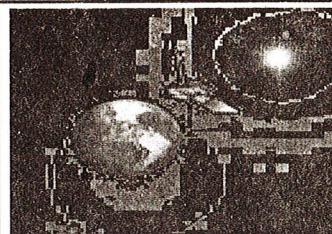
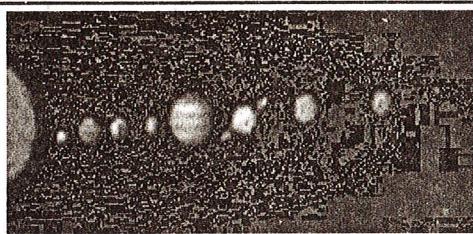




মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

GRAVITATION AND GRAVITY



সৃষ্টির পর থেকেই মানুষ অবাক বিশ্বয়ে তাকিয়েছে আকাশ পানে, হয়েছে বিশ্বাবিষ্ট। আকাশের অসংখ্য উজ্জ্বল বস্তু মানুষকে যুগে যুগে করেছে অভিভূত, মানুষ চিনতে চেষ্টা করেছে তাদেরকে। আকাশের এসব উজ্জ্বল বস্তুকে আমরা সাধারণত তারা বলে ডাকলেও এরা সবাই কিন্তু তারা নয়। এদের কোনোটা তারা, কোনোটা নীহারিকা, কোনোটা উর্কা, কোনোটা এহ আবার কোনোটা ধূমকেতু। আমরা যে পৃথিবীতে বাস করি সেটি সৌর জগতের একটি এহ। এহগুলো সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘুরছে। এ অধ্যায়ে আমরা পড়ত বস্তু, পড়ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র, এহের গতি, কেপলারের সূত্র, মহাকর্ষ, অভিকর্ষ, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, অভিকর্ষজ ত্বরণ, অভিকর্ষ কেন্দ্র, কৃত্রিম উপগ্রহ, মহাকর্ষ ক্ষেত্র, মহাকর্ষীয় বিভব, মুক্তিবেগ নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

মহাকর্ষ সূত্র, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, কেপলারের সূত্র, অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ, অভিকর্ষ কেন্দ্র, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, মহাকর্ষীয় বিভব, মুক্তিবেগ।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	পড়ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৬.১
২	ব্যবহারিক : আনত তলে মার্বেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ করে পড়ত বস্তুর সূত্র যাচাই করতে পারবে।	৬.২
৩	এহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারবে।	৬.৫
৪	নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.৬
৫	মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক প্রতিপাদন ও সমস্যার সমাধানে এ সম্পর্ক ব্যবহার করতে পারবে।	৬.৭
৬	মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করতে পারবে।	৬.১১
৭	মহাকর্ষ বল, মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং মহাকর্ষ বিভবের পরিমাণগত মান নির্ধারণ এবং এদের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.১০
৮	অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.৮
৯	অভিকর্ষ কেন্দ্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৬.৯
১০	মুক্তিবেগের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.১২
১১	মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার বর্ণনা করতে পারবে।	৬.১৩

৬.১। পড়ত বস্তু

Falling bodies

কোনো বস্তুকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের প্রভাবে ভূমিতে পৌঁছায়। এ বস্তুগুলোকে বলা হয় পড়ত বস্তু।

পড়ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলি ও তিনটি সূত্র বের করেন। এগুলোকে পড়ত বস্তুর সূত্র বলে। এ সূত্রগুলো একমাত্র স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

পড়ত বস্তুর গ্যালিলি'র সূত্রাবলি

পড়ত বস্তুর সূত্রগুলো স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ বস্তু পড়ার সময় স্থির অবস্থান থেকে পড়বে—এর কোনো আদি বেগ থাকবে না। বস্তু বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়বে অর্থাৎ এর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করবে না। যেমন— বাতাসের বাধা এর উপর কাজ করবে না। সূত্রগুলো এরূপ :

প্রথম সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করবে।

ব্যাখ্যা : এ সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ভর, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের, আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ এই সময়ের সমানুপাতিক অর্থাৎ শেষ বেগ \propto পতনকাল। বা, $v \propto t$

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ড পরে এটি $2v$ বেগ অর্জন করবে। সূতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2, v_3 \dots \dots$ ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে,

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা এই সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব \propto (পতনকাল) 2 । বা, $h \propto t^2$

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে এক সেকেন্ডে যদি এটি h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে এটি $h \times 2^2$ বা $4h$ দূরত্ব, তিন সেকেন্ডে এটি $h \times 3^2$ বা, $9h$ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

সূতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3 \dots \dots$ ইত্যাদি হয় তবে

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

৬.২। ব্যবহারিক

Practical

পরীক্ষণের নাম	আনত তলে মার্বেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ
পরিয়ড : ২	করে পড়ত বস্তুর সূত্র যাচাই

তত্ত্ব : পড়ত বস্তুর সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা এই সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ দূরত্ব \propto পতনকাল বা $h \propto t^2$

$$\text{বা, } \frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = \dots \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

একটি ঢালু আনত তলের সর্বোচ্চ বিন্দু থেকে তল দিয়ে গড়িয়ে পড়া কোনো মার্বেলের অতিক্রান্ত দূরত্ব s তার অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব তথা h এর সমানুপাতিক (চিত্র : ৬.১)। অর্থাৎ $s \propto h$

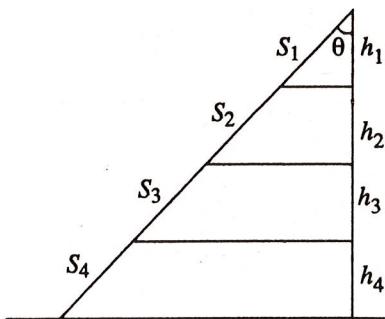
সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণকে লেখা যায়,

$$\frac{s_1}{t_{12}^2} = \frac{s_2}{t_{23}^2} = \frac{s_3}{t_{34}^2} = \dots = \text{ধ্রুবক}.$$

যত্পোতি : কমপক্ষে আট মিটারের চেয়ে লম্বা একখানা মসৃণ কাঠের তক্তা, মার্বেল, স্টপওয়াচ ও মিটার ক্লেল।

কাজের ধারা :

১. কমপক্ষে ৮ মিটারের চেয়ে লম্বা একখানা মসৃণ কাঠের তক্তা নেওয়া হয়।
২. তক্তার এক প্রান্ত থেকে মিটার ক্লেল দিয়ে মেপে 2 মিটার অন্তর অন্তর 4 টি দাগ কাটা হয়।
৩. তক্তার গগনা শুরুর প্রান্তের নিচে কিছু দিয়ে এটিকে যথাসম্ভব বেশি করে ঢালু করা হয়।
৪. ঢালু তলের উপরের প্রান্তে একটি মার্বেল ধরো। মার্বেলটি ছেড়ে দেয়ার সাথে সাথে স্টপ ওয়াচ (ডিজিটাল হলে ভালো হয়) ঢালু কর।
৫. মার্বেলটি যখন 2 মিটার দাগ অতিক্রম করে তখন ঘড়ি বন্ধ করে এই 2 মিটার দূরত্ব অতিক্রমের সময় নির্ণয় কর। একই প্রক্রিয়ায় 3 বার পাঠ নিয়ে গড় সময় বের কর।
৬. একই পদ্ধতিতে মার্বেল ছেড়ে দিয়ে 4, 6 এবং 8 মিটার দাগ অতিক্রম করার সময় নির্ণয় কর।
৭. যথাসম্ভব বেশি সংখ্যক পাঠ নাও।
৮. এখন X -অক্ষের দিকে t^2 এবং Y -অক্ষের দিকে s স্থাপন করে একটি লেখচিত্র আঁক।



চিত্র : ৬.১

পর্যবেক্ষণ	দূরত্ব, s m	সময়, t s	গড় সময়, t s	t^2 s^2	$\frac{s}{t^2}$ $m s^{-2}$
1	2				
2	4				
3	6				
4	8				

ফলাফল : X -অক্ষের দিকে t^2 এবং Y -অক্ষের দিকে s স্থাপন করে একটি লেখচিত্র আঁকলে এটি মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা হয় (চিত্র : ৬.২) অর্থাৎ $s \propto t^2$ ।

$$\text{বা, } \frac{s}{t^2} = \text{ধ্রুক}$$

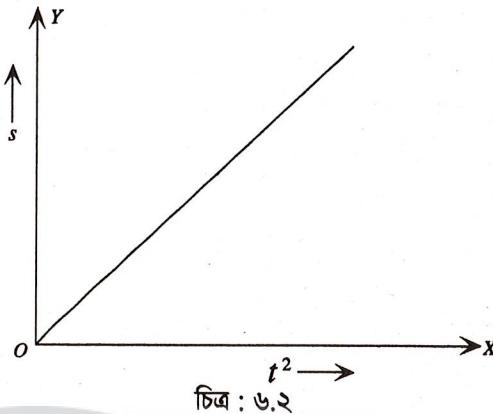
$$\therefore s \propto t^2$$

$$\therefore \frac{s}{t^2} = \text{ধ্রুক}.$$

সুতরাং পড়ত বস্তুর সূত্র প্রমাণিত হয়।

সতর্কতা :

১. তক্ষাটি খুবই মস্ত হতে হবে।
২. তক্ষটা খুব বেশি ঢালু হতে হবে।
৩. স্টপ ওয়াচ খুবই সুবেদী হতে হবে।



৬.৩। মহাকর্ষ

Gravitation

সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলোর ঘূর্ণনগতির সূত্রাবলি কেপলার নির্ধারণ করেন। কিন্তু কী ধরনের বলের প্রভাবে গ্রহগুলো সূর্যের চারপাশে ঘূরছে সে সম্পর্কে কেপলারের ধারণা ছিল না। এহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রাবলি থেকে অনুপ্রাণিত হয়ে নিউটন এদের মধ্যকার বল সম্পর্কে চিন্তা-ভাবনা করতে থাকেন। কথিত আছে, একদিন বাগানে বসে চিন্তা করার সময় নিউটন একটি আপেল মাটিতে পড়তে দেখেন। এর থেকে তাঁর মনে প্রশ্ন জাগে আপেলটি মাটিতে পড়ল কেন? নিচয়ই কেউ একে মাটির দিকে টানছে। চিন্তা-ভাবনা করে তিনি সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, পৃথিবী সব বস্তুকেই তার নিজের দিকে আকর্ষণ করে। শুধু পৃথিবীই নয় সৌর জগতের গ্রহগুলোর সূর্যের চারপাশে ঘোরার কারণে বোঝার জন্য নিউটন পরম্পর যোগসূত্রাত্মক দুটি বস্তুর মধ্যে একটি আকর্ষণ বলের কল্পনা করেন। তিনি বলেন, এ মহাবিশ্বের প্রত্যেকটি বস্তু কণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বলের মান শুধু বস্তুদ্বয়ের ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে— এদের আকৃতি, প্রকৃতি, অভিমুখ ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। বিশেষ যে কোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

সংজ্ঞা : মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারম্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

৬.৪। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র

Newton's Law of Gravitation

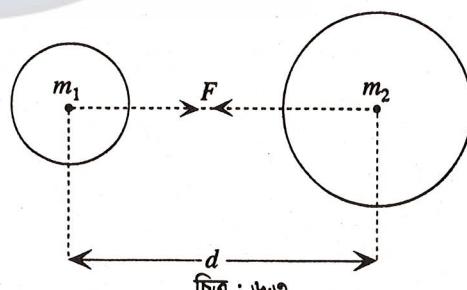
এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণা পরম্পরকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলে। এ আকর্ষণ সম্পর্কে নিউটনের একটি সূত্র আছে, একে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বলে।

সূত্র : “মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ডরের শুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যঙ্গানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা দ্বারা ক্রিয়া করে।”

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, m_1 ও m_2 ডরের দুটি বস্তু পরম্পর থেকে d দূরত্বে অবস্থিত (চিত্র: ৬.৩)। এদের মধ্যকার আকর্ষণ বল F হলে মহাকর্ষ সূত্রানুসারে,

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{বা, } F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$



... ... (6.1)

এখানে G একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। এর মান কেবল রাশিগুলোর এককের উপর নির্ভর করে।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G

(6.1) সমীকরণ থেকে আমরা দেখি যে, যখন $m_1 = m_2 = 1$ একক এবং $d = 1$ একক

$$\text{তখন } F = G \frac{1 \times 1}{1} \text{ অর্থাৎ } F = G \text{ বা, } G = F \text{ হয়।}$$

সংজ্ঞা : একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্ব থেকে যে বলে পরম্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

মাত্রা ও একক : (6.1) সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2} \quad \dots \quad (6.2)$$

সূতরাং G -এর মাত্রা হবে উপরের সমীকরণের ডান পাশের রাশিগুলোর মাত্রা। অর্থাৎ

$$[G] = \frac{MLT^{-2} \times L^2}{M^2} = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

(6.2) সমীকরণের ডান পাশের রাশিগুলোর একক বসালে G -এর একক পাওয়া যায় $N \text{ m}^2 \text{ kg}^{-2}$ বা, $\text{m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে G -এর সর্বসম্মত মান গৃহীত হয়েছে, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

তাৎক্ষণ্য : G এর মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ বলতে বোঝায় 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1m দূরে স্থাপন করলে এগুলো পরম্পরকে $6.673 \times 10^{11} \text{ N}$ বলে আকর্ষণ করে।

G -এর সর্বজনীনতা

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G -কে সর্বজনীন বা বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়, কারণ এর মান বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের কোনো ধর্মের যৈমন- প্রবেশ্যতা (Permeability), প্রবণতা (Susceptibility) বা দিকদর্শতা (Directionality) ইত্যাদি এর উপর নির্ভর করে না।

চৌম্বক বা স্থির তড়িৎ বলের জন্য কুলপ্রের সূত্রে G -এর মতো একটি ধ্রুবক পাওয়া যায় যা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন মাধ্যমের বিভিন্ন প্রবেশ্যতার জন্য চৌম্বক বল বা স্থির তড়িৎ বলের পরিবর্তন হয়। কিন্তু মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না।

আবার মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের উপর নির্ভর করে। কিন্তু বস্তুদ্বয় কোন পদার্থের তৈরি তার উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ বস্তুদ্বয়ের প্রকৃতির সাথে G -এর কোনো সম্পর্ক নেই।

বেশির ভাগ কেলাসের প্রতিসরাঙ্ক, তাপ পরিবাহিতা ইত্যাদি কেলাসের অভিযুক্তের উপর নির্ভর করে। কিন্তু দেখা গেছে যে, মহাকর্ষ বল কেলাসের দিকদর্শতার উপর নির্ভর করে না, অর্থাৎ G -এর মান দিকদর্শতার ধর্মের উপর নির্ভর করে না।

৬.৫। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র

Kepler's Laws of Planetary Motion

সৌরজগৎ সম্পর্কে প্রাচীনকালে ফ্রিকরা চিত্তা-ভাবনা করতেন। ফ্রিক জ্যোতির্বিদদের সিদ্ধান্তসমূহকে টলেমি তত্ত্ব আকারে উপস্থিত করেন। তাঁর মতে পৃথিবী এ মহাবিশ্বের কেন্দ্র এবং সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ ও তারাগুলো পৃথিবীকে কেন্দ্র করে জটিল কক্ষপথে আবর্তন করে। প্রায় পঞ্চদশ শতাব্দী পর্যন্ত টলেমির এ মতবাদ কার্যকর থাকলেও এ তত্ত্বটি খুবই জটিল ছিল এবং বহু সংখ্যক পর্যবেক্ষণের কোনো ব্যাখ্যা এ তত্ত্ব দিতে পারতো না। ঘোড়শ শতাব্দীতে কোপার্নিকাস বলেন যে, সূর্যকে মহাবিশ্বে স্থির কেন্দ্র বিবেচনা করলে আকাশের বস্তুসমূহের একটি সহজ বর্ণনা দেওয়া যায়। কোপার্নিকাসের তত্ত্ব অনুসারে পৃথিবী হচ্ছে একটি গ্রহ যা তার নিজের অক্ষের উপর আবর্তন করে ও সূর্যের চারদিকে ঘুরে এবং পৃথিবীর মতো অন্য গ্রহগুলোরও একই ধরনের গতি বর্তমান।

এ দুই তত্ত্বের বিরোধ জ্যোতির্বিদদের আরো বেশি সংখ্যক পর্যবেক্ষণ করা তথ্য সংগ্রহে আগ্রহী করে তোলে। এ সব তথ্য টাইকোব্রাহ্ম সংকলিত করেন। টাইকোব্রাহ্ম এসব তথ্য তাঁর সহকর্মী জোহান কেপলার বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যা করেন

এবং তিনি দেখতে পান যে, গ্রহগুলোর গতিতে একটি নিয়মানুবর্তিতা বর্তমান। এসব নিয়মানুবর্তিতাই গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তিনটি সূত্র নামে পরিচিত।

প্রথম সূত্র : কক্ষের সূত্র : প্রতি গ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে (focus) রেখে উপবৃত্তাকার পথে ঘূরে।

ব্যাখ্যা : চিত্র : ৬.৪ এ $ABCD$ একটি উপবৃত্তাকার কক্ষপথ। F ও F' এই উপবৃত্তের দুটি ফোকাস। কেপলারের প্রথম সূত্রানুসারে সূর্য এ ফোকাস দুটির মেকোনো একটিতে থাকবে এবং গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে ঘূরবে।

দ্বিতীয় সূত্র : ক্ষেত্রফলের সূত্র : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, ৬.৪ চিত্রে F ফোকাসে সূর্য অবস্থিত। কোনো গ্রহ যদি এ কক্ষপথের A অবস্থান থেকে B অবস্থানে আসতে t সময় নেয় এবং C অবস্থান থেকে D অবস্থানে আসতেও সেই একই সময় t নেয় তাহলে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে AFB ক্ষেত্রফল ও CFD ক্ষেত্রফল সমান হবে।

তৃতীয় সূত্র : আবর্তনকালের সূত্র : সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ এর কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষে' (semi major axis) ঘনফলের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : গ্রহগুলো উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। ধরা যাক, যেকোনো গ্রহের কক্ষ পথের অর্ধপরাক্ষ a এবং এই গ্রহের সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগে। কেপলারের তৃতীয় সূত্র অনুসারে,

$$T^2 \propto a^3 \text{ হবে।}$$

কতগুলো গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষ a_1, a_2, a_3, \dots হলে এবং গ্রহগুলোর আবর্তনকাল যথাক্রমে T_1, T_2, T_3, \dots হলে,

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = \dots = \text{ধ্রুব হবে।}$$

৬.৬। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন Deduction of Mathematical Expression of Kepler's Law from Newton's Law of Gravitation

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট P গ্রহটি সূর্য S কে কেন্দ্রে রেখে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘূরছে (চিত্র : ৬.৫)।

সূর্য ও গ্রহের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল হলো

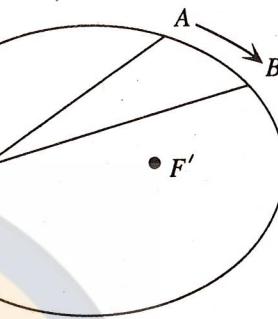
$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

সেখানে M হলো সূর্যের ভর।

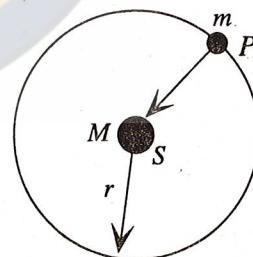
গ্রহটি বৃত্তাকার কক্ষ পথে ঘূরছে তাই কেন্দ্রমুখী বল হলো

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

সেখানে v গ্রহের দ্রুতি।



চিত্র : ৬.৪



চিত্র : ৬.৫

১ একটি উপবৃত্তের পরাক্ষ (major axis) হচ্ছে এর দীর্ঘতম ব্যাস। এটি উপবৃত্তের দুই ফোকাস ও কেন্দ্র দিয়ে এর দুই প্রান্ত পর্যন্ত বিস্তৃত। অর্ধ-পরাক্ষ (semi major-axis) হচ্ছে পরাক্ষের অর্ধেক। সুতরাং অর্ধ-পরাক্ষ হচ্ছে উপবৃত্তের কেন্দ্র থেকে একটি ফোকাস দিয়ে এর প্রান্ত পর্যন্ত দূরত্ব। আসলে এটি হচ্ছে উপবৃত্তের দুই দূরতম বিন্দুর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ। উপবৃত্তের দীর্ঘ ব্যাসার্ধকে আমরা অর্ধ-পরাক্ষ ধরে নিতে পারি। বৃত্তের ক্ষেত্রে বৃত্তের ব্যাসার্ধই হচ্ছে এর অর্ধ-পরাক্ষ।

গ্রহটি বৃত্তাকার পথে ঘূরতে হলে এই মহাকর্ষীয় বলই কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে কাজ করবে। সুতরাং

$$F_G = F_c \\ \text{বা, } \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \dots \quad \dots \quad (6.3)$$

সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণায়মান গ্রহের পর্যায়কাল T হলে

$$T = \frac{2\pi r}{v} \\ \text{বা, } v = \frac{2\pi r}{T}$$

এখন সমীকরণ (6.3)-এ v এর মান বসালে,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \\ \text{বা, } \frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r} \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad \text{বা, } T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

$$\text{বা, } T^2 = Kr^3$$

$$\text{সেখানে } K = \frac{4\pi^2}{GM}, \text{ একটি ধ্রুবক।}$$

$$\text{সুতরাং } T^2 \propto r^3$$

এটি হলো কেপলারের ত্তীয় সূত্র।

ধ্রুবক K সকল গ্রহের জন্য একই এবং এর মান $2.97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, কক্ষপথ উপবৃত্তীয় (elliptical) হলে r -এর পরিবর্তে উপবৃত্তের অর্ধ-পরাক্ষ (semi major axis) a লিখতে হবে।

৬.৭। অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

Gravity and Acceleration Due to Gravity

অভিকর্ষ : এ বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে মহাকর্ষ বলে। দুটি বস্তুর একটি যদি পৃথিবী হয় তবে যে আকর্ষণ হয় তাকে অভিকর্ষ বলা হয় অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণকে অভিকর্ষ বলে।

সংজ্ঞা : পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা মহাকর্ষ, কিন্তু পৃথিবী ও একটি বই-এর মধ্যে যে আকর্ষণ তা অভিকর্ষ।

অভিকর্ষজ ত্বরণ : নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি যে, বল প্রযুক্ত হলে কোনো বস্তুর ত্বরণ হয়, সুতরাং অভিকর্ষ বলের প্রভাবেও বস্তুর ত্বরণ হবে। এ ত্বরণকে তথা বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলা হয়।

সংজ্ঞা: অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়স্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

একে g দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ এক প্রকার ত্বরণ; সুতরাং এর মাত্রা হবে LT^{-2} এবং একক হবে m s^{-2} ।

g -এর সমীকরণ : মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক

ধরা যাক, $M =$ পৃথিবীর ভর, $m =$ ভূ-পৃষ্ঠে বা এর নিকটে অবস্থিত কোনো বস্তুর ভর, $d =$ বস্তু এবং পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

তাহলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$\text{অভিকর্ষ বল, } F = G \frac{Mm}{d^2} \quad \dots \quad (6.4)$$

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই, অভিকর্ষ বল = ভর \times অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$\text{অর্থাৎ } F = mg \quad \dots \quad (6.5)$$

$$(6.4) \text{ ও } (6.5) \text{ সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়, \quad mg = \frac{GMm}{d^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{GM}{d^2} \quad \dots \quad (6.6)$$

(6.6) সমীকরণের ডানপাশে বস্তুর ভর m অনুপস্থিত; সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। যেহেতু G এবং পৃথিবীর ভর M ধ্রুবক, তাই g -এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব d -এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং g -এর মান বস্তু নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়। সমীকরণ (6.6) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করেছে।

পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দূরত্ব, অর্থাৎ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে ভূ-পৃষ্ঠে

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (6.7)$$

বস্তুর ওজন : কোনো বস্তুকে পৃথিবী যে বলে আকর্ষণ করে তাকে অভিকর্ষ বল বলে। এ অভিকর্ষ বলই হচ্ছে বস্তুর ওজন। কোনো বস্তুর ভর m হলে ঐ বস্তুর ওজন, $W = mg$

৬.৮। অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর পরিবর্তন

Variation of g

অভিকর্ষজ ত্বরণ g কোনো ধ্রুব রাশি নয়। স্থানভেদে এর পরিবর্তন হয়। যে সকল কারণে g -এর পরিবর্তন হয় নিচে তা বর্ণনা করা হলো।

(ক) পৃথিবীর আকৃতির জন্য :

পৃথিবী সুষম গোলক না হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের সকল স্থান সমদূরে নয়। যেহেতু g -এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে, তাই পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে g -এর মানের পরিবর্তন হয়। বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R সবচেয়ে বেশি হওয়ায় g -এর মান সবচেয়ে কম 9.78039 m s^{-2} । বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে যতো বেশি যাওয়া যায়, ব্যাসার্ধ R ততো কমতে থাকে এবং g -এর মান বাড়তে থাকে। মেরু অঞ্চলে ব্যাসার্ধ সবচেয়ে কম হওয়ায় g -এর মানও মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি 9.83217 m s^{-2} । ক্রান্তীয় অঞ্চলে g -এর মান 9.78918 m s^{-2} .

