

# **طراحی پلاستیک سازه‌های فولادی مقاوم در برابر زلزله براساس سطح عملکرد**

**مترجمین:**

**مهندس علیرضا صالحین**

**مهندس احسان عمرانیان**



## فهرست مطالب

پیش‌گفتار .....	۵
فصل اول	
مقدمه .....	۷
فصل دوم	
طراحی پلاستیک در مقابل طراحی الاستیک .....	۱۳
فصل سوم	
روش طراحی پلاستیک براساس عملکرد .....	۲۳
فصل چهارم	
قاب‌های خمشی MF .....	۴۱
فصل پنجم	
قاب‌های مهاربندی بیرون محور (EBF) .....	۸۱
فصل ششم	
قاب‌های خمشی خریابی ویژه (STMFs) .....	۱۲۱
فصل هفتم	
قاب‌های مهاربندی هم‌محور (CBF) .....	۱۶۷
فصل هشتم	
قاب‌های خمشی بلند .....	۲۱۹
پیوست	
اثبات تئوری .....	۲۵۱
مراجع .....	۲۶۶
لغت‌نامه .....	۲۷۱

تقدیم به :

**جناب آقای حیدر ہمایونی**

**با تشکر از زحمات شما**

تقدیم به :

**پدر و مادر م بہ خاطر زحمات**

**بی دریغشان**

**احسان عمرانیان**

## پیش‌گفتار

بدون شک، طراحی لرزه‌ای براساس عملکرد (PBSD) از اجزای مهم مهندسی زلزله در آینده است. PBSD که در ابتدا به‌عنوان روشی برای مقاوم‌سازی سازه‌های موجود در اوایل دهه 90 با انتشار اسناد FEMA-356 مطرح شده بود به‌تدریج به‌عنوان رویکرد معقول و مناسب، برای طراحی سازه‌های جدید هم معرفی شد. بسیاری از ساختمان‌های بلند در لس‌آنجلس، سانفرانسیسکو و جاهای دیگر با استفاده از روش PBSD طراحی شده‌اند.

نسل جدیدی از روش‌های PBSD توسط انجمن تکنولوژی کاربردی (ATC)، تحت پروژه‌ای با عنوان ATC-58 در حال توسعه است. سازمان‌هایی مثل انجمن طراحی سازه‌ای ساختمان‌های بلند لس‌آنجلس و مرکز تحقیقاتی مهندسی زلزله پاسفیک به‌طور جدی در حال توسعه و تدوین راهنماهایی برای به‌کارگیری روش PBSD در طراحی و ارزیابی سازه‌های مهم می‌باشند.

یکی از مشکلات همه‌ی روش‌های PBSD موجود این است که اساساً بیش از این که یک روش طراحی باشند، راهی برای ارزیابی هستند. به عبارت دیگر اصول PBSD موجود، ابزاری است برای ارزیابی عملکرد لرزه‌ای ساختمانی که قبلاً طراحی شده و در واقع یک روش شفاف برای طراحی ساختمان، جهت رسیدن به یک عملکرد مطلوب فراهم نمی‌کنند. این دقیقاً چیزی است که این کتاب انجام می‌دهد. با فراهم نمودن یک رویکرد گام‌به‌گام واضح و شفاف برای طراحی یک ساختمان؛ به‌طوری‌که عملکرد مطلوب برای یک تحریک لرزه‌ای داده شده را فراهم نماید.

اصول ارائه‌شده در این کتاب، مهندس سازه را از تحلیل‌های تاریخچه زمانی غیرخطی طاقت‌فرسا در طول پروسه طراحی و محدودیت‌های مربوط به به‌کارگیری تحلیل تاریخچه زمانی غیرخطی نجات داده و به یک نقطه مناسب رهنمون می‌کند: صحت نسبی عملکرد مناسب یک سازه از قبل طراحی شده. این امر، با به‌کارگیری قوانین ساده طراحی پلاستیک در فولاد، اصول طراحی براساس ظرفیت و استفاده از یک الگوی بار جانبی استاتیکی ساده ممکن می‌شود. الگوی باری که علی‌رغم شباهت به الگوی بار جانبی استاتیکی آیین‌نامه‌ها اندکی با آن متفاوت است.

در نتیجه ساختمانی به‌دست می‌آید که با استفاده از تحلیل مهندسی و تکنیک‌های طراحی پایه طرح می‌شود و در معرض زلزله‌ای با شدت مشخص، رفتار مورد انتظار را نشان می‌دهد.

از ویژگی‌های استثنایی این کتاب، علاوه بر تشریح اصول طراحی مناسب بحث شده فوق، به‌کارگیری این روش برای سیستم‌های سازه‌ای گوناگون با توضیحات شیوا و مثال‌های طراحی عددی مختلف

می‌باشد که در هر گام، پروسه کاملاً تعریف و نشان داده می‌شود. بدون شک این کتاب برای طراحان لرزه‌ای سازه‌های فولادی بسیار مفید و عملی و نیز برای اساتید و دانشجویان دانشگاه‌ها در مباحث طراحی پلاستیک یک ابزار آموزشی و ارزشمند خواهد بود. نویسندگان باید به دلیل سهم بزرگشان در پیشرفت مهندسی سازه شاکر باشند.

