ${}^3\text{He}$ 原子的磁偶极耦合在二元碰撞中导致了核极化的损失。这种弛豫是基本的物理过程， ${}^3\text{He}$ 原子的碰撞不可能避免，所以该过程最终限制了总 ${}^3\text{He}$ 自旋弛豫速率。温度为室温时，磁偶极-偶极弛豫 $\frac{1}{T_1^{d-d}}$ 与气压有关<sup>[95]</sup>

$$\frac{1}{T_1^{d-d}} = \frac{1}{3600} \frac{n}{817n_0}. \quad (6-15)$$

## 6.3 $T_2$ 优化后结果

将以上的结果代入式(6-5)，可以得出 $T_2$ 被表示为

**表 6.1 D. R. Rich 和 T. R. Gentile 的不同气室的  $T_1$ , 气室均为 GE180 特种玻璃吹制而成, 圆柱气室的尺寸为, 长度×直径。气室 1、7 和 11-14 的弛豫时间是在脱机 FID 装置中测定的, 气室 2, 4, 5 和 9 是在中子光束上测定的, 气室 3, 6, 8, 10 在离线的 AFP 设备上测定的**

Cell	Dim. (cm×cm)	${}^3\text{He}$ pressure (bar)	Lifetime (h)
1	4×5	0. 85	840(16)
2	4×4. 5	1. 30	90 (2)
3	4×8. 5	1. 20	391(11)
4	4×10	0. 85	350(12)
5	4×9. 5	0. 85	520(13)
6	4. 5×9. 5	0. 85	185(10)
7	4. 5×11	0. 85	730(15)
8	3. 5×11	1. 25	55 (2)
9	4. 5×11	0. 85	98 (2)
10	4. 5×5. 0	0. 85	270(20)
11	4. 5×4. 5	0. 85	731(24)
12	10×7. 0	Filled to 0. 30	74 (1)
13	10×7. 5	Filled to 0. 30	240(3)
14	10×7. 5	Filled to 0. 45	230 (7)

$$\frac{1}{T_2} = \frac{576\gamma^2 b^2 n \sigma R^6}{875} \sqrt{\frac{\pi m}{kT}} + \frac{42\sqrt{T}b^2R^2}{125nkTB_0^2} + \frac{3\Gamma}{4R} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} + \frac{n}{1.4706 \times 10^6 n_0}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{3500B_0^2 nn_0 kTR}{2304\gamma^2 b^2 n^2 n_0 \sigma B_0^2 kTR^7 \sqrt{\frac{\pi m}{kT}} + 1176\sqrt{T}b^2 n_0 R^3 + 0.00237998n^2 kTB_0^2 + 2625\Gamma nn_0 kTB_0^2 \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}}.$$
(6-16)

$T_2$  必存在一个与  $R$  相关的极大值, 将  $T_2$  代入式(6-4)后, 令

$$A_1 = \frac{3500\mu_0\kappa_0\mu_3\text{He}PP_x^e\gamma n_e r_e c f B_0^2 n n_0 k T (\nu - \nu_0)}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2}$$

$$A_2 = 2304\gamma^2 b^2 n^2 n_0 \sigma B_0^2 k T \sqrt{\frac{\pi m}{kT}}$$

$$A_3 = 1176\sqrt{T}b^2 n_0$$

$$A_4 = 0.00237998n^2 kTB_0^2$$

$$A_5 = 2625\Gamma nn_0 kTB_0^2 \sqrt{\frac{kT}{\pi m}},$$
(6-17)

则信号放大系数  $\alpha$  为

$$\alpha = \frac{1}{3} \frac{A_1 R^2}{A_2 R^7 + A_3 R^3 + A_4 R + A_5}. \quad (6-18)$$

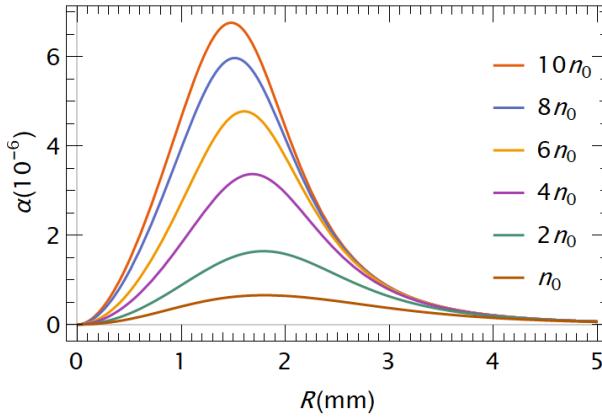


图 6.1 不同粒子数密度下信号放大倍数与气室半径关系

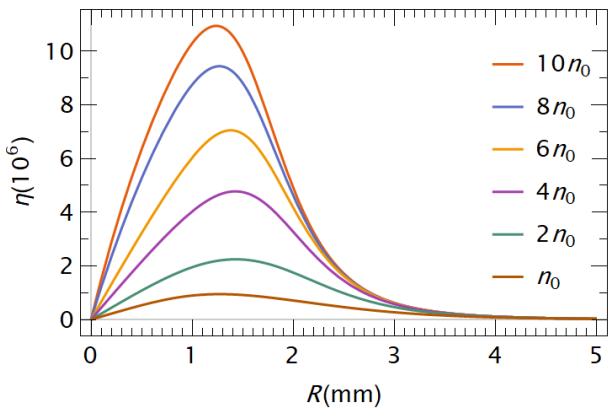


图 6.2 不同粒子数密度下磁场放大倍数与气室半径关系

$\alpha$ 的形式看起来虽复杂，但可以优化的参数并不多。首先，与气室的尺寸相关性最强， $\alpha$ 与 $R$ 的关系如图6.1所示， $\alpha$ 在半径 $R \in [0 - \infty)$ 之间必存极值。且由图6.1可得，当 $\alpha$ 取极大值时，气室半径随粒子数密度的变化并不大，但是随粒子数密度的增大，信号放大系数 $\alpha$ 变化非常大。将 $T_2$ 代入式(5-62)， $\eta$ 与气室半径的关系如图6.2。图6.1、6.2对比可得，当 $\alpha$ 取极大值时， $\eta$ 虽不是极大值，但与 $\alpha$ 的极大值点偏差不大，因新相互作用探测实验需要信号尽量大，只需要优化气室取得 $\alpha$ 的极大值。