ভূ-পৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে g -এর মান বিভিন্ন বলে 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে g -এর মানকে আদর্শ মান ধরা হয়। g -এর আদর্শ মান হচ্ছে 9.80665 m s^{-2} . হিসাবের সুবিধার জন্য আদর্শ মান ধরা হয় 9.81 m s^{-2} ।

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতার কোনো স্থানে :

পৃথিবীর ভর M , এর ব্যাসার্ধ R এবং ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (6.8)$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় (চিত্র : ৬.৬) অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $(R + h)$ দূরত্বে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g' হলে,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \dots \quad (6.9)$$

(6.9) সমীকরণকে (6.8) সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

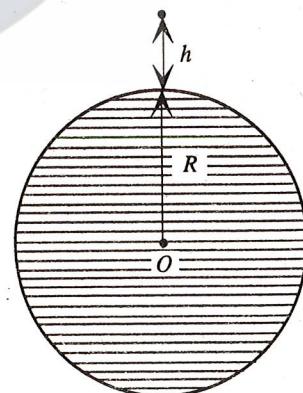
$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} g \quad \dots \quad (6.10)$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{d^2} g \quad \dots \quad (6.11)$$

এখনে, $d = R + h =$ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।

অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।



চিত্র : ৬.৬

$$\text{অর্থাৎ, } g' \propto \frac{1}{d^2} \quad \dots \quad (6.12)$$

দিপদী উপপাদ্য ব্যবহার কৰে (6.10) সমীকৰণ থেকে g' -এর মান হিসাব কৰা যায়। উপরিউক্ত সমীকৰণের ডান পাশের হৰ ও লকেকে R^2 দ্বাৰা ভাগ কৰে আমৰা পাই,

$$g' = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} g$$

$$\text{বা, } g' = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} g$$

এখন $h \ll R$ হলে $\left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$ কে দিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত কৰে এবং $\frac{h}{R}$ খুব ক্ষুদ্র বলে $\frac{h}{R}$ এর উচ্চগাতসমূহ উপেক্ষা কৰে আমৰা পাই,

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g \quad \dots \quad (6.13)$$

উপরিউক্ত সমীকৰণ থেকে দেখা যায় যে, h -এর বৃদ্ধিৰ সাথে সাথে $\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ ত্রাস পায়, অর্থাৎ g' -এর মান ত্রাস পেতে থাকে। সুতৰাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত ওপৰে ওঠা যায় অভিকৰ্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে। (6.12) সমীকৰণ থেকে দেখা যায়, অভিকৰ্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূৰত্বেৰ বৰ্গেৰ ব্যস্তানুপাতিক।

বি. দ্র. (6.13) সমীকৰণটি ভূ-পৃষ্ঠেৰ খুব কাছাকাছি অঞ্চলে অর্থাৎ h এর মান খুব ছোট হলে কেবল খাটে।

গ. পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে কোনো স্থানে

ধৰা যাক, ৬.৭ চিত্ৰে ABC পৃথিবী এবং O এর কেন্দ্ৰ। পৃথিবীকে R ব্যাসাৰ্দেৰ মোটামুটি একটি গোলক বিবেচনা কৰি যাৰ গড় ঘনত্ব ρ ।

$$\text{অতএব, পৃথিবীৰ আয়তন, } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{সুতৰাং পৃথিবীৰ ভৰ, } M = V\rho = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

ভূ-পৃষ্ঠে A বিন্দুতে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ g হলে,

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{\frac{4}{3} G \pi R^3 \rho}{R^2} \quad \dots \quad (6.14)$$

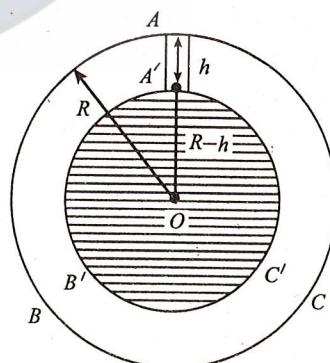
$$\therefore g = \frac{4}{3} G \pi R \rho \quad \dots \quad (6.14)$$

ধৰা যাক, পৃথিবীৰ অভ্যন্তৰে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূৰত্ব নিচে A' বিন্দুতে কোনো বস্তু আছে। A' বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুৰ উপৰ ভূ-কেন্দ্ৰ O -এৰ দিকে পৃথিবীৰ আকৰ্ষণ $(R - h)$ ব্যাসাৰ্দেৰ $A'B'C'$ গোলকেৰ আকৰ্ষণেৰ সমান। এই গোলকেৰ বাইৱেৰ অংশ বস্তুৰ উপৰ কোনো আকৰ্ষণ প্ৰয়োগ কৰে না। এই গোলকেৰ আয়তন V' এবং ভৰ M' হলে,

$$V' = \frac{4}{3} \pi (R - h)^3$$

$$\text{এবং } M' = V'\rho = \frac{4}{3} \pi (R - h)^3 \rho$$

সুতৰাং A' বিন্দুতে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ g' হলে



চিত্ৰ : ৬.৭

$$g' = \frac{GM'}{(R-h)^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi (R-h)^3 \rho}{(R-h)^2}$$

$$\therefore g' = \frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho \quad \dots \quad (6.15)$$

(6.15) সমীকরণকে (6.14) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho}{\frac{4}{3} G \pi R \rho} = \frac{R-h}{R} \quad \dots \quad (6.16)$$

বা, $\frac{g'}{g} = \frac{d}{R}$

বা, $g' = \frac{d}{R} g \quad \dots \quad (6.17)$

এখনে $d = R-h = \text{ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্ব}$ ।

$$\therefore g' \propto d \quad \dots \quad (6.18)$$

অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-কেন্দ্র থেকে এই বিন্দুর দূরত্বের সমানুপাতিক। আবার সমীকরণ (6.16) থেকে পাই,

$$\therefore g' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right) \quad \dots \quad (6.19)$$

(6.19) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, h -এর বৃদ্ধির সাথে সাথে $\left(1 - \frac{h}{R} \right)$ হ্রাস পায়, অর্থাৎ g' -এর মান কমতে থাকে। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে।

পৃথিবীর কেন্দ্রে অর্থাৎ O বিন্দুতে $h = R$, সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

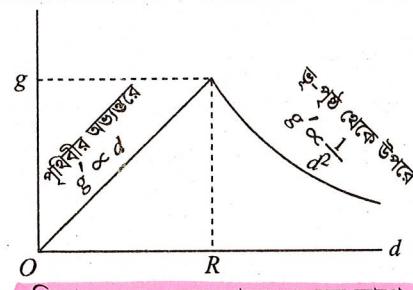
$$g' = g \left(1 - \frac{R}{R} \right) \text{ বা, } g' = 0.$$

অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে যদি কোনো বস্তুকে নিয়ে যাওয়া যায়, তাহলে বস্তুর উপর পৃথিবীর কোনো আকর্ষণ থাকবে না। তাই ভূ-কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজনও শূন্য।

পৃথিবীর বাইরে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যন্তিমুপাতিক। পৃথিবীর অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। (6.8) চিত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা দেখানো হয়েছে।

(ঘ) পৃথিবীর আঙ্কিক গতির জন্য : পৃথিবীর আঙ্কিক গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠের সরকিছুই সমান কোণিক বেগ ω ($= \frac{2\pi}{T}$) নিয়ে পৃথিবীর অক্ষ YOY' কে কেন্দ্র করে ঘূরছে (চিত্র : ৬.৯)। এই

ঘূর্ণন গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠের প্রতিটি বস্তুর উপর একটি কেন্দ্রীতিগ বল ত্রিয়া করে।



চিত্র ৬.৮ : ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সাথে g -এর পরিবর্তন

মনে কৰি, ভূ-পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশে অবস্থিত P যেকোনো একটি বিন্দু। এই বিন্দুতে m ভৱের একটি বস্তু অবস্থিত। তাহলে এই বস্তুৰ উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রাতিগ বলের মান $F_c = \frac{mv^2}{r}$, এখানে v হচ্ছে ঐ বস্তুৰ রৈখিক বেগ এবং $r (= PQ)$ হচ্ছে ঐ বস্তুৰ বৃত্তাকার পথেৰ ব্যাসার্ধ। এই কেন্দ্রাতিগ বল বস্তুকে তাৰ বৃত্তপথেৰ স্পৰ্শক বৰাবৰ ছিটকে ফেলেত চায়। এই কেন্দ্রাতিগ বলকে নাকচ কৰাৰ জন্য বস্তুৰ উপৰ প্রযুক্ত অভিকৰ্ষ বলেৰ একটি অংশ ব্যয় কৰতে হয়।

পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধেৰ গোলক বিবেচনা কৰলে P বিন্দুতে অবস্থিত m ভৱেৰ বস্তুৰ উপৰ PO বৰাবৰ অভিকৰ্ষ বল,

$$F = mg = m \frac{GM}{R^2}$$

কিন্তু P বিন্দুতে PS বৰাবৰ কেন্দ্রাতিগ বলেৰ উপাংশ হচ্ছে,

$$F_{c\lambda} = F_c \cos \lambda$$

সুতৰাং P বিন্দুতে m ভৱেৰ বস্তুৰ উপৰ কাৰ্যকৰ অভিকৰ্ষ বল হচ্ছে $F_\lambda = F - F_{c\lambda}$ । এই কাৰ্যকৰ বলেৰ জন্য কাৰ্যকৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণ g_λ হলো,

$$mg_\lambda = mg - F_c \cos \lambda = mg - \frac{mv^2}{r} \cos \lambda$$

$$\therefore g_\lambda = g - \frac{v^2}{r} \cos \lambda$$

যেহেতু $r = R \cos \lambda$ এবং $v = \omega r = \omega R \cos \lambda$

$$\therefore g_\lambda = g - \frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \lambda}{R \cos \lambda} \cos \lambda$$

$$\text{বা, } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\text{বিশুব রেখা বৰাবৰ, } \lambda = 0^\circ; \text{ অৰ্থাৎ } \cos \lambda = 1 \quad \therefore g_0 = g - \omega^2 R$$

$$\text{মেৰু অঞ্চলে, } \lambda = 90^\circ, \text{ অৰ্থাৎ } \cos \lambda = 0, \quad \therefore g_{90} = g.$$

(6.20)

সুতৰাং দেখা যায় যে, পৃথিবীৰ আহিক গতিৰ জন্য বিশুবীয় অঞ্চলে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ সবচেয়ে কম এবং মেৰু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি। তাই পৃথিবীৰ আহিক গতিৰ জন্য অভিকৰ্ষজ ত্বরণ বিশুবীয় অঞ্চল থেকে মেৰু অঞ্চলেৰ দিকে ক্ৰমশ বৃদ্ধি পায়। ফলে আহিক গতিৰ জন্য বস্তুৰ ওজন বিশুবীয় অঞ্চল থেকে মেৰু অঞ্চলেৰ দিকে ক্ৰমশ বৃদ্ধি পায়। আৰাৰ পৃথিবীৰ আহিক গতি না থাকলে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মানও হ্ৰাস পাবে না। ফলে ঘূৰ্ণনৰত অবস্থায় বাস্তুৰ ওজন যা হবে ঘূৰ্ণন বৰক হয়ে গেলে ওজন তাৰ চেয়ে বেশি হবে।

সম্প্ৰসাৱিত কৰ্মকাণ্ড

পৃথিবী ও সূৰ্যেৰ ভৱ :

পৃথিবীৰ ভৱ : ধৰা যাক, পৃথিবীৰ ভৱ M । পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধেৰ একটি সুষম গোলক বিবেচনা কৰলে, অভিকৰ্ষজ ত্বরণ g এৰ জন্য আমৰা পাই,

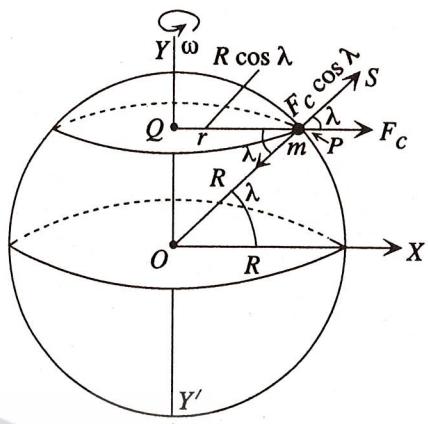
$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

(6.21)

এই সমীকৰণে g , R এবং G -এৰ নিমোক্ত মান

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \text{ এবং}$$



চিত্ৰ : ৬.৯

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \text{ বসালে আমরা পাই},$$

$$M = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

সূর্যের ভর : সৌরজগতের কোনো গ্রহের পর্যায়কাল এবং সূর্য থেকে এর দূরত্ত জানা থাকলে সূর্যের ভর M নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক, কোনো গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য থেকে এর দূরত্ত r । ঐ গ্রহের ভর m হলে এবং সূর্যের চারদিকে এটি ω কৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে ধরে নিলে ঐ গ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের জন্য আমরা পাই,

$$\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = \frac{mr4\pi^2}{T^2}$$

$$\therefore M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.22)$$

এ সমীকরণে পৃথিবীর পর্যায়কাল T প্রায় 365 দিন বা $365 \times 24 \times 3600$ সেকেন্ড এবং পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সূর্যের কেন্দ্রের দূরত্ত r প্রায় $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ বসালে আমরা সূর্যের ভর পাই,

$$M = \frac{4 \times \pi^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (365 \times 24 \times 3600 \text{ s})^2}$$

$$= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

উপরিউক্ত $\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2$ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, গ্রহের ভর m দু'পাশ থেকে কাটা যায় এবং ω এর ছূঢ়ান্ত সমীকরণে গ্রহের ভর m অনুপস্থিত থাকে। সুতরাং কক্ষপথে কোনো গ্রহের কৌণিক দ্রুতি তার ভরের উপর নির্ভর করে না। গ্রহের কৌণিক দ্রুতি (ω এবং পর্যায়কাল T) কেবল সূর্য থেকে কক্ষপথের দূরত্ত r এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, কোনো গ্রহের কৌণিক দ্রুতি কেবল কক্ষপথের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে এবং গ্রহের ভরের উপর নির্ভর করে না।

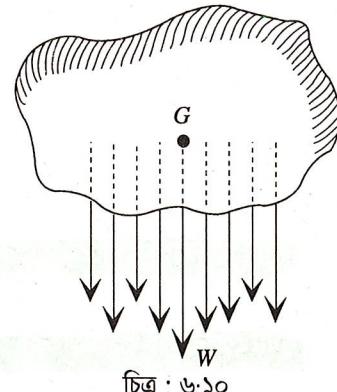
৬.৯। অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র

Centre of Gravity

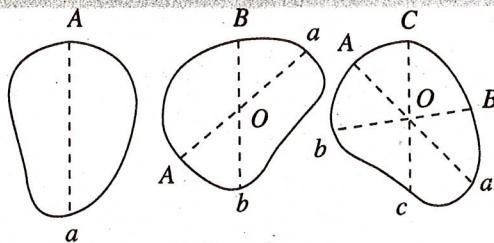
বস্তুর উপর বল সব সময় একটি বিন্দুতে কাজ করে, এ বিন্দুকে বলের ক্রিয়া বিন্দু বলা হয়। পদার্থের ওজন বা অভিকর্ষ বলও একটি বল। সুতরাং ওজনও একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এই নির্দিষ্ট বিন্দুকেই বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলা হয়। বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বস্তুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না। যেভাবেই বস্তুটিকে রাখা হোক না কেন অভিকর্ষ কেন্দ্র একটিই এবং একই জায়গায় হবে (চিত্র : ৬.১০)।

সংজ্ঞা : একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

ব্যাখ্যা : প্রত্যেক বস্তুই অনেকগুলো ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বস্তুকণার সমষ্টি। প্রত্যেকটি কণাই পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হচ্ছে। পর পর অবস্থিত দুটি কণার মধ্যকার দূরত্তের তুলনায় কণাগুলো থেকে পৃথিবীর কেন্দ্র অনেক দূর থাকায় কণা দুটির ওজনের অভিমুখ, সমমুখী ও সমান্তরাল বলে ধরা যায় (চিত্র : ৬.১০)। এদের লক্ষি আর একটি সমান্তরাল রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল হবে। এভাবে সব কয়টি কণার জন্য লক্ষি বল হিসাব করলে সেই লক্ষি বল বস্তুর মধ্যস্থিত যে বিন্দুতে ক্রিয়া করবে সেই বিন্দুকে (G) বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে। কোনো বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র এর ভেতরে এবং বস্তুটিকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন, একটি মাত্র নির্দিষ্ট বিন্দুতেই অবস্থিত হবে।



পরীক্ষা : অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয় :

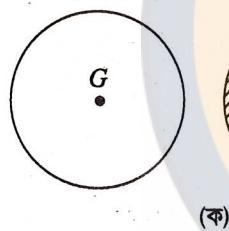


চিত্র : ৬.১১

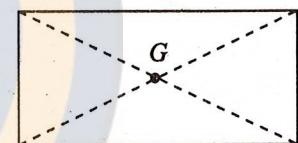
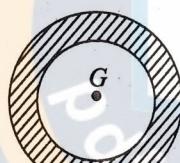
একটি পাতলা পাত নিয়ে এর কিনারার কোনো একটি বিন্দু A তে একটি সূতার সাহায্যে ঝুলাও। বস্তুটি যখন স্থির অবস্থায় থাকবে তখন এর অভিকর্ষ কেন্দ্র অবশ্যই ঝুলন বিন্দুর ঠিক নিচে Aa রেখার উপর কোনো বিন্দুতে অবস্থিত হবে (চিত্র : ৬.১১)। এরপর বস্তুটিকে তার কিনারার অন্য কোনো বিন্দু B তে ঝুলাও। এখন এর অভিকর্ষ কেন্দ্র অবশ্যই Bb রেখার উপর অবস্থিত হবে। এখন Aa এবং Bb রেখাদ্বয়ের একমাত্র সাধারণ বিন্দু হচ্ছে রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু O । সুতরাং এই O বিন্দুই হবে বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র। এখন যদি এই বস্তুটিকে অন্য কোনো বিন্দু C তে ঝুলানো হয়, তাহলে উল্লম্ব রেখা Cc অবশ্যই O বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে।

কয়েকটি বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র

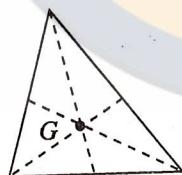
৬.১২ চিত্রে কয়েকটি সুষম জ্যামিতিক আকার বিশিষ্ট বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র G দেখানো হলো :



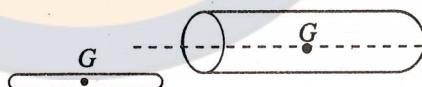
(ক)



(খ)



(গ)



(ঘ)

চিত্র : ৬.১২

- (i) সুষম বৃত্তের, আংটির বা গোলকের অভিকর্ষ কেন্দ্র এদের জ্যামিতিক কেন্দ্রে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ ক)।
- (ii) সুষম সামান্তরিক আকৃতির ক্ষেত্রের অভিকর্ষ কেন্দ্র এর কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ খ)।
- (iii) সুষম ত্রিভুজাকৃতি পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র এর মধ্যমাণ্ডলের ছেদবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ গ)।
- (iv) সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দুই এর অভিকর্ষ কেন্দ্র (চিত্র : ৬.১২ ঘ)।
- (v) সুষম বেলনাকৃতি বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র এর অক্ষের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ ঙ)।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : পৃথিবীর ব্যাস বরাবর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি সূড়ঙ্গ পথে একটি বস্তুখণ্ড ছেড়ে দিলে তার গতি প্রকৃতি কি হবে? বস্তু খণ্টির অপর প্রান্তে পৌছাতে কত সময় লাগবে?