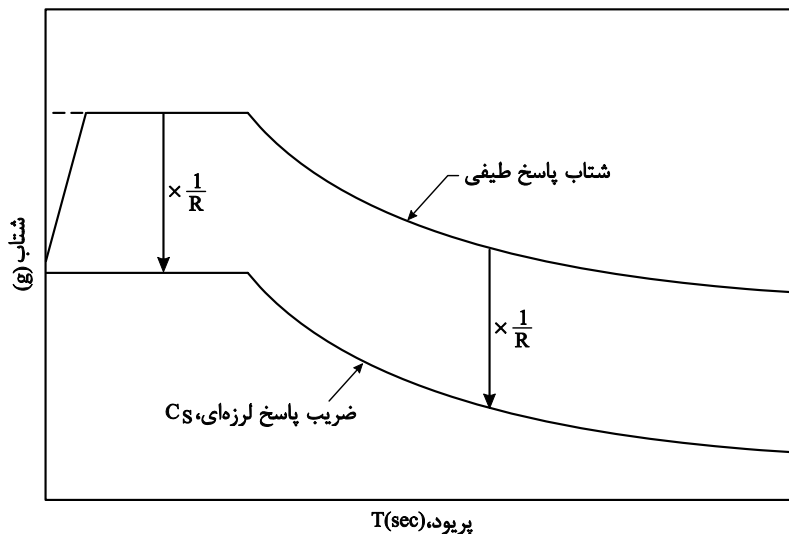
مهندس علیرضا صالحین و مهندس احسان عمرانیان

# فصل اول

## مقدمه

### ۱-۱- روش طرح لرزه‌ای رایج و معایب آن

به‌خوبی می‌دانیم که سازه‌های طراحی‌شده با آیین‌نامه‌های رایج می‌بایست تغییر شکل‌های غیرالاستیک بزرگ را در طول زلزله‌های شدید تحمل نمایند. رویکرد طراحی لرزه‌ای، عموماً براساس رفتار سازه‌ای الاستیک بوده و رفتار غیرالاستیک به‌طور غیرمستقیم و مجازی در نظر گرفته می‌شود (BSSC, 2006a). در روش طراحی لرزه‌ای در آمریکا برش پایه طراحی (ضریب پاسخ لرزه‌ای) از شتاب طیفی آیین‌نامه به‌دست می‌آید با فرض این‌که سازه به‌صورت الاستیک رفتار می‌کند و سپس برش پایه طراحی توسط یک ضریب اصلاح نیرو،  $R$ ، که مقدار آن به شکل‌پذیری سیستم سازه‌ای فرض شده، وابسته است کاهش می‌یابد. این مقاومت مورد نیاز (با هدف کاهش آسیب یا تغییر شکل مورد انتظار در انواع مختلف سازه‌های ساختمانی) توسط ضریب اهمیت،  $I$ ، افزایش می‌یابد.



شکل ۱-۱ - نمونه طیف پاسخ شتاب و ضریب پاسخ لرزه‌ای برای برش پایه طراحی

پس از انتخاب ابعاد اعضا براساس مقاومت مورد نیاز (که عموماً با تحلیل  $Z$  الاستیک انجام می‌شود) تغییر مکان نسبی محاسبه‌شده با استفاده از تحلیل الاستیک در یک ضریب افزایش « $C_d$ » ضرب می‌شود که باید از یک حد مجاز (2%) کمتر باشد. در ادامه ضوابط دیگری بررسی می‌گردد تا این‌که شکل‌پذیری موردنیاز در حین ضربه‌های ناشی از حرکات شدید زمین به‌دست آید. به هر حال سازه‌های طرح‌شده با این روش می‌بایست تغییر شکل‌های غیرارتجاعی بزرگ را تا اندازه‌ای به‌صورت غیرکنترلی



تحمل نمایند. رفتار غیرارتجاعی مثل تسلیم شدید و کماتش اعضای سازه‌ای می‌تواند به‌طور گسترده و ناگهانی در سازه توزیع شود و در نتیجه به یک پاسخ غیرقابل‌پیش‌بینی و نامطلوب منجر گردد که در نهایت به فروریزش کلی و با هزینه تعمیر بالا منتهی می‌شود.

در حالی که روش طراحی فوق به‌طرز وسیعی در گذشته در حرفه مهندسی به‌کار می‌رفته است، نیازهای اجتماعی، این حرفه را به‌سمت رسیدن به ترازهای بالاتر عملکرد، امنیت و اقتصادی شامل هزینه‌های دوره زندگی سوق داده است. لذا، آیین‌نامه‌ها به‌سمت اتخاذ چارچوبی جهت طراحی براساس عملکرد حرکت نمودند.

تلاش‌های جدی برای توسعه‌ی مهندسی زلزله براساس عملکرد PBEE در آمریکا بعد از زلزله نورثریچ 1994 صورت گرفته است. براساس الزامات PBEE یک سازه در معرض زلزله باید چندین هدف عملکردی را برآورده نماید از قبیل قابلیت استفاده بی‌وقفه برای زلزله با دوره بازگشت 72 ساله، (15% احتمال روی‌داد در 50 سال)، ایمنی جانی برای زلزله با دوره بازگشت 475 ساله (10% در 50 سال) و آستانه فروریزش در دوره بازگشت 2500 ساله (2% در 50 سال). این‌ها همه از این حقیقت حکایت می‌کنند که می‌بایست عملکرد آسیب سازه‌ای و غیرسازه‌ای به‌طور دقیق تعیین گردد تا مالک یا کاربر بتواند تصمیم‌های درستی اتخاذ نماید. در حال حاضر، طراحی براساس عملکرد به‌صورت غیرمستقیم انجام می‌شود. معمولاً این روش با یک طراحی اولیه براساس روش طراحی الاستیک سنتی براساس آیین‌نامه‌های طراحی شروع و سپس تحلیل‌هایی انجام می‌گیرد تا چگونگی ارضای معیارهای پذیرش ارزیابی شود. بنابراین یک پروسه تکراری بین طراحی و ارزیابی دنبال می‌شود.