## 6.4 气室优化结果

$\alpha$ 是 $R$ 的函数，求解 $R$ 的极值，可以采取求导，然后令求导后的结果等于0，求解出 $R$ 的解。 $\alpha$ 对 $R$ 求导后结果为

$$\frac{\partial \alpha}{\partial R} = \frac{1}{3} \frac{A_1 R (2A_5 - 5A_2 R^7 - A_3 R^3 + A_4 R)}{(A_2 R^7 + A_3 R^3 + A_4 R + A_5)^2}. \quad (6-19)$$

在该式中 $A_2 \gg A_3$ 且 $A_2 \gg A_4$ ，为了计算方便， $\alpha$ 求导后， $R$ 的三次项和一次项可以忽略，则

$$\frac{\partial \alpha}{\partial R} = \frac{1}{3} \frac{A_1 R (2A_5 - 5A_2 R^7)}{(A_2 R^7 + A_3 R^3 + A_4 R + A_5)^2}. \quad (6-20)$$

令 $\frac{\partial \alpha}{\partial R} = 0$ ，则求解出令信号放大倍数最大时的气室半径为

$$R = \sqrt[7]{\frac{2A_5}{5A_2}} = \sqrt[7]{\frac{2 \times 2625 \Gamma n n_0 k T B_0^2 \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}}{5 \times 2304 \gamma^2 b^2 n^2 n_0 \sigma B_0^2 k T \sqrt{\frac{\pi m}{kT}}}} = \sqrt[7]{\frac{525 \Gamma k T}{1152 \gamma^2 b^2 n \sigma \pi m}}. \quad (6-21)$$

温度为473K，粒子数密度 $n$ 取 $n_0 - 10n_0$ 时，半径的最优值及对应的横向弛豫时间 $T_2$ 和 $\eta$ 的值如表6.2所示。

粒子数密度 $n$ 从 $n_0$ 增加至 $10n_0$ 时， $R$ 的最优值为1mm-2mm，该值的计算结果验证了初步假设，使用极化 ${}^3\text{He}$ 的共振驱动方法探测新相互作用，毫米量级的小气室比

表 6.2 不同粒子数密度下的气室半径最优值、横向弛豫时间 $T_2$ 与有效磁场放大倍数 $\eta$ 

$n (m^{-3})$	$R(mm)$	$T_2(s)$	$\eta$
$n_0$	1.66	$3.45 \times 10^4$	$8.08 \times 10^5$
$2n_0$	1.68	$4.33 \times 10^4$	$2.03 \times 10^6$
$3n_0$	1.64	$4.64 \times 10^4$	$3.26 \times 10^6$
$4n_0$	1.60	$4.57 \times 10^4$	$4.27 \times 10^6$
$5n_0$	1.56	$4.73 \times 10^4$	$5.54 \times 10^6$
$6n_0$	1.53	$4.68 \times 10^4$	$6.59 \times 10^6$
$7n_0$	1.57	$4.63 \times 10^4$	$7.59 \times 10^6$
$8n_0$	1.51	$4.67 \times 10^4$	$8.73 \times 10^6$
$9n_0$	1.50	$4.48 \times 10^4$	$9.45 \times 10^6$
$10n_0$	1.48	$4.31 \times 10^4$	$1.01 \times 10^7$

厘米级的气室共振放大效果好的多。由图6.1可知，气室的半径最优值随粒子数密度 $n$ 的增加变化并不大，而 $\alpha$ 的极值增加了一个数量级。无论是谐振子模型还是磁共振的模型，共振驱动方法确实可以有效的将驱动力放大，进而增加新相互作用的信号强度，在我们的实验中，若新相互作用存在，有效磁场非常的小，之前的测量方法都是通过不断增强仪器性能进而提高探测灵敏度或者增大实验材料使有效磁场本身增加，通过这两种办法提高新相互作用探测实验的灵敏度从而降低类轴子探测的实验下限，本方法是在已有的仪器灵敏度的前提下，通过共振的方法放大有效磁场继而提高实验的灵敏度。

## 6.5 优化结果讨论

由表6.2可知，气室尺寸取最优值时，即使不太高的气体粒子数密度，有效磁场放大倍数 $\eta$ 也可以得到很可观的 $10^6$ 。 $\eta$ 是 ${}^3\text{He}$ 受共振驱动后表现的横向磁场 $B^{{}^3\text{He}}$ 与驱动磁场的比值。所以 $\eta$ 的大小反应了共振驱动的放大效果。在本文中 $\eta$ 的形式为

$$\eta = \frac{2\mu_0\kappa_0 n \mu^{{}^3\text{He}} P \gamma T_2}{3}. \quad (6-22)$$