ধরা যাক, পৃথিবী সূষ্ম ঘনত্বের R -ব্যাসার্ধের একটি গোলক। গোলকটির AB ব্যাস বরাবর একটি ঘর্ষণহীন সূড়ঙ্গ কল্পনা করা হলো (চিত্র : ৬.১৩)। এখন m ভরের একটি বস্তুকে AB সূড়ঙ্গের মধ্যে ফেলে দেওয়া হলো এবং কিছুক্ষণ পর বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্ব অতিক্রম করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বের C অবস্থানে এলো। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে $OC = r$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক আঁকা হলো। আমরা জানি, এই অবস্থানে বস্তুটির উপর শুধুমাত্র r ব্যাসার্ধের গোলকটির ভর M' আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। এই গোলকের বাইরের ভর বস্তুটির উপর কেন্দ্রের দিকে কোনো বল প্রয়োগ করবে না। তাহলে r ব্যাসার্ধের গোলকের অভ্যন্তরে ভর হলো,

$$M' = \rho V' = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \dots \quad (6.23)$$

এখনে, V' হচ্ছে r ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তন এবং ρ হচ্ছে পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব।

মহাকর্ষীয় বলের সূত্রানুসারে, m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বল,

$$F = -\frac{GmM'}{r^2} = -\frac{Gm\rho 4\pi r^3}{3r^2} = -\left(\frac{4\pi m G \rho}{3}\right)r \quad \dots \quad (6.24)$$

(এখনে ঝাগাতক চিহ্ন আকর্ষণ বল বোঝায়)

$$\frac{4\pi m G \rho}{3} = k = \text{ধ্রুবক} \quad \therefore F = -kr \quad (6.25)$$

সমীকরণ (6.25) থেকে দেখা যায় যে, বল, সরণ r এর সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী অর্থাৎ বস্তুটির গতি সরল দোলন গতি (৮.৩ অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)। অর্থাৎ বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রকে কেন্দ্র করে সরল দোলন গতিতে দুলতে থাকবে।

এখন এই সরল দোলন গতির পর্যায়কাল হচ্ছে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{G\rho 4\pi m}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

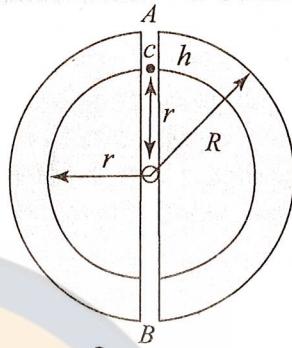
পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

$$\therefore T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}} = 5067 \text{ s} = 84.46 \text{ min}$$

সূতরাং বস্তুটির এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এর অর্ধেক সময় অর্থাৎ $\frac{84.46}{2} \text{ min} = 42.2 \text{ min}$ সময় লাগবে।

বস্তুটির অপর প্রান্তে পৌছানোর সময় বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

উল্লেখ্য যে, এ সমস্যাটি একেবারেই কাল্পনিক। পৃথিবীর ব্যাস বরাবর কোনো সূড়ঙ্গ তৈরি বাস্তবে একেবারেই সম্ভব নয়।



চিত্র : ৬.১৩

৬.১০ | মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র

Gravitational Field

এ মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চল জুড়ে এ মহাকর্ষীয় প্রভাব বিদ্যমান থাকে তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে। তাত্ত্বিকভাবে একটি বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা মহাকর্ষীয় তীব্রতা

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে না। বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা মহাকর্ষীয় তীব্রতা দিয়ে এই প্রভাব পরিমাপ করা হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে একটি পরীক্ষণীয় বস্তু স্থাপন করে তার উপর ক্রিয়াশীল বল দ্বারা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়। পরীক্ষণীয় বস্তু হিসেবে একক ভরের বস্তু নেয়া হয়। এই একক ভরের বস্তু যে বল লাভ করে তা দিয়েই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়।

সংজ্ঞা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

ব্যাখ্যা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে যদি সেটি F বল লাভ করে, তবে ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল হবে $\frac{F}{m}$ । সুতরাং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,

$$E_G = \frac{F}{m} \quad \dots \quad (6.26)$$

$$\text{বা, } F = m E_G \quad \dots \quad (6.27)$$

সুতরাং E_G মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তু রাখলে তার উপর mE_G বল ক্রিয়া করে।

দিক : যেহেতু মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য একক ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল, সুতরাং প্রাবল্যের দিক আছে এবং তাই এটি একটি ভেষ্টর রাশি। একক ভরের বস্তু যে দিকে বল লাভ করে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের দিক সে দিকে।

সুতরাং (6.26) সমীকরণকে ভেষ্টররূপে লেখা যায়

$$\vec{E}_G = \frac{\vec{F}}{m} \quad \dots \quad (6.28)$$

$$\text{এবং } \vec{F} = m \vec{E}_G \quad \dots \quad (6.28a)$$

মাত্রা ও একক : (6.15) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, বলের মাত্রাকে ভরের মাত্রাকে দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা পাওয়া যায় $[E_G] = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{M}} = \text{LT}^{-2}$ । আবার, বলের একককে ভরের একক দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের একক পাওয়া যায়। সুতরাং এ একক হচ্ছে N kg^{-1} । সুতরাং দেখা যাচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মাত্রা ও একক এবং ত্বরণের মাত্রা ও একক একই।

তাৎপর্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্য 5 N kg^{-1} বলতে বোঝায় ঐ বিন্দুতে স্থাপিত 1 kg ভরের বস্তু 5 N আকর্ষণ বল লাভ করবে। ঐ বিন্দুতে 3 kg ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে $3 \text{ kg} \times 5 \text{ N kg}^{-1} = 15 \text{ N}$.

পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সাথে সম্পর্কিত। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে m ভরের কোনো বস্তুর উপর মহাকর্ষীয় বল F হচ্ছে বস্তুটির ওজন $F = mg$ । আবার, ভূ-পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E_G হচ্ছে,

$$E_G = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

সুতরাং দেখা যায়, কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

সুতরাং যদি $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ হয় তবে $E_G = 9.8 \text{ N kg}^{-1}$ । অনুরূপভাবে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যেকোনো উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = 3.5 \text{ m s}^{-2}$ হলে, সেখানে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g' = 3.5 \text{ N kg}^{-1}$ । সুতরাং সাধারণভাবে বলা যায়, কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' \text{ m s}^{-2}$ হলে ঐ বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g' \text{ N kg}^{-1}$ ।

মহাকর্ষীয় বিভব

সংজ্ঞা : অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

ব্যাখ্যা : m ভরের কোনো বস্তুকে অসীম থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তবে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব

$$V = \frac{W}{m} \quad \dots \quad (6.29)$$

অসীমে মহাকর্ষীয় বিভবকে শূন্য ধরা হয়।

কাজ

যেহেতু বিভব হচ্ছে $\frac{\text{কাজ}}{\text{ভর}}$ এবং কাজের দিক নেই, সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবের কোনো দিক নেই। এটি একটি ক্ষেত্রাল রাশি।

মাত্রা ও একক : (6.29) সমীকরণ থেকে দেখা যায় কাজের মাত্রাকে ভরের মাত্রা দিয়ে ভাগ করলে V -এর মাত্রা পাওয়া যায়। অর্থাৎ L^2T^{-2}

কাজের একককে ভরের একক দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় বিভবের একক পাওয়া যায়। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবের একক হচ্ছে $J \text{ kg}^{-1}$ ।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের সম্পর্ক

ধরা যাক, A বিন্দুতে বিন্দু ভর M অবস্থিত। M এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B একটি বিন্দু (চিত্র : ৬.১৪)। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$E = G \frac{M \times I}{r^2} = \frac{GM}{r^2}, \text{ এর দিক } BA \text{ বরাবর। ধরা যাক, } B \text{ বিন্দুর বিভব}$$

V । এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি M ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল E এর ফলে বলের অভিমুখে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $Edr \cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন dV ও হবে তাই। সুতরাং

$$dV = Edr \cos 0^\circ$$

$$\therefore dV = Edr \quad \therefore E = \frac{dV}{dr}$$

যেহেতু মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ ধরা হয় অসীমে এবং এই সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য; সুতরাং অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে অর্থাৎ খণ্ডাত্মক হয় এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান বাড়তে থাকে। অতএব, উপরিউক্ত সমীকরণ হবে,

$$E = - \frac{dV}{dr} \quad \dots \quad (6.30)$$

অর্থাৎ দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা খণ্ডাত্মক অন্তরকাই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

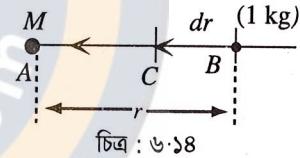
$$\text{আবার, } \frac{dV}{dr} = \vec{V}$$

অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য হচ্ছে মহাকর্ষীয় বিভবের খণ্ডাত্মক গ্রাডিয়েন্ট।

$$\therefore E = - \vec{V} \quad \dots \quad (6.31)$$

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের রাশিমালা

ধরা যাক, A বিন্দুতে M ভরের একটি বস্তু আছে (চিত্র : ৬.১৫)। এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করা হলো। এখন এই একক ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল তথা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,



চিত্র : ৬.১৪

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$E = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.32)$$

এর দিক হবে BA বরাবর।

বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব

ধরা যাক, A বিন্দুতে বিন্দু ভর M অবস্থিত। M ভর থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে (চিত্র : ৬.১৫)। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

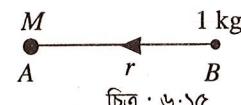
$$F = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}, \text{ এর দিক } BA \text{ বরাবর। ধরা যাক, } B \text{ বিন্দুর বিভব } V.$$

এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি M ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল F এর ফলে বলের অভিযুক্ত ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $Fdr \cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন dV ও হবে তাই। সূতরাং

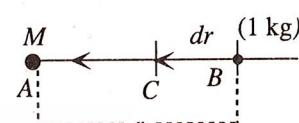
$$dV = Fdr \cos 0^\circ \\ = F dr$$

এখন এ সমীকরণকে $r = \infty$ থেকে $r = r$ এ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ বা সমাকলন করে B বিন্দুতে বিভব V পাই,

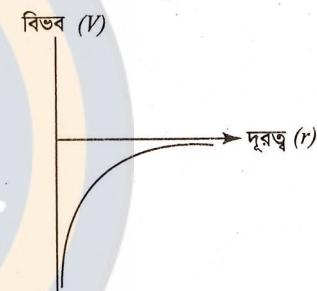
$$\begin{aligned} V &= \int_{\infty}^r F dr \\ &= \int_{\infty}^r \frac{GM}{r^2} dr = GM \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} \\ &= GM \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = GM \left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} \right] \\ &\text{বা, } V = -\frac{GM}{r} \quad \dots \quad (6.33) \end{aligned}$$



চিত্র : ৬.১৫



চিত্র : ৬.১৬



চিত্র : ৬.১৭

এ খণ্ডাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য। অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগোতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ খণ্ডাত্মক হয়। আর পৃথিবীপৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় বিভবের মান হবে $-\frac{GM}{R}$, এখানে R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। দূরত্বের সাথে বিভবের পরিবর্তন (৬.১৭) চিত্রে দেখানো হয়েছে।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, E

সমীকরণ (6.30) থেকে আমরা জানি,

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

(6.33) সমীকরণ থেকে V এর মান বসিয়ে,

$$E = -\frac{d}{dr} \left(\frac{-GM}{r} \right)$$

$$= GM \frac{d}{dr} (r^{-1})$$

$$= GM \left(-\frac{1}{r^2} \right)$$

$$\therefore E = -\frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.34)$$

G ও M এর হলে,

$$E \propto \frac{1}{r^2} \quad \dots \quad (6.35)$$

সমীকরণ (6.34) থেকে দেখা যায় যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য দূরত্বের বর্গের ব্যন্তিমানে পরিবর্তিত হয়। ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়।

মহাকর্ষীয় বিভবশক্তি

আমরা জানি, M ভরের একটি বস্তু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব V হচ্ছে অসীম থেকে একক ভরকে ঐ বিন্দুতে আনতে কৃতকাজ। অর্থাৎ

$$V = - \int_{\infty}^r Edr = - \int_{\infty}^r -\frac{M}{r^2} G dr = -\frac{M}{r} G$$

স্পষ্টত এটাই হচ্ছে M ভরের বস্তু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে একক ভরের বিভব শক্তি।

সুতরাং ঐ বিন্দুতে m ভরের বিভব শক্তি,

$$U = mV = -\frac{MmG}{r} \quad \dots \quad (6.36)$$

লক্ষ্যণীয় যে, মহাকর্ষীয় বিভব (V) এবং বিভব শক্তি (U) উভয়ই ঋণাত্মক এবং এদের সর্বোচ্চ মান শূন্য হয় অসীমে। এ থেকে প্রতিয়মান হয় যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে বল সর্বদা আকর্ষণধর্মী হয় কখনোই বিকর্ষণধর্মী হয় না।

৬.১১। মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ

Applications of Law of Gravitation

মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে গোলকের ভিতরে ও বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় করা যায়। এখানে আমরা একটি সূষ্ম নিরেট গোলকের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করবো।

(ক) সূষ্ম নিরেট গোলকের বাইরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

বিভব : চিত্র ৬.১৮ বিবেচনা করা যাক। এটি একটি সূষ্ম নিরেট গোলক। এর ভর M , ব্যাসার্ধ a এবং ঘনত্ব ρ । আমরা এর জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করব। ধরা যাক $OP = r$.

এই গোলকের সাথে x ও $x + dx$ ব্যাসার্ধের দুটি সমকেন্দ্রিক গোলক আঁকা হলো। এ দুটি গোলকের মধ্যে $4\pi x^2 dx$ আয়তনের একটি গোলকীয় খোলক আবদ্ধ রয়েছে।। প্রদত্ত গোলকের আয়তন হলো $\frac{4}{3}\pi a^3$ । সুতরাং গোলকের উপাদানের

$$\text{ঘনত্ব } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

১ খোলকের আয়তন = খোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল \times খোলকের পুরুত্ব বা বেধ
 $= x$ ব্যাসার্ধের গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল \times পুরুত্ব
 $= 4\pi x^2 \times dx$
 $= 4\pi x^2 dx$

সুতৰাং খোলকের ভৱ হলো,

$$dm = খোলকের ঘনত্ব \times গোলকের আয়তন
= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3} \times 4\pi x^2 dx = \frac{3M}{a^3} x^2 dx.$$

সুতৰাং খোলকের জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব হলো,

$$dV = -\frac{Gdm}{r}$$

$$\text{বা, } dV = -\frac{G \cdot 3M}{ra^3} x^2 dx$$

সুতৰাং সম্পূর্ণ গোলকের জন্য বিভব পাওয়া যাবে, উপরিউক্ত রাশিকে $x = 0$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে যোগজীকৰণ করে,

$$\begin{aligned} \text{অতএব, বিভব } V &= \int_0^a -\frac{G}{r} \cdot \frac{3M}{a^3} x^2 dx \\ &= -\frac{3GM}{a^3 r} \int_0^a x^2 dx = -\frac{3GM}{a^3 r} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^a \\ &= -\frac{3GM}{3a^3 r} [a^3 - 0] \\ \text{সুতৰাং } V &= -\frac{GM}{r} \end{aligned} \quad \dots \quad (6.37)$$

প্রাবল্য : দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হার বা ঝণাঞ্চক অন্তরকাই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

$$\therefore P \text{ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, } E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{-GM}{r} \right)$$

$$= GM \frac{d}{dr} (r^{-1})$$

$$= GM \left(-\frac{1}{r^2} \right)$$

$$\therefore E = -\frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.38)$$

এখানে ঝণাঞ্চক চিহ্ন আকৰ্ষণ বোঝায়। শুধু মান বিবেচনা করলে, $E = \frac{GM}{r^2}$

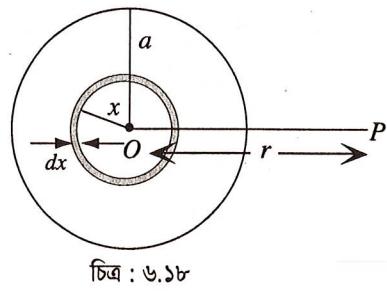
(খ) সুষম নিরেট গোলকের পৃষ্ঠে কোনো বিন্দুতে বিভব ও প্রাবল্য

বিন্দুটি গোলকের পৃষ্ঠে অবস্থিত হলে ৬.১৮ চিত্ৰানুযায়ী (6.37) এবং (6.38) সমীকৰণে $r = a$ বসিয়ে পাই,

$$\text{বিভব, } V = -\frac{GM}{a} \text{ এবং প্রাবল্য } E = -\frac{GM}{a^2}$$

(গ) সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

বিভব : ধৰা যাক, একটি নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে এর কেন্দ্ৰ O থেকে r দূৰে P একটি বিন্দু (চিত্ৰ : ৬.১৯)। এই বিন্দুতে বিভব নিৰ্ণয় কৰতে হবে। গোলকটিৰ ভৱ M , ব্যাসাৰ্ধ a এবং ঘনত্ব ρ ।



চিত্ৰ : ৬.১৮

O -কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধের একটি গোলক আঁকা হলো। ফলে সমগ্র নিরেট গোলকটি দুই ভাগে বিভক্ত হয়ে গেল। একটি r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক এবং অপরটি একটি পুরু খোলক যার ভিতরের ব্যাসার্ধ r এবং বাইরের ব্যাসার্ধ a । P বিন্দুটি r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকটির উপরে এবং পুরু গোলকটির অভ্যন্তরে অবস্থিত হবে। অতএব, P বিন্দুতে a ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলকটির দরুণ বিভব V_1 পুরু খোলকের দরুণ বিভব V_2 ।

$$\text{এখন } r \text{ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের আয়তন = } \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{এর ভর = } \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

এর দরুণ P বিন্দুতে বিভব,

$$V_1 = -\frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho G}{r} = -\frac{4}{3} \pi r^2 \rho G$$

এখন, P বিন্দুতে পুরু খোলকের দরুণ বিভব V_2 বের করতে হবে। পুরু খোলকটি অসংখ্য সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলক দ্বারা গঠিত বলে কল্পনা করা যেতে পারে। ধরা যাক, একটি পাতলা খোলকের ব্যাসার্ধ x এবং বেধ dx ।

অতএব, পাতলা খোলকটির আয়তন = $4\pi x^2 dx$ এবং এর ভর = $4\pi x^2 dx \rho$

এখন, আমরা জানি যে, পাতলা খোলকের অভ্যন্তরে যেকোনো বিন্দুতে খোলকটির দরুণ,

$$\text{বিভব} = -\frac{G \times \text{খোলকটির ভর}}{\text{খোলকটির ব্যাসার্ধ}}$$

P বিন্দুটি পাতলা খোলকের ভিতরে অবস্থিত হওয়ায় খোলকটির দরুণ P বিন্দুতে বিভব

$$= -\frac{G 4\pi x^2 dx \rho}{x} = -G 4\pi x dx \rho$$

যেহেতু পুরু খোলকটির ভিতরের ব্যাসার্ধ r এবং বাইরের ব্যাসার্ধ a , সুতরাং $x = r$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে উপরের বিভবকে যোগজীকরণ করলে P বিন্দুতে পুরু খোলকটির জন্য বিভব পাওয়া যাবে।

$$\therefore \text{পুরু খোলকটির দরুণ } P \text{ বিন্দুতে বিভব, } V_2 = \int_r^a -G 4\pi x dx \rho$$

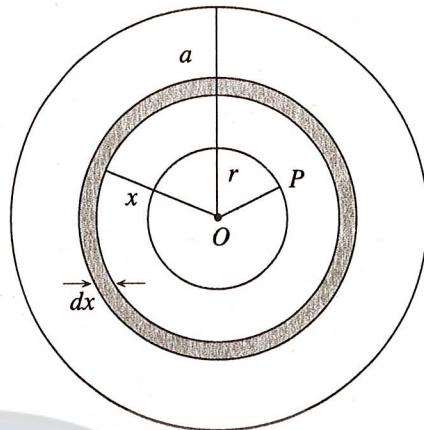
$$= -G 4\pi \rho \int_r^a x dx$$

$$= -G 4\pi \rho \left[\frac{x^2}{2} \right]_r^a = -2\pi G \rho (a^2 - r^2)$$

$$\text{এখন, } V = V_1 + V_2$$

$$= -\frac{4}{3} \pi r^2 \rho G - 2\pi G \rho (a^2 - r^2)$$

$$= -2\pi \rho G \left(\frac{2}{3} r^2 + a^2 - r^2 \right)$$



চিত্র : ৬.১৯

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{2}{3}\pi\rho G(2r^2 + 3a^2 - 3r^2) \\
 &= -\frac{2}{3}\pi\rho G(3a^2 - r^2) = -\frac{4}{3}\pi\rho a^3 G \frac{(3a^2 - r^2)}{2a^3} \\
 &\text{কিন্তু, } \frac{4}{3}\pi a^3 \rho = M = a \text{ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের ভর} \\
 &\therefore V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3} \quad \dots \quad (6.39)
 \end{aligned}$$

প্রার্বল্য : দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঝণাউক অন্তরকারী হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রার্বল্য।

$\therefore P$ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রার্বল্য,

$$\begin{aligned}
 E &= -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left[-\frac{GM}{2a^3} (3a^2 - r^2) \right] \\
 &= \frac{GM}{2a^3} \frac{d}{dr} (3a^2 - r^2) \\
 &\therefore E = -\frac{GM}{a^3} r \quad \dots \quad (6.40)
 \end{aligned}$$

এখানে ঝণাউক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়। শুধু মান বিবেচনা করলে, $E = \frac{GM}{a^3} r$

৬.১২। মুক্তি বেগ

Escape Velocity

উপর দিকে কোনো চিল ছোঁড়া হলে তা অভিকর্ষের টানে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। কিন্তু যদি কোনো বস্তুকে এমন বেগ দেওয়া যায়, তা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলকে অতিক্রম করতে পারে তাহলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে ছোঁড়া হলে তা পৃথিবীর অভিকর্ষ থেকে মুক্ত হয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে পারে তাই মুক্তি বেগ নামে পরিচিত।

সংজ্ঞা : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

মুক্তি বেগের মান : কোনো বস্তুকে এমন গতিশক্তি দিতে হবে যাতে সেটি পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে পারে। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোনো বস্তুকে অসীমে নিয়ে যেতে যে কাজ করতে হবে বস্তুটিকে নিষ্কেপের সময় সেই গতি শক্তি প্রদান করতে হবে। এরপ গতি শক্তি অর্জন করতে যে বেগ দিতে হবে তাই মুক্তি বেগ v_e ।

ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তুকে v_e বেগে উপরের দিকে নিষ্কেপ করা হলো। যখন বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে থাকে, তখন সেটি পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য তার কেন্দ্রের দিকে যে আকর্ষণ বল লাভ করবে, মহাকর্ষ সূত্রানুসারে তার মান,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

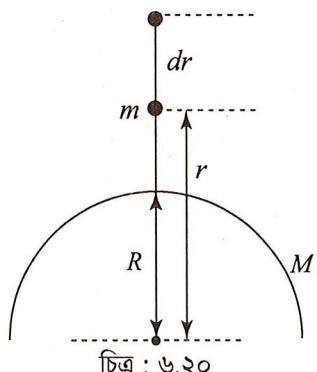
এখানে M হচ্ছে পৃথিবীর ভর (চিত্র : ৬.২০)। এখন বস্তুটিকে এই বলের বিরুদ্ধে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরাতে বস্তুটির গতিশক্তির বিনিময়ে যে কাজ dW করতে হবে তা হলো,

$$dW = F dr$$

$$\text{বা, } dW = \frac{GMm dr}{r^2}$$

সুতরাং বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ (যেখানে $r = R$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) থেকে অসীমে (যেখানে $r = \infty$) নিয়ে যেতে সম্পূর্ণ মোট কাজ হবে

$$W = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr$$



$$\begin{aligned}
 \text{বা, } W &= GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{\infty} \\
 \text{বা, } W &= GMm \left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} \right] \\
 \text{বা, } W &= \frac{GMm}{R} \quad \dots \quad \dots \quad (6.41)
 \end{aligned}$$

যদি বস্তুটিকে এ পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে হয় তাহলে এর নিক্ষেপের মুহূর্তে ন্যূনপক্ষে এ পরিমাণ গতিশক্তি থাকতে হবে। এ গতিশক্তির জন্য বস্তুটিকে যদি v_e বেগ দিতে হয়, তাহলে

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} m v_e^2 &= \frac{GMm}{R} \\
 \text{বা, } v_e^2 &= \frac{2GM}{R}
 \end{aligned}$$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad \dots \quad \dots \quad (6.42)$$

আবার ভূ-পৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$; সূতরাং সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2} R} = \sqrt{2gR} \quad \dots \quad \dots \quad (6.43)$$