اغلب در عمل از دو روش مهم، روش ضرایب در FEMA356 (ASCE, 2000) و روش طیف ظرفیت در ATC – 40 (ATC – 1996) در ایالات متحده استفاده می‌شود. هر دو رویکرد از تحلیل استاتیکی غیرخطی (تحلیل پوش‌آور) جهت تخمین نیاز و ظرفیت لرزه‌ای استفاده می‌کنند. ابتدا تغییر مکان هدف بیانگر حداکثر تغییر مکان محتمل در طول زلزله طراحی در هر یک از دو روش محاسبه می‌شود. سپس سازه تا رسیدن به جابه‌جایی هدف به‌صورت یکنواخت و تحت یک الگوی بار جانبی مشخص قرار می‌گیرد و این بار به‌صورت فزاینده اعمال می‌شود. چنان‌چه عملکرد نشان داده شده توسط تحلیل پوش‌آور مثل تغییر مکان نسبی درون طبقه، زاویه دوران عضو و شکل‌پذیری نیاز اهداف مورد نیاز را برآورده نکند طراحی اصلاح و این پروسه تا ارضای اهداف عملکردی تکرار می‌شود.

رویکردهای طراحی براساس عملکرد مثل آن‌چه که در بالا شرح داده شد چندین عیب دارند:

۱- طراحی ضعیف اولیه ممکن است با تکرارهای زیاد بهبود پیدا کند، اما شاید هرگز به یک طراحی بهینه و خوب منتهی نشود (2004 Krawinkler and Miranda). هم‌چنین پروسه تکراری به‌صورت سعی و خطا انجام می‌شود.

۲- به دلیل انجام یک تحلیل غیرخطی، مدل‌های ریاضی مناسب نمایانگر مشخصه بار - تغییر شکل غیرخطی اعضای سازه هم نیاز می‌شوند.

۳- تمرکز ارزیابی عملکرد بیش‌تر روی نیازها و ظرفیت‌های اعضای مجزا می‌باشد تا رفتار کلی سازه؛ در نتیجه، عملکرد کلی سازه به شدت، تحت تاثیر اعضای ضعیف یا با شکل‌پذیری حداقل است. (Hamburger و همکاران - 2004).

۴- روش‌های تحلیل استاتیکی غیرخطی در پیش‌بینی پارامترهای اصلی مورد نیاز قابل اعتماد نیست هم‌چنان‌که در FEM440 به آن اشاره شده است. (ATC - 2005). این پارامترها شامل، تغییر مکان نسبی ماکزیمم در هر تراز، برش طبقه و لنگرهای واژگونی می‌باشد. لذا عملکرد یک طراحی اصلاح‌شده از طریق تحلیل پش‌اور استاتیکی اندکی با تردید روبه‌روست. یک تحلیل دینامیکی غیرخطی مستقیم، در بسیاری موارد نتایج مطمئن‌تری می‌دهد.

## ۱-۲- روش طراحی پلاستیک براساس عملکرد

برای دستیابی به عملکرد سازه در زلزله‌های شدید درک رفتار نهایی سازه مثل روابط غیرخطی بین نیرو و تغییر شکل و مکانیزم تسلیم سازه ضروری است. علاوه بر این، فاکتورهای طراحی از قبیل تعیین نیروی جانبی مناسب طرح و میزان مقاومت اعضا، انتخاب یک مکانیزم تسلیم مطلوب و تغییر مکان نسبی و مقاومت سازه برای سطح خطر داده‌شده باید بخشی از پروسه طراحی در آغاز کار باشد. این روش طراحی کامل که در آن رفتار غیرالاستیک سازه به‌طور مستقیم در نظر گرفته می‌شود و هرگونه تخمین و یا تکرار را بعد از طرح اولیه حذف می‌کند، توسط نویسنده و همکارانش در دانشگاه میشیگان در طول 8 سال گذشته توسعه داده شده است. (Lee and Goel, 1999; Leelataviwat et al., 2005; Chao and Goel, 2006a; Chao 2001; Dasgupta et al., 2004; Chao and Goel, 2006b and Goel) - این روش، طراحی پلاستیک براساس عملکرد نامیده می‌شود. در روش PBPD از دو حالت حدی عملکردی کلیدی یعنی مکانیزم تسلیم و تغییر مکان نسبی هدف از پیش‌انتخاب‌شده استفاده می‌شود. این دو حالت حدی مستقیماً به ترتیب به درجه و توزیع آسیب سازه‌ای مربوط می‌شوند. برش پایه طراحی برای یک سطح خطر داده شده با معادل قراردادن کار مورد نیاز برای هل دادن (Push) سازه به‌صورت یکنواخت تا رسیدن به تغییر مکان نسبی هدف با انرژی مورد نیاز برای رسیدن یک سیستم یک درجه آزادی الاستو - پلاستیک معادل به همان حالت محاسبه می‌شود (شکل ۱-۲). هم‌چنین از یک الگوی توزیع بار جانبی جدید استفاده می‌گردد (Chao و همکاران - 2007) که براساس توزیع نسبی حداکثر برش طبقه سازگار با نتایج پاسخ دینامیکی غیرالاستیک