经6.4节的优化结果可知，在气室气压最高时， $\eta$ 最高可达到 $10^7$ 。由式(6-22)的形式可知，费米接触因子 $\kappa_0$ 、粒子数密度 $n$ 、及 $T_2$ 都为 $\eta$ 做出了贡献。使用光探测的方法可以使 $\eta$ 中引入了费米接触因子 $\kappa_0$ ， $\kappa_0 \approx 6$ ，所以 $\kappa_0$ 的存在为 $\eta$ 做出了贡献。经过理论的优化后得出最佳的气室半径 $R$ 可以得到 $10^4$ 大小的 $T_2$ ，在经气室优化后的 $T_2$ 为 $\eta$ 的超过 $10^7$ 的大小做出了很大贡献。粒子数密度 $n$ 也为 $\eta$ 的存在做了贡献，当气压为10bar时， $n$ 可以达到为 $10^{26} m^{-3}$ ，所以粒子数密度为 $\eta$ 的存在做出了更大的贡献。所以在共振驱动方

法中,  $T_2$ 与 $n$ 是因共振对 $\eta$ 的贡献, 而 $\kappa_0$ 是因费米接触因子对 $\eta$ 的贡献。

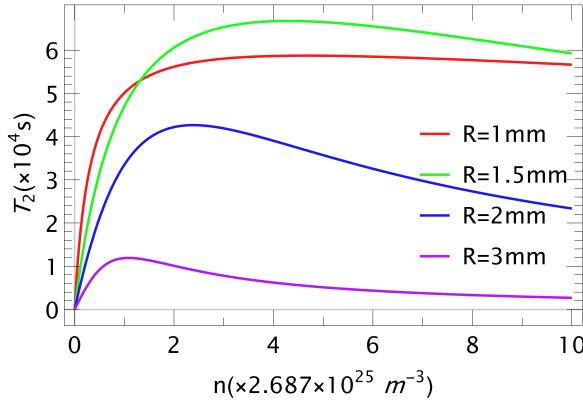
另一方面,  $\eta$ 随粒子数密度的增加而增加, 这一点很容易理解。粒子数密度越高, 受有效磁场共振驱动的粒子数越多, 共振放大也就被线性的积累, 所以有效磁场放大倍数 $\eta$ 随粒子数的增大而增大。按照目前的气室制作技术, 玻璃气室可以最高承受10个大气压。在 $n$ 取 $10n_0$ 时,  $\eta$ 甚至可以达到 $10^7$ 量级。在玻璃气室的气压可承受范围内,  $n$ 越大, 磁共振放大倍数 $\eta$ 越大。适当的增加气室内的粒子数密度可以有效的增加信号强度。

另一方面, 文献[35]中, 使用液 $^3\text{He}$ 做自旋探针。经过他们的理论计算, 假设极化的液 $^3\text{He}$ 横向弛豫时间可以达到 $1000\text{s}$ , 在 $T_2 = 1000\text{s}$ 时有效磁场放大倍数也可以达到 $10^6$ 。与本文相比文献[35]中液 $^3\text{He}$ 的粒子数密度可以达到 $10^{28}\text{m}^{-3}$ , 比本文理论使用的自旋探针密度高三个数量级, 所以在不是很高的横向弛豫时间上, 也可以理论计算得到与我们相当的有效磁场放大倍数。

而本文在经过玻璃气室优化后 $T_2$ 可超过 $10^4\text{s}$ 。又因为费米接触因子 $\kappa_0$ 的存在, 即使在标准大气压下的气体粒子数密度, 也可以超过文献[35]的有效磁场放大倍数。但从实验的具体操作方面, 文献[35]中, 需要使用极低温的实验条件实现液 $^3\text{He}$ 、磁屏蔽条件以及保障磁场探测器Squid的正常运动。与其相比, 本文的实验条件不需要极低温, 在常温下使用气态的 $^3\text{He}$ 做自旋探针, 经自旋交换光泵浦的方法实现极化。使用 $\mu$ 金属做磁屏蔽材料在常温下就可以实现与文献[35]所需要的磁屏蔽要求, 在探测数据方面, 使用法拉第旋转的光探测方法既可以实现高的探测灵敏度也可以通过费米接触势的存在使数据被进一步放大, 综上所述本文在经过优化气室后, 可以实现与文献[35]相当的有效磁场放大倍数, 更易于实现。

文献[50]使用共振方法进行实验, 他们的磁场放大倍数为116。本文对其实验方案中的玻璃气室进行优化, 若采用优化后的玻璃气室按图4.1所示的实验方案进行实验, 则本实验的有效磁场可放大7个数量级, 探测灵敏度可以提升5个数量级。更进一步, 本套实验优化的实验装置也可以探测与两个极化自旋相关的新相互作用。只需要使用 $\mu$ 金属包被的自旋极化物质作自旋探针, 如 $\text{SmCo}_5$ 磁铁。

另一方面, 由式(6-5)及(6-16)可知, 在气室的尺寸确定时,  $T_2$ 与气压的关系也值得研究,  $T_2$ 随粒子数密度变化也存在极值。图6.1和图6.2给出了信号(有效磁场)放大倍数随气室尺寸的变化, 在气室 $1\text{mm}$ – $3\text{mm}$ 时, 其变化最为明显。所以取气室尺寸为 $1\text{mm}$ 、 $1.5\text{mm}$ 、 $2\text{mm}$ 、 $3\text{mm}$ , 绘制 $T_2$ 与 $^3\text{He}$ 粒子数密度关系如图6.3所示。当气室的半径确定时,  $T_2$ 随粒子数密度的增大而迅速增长, 当 $T_2$ 达到极值后随粒子数密度的增长缓慢降低。且 $T_2$ 的极值随气室尺寸变化很大, 与表6.1的计算结果相同, 气室半径在 $1.5\text{mm}$ 附近时 $T_2$ 的极值最大。气室制作时, 都是先确定好尺寸然后再充气。根据图6.3的计算结果, 可确定充气的气压使 $T_2$ 取极值。

