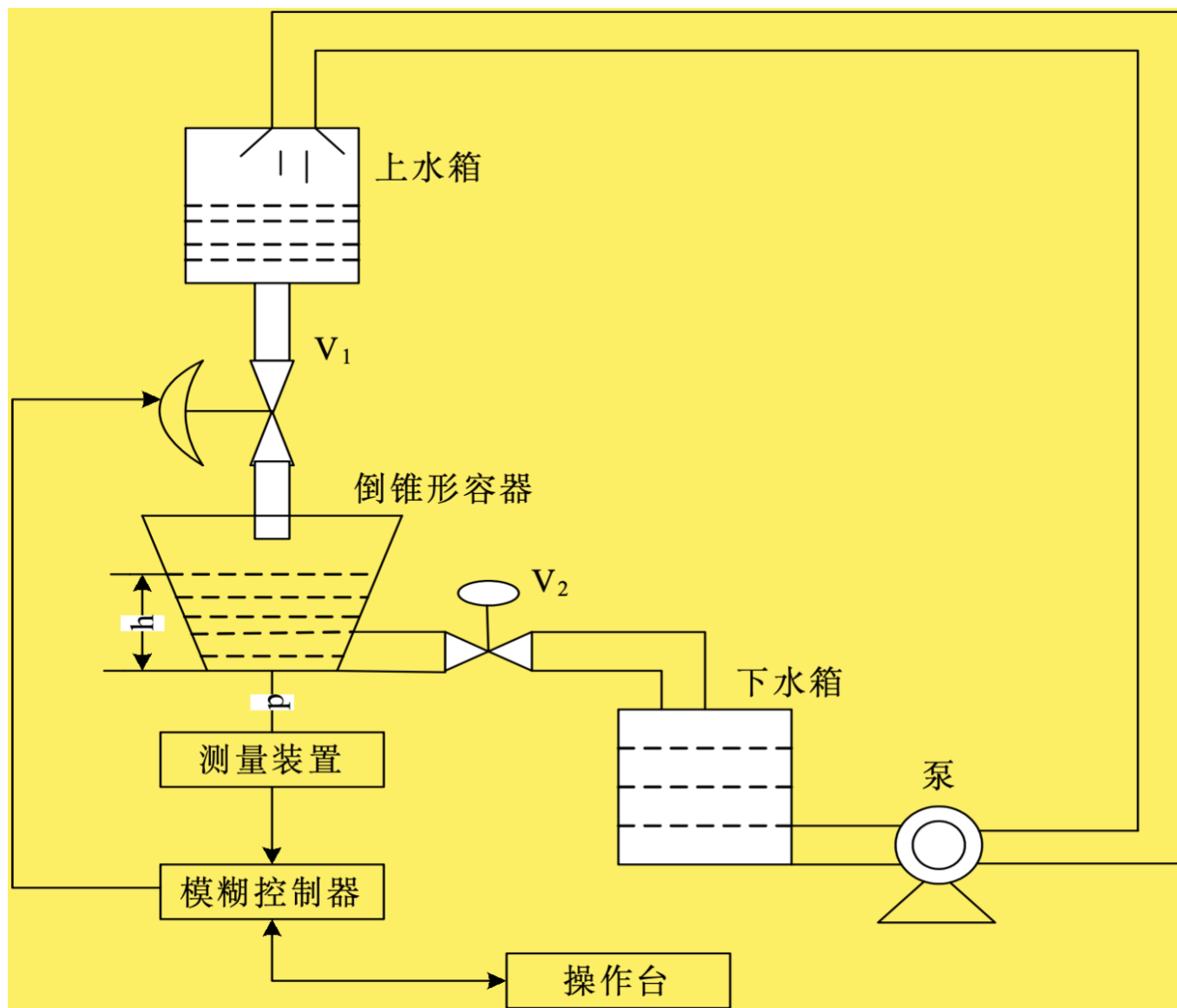


水箱液位的模糊控制系统设计

场景如下：



控制目标与预先条件

本部分列出控制目标和预先给出的一些系统环境条件。

控制目标

- 控制目标：倒锥形容器的液位高度 $h=h_0$
- 检测装置：通过测量容器底部压力来间接测量液位
- 执行机构：控制进水电磁阀 V_1 的开启度 $u \in [0, 90^\circ]$
- 受控对象：模糊控制器最终影响倒锥形容器内的水量，所以受控对象是倒锥形容器

为简单起见，假设电磁阀 V_1 的开启度与进水量间呈线性关系。所以控制进水量 Q_i 实际上就是控制电磁阀 V_1 的开启度 u 。

因此对于整个系统而言，模糊控制器最终控制的是电磁阀 V_1 的开启度 u ，从而控制倒锥形容器的水量。

注意：模糊控制器受控对象是倒锥形容器，其液位高度 h 和进水量 Q_i 间的关系不是线性关系
电磁阀 V_2 的开度固定，但出水量 Q_o 与倒锥形容器的液位高度成正比

系统环境

在整个系统中，影响锥形容器的高度的因素有两个，分别是进水量 Q_i 和出水量 Q_o ；在微小时间 Δt 内，我们可以假定出水量和进水量是不变的，此时有如下关系：

$$dQ_i = k_i u + C \quad (\text{其中, } k_i \text{ 和 } C \text{ 为常数, } u \text{ 为电磁阀 } V_1 \text{ 的开启度}) \quad (1)$$

$$dQ_o = k_o h \quad (\text{其中, } k_o \text{ 为常数, } h \text{ 为当前水箱水位}) \quad (2)$$

因此，可以认为单位时间的体积变化为：

$$\frac{dV}{dt} = k_i u + C - k_o h \quad (3)$$

对于任意时刻，水箱中的水处于倒锥形状态，并且圆锥底部为 60° ，此时有锥形体积公式：

$$V = \pi r^2 h + \frac{\sqrt{3}}{3} \pi r h^2 + \frac{\pi}{9} h^3$$

由于 r 是定值，所以假设 r 为1，化简后当前水体积和高度的关系为：

$$V = \pi^2 h + \frac{\sqrt{3}}{3} \pi h^2 + \frac{\pi}{9} h^3 \quad (4)$$

分析与建模

根据上述对系统环境的分析，明确控制目标为：控制进水阀 V_1 的开口 u ，使当前水位 h 达到预期水位 h_0 。基于(3)和(4)，可以得到单位时间内水位变化为：

$$\frac{dV}{dt} = \left(\pi^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi h + \frac{\pi}{3} h^2 \right) \frac{dh}{dt} \quad (5)$$

带入由(3)和(5)，可得到水位变化与阀门开度的关系：

$$\frac{dh}{dt} = \frac{k_i u + C}{\pi^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi h + \frac{\pi}{3} h^2} - \frac{k_o h}{\pi^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi h + \frac{\pi}{3} h^2} \quad (6)$$

即给出 V_1 与 h 之间的关系。

建立模糊系统

对于模糊系统的建立，首先需要确立系统的输入和输出。根据上述建模过程，很容易确立模糊系统的输入输出：

- 1. 输入1： $e = h - h_0$ 即液面高度的误差
- 2. 输入2： $de = \frac{dh}{dt}$ 即液位误差的变化率
- 3. 输出： u 即当前阀门 V_1 的开度

选择负大 NB、负小 NS、零 ZO、正小 PS、正大 PB 五个语言变量就能够有足够精度表达其模糊子集，因此我们定义 e 和 de 的模糊子集均为 {NB, NS, ZO, PS, PB}，输入变量论域定义为 [-2, 2]

模糊集及论域定义

因此，对误差 e 误差变化 de 及控制量 u 的模糊集及论域定义如下：

- e 、 de 和 u 的模糊集均为 {NB, NS, ZO, PS, PB}
- 输入变量 e 和 de 论域均为 {-3, -1.5, 0, 1.5, 3}
- 输出变量 u 的论域为 {-5, -2.5, 0, 2.5, 5}

建立模糊规则

根据经验可总结模糊规则如下：

- 1. 如果水位正常，则不要调整阀门；
- 2. 如果水位低，则快速打开阀门；
- 3. 如果水位高，则快速关闭阀门；
- 4. 如果水位正常且下降，则缓慢打开阀门；
- 5. 如果水位正常且正在上升，则缓慢关闭阀门。