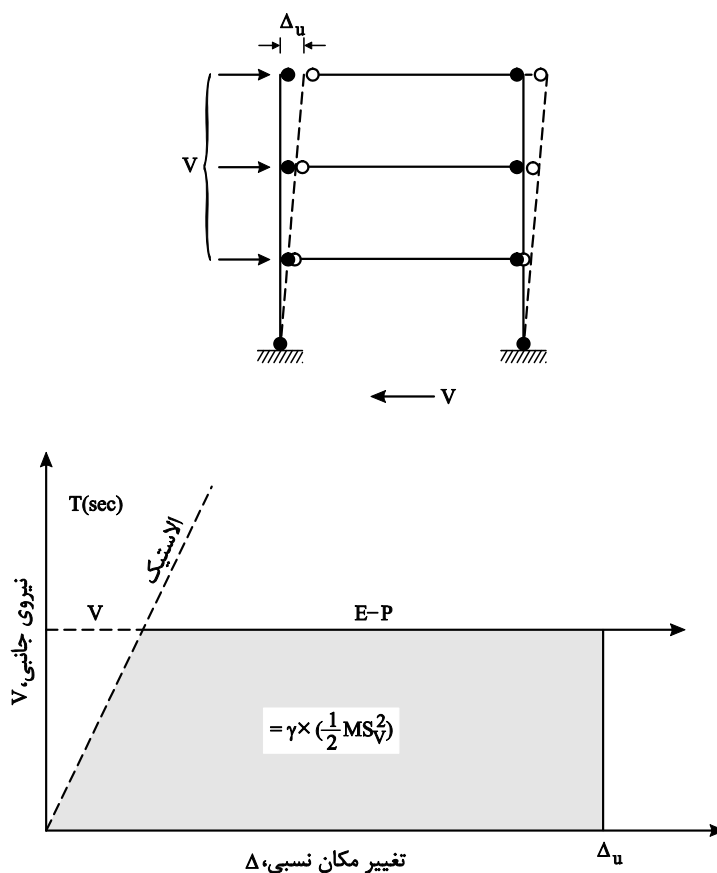
می‌باشد. سپس اعضا و اتصالات قاب به روش پلاستیک‌گونه‌ای طرح می‌شوند که مکانیزم تسلیم و رفتار مورد نظر به دست آید. در فصل سوم به‌طور مفصل به این دو بخش پرداخته خواهد شد.

نتایج حاصل از تحلیل‌های گسترده دینامیکی و استاتیکی غیرارتجاعی، اعتبار روش پیشنهادی را تایید نموده است. این روش، به‌طور موفقیت‌آمیزی برای قاب‌های خمشی فولادی (MFs)، قاب‌های مهاربندی ضدکمانش (BRBF) قاب‌های مهاربندی برون‌محور (EBFs) و قاب‌های خمشی خریایی ویژه STMF. به کار رفته است. همچنین در مورد قاب‌های دارای مهاربندی هم‌محور (CBF) با رفتار هیستریزیس باریک شونده ناشی از کمانش بادبند این روش توسعه داده شده است که نتایج بسیار دلگرم‌کننده‌ای به دست آمده است. در همه موارد، قاب‌ها به‌طور مطلوب مکانیزم تسلیم تیر ضعیف ستون قوی را هم‌چنان که مورد نظر بود ایجاد کردند و شکل‌پذیری و یا تغییر مکان نسبی مورد نیاز با مقادیر طراحی انتخابی یکسان بود و لذا اهداف عملکردی انتخابی برآورده می‌شد. مقایسه پاسخ با قاب‌های متناظر طراحی شده با روش‌های سنتی، نشان از برتری روش پیشنهادی از نظر دستیابی به رفتار مطلوب دارد.

در این رویکرد، طرح، تغییر مکان نسبی سازه‌ای هدف (متناظر با شکل‌پذیری و آسیب قابل‌پذیرش) و مکانیزم تسلیم (برای پاسخ مطلوب و بازبینی و تعمیر آسان تر آسیب‌های پس از زلزله) را انتخاب و نیروهای طراحی و ابعاد المان‌ها را برای یک سطح خطر معلوم (طیف) تعیین می‌کند. دیگر نیازی به ضرایبی مثل  $R$ ،  $I$  و  $C_d$  که در آیین‌نامه‌های رایج آمده نمی‌باشد. این ضرایب براساس مجموعه‌ای از قضاوت‌های مهندسی تعیین می‌شوند. ضریب اهمیت  $I$  با هدف شکل‌پذیری و تغییر مکان نسبی مورد نیاز کم‌تر در یک زلزله داده شده، تراز نیروی جانبی طراحی را افزایش می‌دهد (SEAOC, 1999; BSSC, 2003) a. به هر حال این روش نمی‌تواند به‌طور مستقیم برای رسیدن به هدف مورد نظر مثلاً کنترل آسیب به کار رود. کاهش میزان آسیب‌پذیری باید مستقیماً با محدودیت‌های تغییر مکانی مناسب سروکار داشته باشد. در روش PBPD برای محاسبه‌ی برش پایه طراحی، از تغییر مکان نسبی هدف به‌عنوان پارامتر حاکم استفاده می‌شود که باید در آن اهمیت ساکنین در نظر گرفته شود.

روش طراحی PBPD خیلی با روش‌های طراحی رایج متفاوت نیست و به‌آسانی می‌تواند با مفهوم مهندسی زلزله براساس عملکرد (PBEE) ترکیب شود. البته با روش PBEE که در عمل به کار می‌رود فرق می‌کند که در آن روش طراحی اولیه عموماً در ابتدا براساس روش الاستیک با استفاده از آیین‌نامه‌های معمول صورت می‌گیرد و سپس با به‌کارگیری تحلیل‌های دینامیکی یا استاتیکی غیرارتجاعی و پروسه تکراری وقت‌گیر و طاقت‌فرسا تا رسیدن به هدف عملکردی مطلوب ادامه می‌یابد.