图 6.3 (网络版彩图) $T_2$  随粒子数密度的关系

在进行类轴子粒子探测时，除了通过共振驱动放大实验信号，还需要降低实验中的噪声。整套自旋极化装置放置在五层玻莫合金的磁屏蔽桶内，以屏蔽外界的杂散磁场的噪声信号。整套自旋极化系统放置在带有气浮的光学平台上，BGO晶体的旋转系统放置在铝合金型材架上使其与自旋装置隔离，以减小机械振动的噪声信号。驱动装置及BGO晶体外侧罩一个铝外壳，防止空气中的共模振动的噪声影响。另外该实验系统的所有子部件均是独立的供电线路，防止电子噪声的影响。

对于正弦信号，文献[47]将任意方法的探测频率分辨率的下界设为Cramer-Rao lower bound (CRLB)

$$\delta f_N = \frac{\sqrt{12/f_{BW}}}{2\pi(A/\xi)B^{3/2}}. \quad (6-23)$$

式中的 $f_{BW}$ 为采样率的限制带宽， $A$ 为信号振幅， $\xi$ 为噪声振幅， $B$ 为测量时间。在进行实验时，由上文的降低噪声的操作可以使 $\xi$ 最小，通过共振驱动可以放大信号强度 $A$ 。信号强度 $A$ 越高、 $\xi$ 越低，频率分辨率也就越高从而提高该实验的探测灵敏度。

## 6.6 本章小结

本章通过信号放大倍数优化出共振驱动探测类轴子粒子实验装置中极化 ${}^3\text{He}$ 的玻璃气室的参数。信号放大倍数与气室尺寸和横向弛豫时间 $T_2$ 成正比，将影响 $T_2$ 的磁场梯度、壁弛豫、磁偶极-偶极弛豫、及气室的尺寸参数代入，得出使信号放大倍数最优的气室半径为1.6mm左右。且在气室取最佳尺寸时，在气室可承受的最高气压10bar时，有效磁场放大倍数最高可达 $10^7$ ， $T_2$ 最大可达4万-5万秒。所以使用共振驱动办法探测类轴子粒子，最高可使实验灵敏度提高5个数量级，本工作也为共振驱动类轴子粒子的实验中气室的制作提供了指导。

## 第七章 总结与展望

超越标准模型的与自旋相关的新相互作用探测方法目前有很多，其中一个思路是将有效磁场调控为振荡磁场，共振驱动拉莫尔进动的核自旋来放大有效磁场。本文根据前人工作基础，受到核磁共振技术的启发，将新相互作用探测实验中的有效磁场由原来的稳恒磁场转化为具有一定频率的振荡磁场，构建出探测新相互作用的核磁共振放大模型，将新需要探测的有效磁场使用共振的方法放大来增加探测的灵敏度。

本文工作的第一个重点是根据谐振子的运动模型，通过拉普拉斯变换法求解出驱动力随时间变化的谐振子在全时域的解析解。又计算出谐振子在共振时振幅放大倍数为 $\frac{\omega_0}{\beta}$ 。第二个重点是首次使用微扰法，求解出核磁共振Bloch方程的解析解，得出最终影响实验结果的因素为横向弛豫时间、粒子数密度、极化率、及频率的失谐量，又定义了极化<sup>3</sup>He共振的有效磁场放大倍数 $\eta = \frac{2\mu_0\kappa_0\mu_{^3\text{He}}nP\gamma T_2}{3}$ 。为了获取更可观的实验结果，应使横向弛豫时间 $T_2$ 、粒子数密度 $n$ 、极化率 $P$ 越大越好。又根据Bloch方程的解析解并文献[35, 50]的实验方案，给出了第五力共振探测的实验方案，使用两块BGO晶体提供振荡的有效磁场 $B_{eff}$ ，封装在玻璃气室中的自旋极化<sup>3</sup>He作为自旋探针，使用线偏振光透过极化<sup>3</sup>He通过法拉第旋转效应探测极化<sup>3</sup>He的磁场变化。并根据实验信号的形式定义信号放大倍数为探测信号与有效磁场的比值。

另一项重要的工作是从信号放大倍数出发，优化了实验装置，得出令信号放大倍数最大的玻璃气室的半径 $R = \sqrt[7]{\frac{175\Gamma kT}{288\gamma^2 b^2 n^2 \sigma^2 \pi m}}$ 。该项工作是建立出极化<sup>3</sup>He壁弛豫的唯象公式，将前人的 $T_1$ 测量值代入，求出壁弛豫系数从而得出在不同的粒子数密度下最佳的气室半径，气室内气压为1-10bar时，最佳的气室在1mm-2mm之间，使用毫米级的小气室，探测灵敏度更高。另外，当气室半径取最佳时， $\eta$ 可以达到 $10^7$ 量级，我们的理论计算结果比Su等人进行的初步共振驱动探测的实验结果高5个数量级。使用共振方法可以有效的放大有效磁场，大大增加探测灵敏度，另一方面，使用大的玻璃气室远没有小气室的探测效果好，尽可能的减小磁场梯度和壁弛豫系数及增大粒子数密度可以增加有效磁场的放大倍数。实验过程中，应在 $\mu$ 金属的磁屏蔽房间中，以减少杂散磁场影响，选用带有涂层的吹制的GE180玻璃气室也可以有效的减小壁弛豫。

使用共振驱动方法可以放大有效磁场，大大增加探测灵敏度，为寻找类轴子粒子提供了一个实验方向。经本工作优化实验装置后，有效磁场可以被放大7个数量级，尽可能的减小磁场梯度及增大自旋的粒子数密度可以使有效磁场被进一步放大。在本工作的基础上，多个极化<sup>3</sup>He自旋探针阵列式排布使用，也可以有效的降低