上述模糊规则前三条基于当前水位进行调整，后两条则根据水位变化率调整阀门。因此有下列模糊规则，可得到 de 、 e 和 u 的模糊关系如下：

de \ e	NB	NS	ZO	PS	PB
NB	PB	PB	PS	PS	ZO
NS	PB	PS	PS	ZO	NS
ZO	PS	PS	ZO	NS	NS
PS	PS	ZO	NS	NS	NB
PB	ZO	NS	NS	PB	NB

MatLab仿真

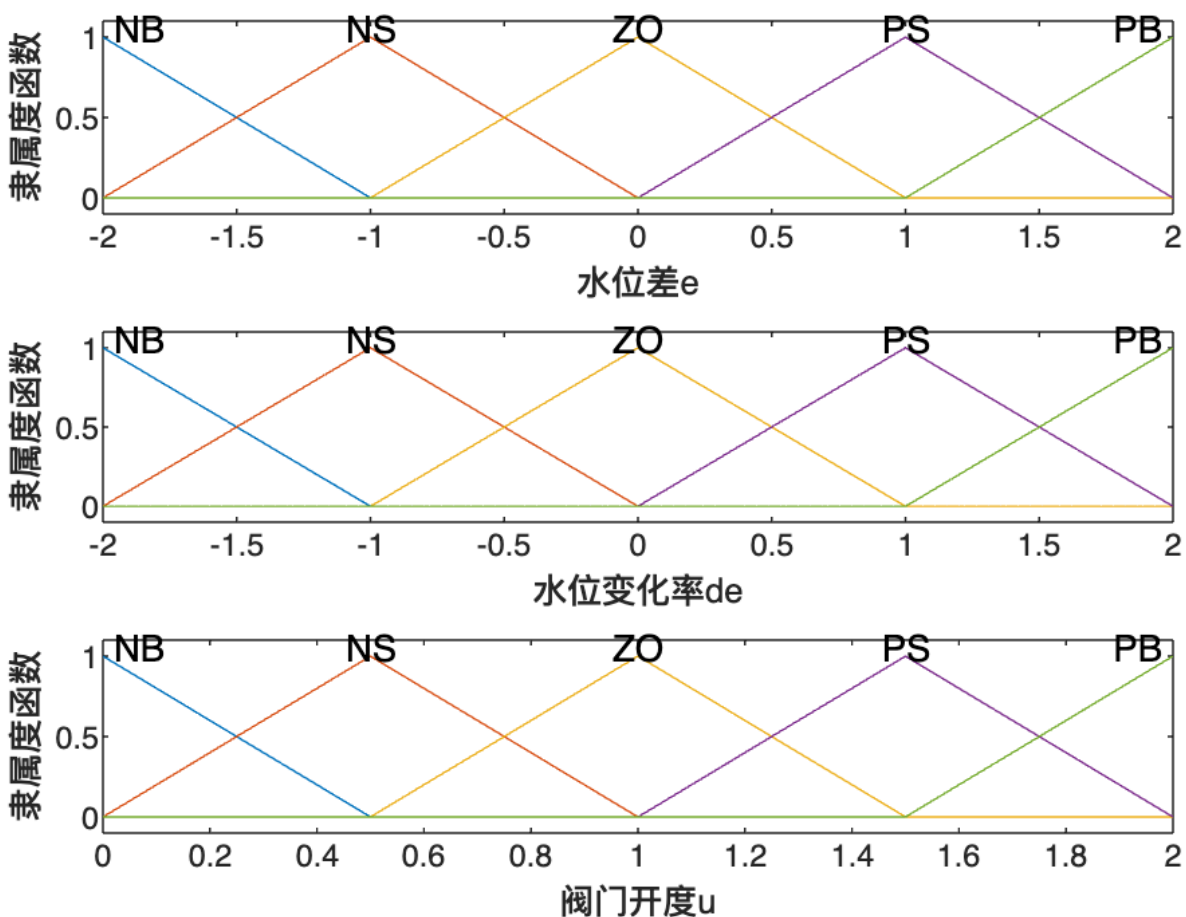
本部分将基于以上论述，进行matlab仿真实验

隶属度函数定义

可定义水位差 e 、水位差变化率 de 的隶属度代码如下：

```
1  %定义模糊控制器
2  a = newfis('Water Tank');
3  %定义高度误差e的隶属度函数
4  a = addvar(a, 'input', 'e', [-2 2]);
5  a = addmf(a, 'input', 1, 'NB', 'trimf', [-3, -2, -1]);
6  a = addmf(a, 'input', 1, 'NS', 'trimf', [-2, -1, 0]);
7  a = addmf(a, 'input', 1, 'ZO', 'trimf', [-1, 0, 1]);
8  a = addmf(a, 'input', 1, 'PS', 'trimf', [0, 1, 2]);
9  a = addmf(a, 'input', 1, 'PB', 'trimf', [1, 2, 3]);
10 %定义高度误差变化率de的隶属度函数
11 a = addvar(a, 'input', 'de', [-2 2]);
12 a = addmf(a, 'input', 2, 'NB', 'trimf', [-3, -2, -1]);
13 a = addmf(a, 'input', 2, 'NS', 'trimf', [-2, -1, 0]);
14 a = addmf(a, 'input', 2, 'ZO', 'trimf', [-1, 0, 1]);
15 a = addmf(a, 'input', 2, 'PS', 'trimf', [0, 1, 2]);
16 a = addmf(a, 'input', 2, 'PB', 'trimf', [1, 2, 3]);
17 %定义输出变量（入水阀门开关度）u的隶属度函数
18 a = addvar(a, 'output', 'u', [0 2]);
19 a = addmf(a, 'output', 1, 'NB', 'trimf', [-0.5, 0, 0.5]);
20 a = addmf(a, 'output', 1, 'NS', 'trimf', [0, 0.5, 1]);
21 a = addmf(a, 'output', 1, 'ZO', 'trimf', [0.5, 1, 1.5]);
22 a = addmf(a, 'output', 1, 'PS', 'trimf', [1, 1.5, 2]);
23 a = addmf(a, 'output', 1, 'PB', 'trimf', [1.5, 2, 2.5]);
```

可得隶属度函数图如下所示：



模糊规则定义

基于建模中提到的模糊规则，可得到如下代码：

```

1  %定义模糊规则
2  rr = [
3      5 5 4 4 3;
4      5 4 4 3 2;
5      4 4 3 2 2;
6      4 3 2 2 1;
7      3 2 2 1 1;
8  ];
9  r1 = zeros(prod(size(rr)), 3);
10 k = 1;
11 for i = 1:size(rr, 1)
12     for j = 1:size(rr, 2)
13         r1(k, :) = [i, j, rr(i, j)];
14         k = k + 1;
15     end
16 end
17 [r, s] = size(r1);

```

```

18  r2 = ones(r, 2);
19  rulelist = [r1, r2];
20  a = addrule(a, rulelist);

```

可得到如下模糊规则描述：

```

'1. If (e is NB) and (de is NB) then (u is PB) (1) '
'2. If (e is NB) and (de is NS) then (u is PB) (1) '
'3. If (e is NB) and (de is ZO) then (u is PS) (1) '
'4. If (e is NB) and (de is PS) then (u is PS) (1) '
'5. If (e is NB) and (de is PB) then (u is ZO) (1) '
'6. If (e is NS) and (de is NB) then (u is PB) (1) '
'7. If (e is NS) and (de is NS) then (u is PS) (1) '
'8. If (e is NS) and (de is ZO) then (u is PS) (1) '
'9. If (e is NS) and (de is PS) then (u is ZO) (1) '
'10. If (e is NS) and (de is PB) then (u is NS) (1) '
'11. If (e is ZO) and (de is NB) then (u is PS) (1) '
'12. If (e is ZO) and (de is NS) then (u is PS) (1) '
'13. If (e is ZO) and (de is ZO) then (u is ZO) (1) '
'14. If (e is ZO) and (de is PS) then (u is NS) (1) '
'15. If (e is ZO) and (de is PB) then (u is NS) (1) '
'16. If (e is PS) and (de is NB) then (u is PS) (1) '
'17. If (e is PS) and (de is NS) then (u is ZO) (1) '
'18. If (e is PS) and (de is ZO) then (u is NS) (1) '
'19. If (e is PS) and (de is PS) then (u is NS) (1) '
'20. If (e is PS) and (de is PB) then (u is NB) (1) '
'21. If (e is PB) and (de is NB) then (u is ZO) (1) '
'22. If (e is PB) and (de is NS) then (u is NS) (1) '
'23. If (e is PB) and (de is ZO) then (u is NS) (1) '
'24. If (e is PB) and (de is PS) then (u is NB) (1) '
'25. If (e is PB) and (de is PB) then (u is NB) (1) '

```

随后进行控制函数的设置，主要参数如下

- 采样频率 T 设置为1（秒）
- 总采样点数设置为1000（个）
- e 的映射系数 k_e 为0.1
- de 的映射系数 k_d 为1.2
- u 的映射系数 k_u 为45

因为模糊系统输出的阀门变化率的论域为 $[-2, 2]$ ，因此需要乘以45映射回真实角度范围 $[0, 90^\circ]$ 。

此外，有两个已知系数分别为 k_o 和 k_i ，分别控制出水阀门速度和进水阀门速度，两者实际上是已知且固定常数，在合适的范围内，两者的选择只影响真实阀门的开启度。