تکرارها با روش سعی و خطا انجام می‌شوند هیچ راهنمایی برای طراح فراهم نشده تا بداند چه‌طور باید به هدف مطلوب برسد، مثلاً کنترل تغییر مکان نسبی یا توزیع و گسترش تغییر شکل‌های پلاستیک. در مقابل روش PBPD یک روش طراحی مستقیم است که به هیچ ارزیابی بعد از طراحی اولیه نیاز ندارد،



شکل ۱-۲- نیروی جانبی طراحی PBPD

زیرا رفتار غیرخطی و معیارهای عملکردی کلیدی از همان ابتدا در پروسه طراحی حضور دارند و روش طراحی به آسانی دنبال می‌شود و به راحتی قابل برنامه‌نویسی است هم‌چنین سازه‌های طراحی شده با PBPD می‌توانند با روش‌های دیگر ارزیابی شوند. اگرچه لازم نیست. در مواردی که نامنظمی‌های سازه‌ای قابل توجه وجود داشته باشند با این روش می‌توان به یک طراحی اولیه خوب رسید اگرچه ممکن است نیاز باشد برخی اصلاحات از طریق تحلیل دینامیکی و یا استاتیکی غیرخطی صورت گیرد.

فصل دوم  
طراحی پلاستیک  
در مقابل  
طراحی الاستیک

## ۲-۱- مختصری از روش‌های طراحی الاستیک و پلاستیک

اساساً دو رویکرد برای ایجاد مقاومت مناسب برای سازه‌ها در مقابل بارهای داده‌شده وجود دارد. طراحی الاستیک و ملاحظات طراحی پلاستیک، در عمل، کنترل تغییر مکان‌ها نیز نیاز می‌شوند، اما تمرکز در این بحث تنها به مقاومت محدود می‌شود.

در طراحی الاستیک فرض می‌شود در بارهای طراحی، سازه‌ها به‌صورت الاستیک خطی رفتار می‌کنند - با به‌کارگیری تحلیل الاستیک، نیروهای داخلی در المان‌های سازه‌ای (اعضا و اتصالات) تعیین می‌شوند و مقاومت مناسب طراحی به‌دست می‌آید. از آنجایی که نیروی المان‌ها براساس رفتار الاستیک تعیین می‌شوند توزیع سختی الاستیک در میان المان‌های سیستم، حاکم بر طراحی خواهد بود.

همان‌طور که می‌دانیم در بسیاری از سازه‌های طراحی شده با روش الاستیک، مقاومت قابل ملاحظه‌ای بعد از حد الاستیک ذخیره می‌شود تا به مقاومت نهایی خود برسند. این مقاومت ذخیره‌شده از فاکتورهایی نظیر نامعینی سازه و توانایی اعضای سازه در تغییر شکل‌های غیرالاستیک بدون از دست دادن زیاد مقاومت (شکل‌پذیری) ناشی می‌شود. یک مانع استفاده از روش الاستیک برای طراحی سازه‌های شکل‌پذیر این است که مقاومت ذخیره‌شده بعد از حد الاستیک نه تعیین می‌شود و نه به‌طور صریح مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما مهم‌تر از این، حد تسلیم (مکانیزم) سازه در مقاومت نهایی معلوم نیست. مکانیزم تسلیم ممکن است اعضای از سازه را درگیر کند که به عملکرد نامطلوب سیستم تحت اضافه بار تصادفی یا وقایع شدید مثل زلزله قوی، انفجار و یا ضربه منتهی شود.

برخلاف روش الاستیک، طراحی پلاستیک بر مبنای مقاومت نهایی و متناظر با مکانیزم تسلیم سازه می‌باشد. ابتدا یک مکانیزم تسلیم مطلوب با توجه به مقاومت نسبی اعضای تسلیم شونده مشخص (DYMs) انتخاب می‌شود و سپس شرط تعادل بین بارهای طراحی و مقاومت مورد نیاز متناظر اعضای تسلیم شونده با هر یک از روش‌های استاتیکی یا انرژی برقرار می‌گردد. با حل معادلات تعادل، مقاومت مورد نیاز DYMs برای مقاصد طراحی و جزییات دیگر به‌دست می‌آید.

بعد از این که DYMs در مکانیزم هدف طراحی شدند، مقاومت مورد نیاز سایر که باید الاستیک باقی بمانند یعنی اعضای غیرتسلیم‌شونده مشخص (non - DYMs) با یک تحلیل الاستیک برای کل سازه یا قسمت‌هایی از سازه که به‌طور مناسب انتخاب شده اند در حالت نهایی تعیین می‌شود. بارگذاری در این مرحله شامل بارهای ثقلی، نیروهای مورد انتظار از اعضای تسلیم‌شده و نیروهای جانبی مورد نیاز برای برقراری تعادل می‌باشد. به‌طور جایگزین برای نیل به این هدف می‌توان از یک تحلیل پوش‌آور با استفاده از یک برنامه کامپیوتری مناسب نیز بهره جست.

در این روش تحلیل DYMها برای مدل‌سازی رفتار غیرالاستیک و اعضای غیرتسلیم‌شونده برای مدل‌سازی رفتار الاستیک به‌کار می‌روند.

