

Trimestre Septiembre-Diciembre 2017
Departamento de Cómputo Científico y Estadística
Cálculo Numérico - CO3211
Laboratorio # 6

Autovalores y autovectores

LABORATORIO

1. Considere la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & \epsilon & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Calcule analíticamente el autovalor de mayor magnitud de A y un autovector asociado para todo $\epsilon \geq 0$.
- b) Use el método de la potencia para calcular numéricamente el autovalor de mayor magnitud de A y un autovector asociado para $\epsilon = 1, 10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-8}$. En cada caso indique el autovalor encontrado, las iteraciones realizadas y el error relativo cometido. Comente sobre la exactitud y la estabilidad del método en base a los resultados obtenidos. ¿A qué se deben los resultados obtenidos?
2. Escriba una función en Matlab que reciba una matriz y dibuje sus círculos de Gerschgorin usando un color distinto para cada círculo. Luego, aplique la función a cada una de las siguientes matrices y use el teorema de los círculos de Gerschgorin para determinar cotas para los tamaños de los autovalores y, de ser posible, para el radio espectral de las respectivas matrices:

a)

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2+i \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} -4 & 0 & 1+i & 3 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \\ 1+i & 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -4i \end{bmatrix}$$

3. Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 17 & 24 & 1 & 8 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Usando el método de la potencia, halle:

- a) Mayor de los autovalores.
b) Menor de los autovalores.
c) Autovalor más cercano a 19.
d) Autovalor más lejano a 30.

Use una descomposición LU de Crout de la matriz A para resolver el sistema lineal que surge en cada iteración del método de la potencia inversa.