所谓的“合适的范围”，指的是需要满足进水阀门角度到最大时，整个系统处于进水状态，否则无论如何控制，无法达到“控制液面上升”的目的

因此，两者分别取值为：

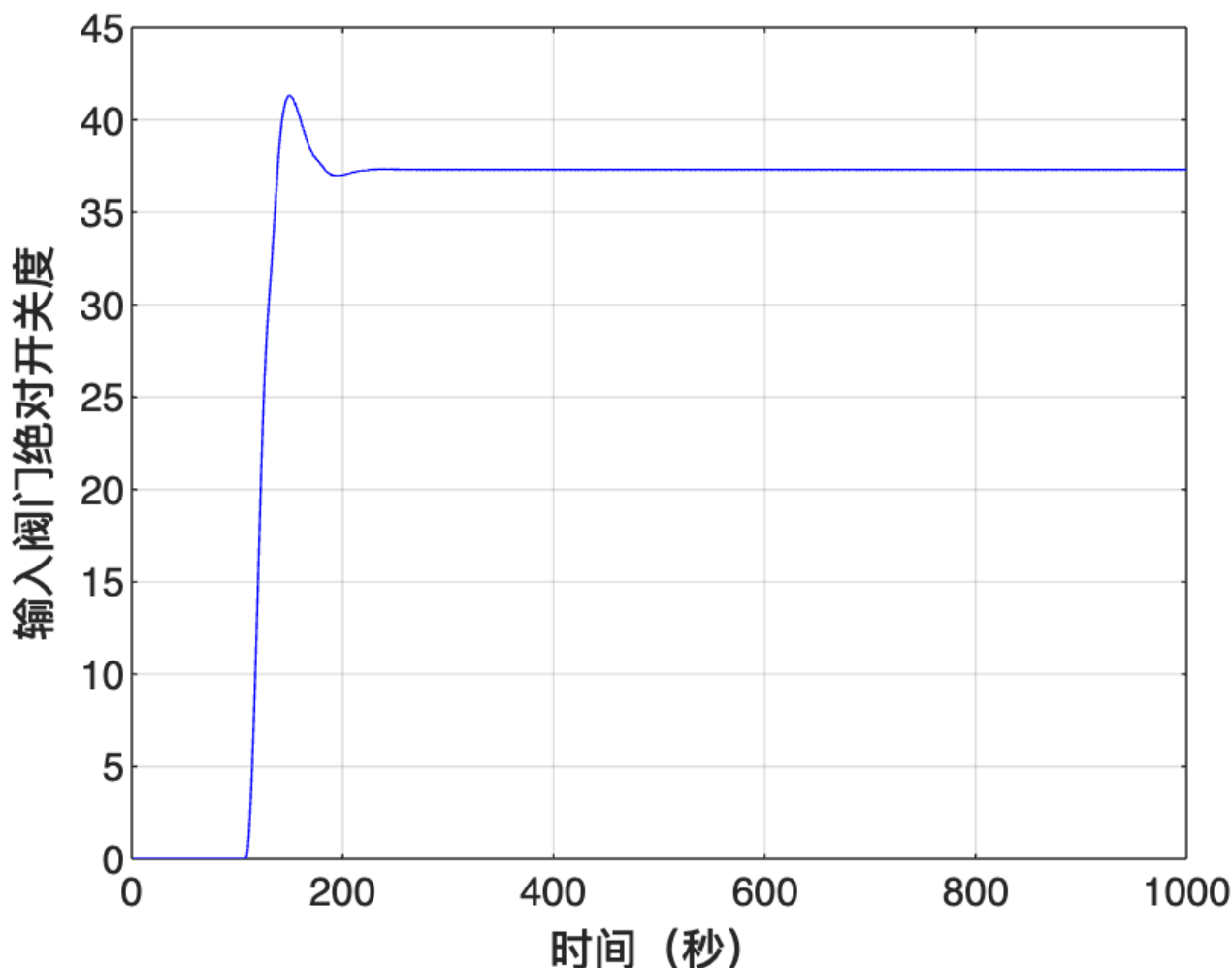
- $k_o = 0.5$;
- $k_i = 0.067$;