بارهای ثقلی مناسب اعمال شده و تحلیل با افزایش نیروی جانبی اعمالی تا حد جابه‌جایی نسبی هدف انجام می‌شود. در صورت نیاز اثرات مرتبه دوم نیز می‌تواند لحاظ گردد. مقدار نیروها در اعضای الاستیک (non - DYM) همان مقاومت مورد نیاز آن‌ها خواهد بود. پس از آن، این اعضا طراحی می‌شوند.

گام فوق که همان تشکیل مکانیزم تسلیم مورد هدف است در روش طراحی پلاستیک اهمیت دارد، در این گام، شرط سوم تئوری یکتایی که در طراحی پلاستیک به کار می‌رود با طراحی اعضای الاستیک مشخص (non - DYM) ارضا می‌شود به‌طوری‌که مقاومت حداقل مساوی یا بزرگ‌تر از نیروهای مورد نیاز در مکانیزم تسلیم را دارا باشند. در گام اول که اعضای تسلیم‌شونده مکانیزم انتخاب شده برای مقاومت مورد نیاز طراحی می‌شوند تا تعادل مکانیزم در بارهای طراحی را در ارضا نمایند، دو شرط اول تئوری یکتایی یعنی تعادل و مکانیزم ارضا می‌گردد.

تئوری یکتایی به‌کاربرنده در تحلیل پلاستیک قاب‌های متشکل از اعضای خمشی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

اگر برای یک قاب با بارگذاری داده شده حداقل یک حالت اطمینان (شرط مقاومت بزرگ‌تر از ممان مورد نیاز) و توزیع لنگر خمشی قابل قبول استاتیکی (شرط تعادل وجود داشته باشد و در این توزیع، ممان خمشی معادل با ممان کاملاً پلاستیک در سطوح مقطع کافی باشد که دوران مفاصل پلاستیک در این مقاطع موجب شکست قاب گردد (شرط مکانیزم) بار متناظر برابر بار فروریزش (نهایی)  $W_F$  خواهد بود. (Neal , 1977)

عباراتی مثل «شکست» و «فروریزش» در بیان فوق در تحلیل و طراحی پلاستیک برای بارهای استاتیکی معمولاً استفاده می‌شود که در آن تشکیل مکانیزم بیانگر «شکست» سازه است. در مفهوم طرح لرزه‌ای، این انتظار همواره وجود دارد که در طول حرکات قوی زمین، مکانیزم در سازه تشکیل شود اما این به معنی شکست یا فروریزش در بحث دینامیک نیست بلکه به این معنی است که تغییر مکان‌ها بیش از حد بزرگ شده‌اند. لذا عبارت «مکانیزم تسلیم» مناسب‌تر بوده و در این‌جا استفاده شده است. در محدوده تئوری یکتایی، سازه‌های طراحی شده با روش پلاستیک هم‌چنان که در بالا بیان شد باید مقاومت نهایی مساوی با مکانیزم تسلیم هدف برای یک ترکیب و الگوی بار داده شده داشته باشند. متأسفانه در گذشته روی این جنبه طراحی پلاستیک به اندازه کافی تأکید نمی‌شد. هم‌چنین این با مسئله تحلیل پلاستیک که در آن الگوی بارگذاری و سازه تعریف می‌شوند و هدف تعیین مقاومت نهایی و مکانیزم تسلیم متناظر به عنوان دو مجهول است فرق دارد. در رویکرد تحلیل پلاستیک سنتی، تعیین مکانیزم تسلیم صحیح و مقاومت نهایی عموماً به شکل سعی و خطا انجام می‌شود. هم‌چنین

زمانی که حل با برنامه‌نویسی خطی بدون تکرار به دست می‌آید روش‌های بهینه‌سازی می‌تواند به کار برده شود. به عنوان راه حل جایگزین، تحلیل پلاستیک را می‌توان با استفاده از یک روش افزایشی گام به گام مانند تحلیل پوش‌آور انجام داد تا جایی که به مقاومت نهایی برسد و تشکیل مکانیزم تسلیم از طریق تسلیم پی در پی اعضا کامل گردد. البته این روش، به یک برنامه کامپیوتری پیشرفته و مدل‌سازی رفتار نیرو - تغییر شکل اعضای سازه‌ای نیاز دارد. به هر حال از نظر مفهوم طراحی، یک مکانیزم مطلوب در ابتدا انتخاب می‌شود و با دنبال نمودن گام‌های کلی اشاره شده به دست می‌آید.