本底噪声从而增加实验灵敏度。使用质量更大的质量源，也可使有效磁场本身线性增加。实验过程中所需的信号经常淹没在比其强很多的噪声中，除了增加信号强度，本实验可以通过降低电信号的串扰、振动的共模噪声、及杂散磁场干扰外减小噪声。整套装置也需要放置在磁屏蔽区内以降低电磁噪声和静磁场。这些因素被一起考虑后进行实验，可极大提高探测新相互作用的灵敏度。更进一步，本套优化的实验装置也可以用于探测与两个极化自旋相关的新相互作用。只需要使用 $\mu$ 金属包被的自旋极化物质作自旋探针，如SmCo<sub>5</sub>磁铁。

## 致 谢

硕士的学习生活结束，能够完成三年研究生的学习，最应该感谢的是我的导师闫海洋老师。回顾自己的研究生经历，并不是很轻松的三年。虽然生活不易但感谢研究生遇到自己的导师。闫老师是我的恩师，平时的他总是很严格的要求我们这些学生。在他身上，我看到向往已久科学家的样子。是他教给我科研要认真严谨，不能敷衍了事，要吃的下苦，在他身上我们学会老老实实的做个科研人。老师的学识与思维广度也一次次给了我灵感，很多次我思考两个星期想不明白的问题，被老师一点拨便可以豁然开朗。作为万千研究生的一个，能够有机会在闫老师的指导下进行学习是我的荣幸。也感谢闫老师把我领进超越标准模型的新物理探测这个领域，让我进入了一个前沿的科学行业。不仅是学习上对我的指导，在我父亲被查出癌症时，老师在生活和经济上给予了我很多的帮助，而且在精神上给予了我巨大的鼓励。先生之风，诗经有云：“高山仰止，景行行止，虽不得至，然心向往之”。

也要感谢极化课题组里的各位老师和同学对我在学习和生活上的帮助，感谢彭梅老师在生活上给我的指导和帮助。感谢吴科岩和陈思宇在科研方面对我的帮助及在生活中的指导。另外更要感谢我们组里给我分配的小导师兰阳对我在科研上的帮助，兰阳大哥在科研中认真的态度及全方面的能力让我在跟他学习和讨论论文时学到了很多。曾几何时，有很多个夜晚和兰阳大哥讨论论文的细节到深夜，和他一起为了目标努力的时间也让我进步了很多。感谢极化组里的每一位老师对我的帮助。

也感谢极化组里的各位学生对我的帮助，感谢同届的王昶沣同学开车载我们去NP上下班，作为四川人的老王也经常带我们领略四川的风土人情，在生活上帮助了我很多。也感谢同组的王雨婷，吴良勇，向一峰同学跟我一起讨论物理问题，一起进步。还感谢已经毕业的闫松师兄教给我做实验，虽然最终研究生没有走上实验的道路，还是要感谢闫松师兄的帮助。

还要感谢九院二所能够给我这个读研的机会，九院二所给了 I 补偿名额保研，我才有机会保研，能够进入九院二所保研才能够遇到闫海洋老师，见识到科学家的风采。

另外，更要感谢我的父母，我的研究生生活过的并不那么顺利，研究生开学前母亲病重，危在旦夕，感谢上苍，药王爷保佑，母亲转危为安。去年九月份，父亲又查出肺癌晚期，从小到大作为一个农村出身的我，除了读书什么都不会，父母养我到大供我读书已经耗干了他们所有的心血，身为人子，未让父母享一天福。除了好好读书，我甚至不知道如何报答他们，现在的我也没有能力报答我的父母。身为人子，我不孝。

也要感谢在我父母生病时帮助过我的小学，初中，高中，大学，研究生的各位

同学，感谢我的同学吴聃、张建雄、周道涵、刘杰、宋睿、孟飞、杨再强在我最孤独无助时陪我走过来。以及各位帮助过我的太多的同学，人数太多篇幅有限，书写不过来。

还要感谢一直关心和帮助我的高中班主任，我人生中的第二个母亲沈桂珍老师。还有一直关心我的给我帮助的本科的导师王殿生老师。以及帮助过我，教育过我的石油大学的诸位老师。还要感谢绣惠回东村的各位叔叔大爷和大妈婶婶给我家的帮助，感谢回东村的诸位乡亲给我家的经济帮助。