模拟仿真：情景一

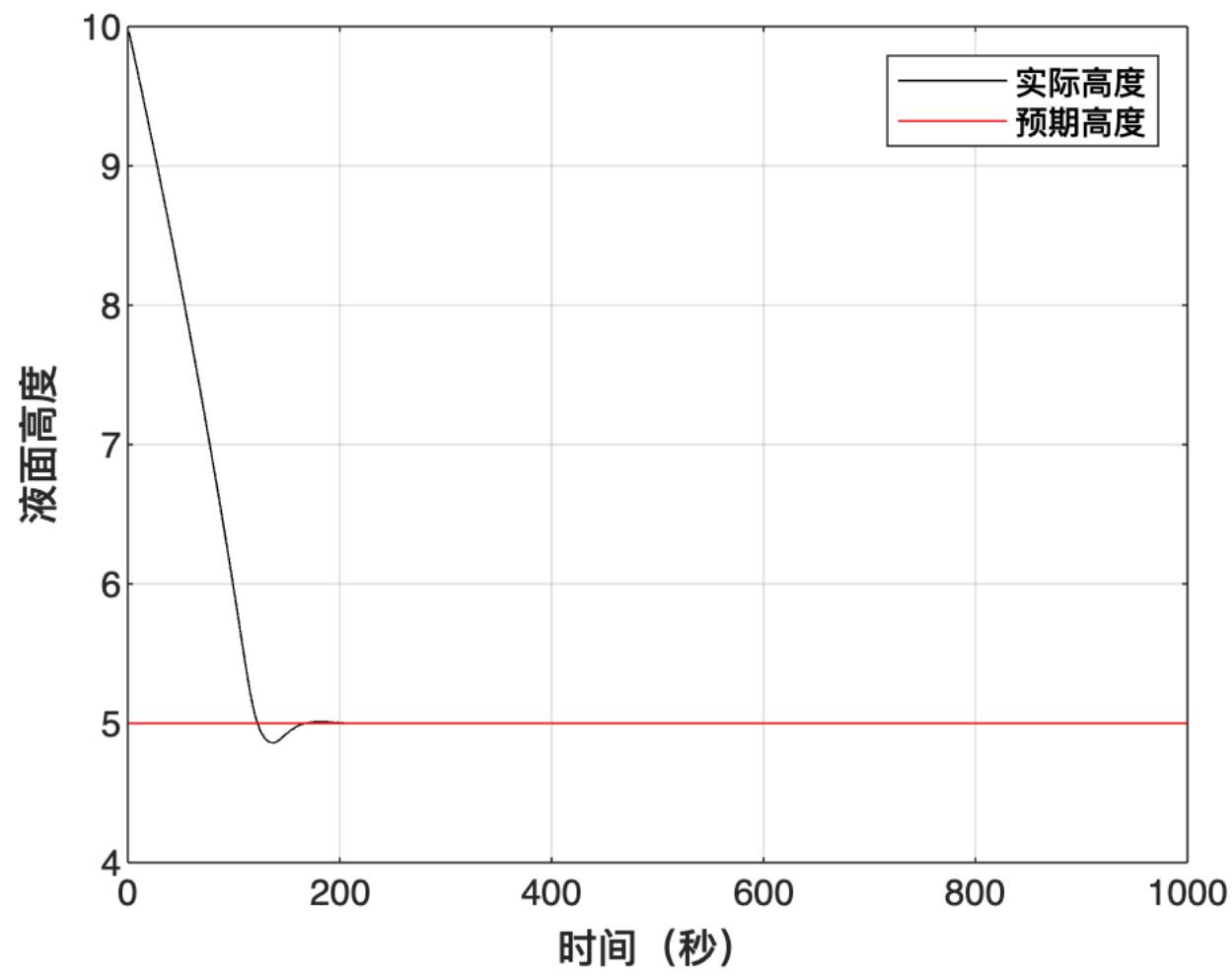
此情景模拟需要液面下降的情况，具体条件如下

- 初始液面为10
- 目标液面为5

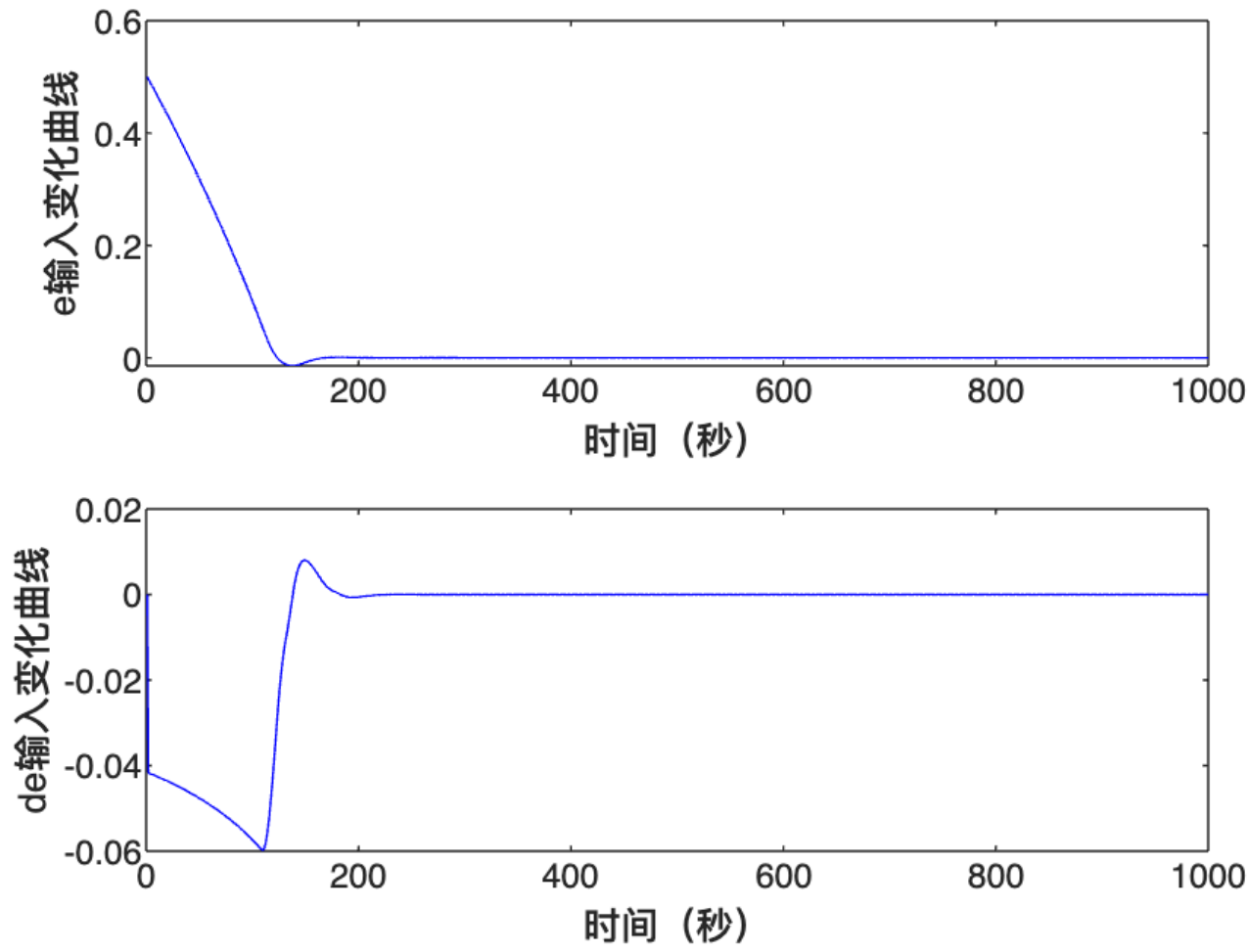
真实阀门开关度曲线：



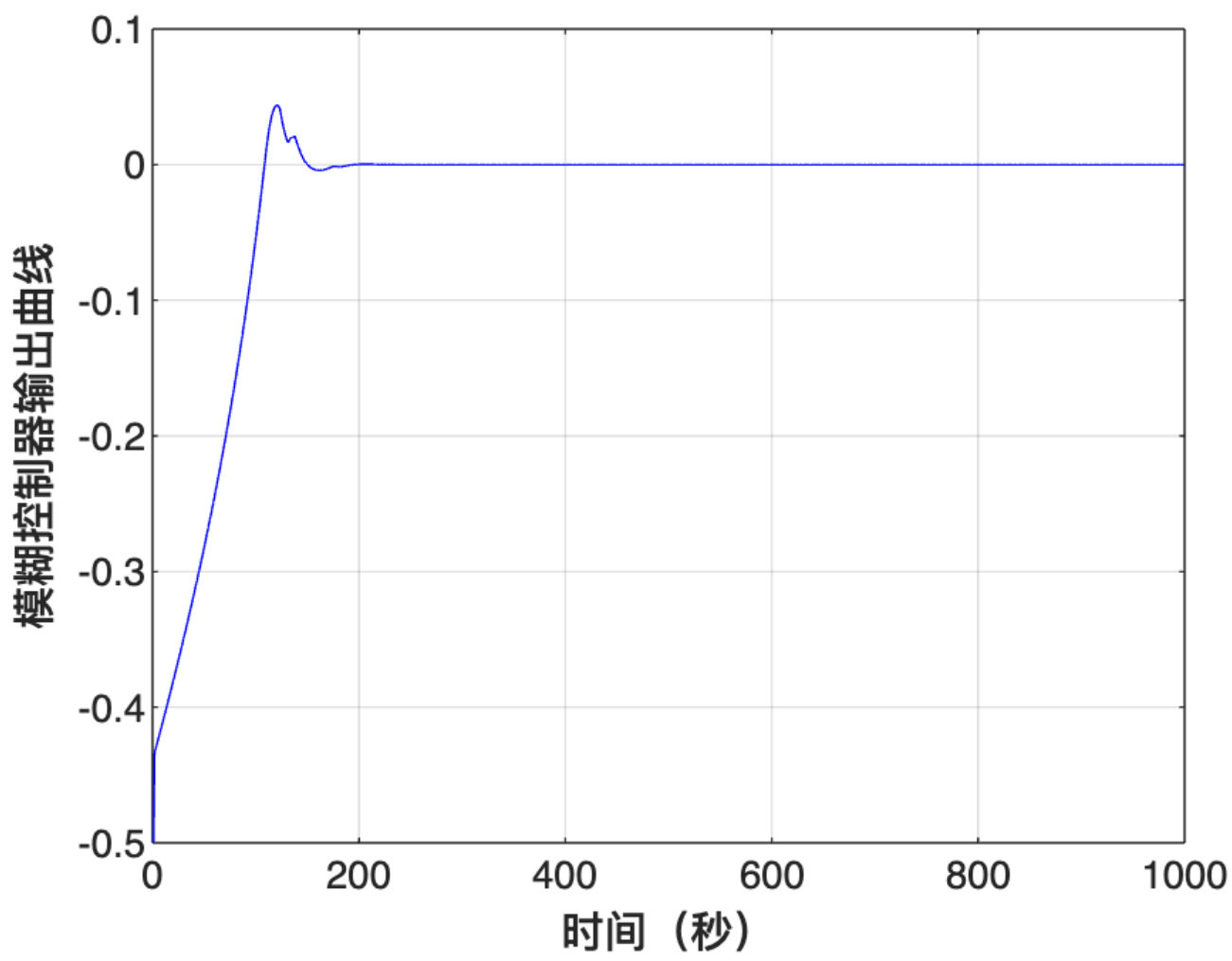
液面高度变化曲线：



输入变化曲线：



输出变化曲线：