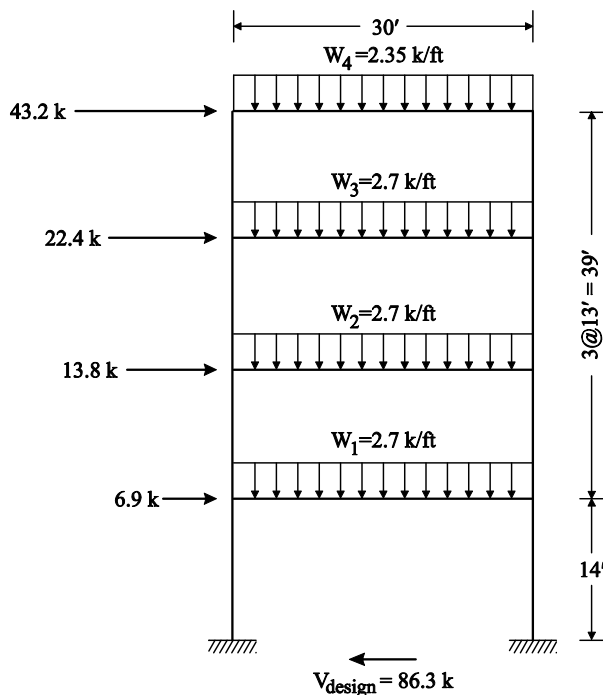
## ۲-۲- مثال روشن‌کننده

برای نشان دادن مفهوم طراحی پلاستیک و الاستیک بحث شده در بخش ۲-۱، مثال یک قاب خمشی فولادی یک دهانه، 4 طبقه در نظر گرفته شده که در شکل ۲-۱ قاب به همراه بارهای ثقلی و جانبی نشان داده شده است. قاب با روش‌های الاستیک و پلاستیک طراحی شده است. برای نمایش و به منظور سادگی، مقاومت طراحی اعضای قاب یعنی ممان پلاستیک کامل  $M_p$  با صرف نظر از اثرات نیروی محوری، برش و کمانش محاسبه می‌شود. نتایج دو روش طراحی قاب و عملکرد آن‌ها تحت تحلیل پوش‌آور غیرارتجاعی (افزایش نیروی جانبی یا جابه‌جایی) مقایسه خواهد شد. فاکتورهایی مثل اثرات  $P-\Delta$ ، اندرکنش  $P-M$  و ناپایداری برای سادگی و شفاف بودن مفاهیم پایه‌ای در تعیین مقاومت نهایی، در نظر گرفته نشده است.

### ۲-۲-۱- طراحی الاستیک

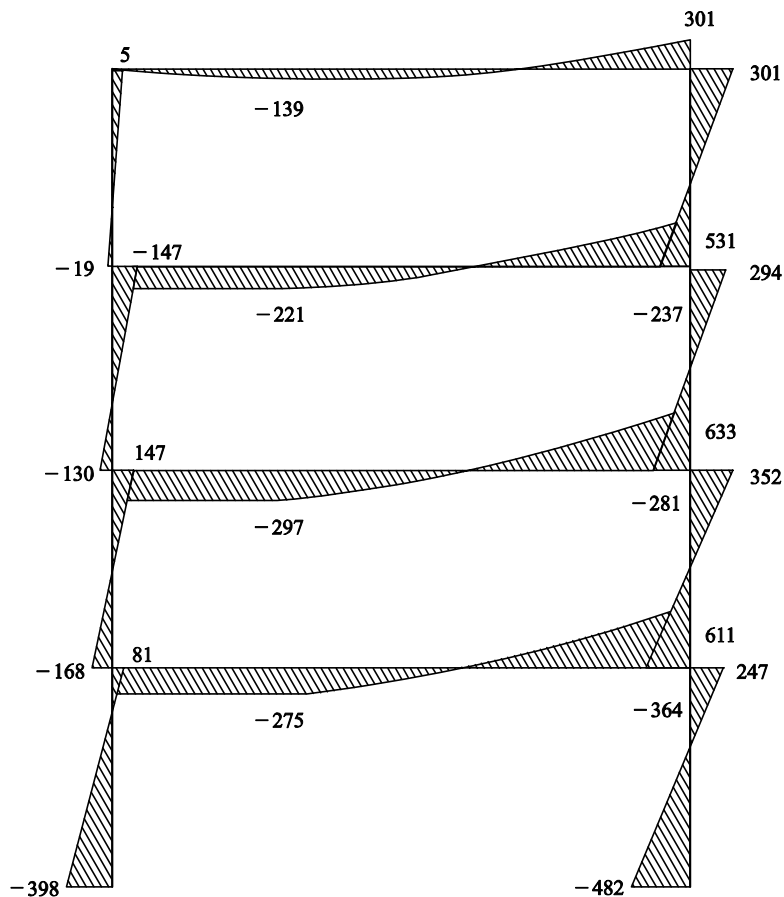
تحلیل الاستیک قاب برای مجموعه‌ای از بارهای طراحی با استفاده از یک برنامه کامپیوتری تحلیل الاستیک انجام و دیاگرام لنگر خمشی به دست آمده در شکل ۲-۲ نشان داده می‌شود. با در نظر گرفتن  $F_y = 50 \text{ ksi}$  مقاطع اعضا به گونه‌ای که معیار مقاومت خمشی را برآورده نمایند انتخاب می‌شوند.  $M_{\max} < M_p = F_y Z_x$ . مقاطع انتخاب شده اعضا در جدول ۲-۱ نشان داده شده است. تحلیل پوش‌آور استاتیکی غیرالاستیک قاب ابتدا با اعمال بارهای ثقلی تیر و سپس با «هل دادن» جانبی قاب از چپ به راست تحت افزایش یکنواخت تغییر مکان بام انجام شد، در حالی که توزیع نیروی جانبی ثابت نگه داشته شد از برنامه Perform 2-D برای تحلیل استفاده گردید که در آن اعضای قاب به صورت المان‌های تیر با رفتار ممان - دوران ایده‌آل الاستو - پلاستیک کامل مطابق شکل ۲-۳ مدل‌سازی شد.  $F_y = 50 \text{ ksi}$ ،  $E = 30,000 \text{ ksi}$  و مقادیر واقعی  $I_r$  و  $Z_x$  برای اعضای قاب به کار رفت. ضمن این که از تغییر شکل‌های برشی و محوری صرف نظر شد.