(6.42) এবং (6.43) সমীকরণদ্বয় পৃথিবীর ক্ষেত্রে মুক্তিবেগের জন্য প্রতিপাদন করা হলেও এই মহাবিশ্বের যেকোনো গ্রহ বা উপগ্রহের জন্য প্রযোজ্য হবে। সেক্ষেত্রে g, R, M হবে ঐ গ্রহ বা উপগ্রহের যথাক্রমে অভিকর্ষজ ভূরণ, ব্যাসার্ধ এবং ভর।

পৃথিবীতে মুক্তি বেগের মান

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং

ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8$ m s⁻² ধরে

$$\begin{aligned}
 v_e &= \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\
 &= 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}
 \end{aligned}$$

অতএব, কোনো বস্তুকে ন্যূনতম 11.2 km s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে। (6.42) বা (6.43) সমীকরণে দেখা যায়, মুক্তি বেগের রাশিমালায় বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। এ থেকে দেখা যায়, বস্তু ছোট বা বড় যাই হোক না কেন তাকে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চিরকালের জন্য চলে যেতে হলে একই বেগ দিতে হবে।

৬.১৩। মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার

Uses of Law of Gravitation

কৃত্রিম উপগ্রহ

মহাকর্ষ সূত্রের একটি প্রধান ব্যবহার হলো কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীর চারদিকে নির্দিষ্ট কক্ষ পথে প্রদক্ষিণে। মানুষের পাঠানো যেসব বস্তু বা মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরে এদের বলা হয় কৃত্রিম উপগ্রহ। রকেটের সাহায্যে এদের উৎক্ষেপণ করা হয়। পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীয় আকর্ষণ এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। অভিকর্ষের টানের প্রভাবে চাঁদের মতো এরা এদের কক্ষপথে ঘোরে। নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরার জন্য এদের প্রয়োজনীয় দ্রুতি থাকতে হয়। নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপনের আগে উপগ্রহটিকে সাময়িকভাবে যে কক্ষপথে ঘোরানো হয় তাকে পার্কিং কক্ষপথ (parking orbit) বলে।

সম্প্ৰসাৱিত কৰ্মকাণ্ড

কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ বেগ ও আৰ্বতনকাল এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্ৰদক্ষিণৰত কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ বেগ নিম্নোক্ত উপায়ে হিসাব কৰা যায়। বৃত্তাকাৰ পথে v সমদ্বিতীয়ে আৰ্বতনৰত কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ কেন্দ্ৰমুখী বল হবে,

$$F = \frac{mv^2}{(R + h)} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.44)$$

এখানে m = কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ ভৰ, R = পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, h = ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ উচ্চতা। কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ উপৰ পৃথিবীৰ আকৰ্ষণ বল অৰ্থাৎ অভিকৰ্ষ বলই এই কেন্দ্ৰমুখী বল যোগায়। পৃথিবীৰ ভৰ M হলে অভিকৰ্ষ বল,

$$F = \frac{GMm}{(R + h)^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.45)$$

গতীয় সাময়েৰ জন্য (6.44) ও (6.45) সমীকৰণ থেকে আমৰা পাই,

$$\frac{mv^2}{(R + h)} = \frac{GMm}{(R + h)^2} \quad \text{বা, } v^2 = \frac{GM}{(R + h)}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.46)$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)^2} \times (R + h)}$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ ভৰণ g' হলে

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \therefore v = \sqrt{g' \times (R + h)} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.47)$$

$$\text{আবাৰ, } v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times \frac{R^2}{(R + h)}}$$

$$\therefore v = R \sqrt{\frac{g}{R + h}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.48)$$

এই সমীকৰণ থেকে কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ বৈধিক বেগ v হিসাব কৰা যায়।

সাধাৱণত কৃত্ৰিম উপগ্ৰহকে তাৰ আৰ্বতনকালেৰ হিসেবে বিভিন্ন উচ্চতায় পাঠানো হয়ে থাকে। কোনো কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ আৰ্বতনকাল T হলে অৰ্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে একবাৰ সম্পূৰ্ণ প্ৰদক্ষিণ কৰতে T সময় লাগলে এৰ বৈধিক বেগ হবে,

$$v = \frac{2\pi(R + h)}{T} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.49)$$

এখন (6.46) সমীকৰণে (6.49) সমীকৰণ স্থাপন কৰে আমৰা পাই,

$$\frac{2\pi(R + h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi(R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.50)$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{4\pi^2 \frac{(R + h)^3}{GM}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } T^2 &= \frac{4\pi^2 (R + h)^3}{GM} \\
 \text{বা, } (R + h)^3 &= \frac{GMT^2}{4\pi^2} \\
 \therefore h &= \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R \quad \dots \quad (6.51)
 \end{aligned}$$

কৃত্রিম উপগ্রহকে বিভিন্ন কাজে ব্যবহার করা হয়। এদের মধ্যে প্রধান হলো যোগাযোগ, প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান, বস্তু গবেষণা, গোয়েন্দাগিরি, পরিবহন চলাচল।

ভূ-স্থির উপগ্রহ

একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কথা বিবেচনা করা যাক—যার আবর্তনকাল পৃথিবীর আহিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা। পৃথিবীর আবর্তনকাল ও উপগ্রহটির আবর্তনকাল সমান হওয়ায় পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থির মনে হবে। পৃথিবী থেকে উৎক্ষেপণ করার পর পৃথিবীর যে স্থানের খাড়া উপর থেকে একে ব্রত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয়, এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় অবস্থান করবে বলে মনে হবে; কারণ পৃথিবীর নিজের অক্ষের উপর একবার ঘূরতে যে সময় লাগে, উপগ্রহটিরও পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে ঐ সময় লাগবে। পৃথিবী নিজের অক্ষের উপর যে দিকে আবর্তন করে এই সকল উপগ্রহও সেই দিকে আবর্তন করে অর্থাৎ পশ্চিম থেকে পূর্ব দিকে। এ সকল উপগ্রহের কক্ষ পথের সমতল আর পৃথিবীর বিষুব রেখার সমতল একই হতে হয়।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা ও বেগ

ভূ-স্থির অর্থাৎ 24 ঘণ্টা আবর্তনকালের কোনো উপগ্রহের ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা h হবে পূর্ববর্তী সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ডের (6.51) সমীকরণ অনুসারে M, R, T ও G এর নিম্নোক্ত মান ধরে,

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}, T = 24 \times 3600 \text{ s}, G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\begin{aligned}
 h &= \left[\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (24 \times 3600 \text{ s})^2}{4 \times \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\
 &= 3.6 \times 10^7 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$= 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

এবং (6.46) সমীকরণে মান বসিয়ে বেগ v হবে,

$$\begin{aligned}
 v &= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m})}} \\
 &= 3.08 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \\
 &= 3.08 \text{ km s}^{-1}
 \end{aligned}$$

কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি : m ভরের একটি উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অবস্থিত হলে, $r = R + h$, এখানে $R =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। সুতরাং উপগ্রহের গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R+h}$

$$\therefore K = \frac{GMm}{2(R+h)} \quad \dots \quad (6.52)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : মুক্তিবেগের সাথে একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগের সম্পর্ক স্থাপন কর।

(6.46) সমীকরণ থেকে আমরা যেকোনো কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগ পাই,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠের নিকটবর্তী হলে R -এর তুলনায় h উৎক্ষেপণীয় ক্ষুদ্র হয়। সেক্ষেত্রে উৎক্ষেপণ বেগের রাশিমালা

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \\ \text{বা, } v = \sqrt{gR} \quad \dots \quad \dots \quad (6.53)$$

আবার, মুক্তিবেগ

$$v_e = \sqrt{2gR} \\ \therefore \frac{v}{v_e} = \frac{\sqrt{gR}}{\sqrt{2gR}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \\ \therefore v = 0.707v_e \quad \dots \quad \dots \quad (6.54)$$

অর্থাৎ মুক্তিবেগের 0.707 গুণ বেগে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে সেটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে।

পৃথিবীর জন্য, $v_e = 11.2 \text{ km s}^{-1}$

∴ একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ,

$$v = 0.707 \times 11.2 \text{ km s}^{-1} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে v বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করলে পৃথিবীর আকর্ষণ বলের প্রভাবে বস্তুটির গতি কেমন হবে তা' নিচে ব্যাখ্যা করা হলো :

(১) যদি $v^2 < \frac{v_e^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} অপেক্ষা কম হয়, তবে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে।

(২) যদি $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} হয়, তবে বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে এবং চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে।

(৩) যদি $v^2 > \frac{v_e^2}{2}$ কিন্তু $v^2 < v_e^2$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} হতে 11.2 km s^{-1} এর মধ্যে থাকে, তবে পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে থাকবে।

(৪) যদি $v = v_e$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 11.2 km s^{-1} অর্থাৎ মুক্তি বেগের সমান হয়, তবে বস্তুটি একটি পরাবৃত্ত (parabola) পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে।

(৫) যদি $v > v_e$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তি বেগ অপেক্ষা বেশি হয়, তবে বস্তু অধিবৃত্ত (hyperbola) পথে পৃথিবী-পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না।

প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান : পৃথিবী পর্যবেক্ষণকারী কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে এ কাজটি করা হয়। এ উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠের সূম্পষ্ট চিত্র দিতে পারে। পৃথিবীর কোথায় কোনো প্রাকৃতিক সম্পদ যেমন বনজ সম্পদ, প্রাণী সম্পদ, পানি সম্পদ, কৃষি সম্পদ ইত্যাদি আছে তার অনুসন্ধান এ উপগ্রহ দিতে পারে। অনেক দুর্গম্য জায়গায় অনুসন্ধানে এ উপগ্রহ ব্যবহৃত হয়। এ ছাড়া কোনো মাঠে কোনো ফসল ভালো হচ্ছে, কোনো জাহাজের যাত্রা পথে হিমবাহ আছে তার সন্ধানও এ উপগ্রহ দিয়ে থাকে।

আবার পৃথিবীর আকৃতি, আঙ্কিক গতি ও ঘনত্বের পরিবর্তনের কারণে বিভিন্ন স্থানে g -এর মানের পরিবর্তন হয়। প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ভূ-পৃষ্ঠে g -এর মানের এ তারতম্যকে ব্যবহার করা হয়। সাম্প্রতিক সময়ে g -এর পরিবর্তন লক্ষ্য করে তেল গ্যাস অনুসন্ধানে কার্যকর ভূমিকা রাখা হচ্ছে। ভূ-অভ্যন্তরে কোনো স্থানের ঘনত্ব কাঙ্ক্ষিত ঘনত্বের চেয়ে বেশি হলে সেখানে ভারী পদার্থের উপস্থিতি আশা করা যায় এবং সেখানে g -এর মান স্থানীয় মানের চেয়ে বেশি হবে। আবার তেল

বা গ্যাস জাতীয় পদার্থ থাকলে g -এর মান কম হয়। এভাবে g -এর মাপ করে মহাকর্ষ সূত্রকে প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ব্যবহার করা হয়।

যোগাযোগ উপর্যুক্তি : আজকাল আমরা ঘরে বসে টেলিভিশনে পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে অনুষ্ঠিত ক্রিকেট, ফুটবল, হাকি, ব্যাডমিন্টন, গলফ ইত্যাদি খেলা দেখতে পারি। পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে অনুষ্ঠিত বিশ্বকাপ ফুটবল বা ক্রিকেট, অলিম্পিক গেইম টেলিভিশনে দেখে থাকি। এছাড়া পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে যেমন সৌন্দি আরব, কুয়েত, আরব আমিরাত, ইংল্যান্ড, আমেরিকা, অস্ট্রেলিয়া, সিঙ্গাপুর, ফ্রাঙ্ক, জার্মানি, মালয়েশিয়া ইত্যাদি বিভিন্ন দেশে আমরা টেলিফোনে কথা বলে থাকি। এগুলো সম্ভব হয়েছে কৃত্রিম উপর্যুক্তির কারণে। আমরা যখন টেলিফোনে অন্য কোনো দেশে কারো সাথে কথা বলি তখন আমাদের দেশের কোনো ডিশ এরিয়েল থেকে একটি বেতার সঙ্কেত কৃত্রিম উপর্যুক্তি বেতার সঙ্কেতটিকে অপর দেশের কোনো একটি ডিশ এরিয়েলে পাঠায়ে দেয়। সেখান থেকে যার সাথে কথা বলছি তার টেলিফোনে পৌছায়।

দূরদেশের টেলিভিশন অনুষ্ঠান দেখার বেলায়ও একই ঘটনা ঘটে। ঐ দেশের একটি টিভি সম্প্রচার কেন্দ্র থেকে একটি বেতার সঙ্কেত কৃত্রিম উপর্যুক্তি মাধ্যমে আমাদের টেলিভিশনে পৌছায়। যে দেশে খেলা হচ্ছে সে দেশ থেকে ডিশ এরিয়েলের মাধ্যমে একটি বেতার সঙ্কেত উপর্যুক্তি পাঠানো হয়। উপর্যুক্তি এ বেতার সঙ্কেতকে আমাদের দেশের কোনো ডিশ এরিয়েলে পাঠায়ে দেয়। সেখান থেকে আমাদের টেলিভিশনে পৌছায়। কৃত্রিম উপর্যুক্তি এখানে রিলে স্টেশনের কাজ করে। এছাড়া ই-মেইল, ফ্যাক্স পাঠাতে, কোনো ওয়েবসাইট ব্রাউজ করতে কৃত্রিম উপর্যুক্তি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে দেশ বিদেশের সাথে আমাদের যোগাযোগকে সম্ভব ও সহজ করেছে। আমাদের দেশে যেসব প্রাইভেট টেলিভিশন চ্যানেল রয়েছে এরা কৃত্রিম উপর্যুক্তি মাধ্যমে এদের অনুষ্ঠান সম্প্রচার করে। এ জন্য এদের স্যাটেলাইট (উপর্যুক্তি) টেলিভিশন বলা হয়।

বস্তু গবেষণা : বস্তু গবেষণার ক্ষেত্রেও কৃত্রিম উপর্যুক্তি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। পৃথিবীর বিভিন্ন বস্তু ও প্রাকৃতিক ঘটনা, মহাকাশের বিভিন্ন ঘটনা ও বস্তু সম্পর্কে গবেষণা উপর্যুক্তি ও তথ্য সংগ্রহ করে প্রেরণ করে। গবেষকগণ সে তথ্য ও উপাত্ত নিয়ে গবেষণা করেন। মাটি, পানি, বায়ু দূষণ নির্ণয়, ফসলের রোগবালাই সম্পর্কে তথ্য ও চিত্র প্রেরণ করে কৃত্রিম উপর্যুক্তি গবেষণায় সহায়তা করে। কৃত্রিম উপর্যুক্তি রাখা টেলিফোপ মহাবিশ্ব সম্পর্কে বিভিন্ন অজানা তথ্য জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের দিয়ে তাদের গবেষণাকর্মকে সহায়তা ও সমৃদ্ধি করে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	6.1	$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$	৬.৩
২	6.7	$g = \frac{GM}{R^2}$	৬.৭
৩	6.9	$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$	৬.৮
৪	6.13	$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right)g$	৬.৮
৫	6.15	$g' = \frac{4}{3} G\pi (R-h)\rho$	৬.৮
৬	6.19	$g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$	৬.৮
৭	6.20	$g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$	৬.৮
৮	6.21	$M = \frac{gR^2}{G}$	৬.৮

৯	6.22	$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$	৬.৮
১০	6.26	$E_G = \frac{F}{m}$	৬.১০
১১	6.33	$V = -\frac{GM}{r}$	৬.১০
১২	6.42	$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$	৬.১২
১৩	6.43	$v_e = \sqrt{2gR}$	৬.১২
১৪	6.46	$v = \sqrt{\left(\frac{GM}{R+h}\right)}$	৬.১৩
১৫	6.47	$v = \sqrt{g'(R+h)}$	৬.১৩
১৬	6.48	$v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}$	৬.১৩
১৭	6.49	$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$	৬.১৩
১৮	6.50	$T = 2\pi(R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$	৬.১৩
১৯	6.51	$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R$	৬.১৩
২০	6.52	$K = \frac{GMm}{2(R+h)}$	৬.১৩
২১	6.54	$v = 0.707 V_e$	৬.১৩

সার-সংক্ষেপ

মহাকর্ষ সূত্র : মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু কণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যজ্ঞানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক : একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে বলে পরম্পরাকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

কেপলারের সূত্র :

প্রথম সূত্র : কক্ষের সূত্র : প্রতিটি ধ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে (focus) রেখে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরে।

দ্বিতীয় সূত্র : ক্ষেত্রফলের সূত্র : গৃহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

তৃতীয় সূত্র : আবর্তনকালের সূত্র : সূর্যের চারদিকে প্রতিটি ধ্রহের আবর্তনকালের বর্গ ধ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের ঘনফলের সমানুপাতিক।

অভিকর্ষ : পৃথিবী ও অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

অভিকর্ষজ ত্বরণ : অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়স্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

অভিকর্ষ কেন্দ্র : একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র : কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে সেটি যে বল লাভ করে তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

মহাকর্ষীয় বিভব : অসীম থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

মুক্তি বেগ : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১। 10 g এবং 20 g ভরের দুটি বস্তুকে 5 m দূরে রাখা হলো। যদি মহাকর্ষীয় প্রভবক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{বা, } F = \frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 10^{-2} \text{ kg} \times 2 \times 10^{-2} \text{ kg}}{(5 \text{ m})^2}$$

$$= 5.36 \times 10^{-16} \text{ N}$$

$$\text{উ: } 5.36 \times 10^{-16} \text{ N}$$

এখানে,

$$1\text{ম বস্তুর ভর, } m_1 = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$$

$$2\text{য বস্তুর ভর, } m_2 = 20 \text{ g}$$

$$= 2 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\text{দূরত্ব, } d = 5 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় প্রভবক,

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.২। মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং ভর 0.11 গুণ।

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} । মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{মঙ্গলের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \quad (2)$$

ধরা যাক,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e

$$\therefore \text{মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, } R_m = 0.532 R_e$$

পৃথিবীর ভর, M_e

$$\therefore \text{মঙ্গলের ভর, } M_m = 0.11M_e$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_m = ?$$

(1) সমীকরণকে (2) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{M_m}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_m^2} \times g_e \dots (3)$$

(3) সমীকরণে মান বসিয়ে আমরা পাই,

$$g_m = \frac{0.11 M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(0.532 R_e)^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 3.8 \text{ m s}^{-2}$$

উ: 3.8 m s^{-2}

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6371 km এবং ভর $5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$ । পৃথিবীর সর্বোচ্চ পর্বতশৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.848 km হলে এভারেস্টের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

$$[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

আমরা জানি,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.371 \times 10^6 \text{ m} + 8.848 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 9.796 \text{ m s}^{-2}$$

উ: 9.796 m s^{-2}

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6371 \text{ km}$$

$$= 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{এভারেস্টের উচ্চতা, } h = 8.848 \text{ km}$$

$$= 8.848 \times 10^3 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g' = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৪। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক-শতাংশ হবে? পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর।

আমরা জানি,

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে } g = \frac{GM}{R^2} \dots (1)$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \dots (2)$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g

$$\therefore h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g' = \frac{g}{100}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = ?$$

(2) সমীকরণকে (1) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{100g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } (R+h)^2 = 100 R^2 \quad \text{বা, } R+h = 10 R$$

$$\text{বা, } h = 9 R$$

$$= 9 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 57.6 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উ: } 57.6 \times 10^6 \text{ m}$$

গাণিতিক উদাহরণ : ৬.৫। ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা গেলে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের কী পরিবর্তন হবে?

আমরা জানি, পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = G \frac{M}{R^2}$ । ভর অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসার্ধ অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{R}{2}$ করা হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R/2)^2} = 4 \frac{GM}{R^2} = 4g$

উ: অভিকর্ষজ ত্বরণ 4 গুণ হয়ে যাবে।

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৬। পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল।

(ক) সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর।

(খ) পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের ক্রিয়া পরিবর্তন হবে? [কু. বো. ২০১৭]

সমাধান : (ক) আমরা জানি,

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3} \quad \therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 365 \text{ day} \times \left(\frac{\frac{R_1}{2}}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 129 \text{ day}$$

অর্থাৎ পরিবর্তিত ক্ষেত্রে এক বছরে দিনের সংখ্যা হবে 129।

(খ) আমরা জানি, পৃথিবীর আঙ্কিক গতি বিবেচনায় λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0$

$$\therefore g_0 = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে, নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি, $\Delta g = g - g_0 = \omega^2 R \cos^2 \lambda$

$$= \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{8600 \text{ s}}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 0.0338 \text{ m s}^{-2}$$

নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g_0 = 9.78 \text{ m s}^{-2}$

\therefore পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোনো বস্তুর ওজন বৃদ্ধি পাবে

$$= \frac{m \times 0.0338}{mg} = \frac{0.0338}{9.78} = 3.46 \times 10^{-3}$$

ওজন বৃদ্ধির শতকরা হার $= 3.46 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.346\%$

উ: (ক) 129 দিন; (খ) ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৭। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারাদিকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আঙ্কিক গতি বলে। পৃথিবীর ইই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s^{-2} ।

(ক) পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) বিশুর অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কীরণ পরিবর্তন করতে হবে? বিশেষণ কর। [ব. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_{45} &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \\ &\quad \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times \frac{1}{2} \\ &= 9.783 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ}, \omega &= \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad s}^{-1} \\ &= 7.2722 \times 10 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{অক্ষাংশ}, \lambda = 45^\circ$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$45^\circ \text{ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g_{45} = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_\lambda &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ \text{বা}, \quad 0 &= 9.8 \text{ m s}^{-2} - \omega^2 R \times 1 \\ \text{বা}, \quad \omega^2 &= \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ \therefore \omega &= 1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ}, \omega = 7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{বিশুর অঞ্চলে অক্ষাংশ}, \lambda = 0^\circ$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{বিশুর অঞ্চলে}, g_\lambda = 0$$

$$\text{কৌণিক বেগ}, \omega_\lambda = ?$$

অর্থাৎ পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\frac{1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}}{7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}}$ বা 17.06 গুণ বৃদ্ধি করলে বিশুর অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হবে।

উ: (ক) 9.783 m s^{-2} ; (খ) পৃথিবীর কৌণিক বেগ 17.06 গুণ বৃদ্ধি করতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৮। পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ বের কর। (দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$)

আমরা জানি,

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} \\ &= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 1.6 \times 10^6 \text{ m})}} \\ &= 7.09 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

উ: $7.09 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ভর}, M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$$

$$= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা}, h = 1600 \text{ km}$$

$$= 1.6 \times 10^6 \text{ m}$$

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ}, v = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৯। নিচের চিত্রে পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ । কৃতিম উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 690 km উপরে অবস্থিত।



(ক) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত?

(খ) উপগ্রহটিকে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 800 km উচ্চতায় সরালে এর আবর্তনকালের কী পরিবর্তন হবে?