## 参考文献

- [1] Cottingham W N, Greenwood D A. An introduction to the standard model of particle physics[M].[S.1.]: Cambridge university press, 2007.
- [2] Heinemeyer S, Stål O, Weiglein G. Interpreting the LHC Higgs search results in the MSSM[J]. Physics Letters B, 2012, 710(1):201–206.
- [3] Group P D, Zyla P, Barnett R, et al. Review of particle physics[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2020, 2020(8):083C01.
- [4] Sikivie P. Invisible axion search methods[J]. Reviews of Modern Physics, 2021, 93(1):015004.
- [5] Peccei R D, Quinn H R. CP conservation in the presence of pseudoparticles[J]. Physical Review Letters, 1977, 38(25):1440.
- [6] Wilczek F. Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons[J]. Physical Review Letters, 1978, 40(5):279.
- [7] Weinberg S. A new light boson?[J]. Physical Review Letters, 1978, 40(4):223.
- [8] Moody J, Wilczek F. New macroscopic forces?[J]. Physical Review D, 1984, 30(1):130.
- [9] An H, Pospelov M, Pradler J, et al. Direct detection constraints on dark photon dark matter[J]. Physics Letters B, 2015, 747:331–338.
- [10] Dobrescu B A. Massless gauge bosons other than the photon[J]. Physical review letters, 2005, 94(15):151802.
- [11] Afanasev A, Baker O, Beard K, et al. New experimental limit on photon hidden-sector paraphoton mixing[J]. Physics Letters B, 2009, 679(4):317–320.
- [12] Bogdan, A., Dobrescu, et al. Spin-dependent macroscopic forces from new particle exchange[J]. Journal of High Energy Physics, 2006, 2006(11).
- [13] Jaeckel J, Ringwald A. The low-energy frontier of particle physics[J]. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 2010, 60:405–437.
- [14] Safranova M, Budker D, DeMille D, et al. Search for new physics with atoms and molecules[J]. Reviews of Modern Physics, 2018, 90(2):025008.
- [15] Jaeckel J. A force beyond the Standard Model-Status of the quest for hidden photons[J]. arXiv preprint arXiv:1303.1821, 2013.
- [16] Lee T D, Yang C N. Question of parity conservation in weak interactions[J]. Physical Review, 1956, 104(1):254.
- [17] Wu C S, Ambler E, Hayward R W, et al. Experimental test of parity conservation in beta decay[J]. Physical review, 1957, 105(4):1413.
- [18] Christenson J H, Cronin J W, Fitch V L, et al. Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K^2 0$  Meson[J]. Physical Review Letters, 1964, 13(4):138.
- [19] Fanti V, Lai A, Marras D, et al. A new measurement of direct CP violation in two pion decays of the neutral kaon[J]. Physics Letters B, 1999, 465(1-4):335–348.

- [20] Alavi-Harati A, Albuquerque I, Alexopoulos T, et al. Observation of Direct CP Violation in K S, L → π Decays[J]. Physical Review Letters, 1999, 83(1):22.
- [21] Brown J, Smullin S, Kornack T, et al. New limit on lorentz-and C P T-violating neutron spin interactions[J]. Physical review letters, 2010, 105(15):151604.
- [22] Gemmel C, Heil W, Karpuk S, et al. Limit on Lorentz and C P T violation of the bound neutron using a free precession He 3/Xe 129 comagnetometer[J]. Physical Review D, 2010, 82(11):111901.
- [23] Pendlebury J, Afach S, Ayres N J, et al. Revised experimental upper limit on the electric dipole moment of the neutron[J]. Physical Review D, 2015, 92(9):092003.
- [24] Visinelli L, Gondolo P. Dark matter axions revisited[J]. Physical Review D, 2009, 80(3):035024.
- [25] Corbelli E, Salucci P. The extended rotation curve and the dark matter halo of M33[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2000, 311(2):441–447.
- [26] Verlinde E. The Hidden Phase Space of Our Universe[J]. presentation at Strings, 2011.
- [27] Preskill J, Wise M B, Wilczek F. Cosmology of the invisible axion[J]. Physics Letters B, 1983, 120(1-3):127–132.
- [28] Agrawal P, Marques-Tavares G, Xue W. Opening up the QCD axion window[J]. Journal of High Energy Physics, 2018, 2018(3):1–25.
- [29] Wang Y, Zeng Z, Yue Q, et al. First experimental constraints on WIMP couplings in the effective field theory framework from CDEX[J]. Science China Physics, Mechanics & Astronomy, 2021, 64(8):1–8.
- [30] Zhou X, Zeng X, Ning X, et al. A search for solar axions and anomalous neutrino magnetic moment with the complete PandaX-II data[J]. Chinese Physics Letters, 2021, 38(1):011301.
- [31] Akerib D, Akerlof C, Alsum S, et al. Projected WIMP sensitivity of the LUX-ZEPLIN dark matter experiment[J]. Physical Review D, 2020, 101(5):052002.
- [32] Aguilar-Arevalo A, Amidei D, Arnquist I, et al. Characterization of the background spectrum in DAMIC at SNOLAB[J]. Physical Review D, 2022, 105(6):062003.
- [33] Angle J, Aprile E, Arneodo F, et al. First results from the XENON10 dark matter experiment at the Gran Sasso National Laboratory[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(2):021303.
- [34] Piegsa F M, Pignol G. Limits on the axial coupling constant of new light bosons[J]. Physical review letters, 2012, 108(18):181801.
- [35] Arvanitaki A, Geraci A A. Resonantly Detecting Axion-Mediated Forces with Nuclear Magnetic Resonance[J]. Physical Review Letters, 2014, 113(16):161801.
- [36] Batz M, Baeßler S, Heil W, et al. 3He spin filter for neutrons[J]. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, 2005, 110(3):293.
- [37] Piegsa F M, Pignol G. A proposed search for new light bosons using a table-top neutron Ramsey apparatus[C]//Journal of Physics: Conference Series. .[S.l.]: [s.n.] , 2012, 340:012043.
- [38] Yan H, Snow W. New limit on possible long-range parity-odd interactions of the neutron from neutron-spin rotation in liquid He 4[J]. Physical review letters, 2013, 110(8):082003.
- [39] Yan H, Sun G, Gong J, et al. Probing the short range spin dependent interactions by polarized  $^3\text{He}$  atom beams[J]. The European Physical Journal C, 2014, 74(10):1–5.

