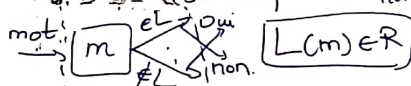
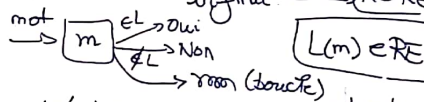


pour répondre au QCM:

Langage décidable  $\Rightarrow \exists$  MT  $m$  sans exécution récursif infinie qui le décide.  
Calculable (s'arrête pour dire oui ou non)



Langage semi-décidable  $\Rightarrow \exists$  MT  $m$  qui le décide récursivement avec ou sans exécution énumérable infinie  $\rightarrow R \subseteq RE$



Langage régulier  $\Rightarrow$  reconnu par un automate fini  $L(m) \in R_L$

Ces particularités des MT qui s'arrêtent

$R_L \subseteq R$

Langage fini  $\Rightarrow$  alphabet fini  
 $\Rightarrow$  régulier  
 $\Rightarrow$  automate fini  
 $\Rightarrow$  MT qui s'arrête  
 $\Rightarrow$  décidable

$R_L \subseteq R \subseteq RE$

exemple  $(RE)$  équations polynomiales à coefficients entiers à solutions dans  $\mathbb{N}$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 0 \Rightarrow \text{accepté}$$

$$x^2 + y^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{rejeté}$$

$$x^4 + 2y^3 + z^4 = 5 \Rightarrow ?$$

exemple  $\notin$  indécidable

- 1) une machine qui analyse le code d'une autre + input et décide si son exécution va s'arrêter sur cet input.

2) Le Langage universel

$$L_U = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ accepte } w \}$$

$$L_U \notin R, L_U \notin RE$$

Pour mieux comprendre les relations entre langages

soient  $L_1$  et  $L_2$  décidés par  $M_1$  et  $M_2$

intersection: on simule  $M_1$  et  $M_2$  et on accepte ssi les 2 acceptent.

union: " ssi l'une des deux accepte.

complémentaire: " ssi  $M_1$  rejete.

concaténation  $L_1 L_2 \Rightarrow$  juxtaposition des deux

fermeture de Kleene  $L_1^* \Rightarrow$  on inclut aussi la vide  $\epsilon$ .

→ R est clos par ces opérations

→ RE " " " sauf le complémentaire

(qui dit complémentaire dit différence  $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \bar{L}_2$ )

- ①  $L \in RE \text{ et } \bar{L} \in RE \Rightarrow L, \bar{L} \in R$   
 $L \in RE \setminus R \Rightarrow \bar{L} \notin RE$  (car sinon  $L \in \bar{L} \in RE$  et  $L \in R$  ou  $L \in RE \setminus R$ )  
 $\bar{L} \in R \Rightarrow L \in RE$  ou non ?

→ Tout langage accepté par une NT non déterministe est accepté par une NT déterministe.

→ Les fonctions calculables par une procédure effective (algo) sont calculables par une MT

théorème de Rice : si  $P \neq \emptyset$ ,  $C_S = \{ \{ 1, 2, 3 \}, \{ 1, 2, 3, 4 \}, \dots \}$   
 si tu trouves  $L(M) \subset \emptyset$  directement  $L(M)$  indécidable.

Ex:  $M_1$  et  $M_2$  2 machines peut-on décider si  $L(M_1) \subset L(M_2)$ ?

→ si  $M_2$  ne reconnaît rien donc  $L(M_2) \subset \emptyset \Rightarrow L(M_1) \subset L(M_2)$   
 ⇒ réponse fausse

Exercice. NT mot  $w$  entier  $k$ . Peut-on décider qu'au plus  $k$  transitions NT accepte  $w$ ?

⇒ 2 cas possibles après  $k$  transitions.

$w$  est accepté

$w$  est (rejeté ou non encore décidé)

↔ non accepté

} ⇒ NT a décidé le mot  $w$ .