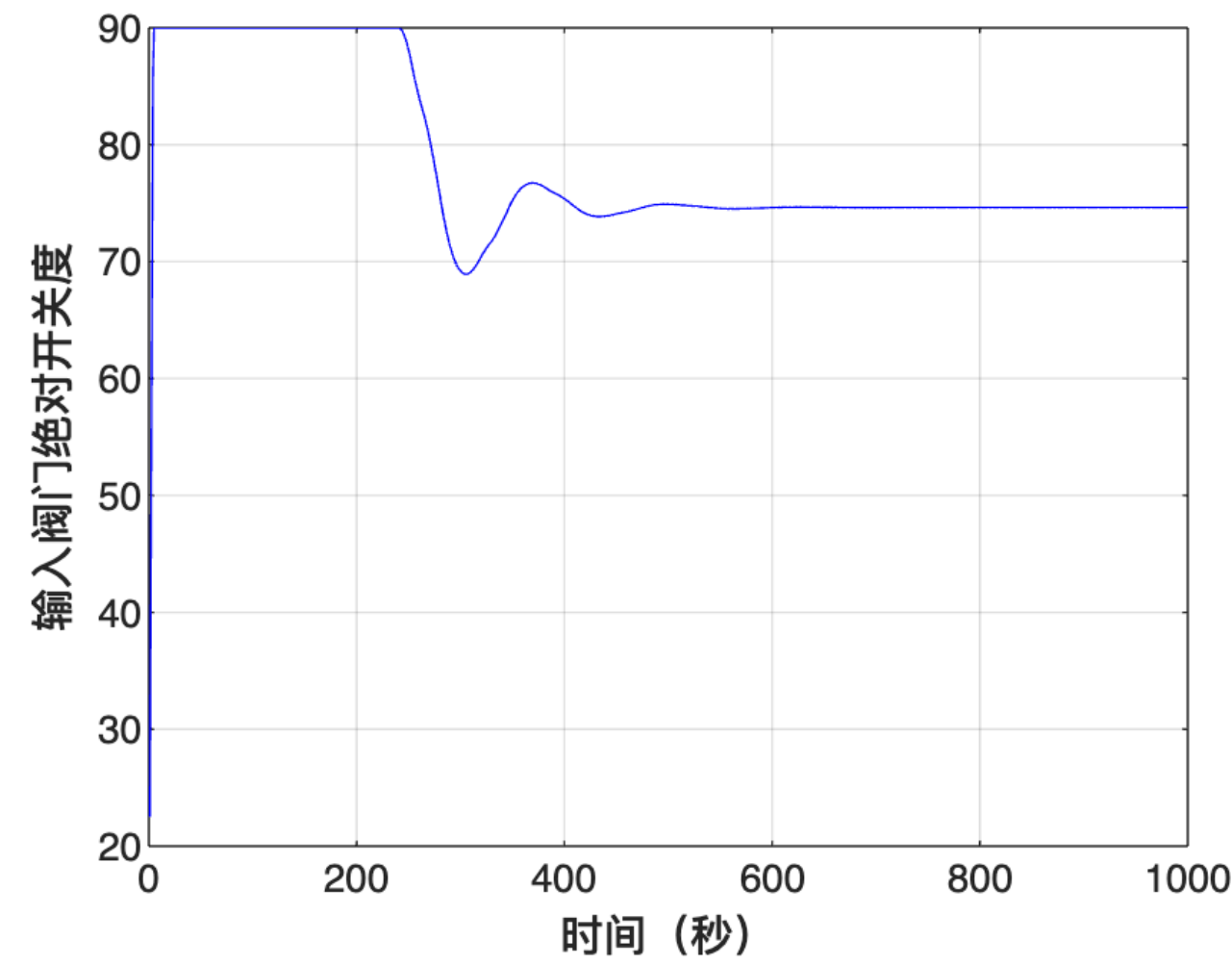


模拟仿真：情景二

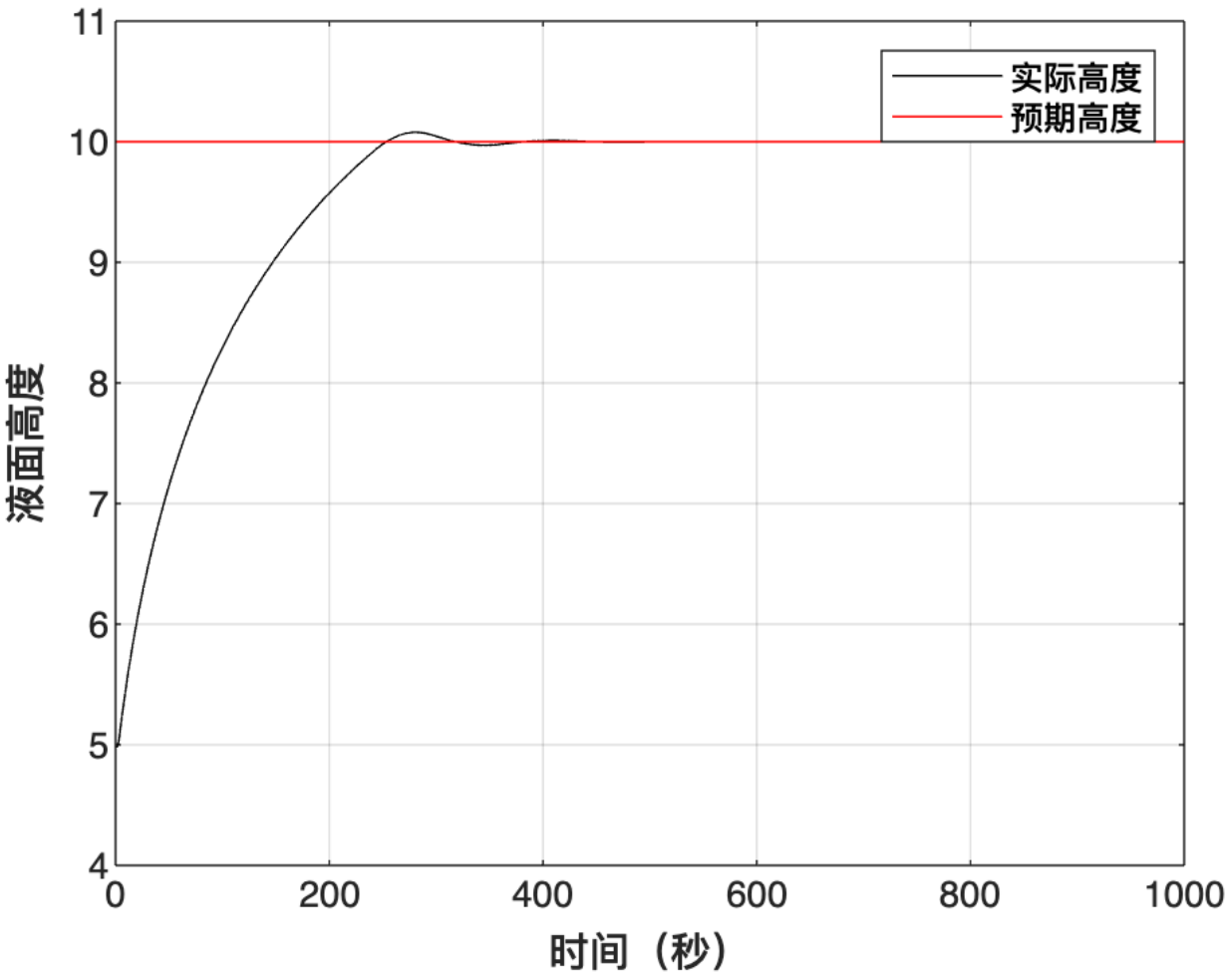
此情景模拟页面上升的情况，具体条件如下

- 初始液面为5
- 目标页面为10

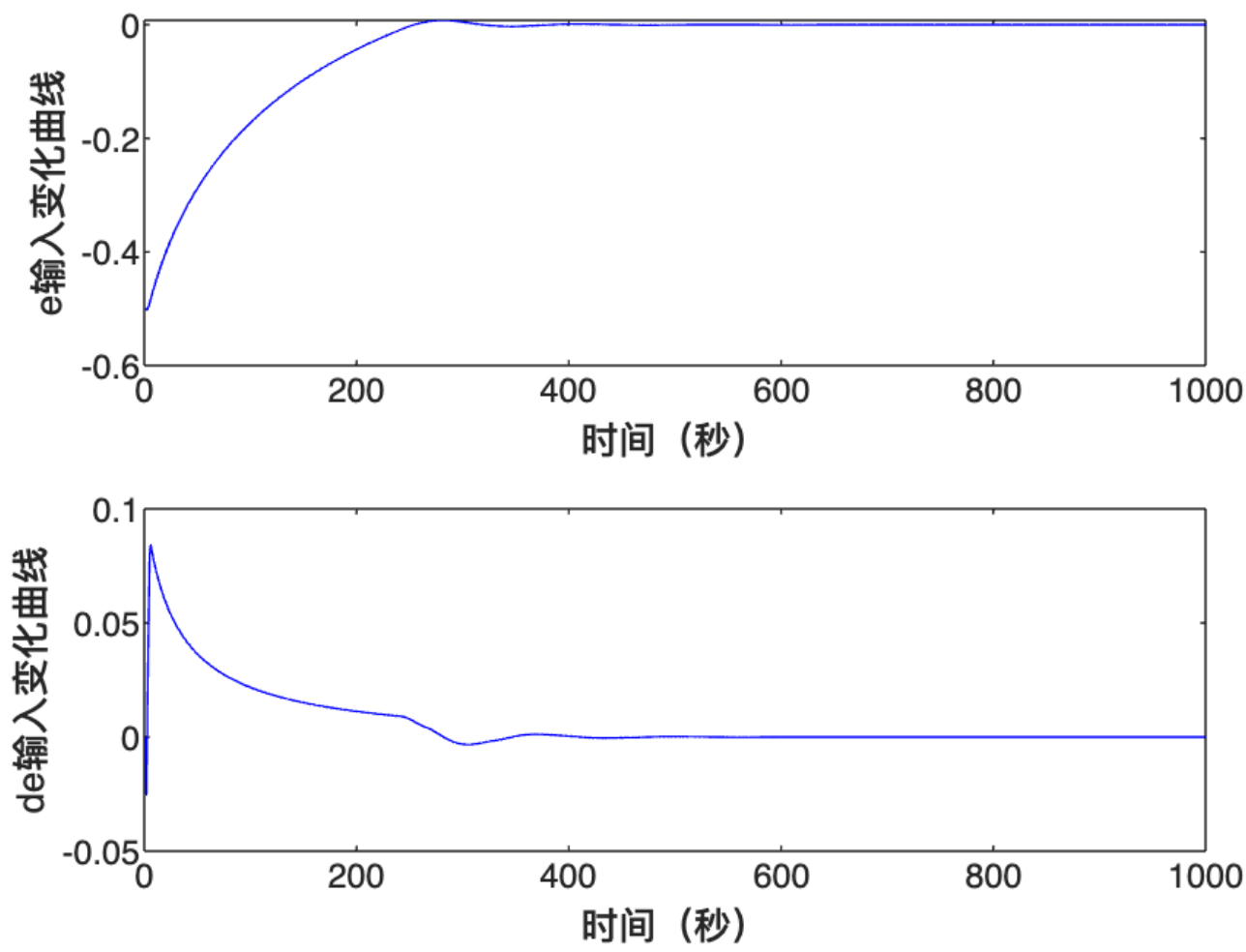
真实阀门开关度曲线图：



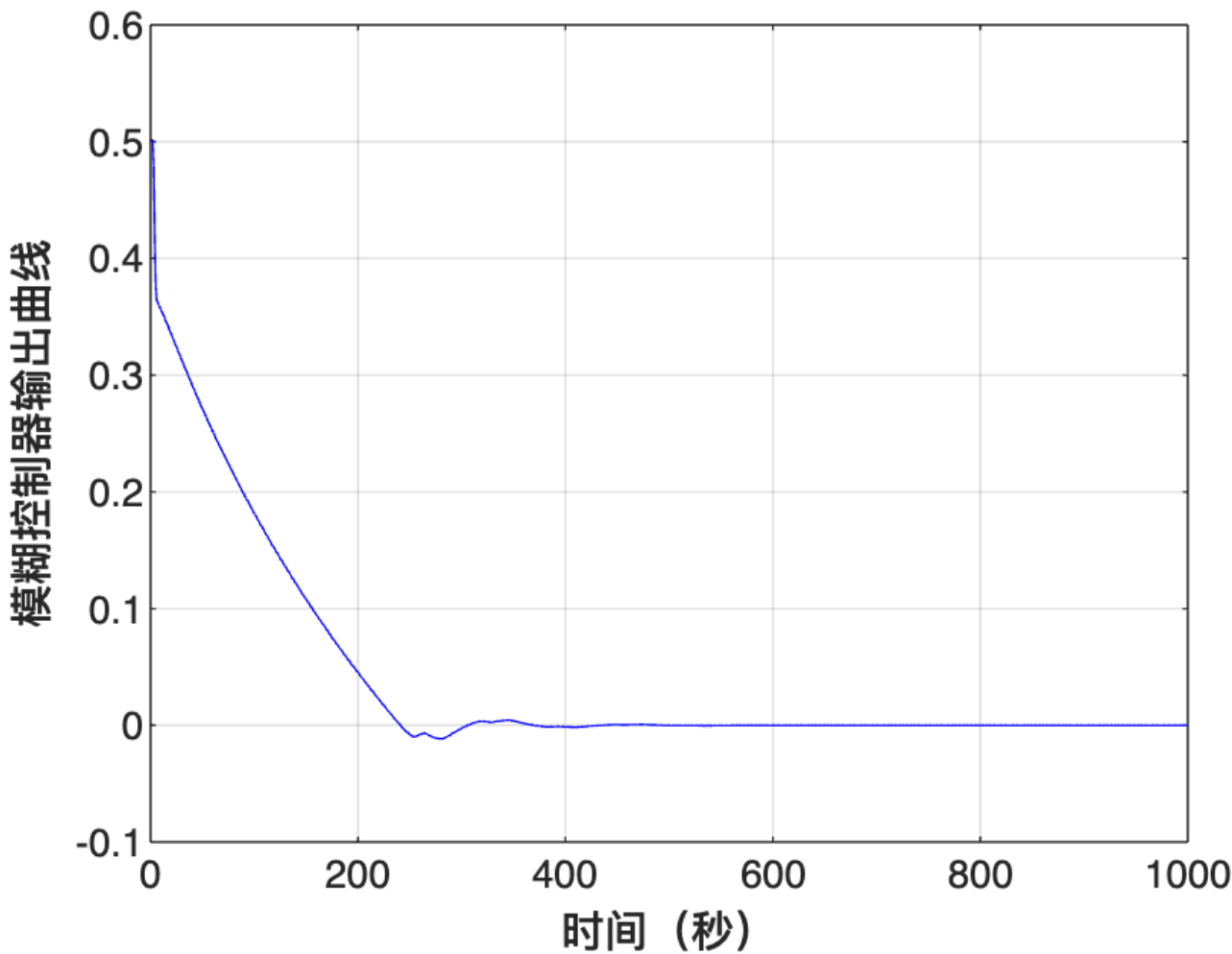
液面高度变化曲线图：