- [40] Zheng W, Gao H, Lalremruata B, et al. Search for spin-dependent short-range force between nucleons using optically polarized He 3 gas[J]. Physical Review D, 2012, 85(3):031505.
- [41] Chu P H, Dennis A, Fu C, et al. Laboratory search for spin-dependent short-range force from axionlike particles using optically polarized He 3 gas[J]. Physical Review D, 2013, 87(1):011105.
- [42] Yan H, Sun G, Peng S, et al. Searching for new spin-and velocity-dependent interactions by spin relaxation of polarized He 3 gas[J]. Physical review letters, 2015, 115(18):182001.
- [43] Ding J, Wang J, Zhou X, et al. Constraints on the velocity and spin dependent exotic interaction at the micrometer range[J]. Physical Review Letters, 2020, 124(16):161801.
- [44] Ji W, Chen Y, Fu C, et al. New experimental limits on exotic spin-spin-velocity-dependent interactions by using SmCo 5 spin sources[J]. Physical review letters, 2018, 121(26):261803.
- [45] Wu K, Chen S, Gong J, et al. Searching for exotic spin-dependent interactions using rotationally modulated source masses and an atomic magnetometer array[J]. Physical Review D, 2022, 105(5):055020.
- [46] Wu K Y, Chen S Y, Sun G A, et al. New Experimental Limits on Exotic Spin- and Velocity-dependent Interactions Using Rotationally Modulated Source-masses and an Atomic-magnetometer Array[J]. 2021.
- [47] Yan H, Li K, Khatriwada R, et al. A frequency determination method for digitized nmr signals[J]. Communications in Computational Physics, 2014, 15(5):1343–1351.
- [48] 祖栋林, 高家红. 核磁共振成像:物理原理和方法[M].[S.l.]: 北京出版社, 2014: 21–25.
- [49] Yan S, Zhang M F, Guo W C, et al. Development of a polarized  ${}^3\text{He}$  neutron spin filter based on spin exchange optical pumping at China Mianyang Research Reactor[J]. 中国科学: 物理学、力学、天文学英文版, 2019, 62(10):4.
- [50] Su H, Wang Y, Jiang M, et al. Search for exotic spin-dependent interactions with a spin-based amplifier[J]. Science advances, 2021, 7(47):eabi9535.
- [51] Bai Y, Han Z. Measuring the dark force at the LHC[J]. arXiv preprint arXiv:0902.0006, 2009.
- [52] Stubbs C, Adelberger E, Raab F, et al. Search for an intermediate-range interaction[J]. Physical review letters, 1987, 58(11):1070.
- [53] 卢希庭. 原子核物理(修订版)[M].[S.l.]: 原子能出版社, 2000.
- [54] Gentile T, Nacher P, Saam B, et al. Optically polarized  ${}^3\text{He}$ [J]. Rev. Mod:phys, 2017, 89(4).
- [55] Pokotilovski Y N. Limits on short-range spin-dependent forces from spin relaxation of polarized  ${}^3\text{He}$ [J]. Physics Letters B, 2010, 686(2-3):114–117.
- [56] Rich D R, Gentile T R, Smith T B, et al. Spin exchange optical pumping at pressures near 1 bar for neutron spin filters[J]. Applied Physics Letters, 2002, 80(12):2210–2212.
- [57] Parnell S R, Babcock E, Nunighoff K, et al. Study of spin-exchange optically pumped  ${}^3\text{He}$  cells with high polarisation and long lifetimes[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2009, 598(3):774–778.
- [58] Babcock E, Ioffe A. Polarized  ${}^3\text{He}$  neutron spin filter program at the JCNS[J]. Physica B Physics of Condensed Matter, 2011, 406(12):2448–2452.
- [59] Salhi Z, Babcock E, Pistel P, et al.  ${}^3\text{He}$  Neutron Spin Filter cell development program at JCNS[J]. Journal of Physics Conference, 2014, 528:012015.

- [60] Chen W, Gentile T R, Ye Q, et al. Recent advancements of wide-angle polarization analysis with  $^3\text{He}$  neutron spin filters[C]/Journal of Physics: Conference Series. .[S.I.]: [s.n.] , 2016, 746:012016.
- [61] Chen W, Barker J, Jones R, et al. Spin-analyzed SANS for soft matter applications[C]/Journal of Physics: Conference Series. .[S.I.]: [s.n.] , 2017, 862:012004.
- [62] Chen W, Gentile T, Ye Q, et al. On the limits of spin-exchange optical pumping of  $^3\text{He}$ [J]. Journal of applied physics, 2014, 116(1):014903.
- [63] Chen W, Armstrong G, Chen Y, et al.  $^3\text{He}$  spin filters for a thermal neutron triple axis spectrometer[J]. Physica B: Condensed Matter, 2007, 397(1-2):168–171.
- [64] Kramer K, Zong X, Lu R, et al. A high-pressure polarized  $^3\text{He}$  gas target for the High Intensity Gamma Source (HI $\gamma$ S) facility at Duke Free Electron Laser Laboratory[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2007, 582(2):318–325.
- [65] Ye Q, Laskaris G, Chen W, et al. A high-pressure polarized  $^3\text{He}$  gas target for nuclear-physics experiments using a polarized photon beam[J]. The European Physical Journal A, 2010, 44(1):55–61.
- [66] Dolph P, Singh J, Averett T, et al. Gas dynamics in high-luminosity polarized  $^3\text{He}$  targets using diffusion and convection[J]. Physical Review C, 2011, 84(6):065201.
- [67] Petukhov A, Pignol G, Jullien D, et al. Polarized  $^3\text{He}$  as a probe for short-range spin-dependent interactions[J]. Physical review letters, 2010, 105(17):170401.
- [68] Fu C, Gentile T R, Snow W M. Limits on possible new nucleon monopole-dipole interactions from the spin relaxation rate of polarized  $^3\text{He}$  gas[J]. Physical Review D, 2011, 83(3):031504.
- [69] van Beek E J, Wild J M, Kauczor H U, et al. Functional MRI of the lung using hyperpolarized  $^3\text{He}$  gas[J]. Journal of Magnetic Resonance Imaging: An Official Journal of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine, 2004, 20(4):540–554.
- [70] Flors L, Mugler III J P, de Lange E E, et al. Hyperpolarized Gas MR Imaging in Children and Young Adults[J]. Journal of thoracic imaging, 2016, 31(5):285.
- [71] M., Bulatowicz, R., et al. Laboratory Search for a Long-Range T-Odd,P-Odd Interaction from Axion-like Particles Using Dual-Species Nuclear Magnetic Resonance with Polarized  $\text{Xe}^{129}$  and  $\text{Xe}^{131}$  Gas[J]. Physical Review Letters, 2013, 111(10):102001–102001.
- [72] Jiang M, Su H, Garcon A, et al. Search for axion-like dark matter with spin-based amplifiers[缺文献类型标志代码].
- [73] Long J C, Chan H W, Churnside E A, A. B. and Gulbis, et al. Upper limits to submillimetre range forces from extra space time dimensions[J]. Nature, 2003, 421(6926):922–925.
- [74] 马积喜, 王殿生, 张迎鹏, et al. 基于核磁共振T\_2 谱检测原油污染土壤含油率的实验研究[J]. 当代化工, 2020.
- [75] 肖立志, 谢然红, 廖广志, et al. 中国复杂油气藏核磁共振测井理论与方法[M].[S.I.]: 科学出版社, 2012.
- [76] 刘堂宴, 马在田, 傅容珊, et al. 核磁共振谱的岩石孔喉结构分析[J]. 地球物理学进展, 2003, 18(4):737–742.