[য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m}}} \\ &= 7513.04 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

(খ) ধরা যাক, উপগ্রহের পর্যায়কাল, T

$$\begin{aligned} \therefore T &= \sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}} \\ &= \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times (6.9 \times 10^5 \text{ m} + 6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\ &= 5929.5 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } T' = \sqrt{\frac{4\pi^2(h'+R)^3}{GM}}$$

$$\text{এখন, } h' = 8 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\therefore T' = \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times (8 \times 10^5 \text{ m} + 6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} = 6068.05 \text{ s}$$

$$\therefore T' > T$$

$$\therefore \Delta T = T' - T = 6068.05 \text{ s} - 5929.5 \text{ s} = 138.5 \text{ s} = 2.30 \text{ min বৃদ্ধি পাবে}$$

উ: (ক) 7513.04 m s^{-1} ; (খ) পর্যায়কাল 138.5 s বা, $2.30 \text{ min বৃদ্ধি পাবে।}$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{2gR} \\ &= \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

উ: 11.2 km s^{-1}

এখানে

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690 \text{ km} = 6.9 \times 10^5 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

পর্যায়কাল, $T = ?$

উপগ্রহের পরবর্তী উচ্চতা, $h' = 800 \text{ km}$

$$= 8 \times 10^5 \text{ m}$$

.. নতুন পর্যায়কাল, $T' = ?$

উপগ্রহের পর্যায়কালের পরিবর্তন, $\Delta T = T - T'$

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

মুক্তি বেগ, $v_e = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১১। চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $8 \times 10^6 \text{ m}$ । O বিন্দু এর কেন্দ্র। b এর পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে,

$$ao = ab = bc \text{ হয়। } [G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) উল্লেখিত ঘটনার পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর।

(খ) a ও c বিন্দুর মধ্যে কোণটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও।

[ব. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, মুক্তি বেগ,

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24} \text{ kg}}{8 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 14.15 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \\ &= 14.15 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

$$(খ) \text{ ধরা যাক, } ao = ab = bc = h = \frac{R}{2} = \frac{8 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

এবং গ্রহপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g । গ্রহপৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় a বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_a = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) = g \left(1 - \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 0.5 \text{ g}$$

এবং গ্রহ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় c বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

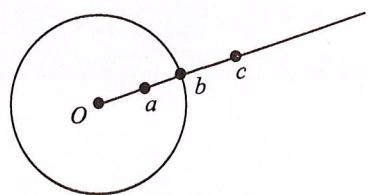
$$g_c = g \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} = g \left(1 + \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right)^{-2} = 0.44 \text{ g}$$

$$\therefore g_a = 1.44 g_c$$

সূতরাং $g_a > g_c \quad \therefore a$ বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি।

উ: (ক) 14.15 km s^{-1} ; (খ) a বিন্দুর অভিকর্ষজ ত্বরণ c বিন্দুর অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১২।



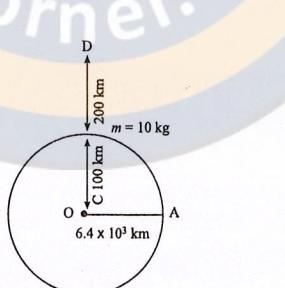
এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

গ্রহের ভর, $M = 12 \times 10^{24} \text{ kg}$

গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6 \text{ m}$

মুক্তি বেগ, $v_e = ?$



(ক) চিত্র লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত?

(খ) চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[ব. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপরে কোনো বিন্দুতে

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$

$= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = g \times \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m})^2}$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 2 \times 10^5 \text{ m}$
 D অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g' = ?$

$$= 9.215 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) আবার ভূ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতার কোনো বিন্দুতে

$$\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ } g' = g \times \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{1 \times 10^5 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= 9.65 \text{ m s}^{-2}$$

ভূ-পৃষ্ঠ আকর্ষণ বল তথা ওজন, $W = mg = 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 98 \text{ N}$

C অবস্থানে আকর্ষণ বল তথা ওজন $W' = m g' = 10 \text{ kg} \times 9.65 \text{ m s}^{-2} = 96.5 \text{ N}$

$\therefore W' < W \therefore C$ অবস্থানে পৃথিবীর আকর্ষণ বল কমে যাবে।

উ: (ক) 9.215 m s^{-2} ; (খ) C অবস্থানে আকর্ষণ বলের মান কমে যাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৩ | BTRC বঙবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উৎক্ষেপণের প্রস্তুতি নিচে। ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ । ঢাকায় $g = 9.78 \text{ m s}^{-2}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

$$[G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) বঙবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের বঙবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}}$$

$$= 3.079 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.1 \text{ km s}^{-1}$$

(খ) উপগ্রহটির পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi (R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

$$= 2\pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 86476 \text{ s} = 24.02 \text{ hr}$$

\therefore ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল পৃথিবীর আহিক গতির সমান অর্থাৎ 24 hr হওয়া প্রয়োজন এবং বঙবন্ধু-১ উপগ্রহের পর্যায়কাল 24.02 hr সুতরাং এটি ভূ-স্থির হবে।

উ: (ক) 3.1 km s^{-1} ; (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৪ | ভূ-পৃষ্ঠ হতে সেকেন্ড দোলকের একটিকে $2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেওয়া হলো। অপরটিকে $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরে একটি খণ্ডিতে নেওয়া হলো।

(ক) কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

উপগ্রহটির বেগ, $v = ?$

(খ) কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_s = g \times \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 5.69 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) আমরা জানি, ভূ-অভ্যন্তরে h গভীরতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_m' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) = 5.21 \text{ m s}^{-2}$$

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

এর দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2\text{s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4\pi^2} = 0.9929 \text{ m}$$

এখন এই দোলকের উপর্যুক্ত দোলনকাল T_s হলে,

$$T_s = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g_s}} = 2 \pi \sqrt{\frac{0.9929 \text{ m}}{5.69 \text{ m s}^{-2}}} = 2.625 \text{ s}$$

আবার এই দোলকের খনিতে দোলনকাল T_m হলে

$$T_m = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} = 2 \pi \sqrt{\frac{0.9929 \text{ m}}{5.21 \text{ s}}} = 2.743 \text{ s}$$

আমরা জানি, দোলনকাল বেশি হলে দোলক ধীরে চলে, যেহেতু $T_m > T_s$, সুতরাং খনিতে দোলকের দোলনকাল বেশি বলে সেটি খনিতে অধিক ধীরে চলবে।

উ: (ক) 5.69 m s^{-2} ; (খ) খনিতে ধীরে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৫।

পৃথিবীর ভর $= 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকর্ষীয় ক্রিয়ক প্রভাব $= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

(ক) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত?

(খ) যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। [ব. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.64 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m})}}$$

$$= 7.5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 7.5 \text{ km s}^{-1}$$

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

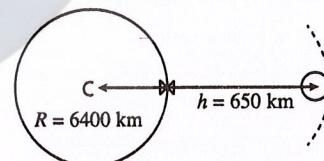
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপর্যুক্ত উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6 \text{ m}$

উপর্যুক্ত অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_s = ?$

খনির গভীরতা, $h = 3 \times 10^6 \text{ m}$

খনির গভীরতে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_m = ?$



এখানে,

মহাকর্ষীয় ক্রিয়ক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপর্যুক্ত উচ্চতা, $h = 650 \text{ km} = 6.5 \times 10^5 \text{ m}$

উপর্যুক্ত বেগ, $v = ?$

(খ) আমরা জানি, উপগ্রহের বর্তমান পর্যায়কাল

$$T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}}$$

$$\text{বা, } T = 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5889.119 \text{ s} = 1.64 \text{ h}$$

উপগ্রহটি 700 km উপরে উঠলে,

$$\text{পর্যায়কাল, } T' = 2 \times \pi \times (R + h') \times \sqrt{\frac{R + h'}{GM}}$$

$$\text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h' = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T' = ?$$

$$\text{পর্যায়কালের পরিবর্তন, } \Delta T = T' - T = ?$$

$$= 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5951.876 \text{ s} = 1.653 \text{ h}$$

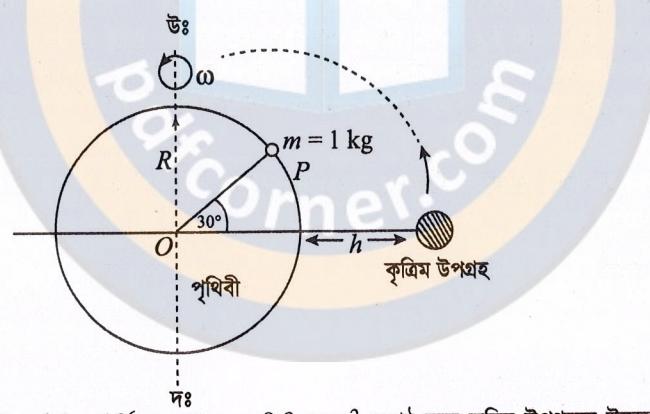
$$\Delta T = T' - T = 1.653 \text{ h} - 1.64 \text{ h}$$

$$= 0.013 \text{ h} = 46.8 \text{ s}$$

উপগ্রহটিকে 700 km উপরে নিলে পর্যায়কাল বৃদ্ধি পাবে এবং এই বৃদ্ধির পরিমাণ 46.8 s

উ: (ক) 7.5 km s^{-1} ; (খ) পর্যায়কাল 46.8 s বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৬।



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$. ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা

$h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$. পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘণ্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।

(ক) পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর।

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]

(ক) P বিন্দুতে g এর মান g_λ হলে, বল

$$F = mg_\lambda$$

$$\text{এখানে } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\text{এখানে } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \times 3600 \text{ s}} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore g_\lambda = 9.8 \text{ m s}^{-2} - (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times \cos^2 30^\circ$$

এখানে,

$$P \text{ বিন্দুর অক্ষাংশ, } \lambda = 30^\circ$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর পর্যায়কাল, } T = 24 \text{ h}$$

$$= 9.7746 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore F = 1\text{kg} \times 9.7746 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 9.7746 \text{ N}$$

$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } = 24 \times 3600 \text{ s}$ $\text{বস্তুর ভর, } m = 1 \text{ kg}$ $\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ $\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, }$ $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ $\text{অভিকর্ষ বল, } F = ?$

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল T এবং পৃথিবীর ভর M হলে,

$$T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}}$$

$$= 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 9337.83 \text{ s}$$

$$= 2.6 \text{ h}$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির মনে হতে হলে এর পর্যায়কাল 24 h হওয়া উচিত। কিন্তু এ পর্যায়কাল মাত্র 2.6 h হওয়ায় তাকে স্থির মনে হবে না।

উ: (ক) 9.7746 N ; (খ) স্থির মনে হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৭। একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400 kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পর্কে একটি লিফট দুই তলা হতে সাত তলার মধ্যে ওঠানামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3 m । উক্ত অফিসের একজনের ভর 45 kg এবং তিনি একদিন লিফটিতে চড়ে 2 m s^{-2} ত্বরণে ওঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} ।

(ক) লিফটিকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2 m s^{-1} সমবেগে ওঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্ব ক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে?

(খ) উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [ঢ. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$P = Fv$$

$$= mgv$$

$$= 400 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 2 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 7840 \text{ W} = \frac{7840}{746} \text{ hp}$$

$$\therefore P = 10.5 \text{ hp}$$

এখানে,

$$\text{আরোহীসহ লিফটের ভর, } m = 400 \text{ kg}$$

$$\text{সমবেগ, } v = 2 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{মোটরের ক্ষমতা, } P = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{প্রকৃত ওজন, } W = mg$$

$$= 4.5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 441 \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{ব্যক্তির ভর, } m = 45 \text{ kg}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{লিফটের ত্বরণ, } a = 2 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ব্যক্তির প্রকৃত ওজন, } W = ?$$

$$\text{উঠার সময় ব্যক্তির ওজন, } W_1 = ?$$

$$\text{নামার সময় ব্যক্তির ওজন, } W_2 = ?$$

লিফটটি ওঠার সময় ব্যক্তির ওজন, $W_1 = m(g + a) N$

$$= 45 \text{ kg} \times (9.8 \text{ m s}^{-2} + 2 \text{ m s}^{-2}) \\ = 531 \text{ N}$$

লিফটি নামার সময় ব্যক্তির ওজন,

$$\begin{aligned} W_2 &= m(g - a) \text{ N} \\ &= 45 \text{ kg} (9.8 \text{ m s}^{-2} - 2 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 351 \text{ N} \end{aligned}$$

লিফটি ওঠার সময়ে পরিমাপকৃত ওজন ব্যক্তির প্রকৃত ওজনের চেয়ে বেশি হবে এবং নিচে নামার সময় প্রকৃত ওজনের চেয়ে কম হবে। সুতরাং সেদিন উক্ত ব্যক্তির ওজন সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়নি।

উ: (ক) 10.5 hp ; (খ) সঠিকভাবে নির্ণয় করা যাবে না।

গাণিতিক উদাহরণ 6.18 । 5 kg ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে হতে মুক্তিবেগে নিক্ষেপ করায় সেটি মহাশূন্যের অন্য একটি গ্রহে পৌছায় যার ভর পৃথিবীর ভরের মৌলগুণ এবং ব্যাস পৃথিবীর ব্যাসার্ধের আটগুণ। (পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে ঐ বস্তুটিকে পুনরায় অন্য গ্রহে হতে মহাশূন্যে নিক্ষেপ করতে প্রয়োজনীয় মুক্তিবেগ ভূ-পৃষ্ঠের মুক্তিবেগের সমান হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও।

[অভিন্ন প্রশ্ন (ক কেট) ২০১৮]

(ক) আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g &= G \frac{M}{R^2} \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m})^2} \\ &= 9.77 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

(খ) ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ,

$$\begin{aligned} V_e &= \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 11.2 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ,

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G \times 16M_e}{4R_e}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 22.37 \text{ km s}^{-1} \\ \frac{v}{v_e} &= \frac{22.37 \text{ km s}^{-1}}{11.2 \text{ km s}^{-1}} = 2 \end{aligned}$$

বা, $v = 2v_e$

অর্থাৎ অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবেগের দিগুণ হবে, সমান হবে না।

উ: (ক) 9.77 m s^{-2} ; (খ) ভূ-পৃষ্ঠের মুক্তিবেগের সমান হবে না দিগুণ হবে।

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ভর}, M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}, R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{অন্যগ্রহের ভর}, M = 16M_e$$

$$= 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{অন্য গ্রহের ব্যাস}, D = 8R_e$$

$$\therefore \text{অন্য গ্রহের ব্যাসার্ধ}, R = 4R_e$$

$$= 4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}, G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ}, g = ?$$

গাণিতিক উদাহৰণ-৬.১৯। সূৰ্যোৱার চারদিকে শুক্ৰ ও পৃথিবীৰ কক্ষপথেৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ অনুপাত $54:75$ । পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছৰ হলে শুক্ৰতে কত দিনে এক বছৰ হবে ?

আমৰা জানি,

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$\text{বা, } T_1^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \times T_2^2$$

$$\therefore T_1^2 = \left(\frac{54}{75}\right)^3 \times (365 \text{ d})^2$$

$$\therefore T_1 = 223 \text{ d}$$

উৎ: 223 দিন।

গাণিতিক উদাহৰণ-৬.২০। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো লোকেৰ ওজন 648 N হলে তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাক্রমে চাঁদেৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধেৰ 81 এবং 4 শুণ। [চ. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০০৯]

আমৰা জানি, ওজন $W = mg$

$$\therefore \text{ভূ-পৃষ্ঠে, } W_e = mg_e \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{চাঁদেৰ পৃষ্ঠে, } W_m = mg_m \quad \dots \quad (2)$$

(2) সমীকৰণকে (1) সমীকৰণ দিয়ে ভাগ কৰে

$$\text{আমৰা পাই, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \quad \dots \quad (3)$$

$$\text{কিন্তু অভিকৰ্ষজ ত্বরণ, ভূ-পৃষ্ঠে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\text{এবং চাঁদেৰ পৃষ্ঠে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

সুতৰাং (3) সমীকৰণে দাঢ়ায়,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648 \text{ N} = 128 \text{ N}$$

$$\therefore W = W_e - W_m = 648 \text{ N} - 128 \text{ N} = 520 \text{ N}$$

উৎ: 520 N.

গাণিতিক উদাহৰণ-৬.২১। পৃথিবী পৃষ্ঠে g এৱে মান 9.8 m s^{-2} , পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ হলে পৃথিবীৰ ভৱ নিৰ্ণয় কৰ। [ঢ. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০০; সি. বো. ২০০২]

আমৰা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

এখানে,

পৃথিবীৰ পৰ্যায়কাল, $T_2 = 365 \text{ d}$

শুক্ৰ ও পৃথিবীৰ কক্ষপথেৰ ব্যাসাৰ্ধ, R_1 এবং R_2

$$\text{হলে } \frac{R_1}{R_2} = \frac{54}{75}$$

শুক্ৰেৰ পৰ্যায়কাল, $T_1 = ?$

এখানে,

ধৰা যাক, লোকেৰ ভৱ, m

চাঁদেৰ ভৱ, M_m

পৃথিবীৰ ভৱ, $M_e = 81 M_m$

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, R_e

চাঁদেৰ ব্যাসাৰ্ধ, R_m

$$\therefore R_e = 4R_m$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে ওজন, } W_e = 648 \text{ N}$$

চাঁদেৰ পৃষ্ঠে ওজন, W_m

চাঁদে হারাবো ওজন, $W = W_e - W_m = ?$

এখানে,

অভিকৰ্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকৰ্ষীয় শ্ৰবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীৰ ভৱ, $M = ?$

$$= \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$$

উ: $6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২২। মনে কর পৃথিবীর কক্ষপথ বৃত্তাকার যার ব্যাসার্ধ $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ । সূর্যের ভর নির্ণয় কর। দেওয়া আছে ১ বছর = 365 দিন এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

[ক. বো. ২০১১; ঘ. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$= \frac{4 \times \pi^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s})^2} \\ = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

উ: $2 \times 10^{30} \text{ kg}$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২৩। ভূ-পৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি রকেটকে 5 km s^{-1} দ্রুতিতে উৎক্ষেপণ করা হলো। রকেটটি ঠিক ফিরবার মুহূর্তে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পৌছবে তা বের কর।

(পৃথিবীর ভর = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$)

[বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

আমরা জানি, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সর্বাধিক x উচ্চতায় উঠতে কৃতকাজ রকেটটির গতিশক্তির সমান।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{2} mv^2 = GMm \int_R^x \frac{dr}{r^2}$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{2GM} = \left[-\frac{1}{r} \right]_R^x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{R} - \frac{1}{x} = \frac{v^2}{2GM}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{R} - \frac{v^2}{2GM}$$

$$= \frac{1}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} - \frac{(5000 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}} \\ = 1.250 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

$$\therefore x = 7.999 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = x - R = (7.999 - 6.4) \times 10^6 \text{ m} \\ = 1.599 \times 10^6 \text{ m}$$

উ: $1.599 \times 10^6 \text{ m}$

এখানে,

$$\text{কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \times 10^8 \text{ km} \\ = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 365 \text{ দিন} \\ = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক, } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

সূর্যের ভর, $M = ?$

এখানে,

রকেটের ভর = m

রকেটের বেগ, $v = 5 \text{ km s}^{-1} = 5000 \text{ m s}^{-1}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে রকেটের উচ্চতা, $x = ?$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে রকেটের উচ্চতা, $h = x - R = ?$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (○) ভরাট কর :

১। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্যের একক ?

(ক) N m^{-1}

(খ) N m

[দি. বো. ২০১৬]

(গ) m s^{-2}

(ঘ) m s^{-1}

- ২। নিচের কোনটি মহাকৰ্ষীয় প্ৰৰকেৰ একক নিৰ্দেশ কৰে ? [কু. ৰো. ২০১৬]
- (ক) $N m^2 kg^{-2}$ ○ (খ) $m^3 kg^{-1} s^{-1}$ ○
 (গ) $m^2 kg^{-2} s^{-1}$ ○ (ঘ) $N m^{-1} kg^{-1}$ ○
- ৩। মহাকৰ্ষীয় প্ৰৰকেৰ মাত্ৰা— [চা. বি. ২০০৫-২০০৬, ২০১৬-২০১৭, ২০১০-২০১১; কু. ৰো. ২০১৭; রা. ৰো. ২০১৯]
- (ক) $M^2 L^2 T^{-2}$ ○ (খ) $ML^3 T^{-2}$ ○
 (গ) $M^{-1} L^3 T^{-2}$ ○ (ঘ) $M^{-1} L^2 T^{-2}$ ○
- ৪। কোনো গ্ৰহেৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাক্রমে পৃথিবী ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধেৰ অৰ্ধেক হলে ঐ গ্ৰহেৰ পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ তুৱণ হবে পৃথিবী পৃষ্ঠেৰ অভিকৰ্ষজ তুৱণে—
- (ক) দ্বিগুণ ○ (খ) সমান ○
 (গ) অৰ্ধেক ○ (ঘ) এক-চতুৰ্থাংশ ○
- ৫। পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ (R) এৰ তুলনায় কত গতীৱতায় অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ মান ভূ-পৃষ্ঠেৰ অভিকৰ্ষজ তুৱণেৰ অৰ্ধেক হবে ? [চ. ৰো. ২০১৬]
- (ক) $R/2$ ○ (খ) $R/4$ ○
 (গ) $R/8$ ○ (ঘ) $R/6$ ○
- ৬। কোনো বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেৰং অঞ্চলেৰ দিকে নিয়ে গোলে এৰ ওজন কী হয় ?
- (ক) বাড়তে থাকে ○ (খ) কমতে থাকে ○
 (গ) একই থাকে ○ (ঘ) কোনোটিই নয় ○
- ৭। ভূ-স্থিৱ উপগ্ৰহ হচ্ছে সেই উপগ্ৰহ যা—
- (ক) অন্যান্য সকল উপগ্ৰহেৰ ন্যায় আপন অক্ষেৰ চাৰদিকে পৃথিবীৰ ঘূৰ্ণনেৰ বিপৰীত দিকে ঘুৱে ○
 (খ) যা একটা সুবিধাজনক উচ্চতায় আপন অক্ষেৰ চাৰদিকে পৃথিবীৰ সমান কৌণিক বেগে পৃথিবীৰ ঘূৰ্ণনেৰ দিকে ঘুৱে ○
 (গ) পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে একটা নিৰ্দিষ্ট উচ্চতায় স্থিৱ অবস্থায় থাকে বলে মনে হয় ○
 (ঘ) উপৱেৰ কোনোটিই নয় ○
- ৮। একটি ভূ-স্থিৱ উপগ্ৰহেৰ পৰ্যায়কাল কত ? [চ. ৰো. ২০১৫; সি. ৰো. ২০১৬]
- (ক) ১ ঘণ্টা ○ (খ) ১ দিন ○
 (গ) ১ মাস ○ (ঘ) ১ বছৰ ○
- ৯। নিচেৰ কোনটি মহাকৰ্ষীয় বিভবেৰ একক নিৰ্দেশ কৰে ?
- (ক) $N m kg^{-1}$ ○ (খ) $J kg$ ○
 (গ) $kg J^{-1}$ ○ (ঘ) $N m^{-1} kg^{-1}$ ○
- ১০। মহাকৰ্ষীয় বিভবেৰ মাত্ৰা কোন্টি ?
- (ক) $M^0 LT^{-1}$ ○ (খ) $M^0 L^2 T^{-2}$ ○
 (গ) $M^0 L^{-2} T^2$ ○ (ঘ) $M^2 L^2 T^2$ ○
- ১১। কোনো বস্তুকে মুক্তি বেগেৰ কতগুণ বেগে নিক্ষেপ কৰলে কৃত্ৰিম উপগ্ৰহে পৱিণত হবে ? [ব. ৰো. ২০১৭]
- (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}} v_e$ ○ (খ) $\frac{1}{2} v_e$ ○
 (গ) $\sqrt{2} v_e$ ○ (ঘ) $2 v_e$ ○

- ১২। কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ এই বস্তুর ঘনত্বের— [য. বো. ২০১৬]
- (ক) বর্গের সমানুপাতিক (খ) সমানুপাতিক
 (গ) ব্যঙ্গানুপাতিক (ঘ) উপর নির্ভরশীল নয়
- ১৩। গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। সূতরাং— [জা. বি. ২০১৪–২০১৫; রংয়েট ২০১৩–২০১৪; দি. বো. ২০১৬]
- (ক) $F >> f$ (খ) $F > f$
 (গ) $F = f$ (ঘ) $F < f$
- ১৪। পৃথিবীগৃহ থেকে মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} । যে গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর দ্বিগুণ কিন্তু গড় ঘনত্ব পৃথিবীর সমান তার পৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ হবে—
- (ক) 5.6 km s^{-1} (খ) 11.2 km s^{-1}
 (গ) 22.4 km s^{-1} (ঘ) উপরের কোনোটিই নয়
- ১৫। দুটি উপগ্রহ একই বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত। অবশ্যই তাদের—
- (ক) ভর সমান (খ) কৌণিক ভরবেগ সমান
 (গ) গতিশক্তি সমান (ঘ) দ্রুতি সমান
- ১৬। একটি উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। হঠাতে করে অভিকর্ষীয় বল যদি বিলুপ্ত হয়ে যায় তাহলে উপগ্রহটি—
- (ক) একই দ্রুতিতে একই পথে ঘূরতে থাকবে
 (খ) একই দ্রুতিতে আদি কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর চলতে থাকবে
 (গ) বর্ধিত দ্রুতিতে নিচে পড়ে যাবে
 (ঘ) মূল কক্ষপথে কিছুক্ষণ চলে থেমে যাবে
- ১৭। পড়স্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয় ?
- (ক) বস্তু বিনা বাধায় পড়বে (খ) বস্তু স্থির অবস্থান থেকে পড়বে
 (গ) মুক্তভাবে পড়বে (ঘ) অভিকর্ষজ বল ছাড়াও অন্য বল ক্রিয়া করবে
- ১৮। মহাকর্ষ সম্পর্কে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয় ?
- (ক) মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে
 (খ) এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু দূর্টির ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে
 (গ) এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু দূর্টির আকৃতি ও প্রকৃতির উপর নির্ভর করে
 (ঘ) বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলে
- ১৯। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক নয় ? [ঢ. বো. ২০১৫]
- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ বিমুক্ত রেখার সরাসরি উপরে থাকবে
 (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথে সমস্ত উপগ্রহের ভর একই হবে
 (গ) ভূ-স্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা
 (ঘ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের সম্মত ব্যাসার্ধ একটি
- ২০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ‘ R ’ এবং পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্ত্বরণ ‘ g ’। পৃথিবীগৃহ হতে ‘ h ’ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্ত্বরণ কত ? [ঢ. বো. ২০১৫]
- (ক) $\frac{g(R-h)}{R}$ (খ) $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$
 (গ) $\frac{gR}{R+h}$ (ঘ) $\frac{g(R-h)}{R^2}$

২১। গ্রহগুলোৱ গতিপথ উপবৃত্তাকার—এই সূত্ৰটি কোন বিজ্ঞানীৰ ?

