Institución Curso Nota

Sección 1.5.7

2. Considera que:

- $r = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = x^i \hat{I}_i$,
- $a = a(r) = a(x,y,z) = a^i(x,y,z)\hat{I}_i$ y $b = b(r) = b(x,y,z) = b^i(x,y,z)\, i_i$
- $\phi = \phi(r) = \phi(x,y,z)$ y $\psi = \psi(r) = \psi(x,y,z)$

a) $\nabla(\phi\psi) = \phi\nabla\psi + \psi\nabla\phi$

Partimos de:

$\nabla(\phi\psi) = (\nabla(\phi\psi))^i$

Resolvemos:

$\partial^i(\phi\psi)e_i = [(\partial^i\phi)\psi + \phi(\partial^i\psi)]e_i$

Reagrupando

$\{\phi(\partial^i\psi) + \psi(\partial^i\phi)\}e_i$

Reescribimos

$\phi\nabla\psi + \psi\nabla\phi = \nabla(\phi\psi)$

//

d) $\nabla\cdot(\nabla\times a)$ ¿Qué puede decir de $\nabla\times(\nabla\cdot a)$?

La divergencia del rotacional de a $\rightarrow \nabla\cdot(\nabla\times a) \rightsquigarrow$ Es una identidad vectorial (Para un espacio tridimensional euclidiano)

El rotacional de la divergencia $\rightarrow \nabla\times(\nabla\cdot a)$

$\nabla\cdot a \rightarrow$ La divergencia de a, me da como resultado un campo escalar y cuando procedo a realizar el rotacional, no puedo, dado que el rotacional se aplica a campos vectoriales.

// // // //

F) $\nabla\times(\nabla\times a) = \nabla(\nabla\cdot a) - \nabla^2 a$

Izq

$\nabla\times(\nabla\times a) = \varepsilon^{ijk}\partial_j(\varepsilon_{klm}\partial_l a^m)$

Resolvemos

$\varepsilon^{ijk}\partial_j(\varepsilon_{klm}\partial_l a^m) = \varepsilon^{ijk}\varepsilon_{klm}\partial_j\partial_l a^m$

Usamos Levi-Civita prop.

$\varepsilon^{ijk}\varepsilon_{klm}\partial_j\partial_l a^m = (\delta^i_l\delta^j_m - \delta^i_m\delta^j_l)\partial_j\partial_l a^m$

Simplificamos

$(\delta^i_l\delta^j_m - \delta^i_m\delta^j_l)\partial_j\partial_l a^m = \partial_j\partial^i a^j - \partial_j\partial^j a^i$

Der.

$(\nabla(\nabla\cdot a) - \nabla^2 a)^i = \partial^i(\partial_j a^j) - \partial^2 a^i$

$(\nabla\times(\nabla\times a))^i = (\nabla(\nabla\cdot a) - \nabla^2 a)^i$