- [77] Johnston E R. Solution of the Bloch Equations including Relaxation[J]. Concepts in Magnetic Resonance Part A, 2020, 2020:1–5.
- [78] Frimmer M, Novotny L. The Classical Bloch Equations[J]. American Journal of Physics, 2014, 82(10):947–954.
- [79] Noh H R. Analytical solutions and expressions of the propagator for Bloch equations[J]. International Journal of Modern Physics B, 2020:2050158.
- [80] 许峰, 黄永仁. Bloch方程的解析解及其在特形脉冲设计中的应用[J]. 安徽理工大学学报(自科版), 1999, 19(4):50–54.
- [81] 许峰, 黄永仁. Bloch方程的解析解及其在水峰抑制实验中的应用[J]. 吉林化工学院学报, 2000, 17(2):4.
- [82] Weinberg S. Lectures on Quantum Mechanics[M]. 2.[S.l.]: Cambridge University Press, 2015.
- [83] 曾谨言. 量子力学卷I[M].[S.l.]: 科学出版社, 2013.
- [84] 周世勋. 量子力学教程[M].[S.l.]: 科学出版社, 1979.
- [85] Mcgregor D D. Transverse relaxation of spin-polarized  $^3\text{He}$  gas due to a magnetic field gradient[J]. Physical Review A, 1990, 41(5):2631.
- [86] JonhDavidJackson, Jackson. 经典电动力学[M].[S.l.]: 高等教育出版社, 2004.
- [87] M., V., Romalis, et al. Accurate  $^3\text{He}$  polarimetry using the Rb Zeeman frequency shift due to the Rb- $^3\text{He}$  spin-exchange collisions[J]. Physical Review A, 1998, 58(4):3004–3011.
- [88] Chen W, Gentile T, Fu C, et al. Polarized  $^3\text{He}$  cell development and application at NIST[C]/Journal of Physics: Conference Series. .[S.l.]: [s.n.], 2011, 294:012003.
- [89] 王文钊, 胡碧涛, 郑皓, et al. 一种可用于极化 $^3\text{He}$ 实验的新型磁场系统[J]. 物理学报, 2018, 67(17):7.
- [90] 屠小青. 极化  $^3\text{He}$ 中子极化系统研制及其在中子散射中的应用研究[D].[S.l.]: 中国工程物理研究院, 2017.
- [91] 王文钊. 极化  $^3\text{He}$ 系统的主磁场线圈优化[D].[S.l.]: 兰州大学.
- [92] A W K, A R W C, B D S, et al. Temperature dependence of  $^3\text{He}$  polarization in aluminum storage cells - ScienceDirect[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1997, 389(3):389–397.
- [93] Fitzsimmons W A, Tankersley L L, Walters G K. Nature of Surface-Induced Nuclear-Spin Relaxation of Gaseous He 3[J]. Physical Review, 1969, 179(1):156–165.
- [94] Timsit R S, Daniels J M, May A D. Nuclear Relaxation of  $^3\text{He}$  Gas on Various Solid Surfaces[J]. Canadian Journal of Physics, 2011, 49(5):560–575.
- [95] Heil W, Humblot H, Otten E, et al. Very long nuclear relaxation times of spin polarized helium 3 in metal coated cells[J]. Physics Letters A, 1995, 201(4):337–343.
- [96] Schmiedeskamp J, Heil W, Otten E W, et al. Paramagnetic relaxation of spin polarized  $^3\text{He}$  at bare glass surfaces[J]. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 2006, 38(3):427–438.

- [97] Deninger A, Heil W, Otten E W, et al. Paramagnetic relaxation of spin polarized  ${}^3\text{He}$  at coated glass walls[J]. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2006, 38(3):439–443.
- [98] Schmiedeskamp J, Elmers H J, Heil W, et al. Relaxation of spin polarized  ${}^3\text{He}$  by magnetized ferromagnetic contaminants[J]. *European Physical Journal D Atomic Molecular Optical and Plasma Physics*, 2006, 38(3):445–454.
- [99] N., R., Newbury, et al. Gaseous  ${}^{33}\text{He}$  magnetic dipolar spin relaxation[J]. *Physical Review A*, 1993.

## 攻读硕士学位期间完成的论文及其他成果

- [1] 马积喜, 兰阳, 闫海洋. 共振驱动的类轴子粒子探测实验设计与优化[J]. 中国科学, 物理学力学天文学, Accepted.