输入变化曲线：



输出变化曲线



总结与讨论

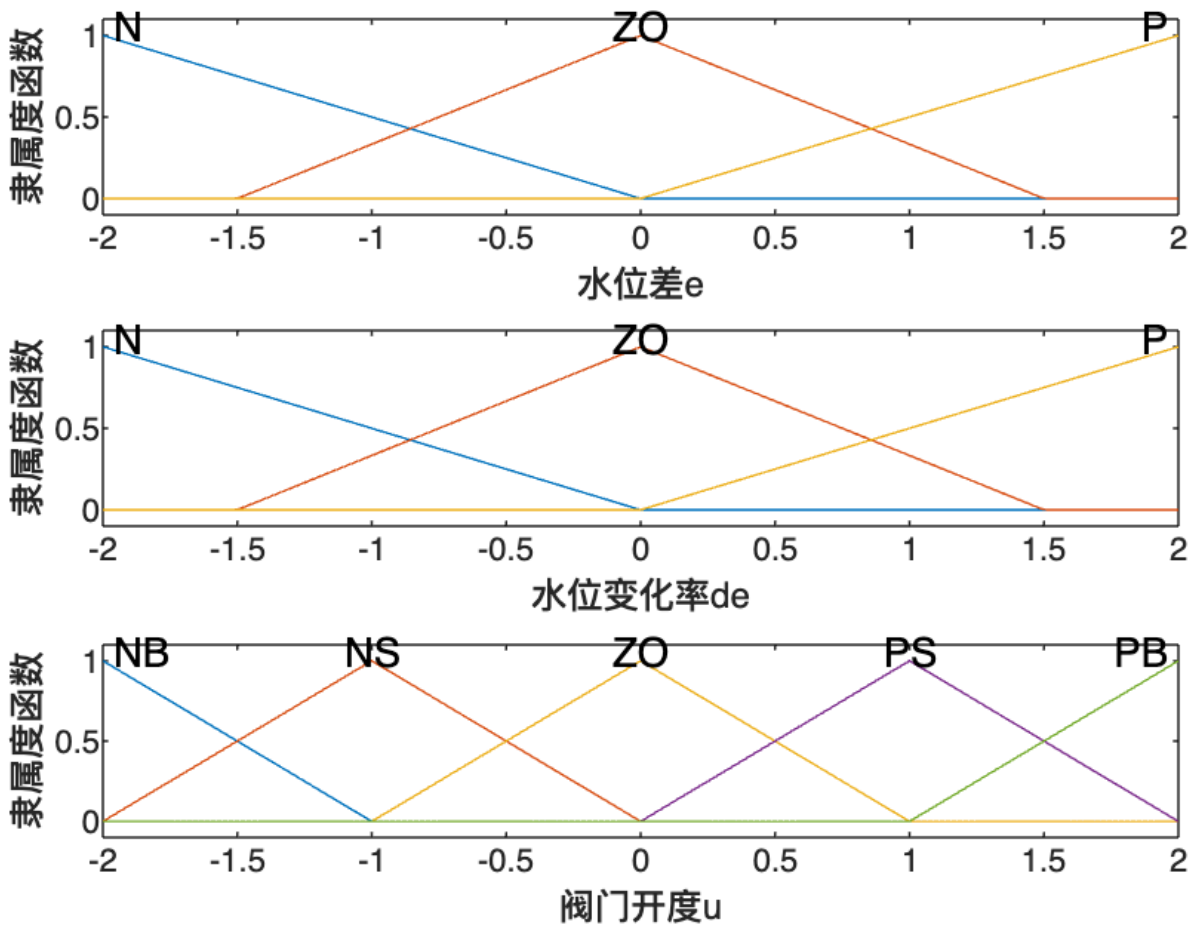
综上所述，本部分将对整体实验做分析和讨论。

模糊集精度对实验结果的影响

本部分采用控制变量法，对比不同精度的模糊集设置对实验结果的影响。

上述仿真对输入参数的模糊集设置为 {NB, NS, ZO, PS, PB}，这是比较精确的做法，但是我们小组也尝试过较为粗略的模糊集描述输入参数，即 {N, ZO, P}，输出参数不变。