- (ক) টলেমি
- (গ) পিথাগোৱাস

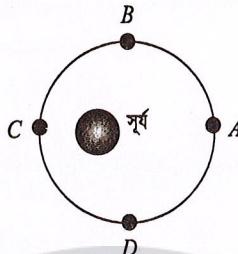
- (খ) কেপলার
- (ঘ) গ্যালিলিও

[ৱা. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৫]

-
-

২২। চিত্ৰে কোন অবস্থানে পৃথিবীৰ বেগ সবচেয়ে কম ?

[চ. বো. ২০১৫]

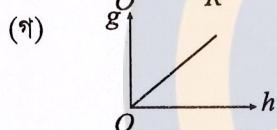
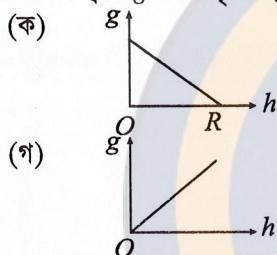


- (ক) A
- (গ) C

- (খ) B
- (ঘ) D

-
-

২৩। অভিকৰ্ষজ ত্বরণ g বনাম পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে গতীৱতা h এৰ লেখচিত্ৰ কোনটি ?



[ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৫]

-

২৪। একই কক্ষপথে আবৰ্তনৱত দৃষ্টি উপগ্ৰহেৰ একটিৰ ভৱ অন্যটিৰ দিশণ হলে ভাৰী উপগ্ৰহেৰ আবৰ্তনকাল অন্যটিৰ—

[ব. বো. ২০১৫]

- (ক) সমান
- (গ) দিশণ

- (খ) অৰ্ধেক
- (ঘ) চারগুণ

-
-

২৫। পৃথিবীতে কোনো বস্তুৰ মুক্তিবেগ নিৰ্ভৰ কৰে—

[ব. বো. ২০১৫]

- (ক) বস্তুৰ ভৱেৰ উপৰ
- (গ) বস্তুৰ ব্যাসার্ধেৰ উপৰ

- (খ) পৃথিবীৰ ব্যাসার্ধেৰ উপৰ
- (ঘ) পৃথিবীপৃষ্ঠ ও বস্তুৰ দূৰত্বেৰ উপৰ

-
-

২৬। একটি বস্তুৰ ভৱ 12 mg। পৃথিবীৰ কেন্দ্ৰেৰ দিকে বস্তুটি কত বলে আকৰ্ষিত হবে ?

[সি. বো. ২০১৫]

- (ক) 1.18×10^{-4} N
- (গ) 117.6×10^{-6} N

- (খ) 0.1178 N
- (ঘ) 1.18×10^4 N

-
-

২৭। একটি কৃত্ৰিম উপগ্ৰহেৰ উচ্চতা ও আবৰ্তনকালেৰ মধ্যে সম্পৰ্ক হলো—

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{3}{2}} - R$

(খ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

(গ) $h = \left(\frac{GM}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{T}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - R$

(ঘ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

-

-

২৮। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো বস্তুৰ ভৱ 50 kg হলে চাঁদে কত ?

[দি. বো. ২০১৫]

- (ক) 490 kg
- (গ) 50 kg

- (খ) 980 kg
- (ঘ) 98 kg

-

-

- | | | | |
|------|---|--|--|
| ২৯। | পৃথিবীর ব্যাসার্ধহাস পেলে g -এর মান—
(ক) হাস পাবে
(গ) অপরিবর্তিত থাকবে | <input type="radio"/> (খ) বৃদ্ধি পাবে
<input type="radio"/> (ঘ) শূন্য হবে | [দি. বো. ২০১৫]
○
○ |
| ৩০। | দুটি বস্তুর মধ্যকার দূরত্ব অর্ধেক করলে মহাকর্ষ বলের মান—
(ক) দিগুণ কমে
(গ) চারগুণ কমে | <input type="radio"/> (খ) দিগুণ বাড়ে
<input type="radio"/> (ঘ) চারগুণ বাড়ে | [দি. বো. ২০১৫]
○
○ |
| ৩১। | g -এর মান কোথায় সর্বাধিক ?
(ক) মেরু
(গ) ভূ-কেন্দ্রে | <input type="radio"/> (খ) বিষুব
<input type="radio"/> (ঘ) পাহাড়ের চূড়ায় | [দি. বো. ২০১৫]
○
○ |
| ৩২। | মুক্তিবেগের সমীকরণ হচ্ছে—
(ক) $v_e = \sqrt{\frac{GM}{R}}$
(গ) $v_e = \sqrt{2gR}$ | <input type="radio"/> (খ) $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$
<input type="radio"/> (ঘ) $v_e = \sqrt{2gh}$ | [য. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৯]
○
○ |
| ৩৩। | সূর্য হতে গঢ়ের গড় দূরত্ব r এবং গঢ়ের পর্যায়কাল T হলে কোনটি সঠিক ?
(ক) $R \propto r^3$
(গ) $T^2 \propto \frac{1}{r^3}$ | <input type="radio"/> (খ) $T^3 \propto r^3$
<input type="radio"/> (ঘ) $T^2 \propto r^3$ | [ঢা. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৭;
রা. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৫]
○
○ |
| ৩৪। | কত অক্ষাংশে g -এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি ?
(ক) 0°
(গ) 90° | <input type="radio"/> (খ) 45°
<input type="radio"/> (ঘ) 180° | [য. বো. ২০১৫]
○
○ |
| ৩৫। | সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব কমে গেলে বছরের দৈর্ঘ্য—
(ক) কমে যাবে
(গ) স্থির হবে | <input type="radio"/> (খ) বেড়ে যাবে
<input type="radio"/> (ঘ) অসীম হবে | [সি. বো. ২০১৫]
○
○ |
| ৩৬। | কোনো বস্তুকে কত বেগে নিষ্কেপ করলে এটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে ?
(ক) 11.2 km s^{-1}
(গ) 11.2 m s^{-1} | <input type="radio"/> (খ) 7.9 km s^{-1}
<input type="radio"/> (ঘ) 9.7 m s^{-1} | [ঢা. বো. ২০১৬]
○
○ |
| ৩৭।। | পৃথিবীর ব্যাস বরাবর সুড়ঙ্গের মধ্যে বস্তুর গতি—
(i) পর্যাবৃত্ত (ii) স্পন্দন (iii) সরললৈখিক
নিচের কোনটি সঠিক ?
(ক) i ও ii
(গ) ii ও iii | <input type="radio"/> (খ) i ও iii
<input type="radio"/> (ঘ) i, ii ও iii | [রা. বো. ২০১৬]
○
○ |
| ৩৮। | মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে—
(i) $v = \frac{-GM}{r}$ (ii) একক J kg^{-1} (iii) এটি একটি ভেট্টর রাশি
নিচের কোনটি সঠিক ?
(ক) i ও ii
(গ) ii ও iii | <input type="radio"/> (খ) i ও iii
<input type="radio"/> (ঘ) i, ii ও iii | [সি. বো. ২০১৭]
○
○ |

৩৯। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G -এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—

[চ. বো. ২০১৫]

(i) ইহা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে (ii) G একটি ক্ষেলার রাশি(iii) G -এর মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii



(খ) i ও iii



(গ) ii ও iii



(ঘ) i, ii ও iii



৪০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব—

[রা. বো. ২০১৫]

(i) সর্বোচ্চ (ii) শূন্য (iii) খণ্ডাত্মক

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i



(খ) i ও ii



(গ) i ও iii



(ঘ) i, ii ও iii

৪১। যদি কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ v এবং যুক্তি বেগ v_e হয়, তাহলে—

[য. বো. ২০১৫]

(i) $v > v_e$ হলে, বস্তুটি পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে(ii) $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হলে, বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে(iii) $v = v_e$ হলে, বস্তুটি চাঁদের মতো পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii



(খ) i ও iii



(গ) ii ও iii



(ঘ) i, ii ও iii



৪২। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য হচ্ছে—

(i) দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হাসের হার

(ii) $-\nabla V$ (iii) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য হচ্ছে একক ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii



(খ) i ও iii



(গ) ii ও iii



(ঘ) i, ii ও iii



2 kg ভরের কোনো বস্তু থেকে 2 m দূরে একটি বিন্দু অবস্থিত। নিম্নোক্ত ৪৩নং এবং ৪৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

৪৩। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কত ?

$$(ক) 3.35 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$$



$$(খ) 6.7 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$$



$$(গ) 13.4 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$$



$$(ঘ) 3.35 \times 10^{-11} \text{ N}$$



৪৪। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব কত ?

[চ. বো. ২০১৫]

$$(ক) -6.673 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$$



$$(খ) -3.3365 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$$



$$(গ) 6.673 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$$



$$(ঘ) 3.3365 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$$

৪৫। মহাকর্ষীয় বিভব V এবং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E হলে—

[য. বো. ২০১৬]

$$(ক) E = \frac{dV}{dt}$$



$$(খ) E = -\frac{dV}{dt}$$



$$(গ) E = \frac{dV}{dr}$$



$$(ঘ) E = -\frac{dV}{dr}$$



৪৬। চাঁদের বায়ুশূন্য স্থানে স্থিরাবস্থা থেকে একটি পালক ও একটি সীসার বলকে ফেলা হলো। পালকের ত্বরণ হবে—

[বুয়েট ২০১২–২০১৩]

- | | | | |
|---------------------------|-----------------------|----------------------------|-----------------------|
| (ক) সীসার বলের চেয়ে বেশি | <input type="radio"/> | (খ) সীসার বলের সমান | <input type="radio"/> |
| (গ) সীসার বলের চেয়ে কম | <input type="radio"/> | (ঘ) 9.8 m s^{-2} | <input type="radio"/> |

৪৭। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে—

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| (ক) $\frac{R^2}{M}$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{M}{R^2}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) MR^2 | <input type="radio"/> | (ঘ) $\frac{M}{R}$ | <input type="radio"/> |

৪৮। সর্বনিম্ন কত বেগে ভূ-পৃষ্ঠ হতে m ভরের একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিষ্কেপ করলে তা আর কখনো ফিরে আসবে না?

- | | | | |
|------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| (ক) $\sqrt{2gR}$ | <input type="radio"/> | (খ) $(\sqrt{2}) gR$ | <input type="radio"/> |
| (গ) gR | <input type="radio"/> | (ঘ) $2\sqrt{gR}$ | <input type="radio"/> |

৪৯। কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল—

- | | | | |
|--|-----------------------|--|-----------------------|
| (ক) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$ | <input type="radio"/> | (খ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^2}{GM}}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^2}}$ | <input type="radio"/> |

৫০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে?

[রংয়েট ২০১৩–২০১৪, ২০০৯–২০১০; চুয়েট ২০১৩–২০১৪; কুয়েট ২০০৫–২০০৬]

- | | | | |
|---|-----------------------|--|-----------------------|
| (ক) $1.12 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ | <input type="radio"/> | (খ) $11.2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $2.11 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $21.12 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ | <input type="radio"/> |

৫১। একটি লিফট 1 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে তিনি যে বল অনুভব করবেন :

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| (ক) 350 N | <input type="radio"/> | (খ) 572 N | <input type="radio"/> |
| (গ) 250 N | <input type="radio"/> | (ঘ) কোনোটি নয় | <input type="radio"/> |

৫২। পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ 980 cm s^{-2} এবং একটি বস্তুর মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত?

[চুয়েট ২০১০–২০১১]

- | | | | |
|------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| (ক) 6400 km | <input type="radio"/> | (খ) 640 km | <input type="radio"/> |
| (গ) 64000 km | <input type="radio"/> | (ঘ) কোনোটই নয় | <input type="radio"/> |

৫৩। $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2.0 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ হলো—

[বুয়েট ২০১১–২০১২]

- | | | | |
|--|-----------------------|---------------------------------|-----------------------|
| (দেওয়া আছে, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$) | | | |
| (ক) 9.0 J | <input type="radio"/> | (খ) $2.2 \times 10^8 \text{ J}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $1.01 \times 10^8 \text{ J}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $1.1 \times 10^6 \text{ J}$ | <input type="radio"/> |

৫৪। একটি স্যাটেলাইটের ঘূর্ণনের সময়কাল হলো T । এর গতিশক্তির সমানুপাতিক হলো—

[বুয়েট ২০১০–২০১১]

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (ক) $\frac{1}{T}$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{1}{T^2}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\frac{1}{T^3}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $T^{-\frac{2}{3}}$ | <input type="radio"/> |

৫৫। একজন ব্যক্তিৰ ওজন পৃথিবীপৃষ্ঠে 785 N এবং মঙ্গলগ্রহ পৃষ্ঠে 298 N। মঙ্গলপৃষ্ঠে অভিকৰ্ষী ক্ষেত্ৰেৰ তীব্ৰতা কত ?

[বুয়েট ২০০৯-২০১০]

(ক) 2.63 N kg^{-1}

(খ) 6.09 N kg^{-1}

(গ) 3.72 N kg^{-1}

(ঘ) 9.81 N kg^{-1}

৫৬। ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোক 3 m লাফাতে পাৱে। চন্দ্ৰপৃষ্ঠ কত উঁচুতে লাফাতে পাৱবে ?

[বুয়েট ২০১০-২০১১]

(ক) 3 m

(খ) 6 m

(গ) 9 m

(ঘ) 18 m

৫৭। সূর্যেৰ ভৱেৰ সঠিক সমীকৰণ কোনটি ?

[বুয়েট ২০১২-২০১৩]

(ক) $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$

(খ) $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$

(গ) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

(ঘ) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^3}$

৫৮। কোনটি পৃথিবীৰ ভৱেৰ সঠিক সূত্র ?

[বুয়েট ২০১১-২০১২]

(ক) $M = \frac{gR^2}{G^2}$

(খ) $M = \frac{GR^2}{g}$

(গ) $M = \frac{gR^2}{G}$

(ঘ) $M = \frac{g^2 R}{G}$

৫৯। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 1000 km উঁচুতে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান কত ? পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6400 km।

[কুয়েট ২০১৬-২০১৭]

(ক) 3.8 m s^{-2}

(খ) 7.33 m s^{-2}

(গ) 8.1 m s^{-2}

(ঘ) 9.8 m s^{-2}

৬০। ভূ-পৃষ্ঠেৰ কত গভীৱে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান ভূ-পৃষ্ঠেৰ মানেৰ এক-চতুৰ্থাংশ হবে ?

[কুয়েট ২০১৭-২০১৮]

(পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

(ক) $8.4 \times 10^3 \text{ km}$

(গ) $4.0 \times 10^3 \text{ km}$

(খ) $5.2 \times 10^3 \text{ km}$

৬১। একটি গ্রহেৰ ব্যাসাৰ্ধ পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধেৰ দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহেৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণ পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ আটগুণ। উক্ত গ্রহেৰ মুক্তিবেগ পৃথিবীৰ মুক্তিবেগেৰ তুলনায় কতগুণ তা নিৰ্ণয় কৰ।

[কুয়েট ২০০৮-২০০৯]

(ক) 2 গুণ

(খ) 4 গুণ

(গ) 8 গুণ

(ঘ) 16 গুণ

৬২। একটি বস্তুৰ ওজন 180 kg। মঙ্গলগ্রহেৰ ভৱে পৃথিবীৰ ভৱে $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসাৰ্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গল গ্রহে বস্তুটিৰ ওজন কত ?

[কুয়েট ২০১৫-২০১৬]

(ক) 100 kg-wt

(খ) 180 kg-wt

(গ) 80 kg-wt

(ঘ) 20 kg-wt

৬৩। একটি কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নিৰ্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km s^{-1} বেগে ঘূৱছে, যেখানে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান $g_h = 8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্ৰহটিৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰ।

[চুয়েট ২০১৫-২০১৬]

(ক) 1600 km

(খ) 400 km

(গ) 14400 km

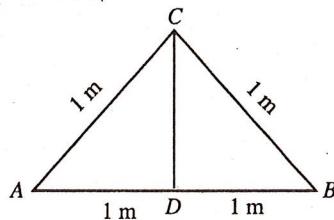
(ঘ) 8000 km

- | | | |
|---|--|----------------------------------|
| ৬৪। | পৃথিবীর ঘূর্ণন হঠাতে থেমে গেলে মেরু বিন্দুতে বস্তুসমূহের ভর হবে— | [ঢ. বি ২০১৫-২০১৬] |
| (ক) কম | <input type="radio"/> | (খ) সর্বোচ্চ |
| (গ) পূর্বের ন্যায় | <input type="radio"/> | (ঘ) অক্ষাংশের সাথে পরিবর্তিত হয় |
| ৬৫। | দুটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার ভর পূর্বের দিগ্নগ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মাঝের দূরত্ব দিগ্নগ করা হয় ? | [ঢ. বি. ২০১৫-২০১৬] |
| (ক) পূর্বের সমান থাকবে | <input type="radio"/> | (খ) পূর্বের তিনগুণ হবে |
| (গ) পূর্বের দিগ্নগ হবে | <input type="radio"/> | (ঘ) পূর্বের দেড়গুণ হবে |
| ৬৬। | একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 4 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6380 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m s^{-2} হলে উপগ্রহটির বেগ কত ? | [ৰা. বি. ২০০৮-২০০৯] |
| (ক) 7.51 km s^{-1} | <input type="radio"/> | (খ) 7.99 km s^{-1} |
| (গ) 7.9 km s^{-1} | <input type="radio"/> | (ঘ) কোনোটিই নয় |
| ৬৭। | ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কর দ্রুতিতে চললে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে ? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$] | [ঢ. বি. ২০০৬-২০০৭] |
| (ক) 7.9 km s^{-1} | <input type="radio"/> | (খ) 7.1 km s^{-1} |
| (গ) 3.5 km s^{-1} | <input type="radio"/> | (ঘ) 3.1 km s^{-1} |
| ৬৮। | $2.0 \times 10^{-10} \text{ m}$ দূরত্বে অবস্থিত দুটি ইলেক্ট্রনের মধ্যে মহাকর্ষ বল এবং তড়িৎ বল উভয়ই ক্রিয়া করে। অভিকর্ষ বলের মান তড়িৎ বলের চেয়ে কতগুণ কম বা বেশি শক্তিশালী ? | [শা. বি. প্র. বি. ২০১৪-২০১৫] |
| (ক) 10^{42} গুণ কম | <input type="radio"/> | (খ) 10^{-42} গুণ কম |
| (গ) 10^4 গুণ বেশি | <input type="radio"/> | (ঘ) 10^{-42} গুণ বেশি |
| ৬৯। | কোনো একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। কিন্তু গ্রহের পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষের ত্বরণের চারগুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবেগ পৃথিবীর মুক্তিবেগের— | [জা. বি. ২০১৫-২০১৬] |
| (ক) দিগ্নগ | <input type="radio"/> | (খ) চারগুণ |
| (গ) আটগুণ | <input type="radio"/> | (ঘ) কোনোটিই নয় |
| ৭০। | পৃথিবীর ঘূর্ণন না থাকলে পৃথিবী পৃষ্ঠে কোনো স্থানে বস্তুর ওজন— | [চ. বো. ২০১৭] |
| (ক) বৃদ্ধি পাবে | <input type="radio"/> | (খ) শূন্য হবে |
| (গ) অসীম হবে | <input type="radio"/> | (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে |
| ৭১। | কোনো একটি কাঞ্চনিক গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ— | [চ. বো. ২০১৭] |
| i. বাড়তে পারে ii. কমতে পারে iii. অপরিবর্তিত থাকতে পারে | | |
| নিচের কোনটি সঠিক ? | | |
| (ক) i ও ii | <input type="radio"/> | (খ) i ও iii |
| (গ) ii ও iii | <input type="radio"/> | (ঘ) i, ii ও iii |
| ৭২। | মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে— | |
| i. এটি ক্ষেলার রাশি ii. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি খণ্ডিত্বক iii. এর মাত্রার সমীকরণ L^2T^{-2} | [অভিন্ন প্রশ্ন-২০১৮] | |
| নিচের কোনটি সঠিক ? | | |
| (ক) i ও ii | <input type="radio"/> | (খ) ii ও iii |
| (গ) i ও iii | <input type="radio"/> | (ঘ) i, ii ও iii |

- | | | | | | |
|-----|---|-----------------------|---|-----------------------|----------------------|
| ৭৩। | পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g -এর মান—
(ক) বৃদ্ধি পাবে
(গ) একই থাকবে | <input type="radio"/> | (খ) হাস পাবে
(ঘ) শূন্য হবে | <input type="radio"/> | [দি. বো. ২০১৭] |
| ৭৪। | অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তন ঘটে—
i. উচ্চতার জন্য ii. পৃথিবীর কক্ষপথে ঘূর্ণনের জন্য i ii. পৃথিবীর নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের জন্য
নিচের কোনটি সঠিক ?
(ক) i ও ii
(গ) ii ও iii | <input type="radio"/> | (খ) i ও iii
(ঘ) i, ii ও iii | <input type="radio"/> | [য. বো. ২০১৭] |
| ৭৫। | R ও $4R$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত দুটি কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত হবে—
(ক) $8 : 1$
(গ) $1 : 4$ | <input type="radio"/> | (খ) $4 : 2$
(ঘ) $1 : 8$ | <input type="radio"/> | [য. বো. ২০১৭] |
| ৭৬। | ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-তৃতীয়াংশ হবে ? [$R =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ]
(ক) $\frac{R}{4}$
(গ) $\frac{R}{2}$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{R}{3}$
(ঘ) $\frac{2}{3}R$ | <input type="radio"/> | [ঢ. বো. ২০১৭] |
| ৭৭। | মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে $g = 3.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং ব্যাসার্ধ $3 \times 10^3 \text{ km}$ মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ কত হবে ?
(ক) 4.0 km s^{-1}
(গ) 7.8 km s^{-1} | <input type="radio"/> | (খ) 4.8 km s^{-1}
(ঘ) 11.0 km s^{-1} | <input type="radio"/> | [সি. বো. ২০১৭] |
| ৭৮। | ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় পৃথিবীকে প্রদক্ষিণরত কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ—
(ক) $v = \frac{GM}{R + h}$
(গ) $v = \frac{GM^2}{R + h}$ | <input type="radio"/> | (খ) $v = \frac{GM}{(R + h)^2}$
(ঘ) $v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$ | <input type="radio"/> | [সি. বো. ২০০৭] |
| ৭৯। | একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল—
(ক) ০ ঘণ্টা
(গ) 12 ঘণ্টা | <input type="radio"/> | (খ) 24 ঘণ্টা
(ঘ) 365 ঘণ্টা | <input type="radio"/> | [সি. বো. ২০১৬] |
| ৮০। | নিচের কোন স্থানে পৃথিবীর মহাকর্মীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা সর্বাধিক ?
(ক) পৃথিবীর কেন্দ্রে
(গ) মেরু অঞ্চলে | <input type="radio"/> | (খ) বিষুবীয় অঞ্চলে
(ঘ) উপরের কোনোটিই না | <input type="radio"/> | |
| ৮১। | মহাকর্মীয় ধ্রুবক $G = ?$
(ক) $66.7 \times 10^{-12} \text{ N m kg}^{-2}$
(গ) $0.667 \times 10^{-10} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ | <input type="radio"/> | (খ) $6.67 \times 10^{-12} \text{ N m}^{-2} \text{ kg}^{-2}$
(ঘ) $0.0667 \times 10^{-9} \text{ N m}^2 \text{ kg}^2$ | <input type="radio"/> | [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮] |
| ৮২। | পৃথিবীপৃষ্ঠ, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় ও পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g , g_h , g_{bh} হলে—
(ক) $g_{bh} < g_h < g$
(গ) $g_h > g_{bh} < g$ | <input type="radio"/> | (খ) $g_h < g_{bh} < g$
(ঘ) $g_h < g < g_{bh}$ | <input type="radio"/> | [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮] |

- ৮৩। পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হয়ে গেলে মেরু অঞ্চলে 'g' এর মানের ক্রিয়া পরিবর্তন হবে ? [মদ্রাসা বোর্ড ২০০৮]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে
 - (খ) শূন্য হবে
 - (গ) অপরিবর্তিত থাকবে
 - (ঘ) কমে যাবে
- ৮৪। অনুচূমিক বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ? [মদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]
- (ক) শূন্য
 - (খ) 9.8 m s^{-2}
 - (গ) -9.8 m s^{-2}
 - (ঘ) অসীম
- ৮৫। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র গ্রাবল্যের মাত্রা কোনটি ? [মদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]
- (ক) MLT^{-2}
 - (খ) L^2T^{-2}
 - (গ) LT^{-1}
 - (ঘ) LT^{-2}
- ৮৬। দুটি বস্তুর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষ বলের ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক— [মদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]
- (ক) স্থানভেদে পরিবর্তনশীল
 - (খ) ভরনিরপেক্ষ
 - (গ) দূরত্বের উপর নির্ভরশীল
 - (ঘ) এটি একটি ভেষ্টির রাশি
- ৮৭। কেপলারের ৩য় সূত্রের নাম কোনটি ? [ব. বো. ২০১৭]
- (ক) কক্ষপথের সূত্র
 - (খ) ক্ষেত্রফলের সূত্র
 - (গ) পর্যায়কালের সূত্র
 - (ঘ) হারমোনিক সূত্র
- ৮৮। কেপলারের সূত্রানুসারে— [কু. বো. ২০১৭]
- (ক) $T^3 \propto r^3$
 - (খ) $T \propto r^2$
 - (গ) $T \propto r^3$
 - (ঘ) $T^2 \propto r^3$
- ৮৯। পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব r হলে ($r > R$), অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর মানের জন্য নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক ? ($R =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $g \propto \frac{1}{r}$
 - (খ) $g \propto \frac{1}{r^2}$
 - (গ) $g \propto r$
 - (ঘ) $g \propto r^2$
- ৯০। দুটি উপগ্রহ একই বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত। তাদের অবশ্যই—
- (ক) ভর সমান
 - (খ) কৌণিক ভরবেগ সমান
 - (গ) গতিশক্তি সমান
 - (ঘ) দ্রুতি সমান
- ৯১। ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} হলে 60° কোণে নিষিক্ষণ বস্তুর জন্য মুক্তিবেগ হবে—
- i. $\frac{11.2}{\sqrt{3}} \text{ km s}^{-1}$
 - ii. 11.2 km s^{-1}
 - iii. $11.2 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$
- নিচের কোনটি সঠিক ?
- (ক) i ও ii
 - (খ) i ও iii
 - (গ) ii ও iii
 - (ঘ) i, ii ও iii
- ৯২। ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আটগুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবেগ কত ? [ব্রেট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 89.6 km s^{-1}
 - (খ) 11.2 km s^{-1}
 - (গ) 22.4 km s^{-1}
 - (ঘ) 44.8 km s^{-1}

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৯৩ নং ও ৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 1 kg ও 2 kg ভরের বস্তু আছে। $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ [মাত্রাসা বোর্ড ২০১৮]

৯৩। A বিন্দুতে স্থাপিত 1 kg ভরের বস্তুর জন্য D বিন্দুতে প্রাবল্য কত ?

- (ক) $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ○ (খ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ○

- (গ) $6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$ ○ (ঘ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-2}$ ○

৯৪। C ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত কোনটি ?

- (ক) $1 : 1$ ○ (খ) $1 : 2$ ○

- (গ) $1 : 4$ ○ (ঘ) $1 : 16$ ○

৯৫। গ্রহের গতির ক্ষেত্রে—“একটি নক্ষত্র থেকে গ্রহকে সংযোগকারী সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।”— এটি কোন নীতির সরাসরি ফল ? [চ. বি. ২০১৮-২০১৯]

- (ক) শক্তির সংরক্ষণ নীতি ○ (খ) ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি ○

- (গ) কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি ○ (ঘ) ভরের সংরক্ষণ নীতি ○

৯৬। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে— [চ. বো. ২০১৯]

- (ক) MR^2 ○ (খ) $\frac{R}{M}$ ○

- (গ) $\frac{M}{R^2}$ ○ (ঘ) $\frac{M^2}{R}$ ○

৯৭। যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ g ও পর্যায়কাল T হয় তবে কোন লেখচিত্রটি সঠিক ? [য. বো. ২০১৯]

- (ক) ○ (খ) ○

- (গ) ○ (ঘ) ○

৯৮। পৃথিবীর আকার হঠাতে ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বের মানের কতগুণ ? [রা. বো. ২০১৯]

- (ক) 2 গুণ ○ (খ) 4 গুণ ○

- (গ) 6 গুণ ○ (ঘ) 8 গুণ ○

৯৯। পৃথিবী পৃষ্ঠে λ° অক্ষাংশের জন্য 'g' এর সমীকরণ হবে—

[দি. বো. ২০১৯]

[পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R]

$$(ক) g_{\lambda} = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

○ (খ) $g_{\lambda} = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos \lambda$ ○

$$(গ) g_{\lambda} = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos^2 \lambda$$

○ (ঘ) $g_{\lambda} = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos \lambda$ ○

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১। (গ)	২। (ক)	৩। (গ)	৪। (ক)	৫। (ক)	৬। (ক)	৭। (গ)	৮। (খ)	৯। (ক)	১০। (খ)
১১। (ক)	১২। (ঘ)	১৩। (গ)	১৪। (গ)	১৫। (ঘ)	১৬। (খ)	১৭। (ঘ)	১৮। (গ)	১৯। (খ)	২০। (খ)
২১। (খ)	২২। (ক)	২৩। (ক)	২৪। (ক)	২৫। (খ)	২৬। (গ)	২৭। (গ)	২৮। (গ)	২৯। (খ)	৩০। (ঘ)
৩১। (ক)	৩২। (গ)	৩৩। (ঘ)	৩৪। (গ)	৩৫। (ক)	৩৬। (খ)	৩৭। (ঘ)	৩৮। (ক)	৩৯। (গ)	৪০। (খ)
৪১। (ক)	৪২। (ঘ)	৪৩। (ক)	৪৪। (ক)	৪৫। (ঘ)	৪৬। (খ)	৪৭। (খ)	৪৮। (ক)	৪৯। (ক)	৫০। (ক)
৫১। (খ)	৫২। (ক)	৫৩। (গ)	৫৪। (খ)	৫৫। (গ)	৫৬। (ঘ)	৫৭। (গ)	৫৮। (গ)	৫৯। (গ)	৬০। (খ)
৬১। (খ)	৬২। (গ)	৬৩। (ক)	৬৪। (গ)	৬৫। (ঘ)	৬৬। (গ)	৬৭। (ক)	৬৮। (খ)	৬৯। (গ)	৭০। (ক)
৭১। (ঘ)	৭২। (ঘ)	৭৩। (ক)	৭৪। (খ)	৭৫। (ঘ)	৭৬। (ঘ)	৭৭। (খ)	৭৮। (ঘ)	৭৯। (খ)	৮০। (গ)
৮১। (গ)	৮২। (খ)	৮৩। (গ)	৮৪। (ক)	৮৫। (ঘ)	৮৬। (খ)	৮৭। (গ)	৮৮। (ঘ)	৮৯। (খ)	৯০। (খ)
৯১। (গ)	৯২। (গ)	৯৩। (গ)	৯৪। (ক)	৯৫। (গ)	৯৬। (গ)	৯৭। (খ)	৯৮। (ক)	৯৯। (ক)	

খ-বিভাগ : সূজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। বিজ্ঞানী নিউটন গাছ থেকে মাটিতে আপেল পড়া দেখে তিনি চিন্তিত হন আপেলটি মাটিতে পড়ে কেন? কেউ একে পৃথিবীর মাটির দিকে টানছে। তিনি আবিষ্কার করেন যে, শুধু পৃথিবী নয়, এই মহাবিশ্বের সকল বস্তু পরম্পরার পরম্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণের জন্য তিনি একটি সূত্রও আবিষ্কার করেন। তিনি দেখতে পান যে, এ আকর্ষণ বস্তুর আকৃতি, প্রকৃতি ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ সূত্রটি কী?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. 10 kg এবং 20 kg ভরের দুটি বস্তুকে 15 m দূরে রাখা হলো। যদি মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

ঘ. দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী মহাকর্ষীয় বল বস্তুদ্বয়ের আকৃতি, প্রকৃতি ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে কি? না করলে কেন করে না—যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

২। সূর্যের চারপাশে আবর্তনরত পৃথিবীর আবর্তনকাল যেখানে । বছর, মঙ্গল হাতের আবর্তনকাল সেখানে ।
১.88 বছর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ কী?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক নির্ণয় কর।

গ. গ্রহগুলির কক্ষপথ বৃত্তাকার ধরে মঙ্গল ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত বের কর।

ঘ. বৃত্তাকার কক্ষপথ ধরে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি প্রতিপাদন কর।

৩। আমৰা জানি যে, 1 kg ভৱের কোনো বস্তুৰ ওজন পৃথিবীতে 9.8 N , চাঁদে 1.6 N এবং মহাশূন্যে এৱে কোনো ওজনই থাকে না। কিন্তু পৃথিবী, চাঁদ ও মহাশূন্যে বস্তুটিৰ ভৱ কিন্তু 1 kg পৰিমাণই থাকে। তাহলে আমাদেৱ জানা তথ্য কী বিভাস্তকাৰী।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. অভিকৰ্ষজ ত্বরণ কী ?

খ. ভৱ এবং ওজনেৰ পাৰ্থক্য ব্যাখ্যা কৰ।

গ. পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং এৱে পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূপৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ মান বেৱে কৰ।

ঘ. উদীপকে প্ৰদত্ত তথ্যগুলো সঠিক না বিভাস্তকাৰী ? এই ওজন বিভিন্নতাৰ কাৱণ যুক্তি দিয়ে বোঝাও।

৪। পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $R = 6400 \text{ km}$ । পৃথিবীৰ আকৰ্ষণেৰ ফলে ভূ-পৃষ্ঠেৰ নিকটে কোনো বস্তুৰ ত্বরণ হয় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । পৃথিবীসহ এ মহাবিশ্বেৰ যে কোনো দূটি বস্তু পৱন্পৰকে নিজেৰ দিকে আকৰ্ষণ কৰে। 200 kg ভৱেৰ একটি বস্তু তাৰ থেকে 3 m দূৰে অবস্থিত m ভৱেৰ কোনো বস্তুকে 1.04 N বলে আকৰ্ষণ কৰে। $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. অভিকৰ্ষ কী ?

খ. অভিকৰ্ষীয় ত্বরণ g এৱে তাৎপৰ্য ব্যাখ্যা কৰ।

গ. উদীপকে উল্লেখিত m এৱে মান কত ?

ঘ. ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ জন্য রাশিমালা নিৰ্ণয় কৰে তাৰ থেকে পৃথিবীৰ ভৱ নিৰ্ণয় কৰ।

৫। ভূ-পৃষ্ঠেৰ নিকটবৰ্তী কোনো স্থান থেকে m ভৱেৰ কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে পৃথিবীৰ আকৰ্ষণেৰ ফলে এটি ভূ-পৃষ্ঠেৰ দিকে পতিত হয় এবং যত ভূ-পৃষ্ঠেৰ দিকে আসে তত এৱে বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে। পৃথিবীৰ ভৱ $M = 5.96 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও ব্যাসাৰ্ধ $R = 6400 \text{ km}$ এবং মহাকৰ্ষীয় ধ্ৰুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. মহাকৰ্ষ কী ?

খ. মহাকৰ্ষীয় ধ্ৰুবককে বিশ্বজনীন ধ্ৰুবক বলা হয় কেন ?

গ. উদীপকে উল্লেখিত তথ্যেৰ আলোকে ভূ-পৃষ্ঠে g এৱে মান নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠেৰ নিকটে পৃথিবীৰ আকৰ্ষণেৰ জন্য বস্তুৰ বেগ বৃদ্ধিৰ হাৰেৰ জন্য একটি রাশিমালা নিৰ্ণয় কৰে যুক্তি সহকাৱে দেখাও যে, বস্তুৰ বেগ বৃদ্ধিৰ হাৰ বস্তুৰ ভৱেৰ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে না।

৬। নিশাত মজুমদাৰ হচ্ছেন বাংলাদেশেৰ প্ৰথম মহিলা যিনি এভাৱেষ্টেৰ চূড়ায় আৱোহণ কৰেন। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এভাৱেষ্ট চূড়াৰ উচ্চতা 8848 m । পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6370 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. নিউটনৰ মহাকৰ্ষীয় সূত্ৰটি লেখ।

খ. কেপলাৱেৰ দ্বিতীয় সূত্ৰটি বৰ্ণনা কৰ।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ জন্য একটি রাশিমালা নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতাৰ কোনো স্থানে অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৰ জন্য রাশিমালা প্ৰতিপাদন কৰে এভাৱেষ্ট চূড়ায় g এৱে মান বেৱে কৰ।

৭। পৃথিবী নিজ অক্ষেৰ চাৰপাশে 24 ঘণ্টায় একবাৰ ঘুৱে আসে। পৃথিবীৰ এই গতিকে আঙ্কিক গতি বলে। পৃথিবীৰ বিষুবীয় অঞ্চলে g এৱে মান 9.78 m s^{-2} । ঢাকাৱ অক্ষাংশ 23.7° N ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. মহাকৰ্ষীয় ধ্ৰুবক কী ?

খ. মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্য বলতে কী বুঝ ?

- গ. পৃথিবীর আকৃতির জন্য g এর মানের কেন পরিবর্তন হয় ব্যাখ্যা কর।
- ঘ. আহিক গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান কীভাবে পরিবর্তিত হয় গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বর্ণনা কর। আহিক গতির কারণে ঢাকায় g এর মান কত হবে?
- ৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km । ধরা হয় পৃথিবী সূর্যকে $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তন করে। এই আবর্তন কাল 365 দিন।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- অভিকর্ষজ ত্বরণ কী?
 - মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর বিভব বলতে কী বুঝা?
 - ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।
 - গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এবং উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে সূর্যের ভর নির্ণয় কর।
- ৯। 637 N ওজনের একজন নভোচারী চাঁদে অবতরণ করলেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ।
- কৃত্রিম উপগ্রহ কী?
 - কোনো বস্তুর ওজন বলতে কী বোঝায়?
 - উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনা কর।
 - নভোচারীর ওজন চাঁদে বাড়বে না কমবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের পক্ষে যথাযথ যুক্তি দাও।
- ১০। ভূ-পৃষ্ঠে 20 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন 196 N । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কর।
 - G এর মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।
 - উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যের আলোকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।
 - গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 20% হবে?
- ১১। বিভিন্ন হিসাব নিকাশের জন্য পৃথিবীকে $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ গড় ঘনত্বের ও 6400 km ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক বিবেচনা করা হয়।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- মহাকর্ষ ক্ষেত্র কী?
 - কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝা?
 - পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $8 \times 10^6 \text{ m}$ দূরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।
 - গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে।
- ১২। উপরের দিকে কোনো চিল ছোঁড়া হলে অভিকর্ষের টানে তা পৃথিবীতে ফিরে আসে। কিন্তু যদি কোনো বস্তুকে এমন বেগ দেওয়া যায়, তা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলকে অতিক্রম করতে পারে, তাহলে বস্তুটি পৃথিবীতে আর ফিরে আসবে না। এই বেগের মান চাঁদে এক রকম, বৃহস্পতিতে অন্য রকম।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- মুক্তি বেগ কী?
 - ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানের মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

গ. পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং অভিকৰ্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ হলে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুৰ মুক্তি বেগ নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. পৃথিবী, চাঁদ, বৃহস্পতি বা অন্যান্য দ্বারে জন্য এই মুক্তি বেগ বিভিন্ন কেন? মুক্তি বেগ যেসব বিষয়েৱ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে তা থেকে তোমাৰ উত্তৰৰ সমক্ষে যুক্তি দাও।

১৩। কোনো ঢিলকে খাড়া উপৰেৱ দিকে নিক্ষেপ কৰলে সেটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিৰে আসে। কিন্তু কোনো বস্তুকে সৰ্বনিম্ন 11.2 km s^{-1} বেগে উপৰেৱ দিকে নিক্ষেপ কৰলে আৱ ভূ-পৃষ্ঠে ফিৰে আসে না। পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6370 km ।
 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. রকেটৰ বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন?

খ. কেপলারেৱ ততীয় সূত্ৰটি বৰ্ণনা কৰ।

গ. উদীপকেৱ তথ্য মতে পৃথিবীৰ ভৱ নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণেৱ মাধ্যমে মুক্তিবেগেৱ জন্য একটি রাশিমালা নিৰ্ণয় কৰে দেখাও যে, মুক্তিবেগ বস্তুৰ ভৱেৱ উপৰ নিৰ্ভৰ কৰে না।

১৪। পৃথিবী ও মঙ্গল এহে মুক্তিবেগ যথাক্ৰমে 11.2 km s^{-1} এবং 4.77 km s^{-1} । পৃথিবীৰ ভৱ মঙ্গলেৱ ভৱেৱ 9 গুণ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰেৱ কোনো বিন্দুৰ প্ৰাবল্যেৱ রাশিমালা ব্যাখ্যা কৰ।

খ. মহাকৰ্ষীয় ক্ষেত্ৰেৱ কোনো বিন্দুৰ প্ৰাবল্যেৱ রাশিমালা ব্যাখ্যা কৰ।

গ. উদীপকেৱ তথ্য থেকে পৃথিবী ও মঙ্গলেৱ ব্যাসাৰ্ধেৱ অনুপাত বেৱ কৰ।

ঘ. উদীপকেৱ তথ্য গাণিতিক বিশ্লেষণেৱ মাধ্যমে দেখাও যে, পৃথিবীৰ অভিকৰ্ষজ ত্বরণ মঙ্গলেৱ অভিকৰ্ষজ ত্বরণেৱ প্ৰায় 2.56 গুণ।

১৫। চন্দ্ৰাভিযানেৱ এক পৰ্যায়ে 2000 kg ভৱেৱ একটি মহাশূন্যযান মুক্তিবেগে নিয়ে অৰ্থাৎ 11.2 km s^{-1} বেগে পৃথিবী থেকে যাত্ৰা কৰে চন্দ্ৰপৃষ্ঠে পৌছালো। চাঁদে মিশন শেষ কৰে আৰাৰ চন্দ্ৰপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগে যাত্ৰা কৰে পৃথিবীতে ফিৰে আসে। পৃথিবীৰ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধ যথাক্ৰমে চন্দ্ৰেৱ ভৱ ও ব্যাসাৰ্ধেৱ 81 গুণ ও 4 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} এবং পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6400 km ।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. মহাকৰ্ষীয় বিভৱ কী?

খ. ভূ-স্থিৰ উপগ্ৰহ বলতে কী বুঝা?

গ. উদীপকে উল্লেখিত তথ্য থেকে চন্দ্ৰ পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. মহাশূন্য যানটিৰ ভূ-পৃষ্ঠ ত্যাগ কৰাৰ মুহূৰ্তে গতি শক্তি এবং চন্দ্ৰ পৃষ্ঠ ত্যাগেৱ মুহূৰ্তে গতিশক্তি ভিন্ন হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণেৱ সাহায্যে তোমাৰ উত্তৰেৱ সমক্ষে যুক্তি দাও।

১৬। একটি ভূ-স্থিৰ উপগ্ৰহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় 5.1 km s^{-1} বৈধিক বেগে পৃথিবীকে প্ৰদক্ষিণ কৰছে।

নিচেৰ প্ৰশ্নগুলোৰ উত্তৰ দাও :

ক. কেপলারেৱ দ্বিতীয় সূত্ৰটি লেখ।

খ. কী কী কাৰণে অভিকৰ্ষজ ত্বরণ g এৰ মান পৱিবৰ্তিত হয়?