此时的隶属度函数图如下：



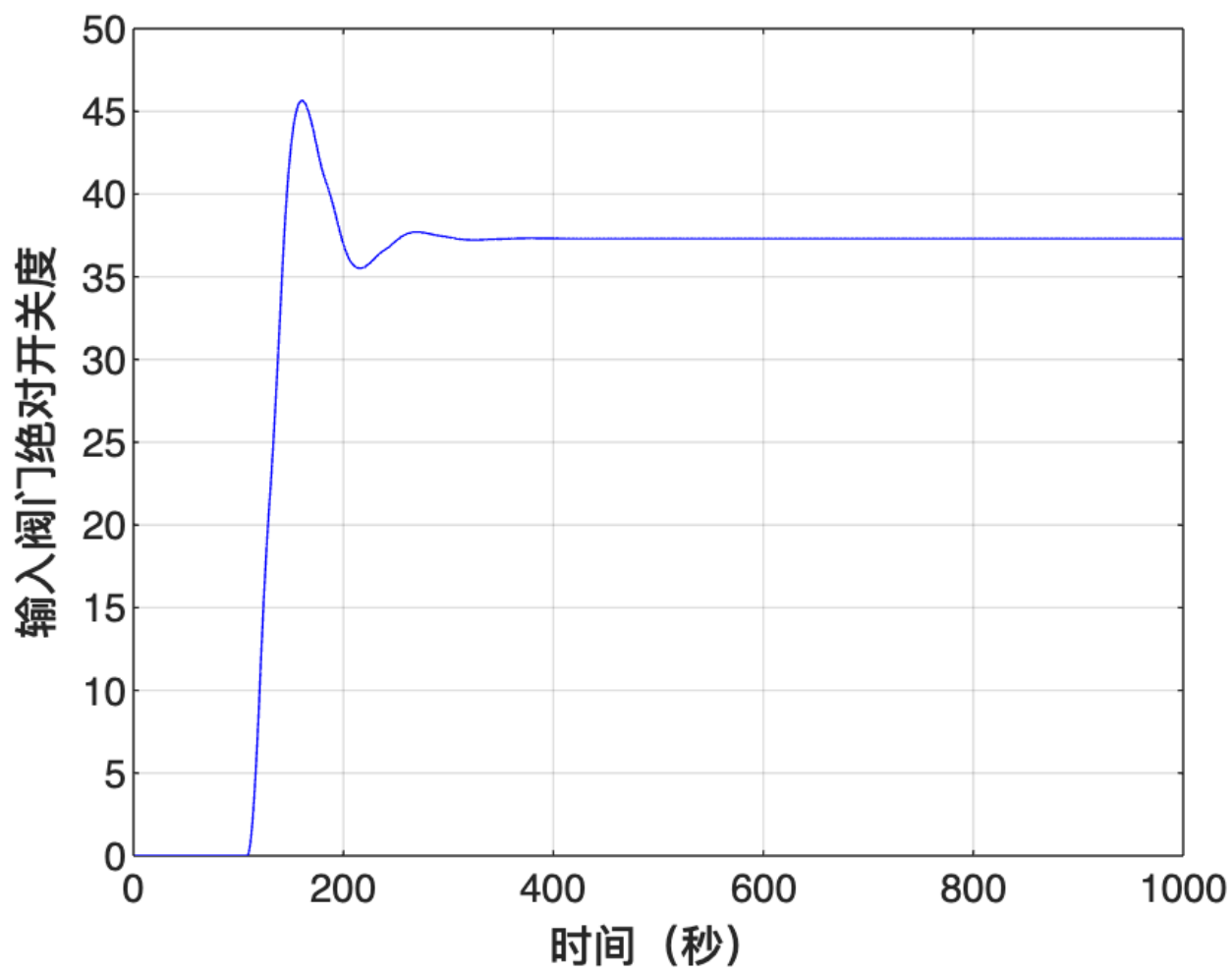
此时的模糊规则为：

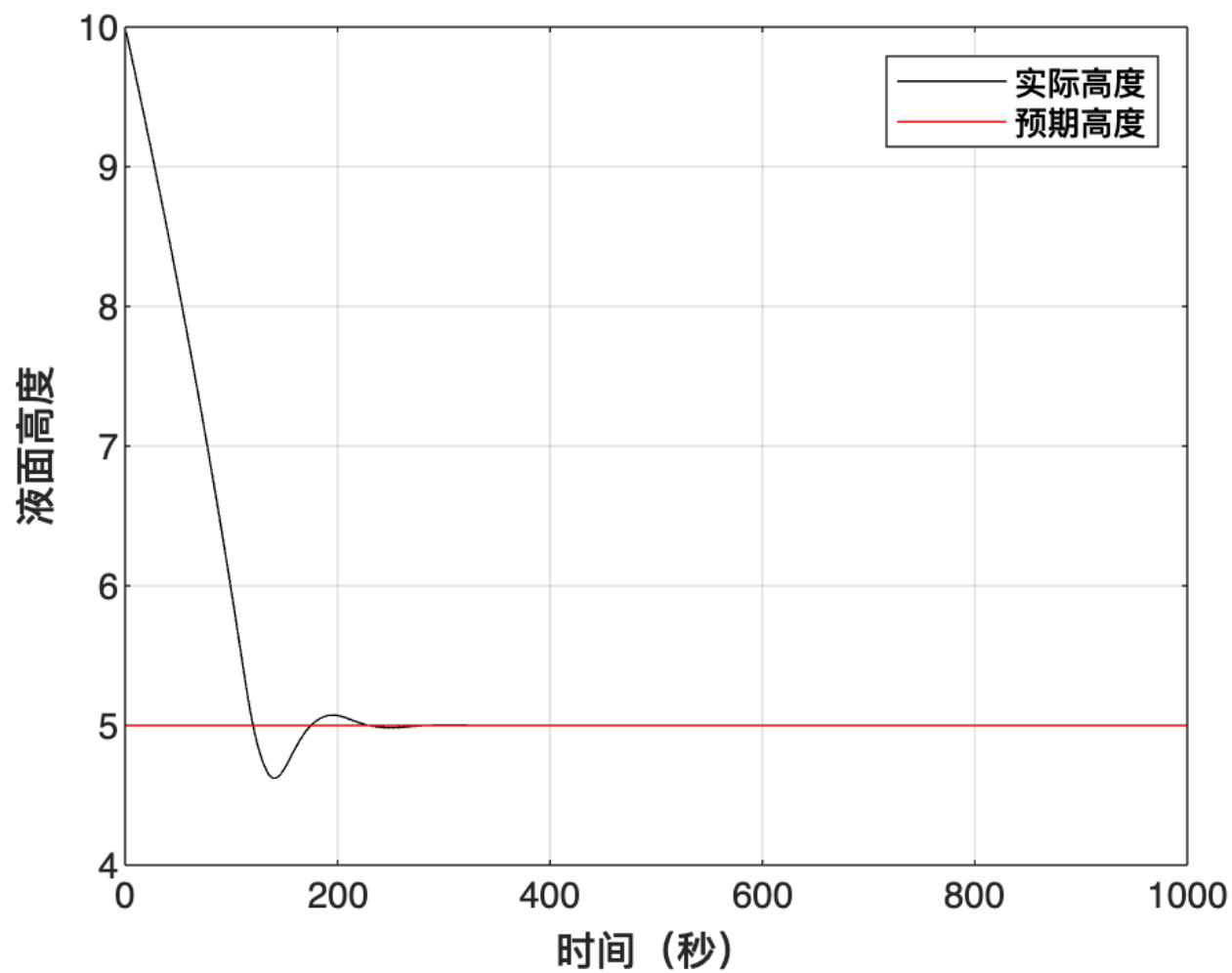
de \ e	N	ZO	P
N	PB	PS	NB
ZO	PB	ZO	NB
P	PB	NP	NB