গ. পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6370 km হলে h নিৰ্ণয় কৰ।

ঘ. যথাযথ গাণিতিক যুক্তিৰ মাধ্যমে দেখাও যে, কোনো বস্তুৰ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিবেগেৱ 0.707 গুণ হলে সেটি কৃত্ৰিম উপগ্ৰহে পৱিণত হবে।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। পড়ান্ত বস্তু কাকে বলে ?
- ২। পড়ান্ত বস্তুর সূত্রগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।
- ৩। মহাকর্ষ বলতে কী বুঝা ?
- ৪। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কর। [চ. বো. ২০১৫]
- ৫। মহাকর্ষীয় ধ্রবক কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭]
- ৬। এহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের প্রথম সূত্রটি বিবৃত কর।
- ৭। এহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৮। এহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ৯। নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন কর।
- ১০। ঘূর্ণনরত কোনো এহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাঢ়ে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৭]
- ১১। ঘূর্ণনরত কোনো এহ সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ১২। পৃথিবীতে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত ব্যাখ্যা কর।
[ব. বো. ২০১৫]
- ১৩। সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণয়নমান গ্রহগুলোর আবর্তনকাল ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৯]
- ১৪। অভিকর্ষ কাকে বলে ? মহাকর্ষ ও অভিকর্ষের মধ্যে পার্থক্য কী ?
- ১৫। অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- ১৬। অভিকর্ষজ ত্বরণ বলতে কী বুঝা ?
- ১৭। অভিকর্ষজ ত্বরণকে কীভাবে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ এবং মহাকর্ষ ধ্রবকের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, দেখাও।
- ১৮। দেখাও যে, অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।
- ১৯। ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বিভিন্ন হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর।
- ২০। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতার কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২১। ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ান্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না— ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৭]
- ২২। পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর।
[কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৯]
- ২৩। পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন হবে কি ? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ২৪। অভিকর্ষীয় ত্বরণের উপর আঞ্চিক গতির প্রভাব বর্ণনা কর।
- ২৫। বিশুদ্ধীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]
- ২৬। পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণন হঠাতে থেমে গেলে পৃথিবীপৃষ্ঠে g-এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা কর।
[য. বো. ২০১৯]
- ২৭। অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৬]
- ২৮। একটি পাতলা পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।
- ২৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কাকে বলে ?
- ৩০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৭]
- ৩১। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলতে কী বুঝা ? মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩২। মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে ? [ঢ. বো. ২০১৭]
- ৩৩। মহাকর্ষ বিভবের মান ঝণাঝক হয় কেন ? [সি. বো. ২০১৬]
- ৩৪। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৫]
- ৩৫। বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।

- ৩৬। সুষম নিরেট কোনো গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৭। সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৮। মুক্তি বেগ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৬]
- ৩৯। দেখাও যে, মুক্তি বেগ $v_e = \sqrt{2gR}$.
- ৪০। পৃথিবীতে মুক্তি বেগের মান 11.2 km s^{-1} বলতে কী বোঝায়?
- ৪১। স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে কোনো বস্তু মুক্তি বেগ পরিবর্তন হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ৪২। মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ 4.77 km s^{-1} বলতে কী বুঝা? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৬]
- ৪৩। রকেটের বেগ মুক্তি বেগ নয় কেন? [দি. বো. ২০১৬]
- ৪৪। কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কিনা—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ৪৫। কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে?
- ৪৬। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৫; মদ্রাসা বোর্ড ২০১৮ চ. বো. ২০১৯] ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এর উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৪৭। পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? [সি. বো. ২০১৯; মদ্রাসা বোর্ড-২০১৯]
- ৪৮। আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ৪৯। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে প্রাকৃতিক সম্পদ কীভাবে অনুসন্ধান করা যায় বর্ণনা কর।
- ৫০। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে কীভাবে যোগাযোগ ব্যবস্থা গড়ে তোলা যায় বর্ণনা কর।
- ৫১। বস্তু গবেষণার ক্ষেত্রে মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার ব্যাখ্যা কর।

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। একটি মহাশূন্য যান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর সেখানে এর উপর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। দেয়া আছে—
 পৃথিবীর ভর = $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$; চাঁদের ভর = $7.4 \times 10^{22} \text{ kg}$;
 পৃথিবীর কেন্দ্র ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $3.8 \times 10^8 \text{ m}$ । [উ: $3.42 \times 10^8 \text{ m}$]
- ২। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর 10.97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} বৃহস্পতির পৃষ্ঠে তার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে? [উ: 25.92 m s^{-2}]
- ৩। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা চালিশ ভাগ হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ । [উ: $3.7 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৪। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে? [উ: $4.48 \times 10^4 \text{ km}$]
- ৫। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g -এর মান 4.9 m s^{-2} ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীপৃষ্ঠে 9.8 m s^{-2} । [উ: $2.65 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ: 8.1 m s^{-2}]

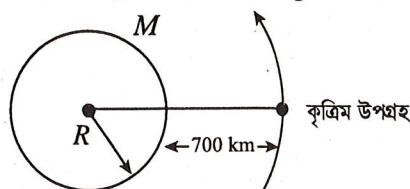
- ৭। মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ বের কর। মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। পৃথিবীর ভর 5.975×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.371×10^6 m এবং মহাকর্ষীয় দ্রবক 6.673×10^{-11} N m 2 kg $^{-2}$. [উ: 5.09 km s $^{-1}$] [বুয়েট ২০০৩-২০০৮]
- ৮। পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ ঘটায় কত কিলোমিটার হবে? [উ: 25462 km h $^{-1}$]
- পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km, ভর 6×10^{24} kg এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m 2 kg $^{-2}$
- ৯। পৃথিবী থেকে 7×10^5 m উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবী ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: 7509.43 m s $^{-1}$; 1 hr 39 min] [কু. বো. ২০১৫]
- ১০। মহাশূন্য যান ভস্টক-১-এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরি গ্যাগারিন 89 মিনিট 6 সেকেন্ডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন? তার মহাশূন্যযানের বেগ কত ছিল? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.371 \times 10^6$ m; পৃথিবীর ভর, $M = 5.975 \times 10^{24}$ kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m 2 kg $^{-2}$ [উ: 237.658 km; 7.59 km s $^{-1}$]
- ১১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.38×10^6 m এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s $^{-2}$ হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। [উ: 11.18 km s $^{-1}$]
- ১২। বৃহস্পতির ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.9×10^{27} kg এবং 7×10^7 m। বৃহস্পতিতে মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। [উ: 60.3 km s $^{-1}$]
- ১৩। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 m s $^{-2}$ । মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। [উ: 4.77 km s $^{-1}$]
- ১৪। পৃথিবীতে 5.5×10^3 kg m $^{-3}$ গড় ঘনত্বের তৈরি 6.4×10^6 m ব্যাসার্ধের একটি গোলক বিবেচনা করে এবং পৃষ্ঠে বিভব নির্ণয় কর। [উ: -6.32×10^7 J kg $^{-1}$]

সেট II

[সাম্প্রতিক বার্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

- ১৫। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 3.6×10^9 joule গতি শক্তি সঞ্চালিত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m. $G = 6.6 \times 10^{-11}$ N m 2 kg $^{-2}$, $g = 9.8$ m s $^{-2}$ ।
 (ক) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে?
 (খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চালিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।
 [উ: (ক) 2×10^5 m বা 200 km ; (খ) উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি 3.6×10^9 J, যা সঞ্চালিত গতিশক্তি 3.5×10^9 J অপেক্ষা বেশি।
 সুতরাং সঞ্চালিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।] [কু. বো. ২০১৫]

- ১৬। উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে [$M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6.4 \times 10^6$ m]



- (ক) কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও।

[উ]: (ক) 7.94 m s^{-2} ; (খ) কক্ষপথে গ্রহটির বেগ = 7.5 km s^{-1} কিন্তু ঐ অবস্থানে উপগ্রহটির মুক্তিবেগ = 10.6 km s^{-1} । সুতরাং উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।]

[সি. বো. ২০১৫]

১৭।

$$E = \text{পৃথিবী}$$

$$S = \text{ভূ-স্থির উপগ্রহ}$$

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

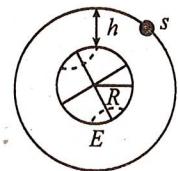
বাংলাদেশ $3,500 \text{ kg}$ ভরে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

(ক) ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে ?

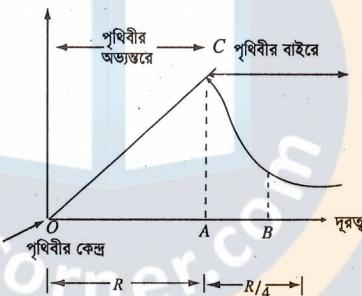
(খ) h -এর মান দিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে ? গাণিতিকভাবে দেখাও।

[উ]: (ক) $3.6 \times 10^4 \text{ km}$; (খ) h এর মান দিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 2.62 km s^{-1} বৃদ্ধি করতে হবে।]

[চ. বো. ২০১৬]



১৮।



উদীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$.

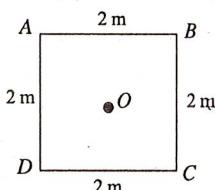
(ক) উদীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর।

(খ) একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থুত কর।

[উ]: (ক) 9.775 N kg^{-1} ; (খ) A অবস্থানে দোলনকাল = 2 s এবং B অবস্থানে দোলনকাল = 2.83 s ।

$\therefore T_B > T_A$ সুতরাং সেকেন্ড দোলকটিকে A অবস্থান থেকে B অবস্থানে নিলে ধীরে চলবে।] [চ. বো. ২০১৭]

১৯।



2 m বাহুবিশিষ্ট $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1 kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে $4 \text{ kg}, 4 \text{ kg}, 2 \text{ kg}$ ও 2 kg ভরের চারটি বস্তা রাখা আছে।

$$[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

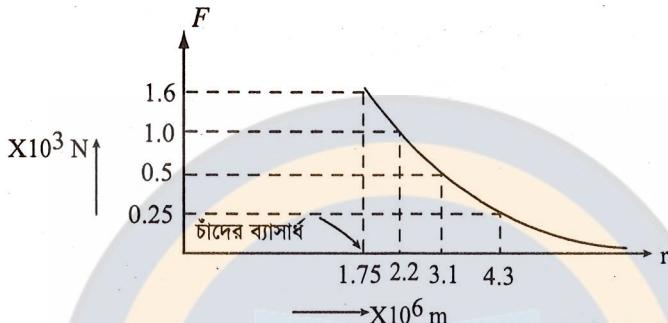
(ক) 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

(খ) 'O' বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) $-5.66 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-1}$; (খ) O বিন্দুতে লক্ষি প্রাবল্য $= 9.44 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$, $\angle AOB$

এর লম্ব সমন্বিত বরাবর ক্রিয়া করে। সূতরাং O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে না।] [কু. বো. ২০১৭]

- ২০। লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রে অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

(ক) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবীপৃষ্ঠ ও চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর। [উ: (ক) $7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$; (খ) $F_e : F_m = 18.9 : 1$] [য. বো ২০১৭]

- ২১। একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে ৮১ ও ১৬ গুণ। পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} মহাকর্ষ প্রকরণের মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

(ক) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে?

(খ) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চাঁদের দিকে $2.7 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ $= 3.078 \text{ km s}^{-1}$ । যেহেতু প্রাপ্ত বেগ প্রদত্ত বেগের সমান নয় সূতরাং এটি চাঁদের মতো কৃত্রিম উপগ্রহ হবে না।] [চ. বো. ২০১৭]

- ২২। কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 km s^{-1} বেগে ঘূরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 m s^{-2} । অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে $80 : 1$ ও $4 : 1$ ।

(ক) বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) এই দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

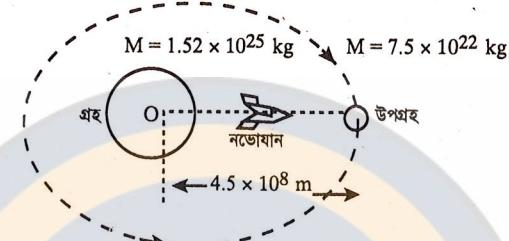
[উ: (ক) 360 km ; (খ) দ্বিতীয় গ্রহ হতে প্রথম গ্রহের চেয়ে 20 গুণ বেশি গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে।] [সি. বো. ২০১৭]

- ২৩। একটি মহাজাগতিক বস্তুৰ ব্যাসাৰ্ধ ও ভৱ যথাক্রমে 3.2×10^6 m এবং 4×10^{24} kg। মহাকৰ্ষীয় প্ৰবক $G = 6657 \times 10^{11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}$ । একটি ধূমকেতুৰ আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলো।
 (ক) মহাজাগতিক বস্তুৰ পৃষ্ঠে মাধ্যাকৰ্যজনিত তুৰণ নিৰ্ণয় কৰ।
 (খ) প্ৰতিটি খণ্ডেৰ মুক্তিবেগ মূল বস্তুটিৰ মুক্তিবেগেৰ এক-অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কৰ।

[উ: (ক) 26 m s^{-2} ; (খ) প্ৰতিটি খণ্ডেৰ মুক্তি বেগ মূল বস্তুৰ মুক্তি বেগেৰ অৰ্ধেক হবে, এক-অষ্টমাংশ হবে না।]

[দি. বো. ২০১৭]

২৪।



উপৱেৰ উদ্বীপকটি লক্ষ্য কৰ।

(ক) উপগ্রহটিৰ বেগ নিৰ্ণয় কৰ।

(খ) গ্রহ থেকে উপগ্রহেৰ দিকে যাওয়াৰ পথে কোনো স্থানে নভোযানটিৰ উপৱে লক্ষি বল শূন্য হবে কিনা—
গাণিতিকভাৱে সিদ্ধান্ত দাও।

[উ: (ক) 1.5 km s^{-1} ; (খ) গ্রহটি থেকে উপগ্রহেৰ দিকে $4.2 \times 10^8 \text{ m}$ দূৰে লক্ষি বল শূন্য হবে।]

[অভিন্ন প্ৰশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

- ২৫। M ভৱেৰ বস্তুকে কেটে m ও $(M - m)$ ভৱেৰ বস্তুতে রূপান্তৰিত কৰা হলো। $\frac{M}{m}$ এৰ অনুপাত কি হলো এদেৱ
মধ্যকাৰ মহাকৰ্ষ বল সৰ্বাধিক হবে ?

[উ: ২ : ১] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

- ২৬। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে সৰ্বদা 620 km উৰুৰ থেকে একটি কৃত্ৰিম উপগ্রহ পৃথিবীৰ চারদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্ৰদক্ষিণ
কৰে ? দেওয়া আছে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ, $R = 6380 \text{ km}$ ।

[উ: 7.54 km s^{-1}] [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- ২৭। পৃথিবীৰ ভৱ চন্দ্ৰেৰ ভৱেৰ 81 গুণ এবং তাদেৱ কেন্দ্ৰেৰ মধ্যবৰ্তী দূৰত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ km}$ । চন্দ্ৰ ও পৃথিবীৰ
সংযোগকাৰী ৱেৰখাৰ কোথায় কোনো বস্তুৰ উপৱে টান সমান ?

[উ: $3.474 \times 10^8 \text{ m}$]

[কুয়েট ২০০৮-২০০৯]

- ২৮। 40 kg ওজনেৰ একটি কৃত্ৰিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় স্থাপন কৰলে তা প্ৰতি 24 ঘণ্টায় 2 বাৰ একই
স্থানে পৰ্যবেক্ষণ কৰতে পাৰবে ? [পৃথিবীৰ ব্যাসাৰ্ধ 6400 km ও তাৰ ভৱ $6 \times 10^{21} \text{ Ton}$]

[উ: $2.02 \times 10^7 \text{ m}$] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

- ২৯। ভূ-পৃষ্ঠেৰ চতুৰ্দিকে নিৰক্ষবৃত্ত বৰাবৰ বৃত্তাকাৰ পথে আৰ্বতনশীল একটি ভূ-স্থিৰ যোগাযোগ উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত
উচ্চতায় ঘুৱেৰে ?

[উ: $3.6 \times 10^8 \text{ m}$] [বুয়েট ২০০১-২০০২]

- ৩০। একটি সুষম গোলকেৰ ভৱ $1 \times 10^9 \text{ kg}$ এবং ব্যাসাৰ্ধ 1 m । গোলক কৰ্তৃক গোলকেৰ কেন্দ্ৰ হতে 0.5 m দূৰত্বে
অবস্থিত m_1 ভৱেৰ একটি কণাৰ উপৱে মহাকৰ্ষ বলেৰ মান কত ? [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

[উ: $3.34 \times 10^{-7} \text{ m N}$] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

- ৩১। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 500 km উপৱে একটি স্যাটেলাইট ঘুৱচে। এৰ বেগ কত ? [ঐ উচ্চতায় $g = 9.3 \text{ m s}^{-2}$]

- [উ: $7.43 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$] [বুয়েট ২০১৫–২০১৬]
- ৩২। আমাদের পৃথিবীর ব্যাস 12800 km । একটি উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষে 7.8 km s^{-1} গতিবেগে ঘূরে। বৃত্তাকার কক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.2 m s^{-2} হলে, (i) উপগ্রহের গতিবেগ ও (ii) একবার পূর্ণবৃন্দনের সময়কাল নির্ণয় কর।
 [উ: (i) 7792.30 m s^{-1} ; (ii) $1\text{h } 28\text{ min } 41.79 \text{ s}$] [বুয়েট ১৯৯৭–১৯৯৮]
- ৩৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 80 kg । পৃথিবীর ভর অপেক্ষা $81\frac{1}{4}$ গুণ বেশি হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে লোকটির ওজন কত হবে? [পৃথিবী ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত $4 : 1$] [উ: 15.80 kg] [কুয়েট ২০০৪–২০০৫]
- ৩৪। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 90 kg হলে মঙ্গলপৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? মঙ্গল এর ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{9}$ অংশ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। [উ: 40 kg-wt] [চুয়েট ২০০৩–২০০৪]
- ৩৫। শূন্য মাধ্যমে দুটি ইলেকট্রনের মধ্যকার কুলস্ব বল F_E এবং মহাকর্ষ বল F_G ; এর অনুপাত কত হবে?
 [উ: 4.2×10^{42}] [ঢ. বি. ২০১৬–২০১৭]
- ৩৬। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 100 km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [উ: 7.33 ms^{-2}] [কুয়েট ২০১৬–২০১৭]
- ৩৭। ভূ-পৃষ্ঠের 200 km উর্ধ্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত m s^{-2} ?
 (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে g -এর মান 9.6 ms^{-2})
 [উ: 9.21 ms^{-2}] [শা.বি.প্র.বি. ২০১৬–২০১৭]
- ৩৮। পৃথিবীপৃষ্ঠের একটি বস্তুর ওজন 180 kg । মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর গ্রহের $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গল গ্রহে বস্তুটির ওজন কত?
 [উ: 80 kg-wt] [কুয়েট ২০১৫–২০১৬]
- ৩৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km s^{-1} বেগে ঘূরছে। সেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [উ: 1600 km] [চুয়েট ২০১৫–২০১৬]
- ৪০। যদি পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যে দূরত্ব বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক করা হয় তাহলে কত দিনে এক বছর হবে? [উ: 129 d]
 [গা. বি. প্র. বি. ২০১৬–২০১৭]
- ৪১। একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m s^{-2} হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত?
 [উ: $5.816 \times 10^6 \text{ m}$] [বুয়েট ২০১৪–২০১৫]
- ৪২। পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} । কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আটগুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবেগ কত?
 [উ: 22.4 km s^{-1}] [বুয়েট ২০১৩–২০১৪]
- ৪৩। $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ কত? [$G = 6.75 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]
 [উ: $1.1 \times 10^8 \text{ J}$]
 [বুয়েট ২০১১–২০১২]
- ৪৪। একটি রিমোট সেসিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘূরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণনকাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400 \text{ km}$; $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)
 [উ: $7.77 \text{ kms}^{-1}; 1\text{h } 29\text{ min } 38.2 \text{ s}$] [বুয়েট ২০১০–২০১১]
- ৪৫। দুটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার পূর্বের দ্বিগুণ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব দ্বিগুণ করা হয়।
 [উ: পূর্বের দেড়গুণ] [ঢ. বি. ২০১৫–২০১৬]
- ৪৬। পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা করলে কত উচ্চতার অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে।
 [উ: $(\sqrt{2} - 1) R$] [বঙ্গবন্ধু বি.প্র.বি. ২০১৬–২০১৭]

৪৭। ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 600 N হলে চাঁদে গিয়ে তিনি কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ 81 ও 4 গুণ। [উ: 481.48 N] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]

৪৮। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক উচ্চতায় ঘূরে। ঐ উচ্চতায় এর গতিবেগ কত ?

$$[\text{উ: } \sqrt{\frac{2gR}{3}}] \text{ [রা. বি. ২০১৬-২০১৭]}$$

৪৯। একটি উপগ্রহ পৃথিবী তলের কাছ দিয়ে ঘূরছে এটিকে অসীমে পাঠাতে হলে গতি কী পরিমাণ বাঢ়াতে হবে ?

$$[\text{উ: } 40\%] \text{ [বুটেক্স ২০১৬-২০১৭]}$$

৫০। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 700.0 km উর্ধ্বে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। এইটির অনুভূমিক বেগ কত m s^{-1} ? [উ: 7519 m s^{-1}] [শা. বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]

৫১। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে ? দেওয়া আছে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380 \text{ km}$ । [উ: 7.5 km s^{-1}]

$$[\text{কুয়েট } ২০১৪-২০১৫]$$

৫২। একটি লিফট 1 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে, তিনি কত বল অনুভব করেন ? [উ: 572 N] [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]

৫৩। চাঁদের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ th এবং ভর $\frac{1}{80}$ th। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} হলে চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ: 1.96 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]

৫৪। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 \text{ m}$)। [উ: $1.595 \times 10^6 \text{ m}$] [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]

৫৫। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মানের 25% হবে ? [উ: 6400 km] [কুয়েট ২০১১-২০১২]

৫৬। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আট গুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবেগ পৃথিবীর মুক্তিবেগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় কর। [উ: ৪ গুণ] [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]

৫৭। ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে পূর্বদিকে গতিশীল একটি যোগাযোগ উপগ্রহের আবর্তনকাল 1 দিন। (i) একপ স্থির উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাস কত ? (ii) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত দূরে থেকে ঘূরছে ? [দেয়া আছে, পৃথিবীর ভর $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 \text{ m}$]।

$$[\text{উ: (i) } 4.22 \times 10^7 \text{ m ; (ii) } 3.58 \times 10^7 \text{ m}] \text{ [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]}$$

৫৮। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} ।

(ক) উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহের রূপান্তর করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ: (ক) 8.192 m s^{-2} ; (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল 24 h কিন্তু উদ্দীপকের উপগ্রহের পর্যায়কাল 1.615 h । সুতরাং এটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে না।] [ব. বো. ২০১৯]