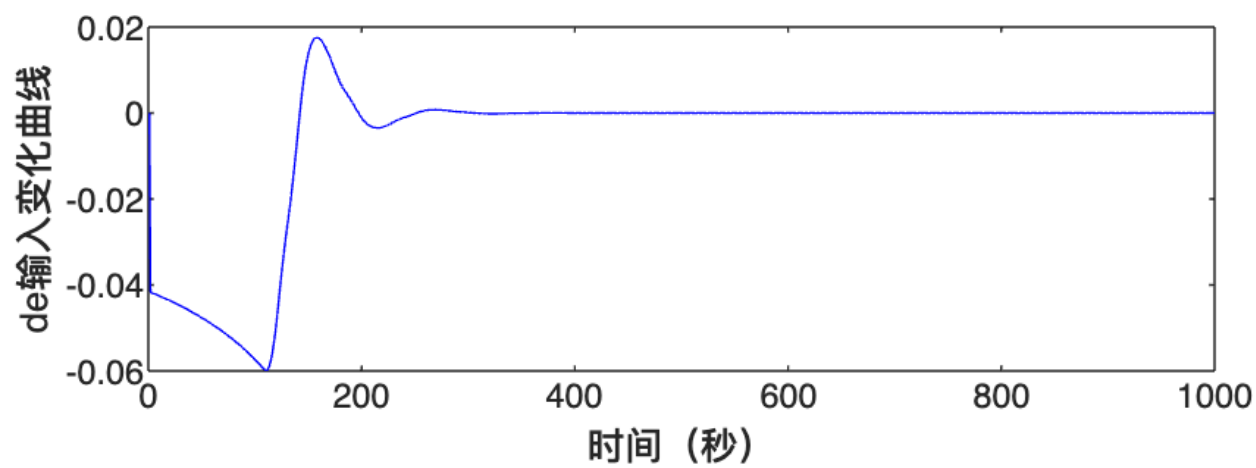
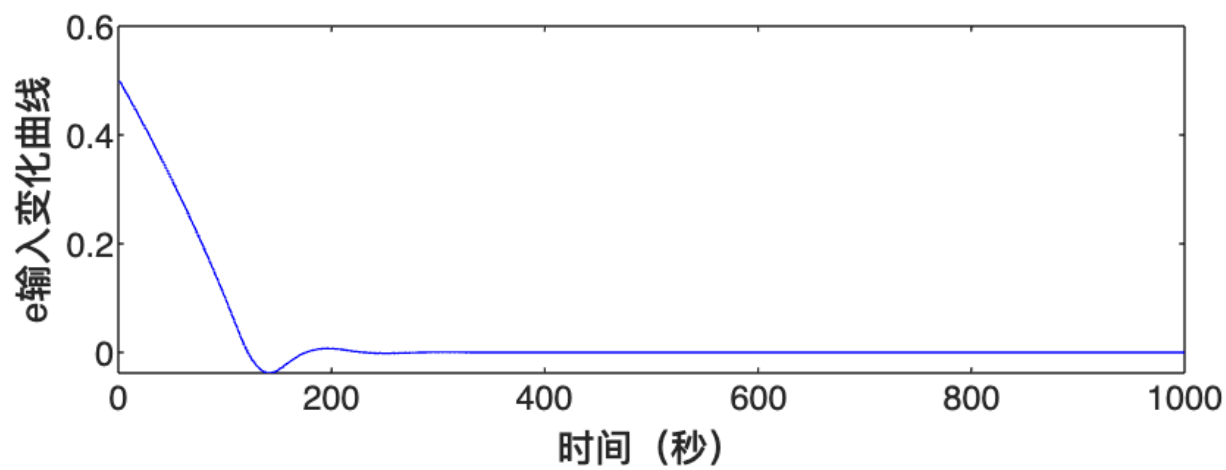
因此可得五条规则如下：

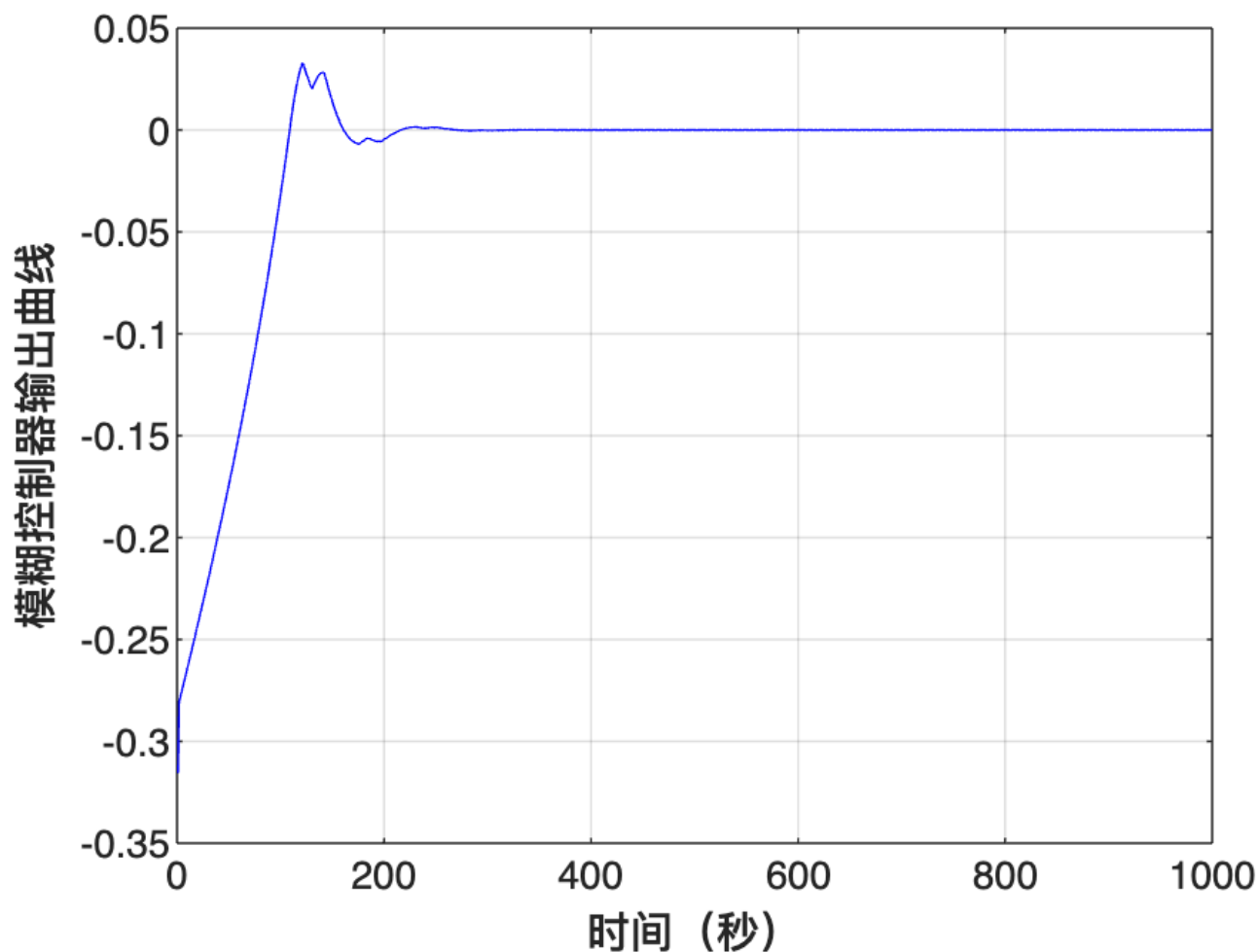
- '1. If (e is N) then (u is PB) (1)'
- '2. If (e is ZO) and (de is N) then (u is PS) (1)'
- '3. If (e is ZO) and (de is ZO) then (u is ZO) (1)'
- '4. If (e is ZO) and (de is P) then (u is NS) (1)'
- '5. If (e is P) then (u is NB) (1)'

在实验结果上，对比**情景一**，真实阀门开度变化曲线、液面高度变化曲线、输入变化曲线、输出变化曲线分别是：









可以看见相比于更加精确的模糊规则定义，此模糊规则在当前液面趋近于目标液面时出现了比较明显的抖动现象，这说明更加精确的模糊规则能够更好的对系统进行控制；另一方面，当前模糊集依旧能够完成控制目标任务，说明对于精度要求没有太高的系统而言，当前模糊集也能胜任控制任务。

上述现象在情景二中也有出现，说明此现象是具有普适性的

总结思考

通过分析最后的仿真曲线，我们发现了以下几点不足之处：

1. 模糊控制器的输入曲线范围较小，这可能会导致模糊控制中只有部分规则在起作用，可考虑调大 k_e 和 k_d 解决
2. 在情景二中，我们发现真实的阀门开度在开始的一段时间处于极端位置，这可能是输出论域过窄、 k_o 和 k_i 取值不合适造成的

总之，本次实验通过对系统环境进行建模分析，并建立模糊规则、进行系统仿真，完成了对单水箱页面的控制任务。

感谢老师的悉心指导，让我们对模糊集、模糊规则有了更加深入的认识和了解，并对matlab仿真操作有了实践经验。