شکل ۲-۱ - مثال الاستیک ۴ طبقه

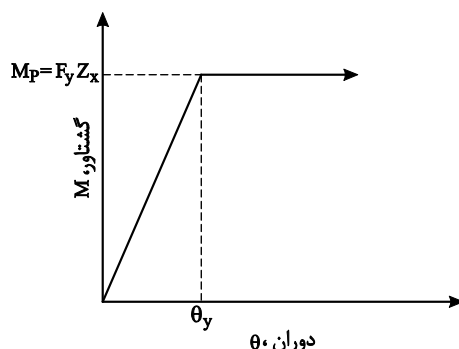
نمودار برش پایه (نیروی جانبی کل) در مقابل نسبت تغییر مکان نسبی بام (ارتفاع / تغییر مکان بام) و موقعیت و توالی تشکیل مفاصل پلاستیک در شکل ۲-۴ نمایش داده شده است. نیروی جانبی در حد الاستیک وقتی که اولین مفصل پلاستیک تشکیل شد 87.6 kips بود اندکی بالاتر از مقدار طراحی، 86.3 kips. بعد از آن نقطه، باز توزیع لنگرها با تشکیل پی در پی مفاصل پلاستیک اتفاق می افتد تا این که قاب به مقاومت نهایی 117.5 kips در نسبت تغییر مکان بام 2.7% می رسد. مکانیزم تسلیم به صورت یک مکانیزم جانبی جزیی برای بیش از 3 طبقه می باشد به گونه ای که مفاصل پلاستیک در انتهای تیر و پای ستون های طبقه اول و در بالای ستون طبقه دوم و سوم تشکیل می شود.



شکل ۲-۲ - مثال قاب ۴ طبقه (واحد :  $\text{kip} - \text{ft}$ )

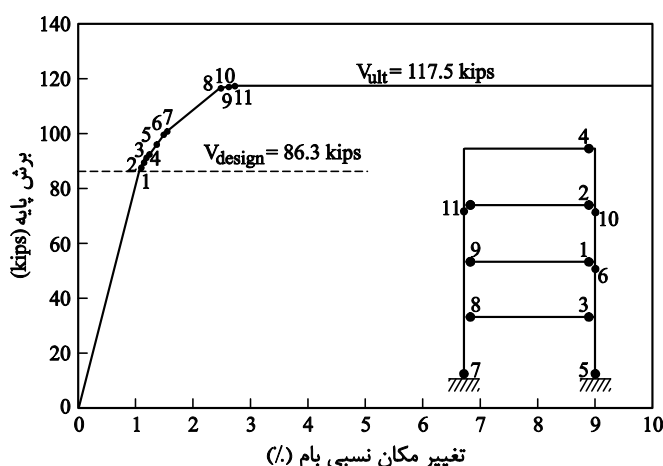
طبقه	تیر			ستون		
	$M_{u,req}$ (k - ft)	مقطع	$M_p$ (k - ft)	$M_{u,req}$ (k - ft)	مقطع	$M_p$ (k - ft)
4	301	W16×40	304	301	W16×40	304
3	351	W24×55	558	294	W16×40	304
2	633	W24×62	638	364	W21×44	398
1	611	W24×62	638	482	W21×55	525

جدول ۲-۱ - مقاطع تیر و ستون برای قاب خمشی طراحی شده به روش الاستیک



شکل ۲-۳ - مدل مفصل پلاستیک برای رابطه ساده شده ممان - دوران

ضریب اضافه مقاومت ذخیره شده  $(V_{ult} / V_y)$  1.36 بود که از نامعینی قاب که مسئول اصلی باز توزیع لنگر پس از حد الاستیک است ناشی می شود.



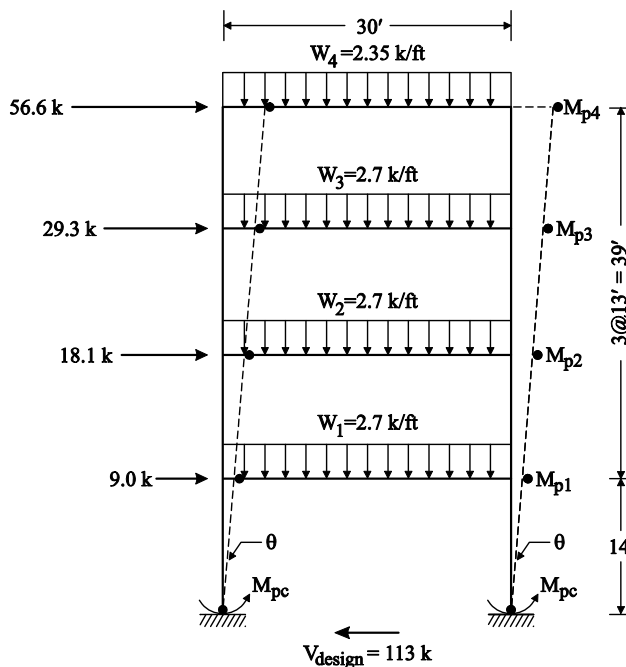
شکل ۲-۴ - نتایج تحلیل پوش آور برای قاب الاستیک: برش پایه در مقابل تغییر مکان نسبی سقف و توالی تشکیل مفاصل پلاستیک.

## ۲-۲-۲- طراحی پلاستیک:

قاب مذکور این بار با روش پلاستیک طراحی شد. بارهای ثقیلی مثل قبل می باشد اما توزیع نیروی جانبی طراحی طوری بود که مقاومت نهایی آن تقریباً مساوی با مقاومت نهایی قاب طراحی شده با روش الاستیک یعنی 117.5 kips باشد. بار طراحی جانبی کل با اندکی سعی 113 kips تعیین شد (بزرگ تر از بار جانبی طراحی قاب طراحی شده الاستیک که 86.3 kips بود). این کار به این دلیل انجام شد که مقاومت نهایی دو قاب تقریباً برابر باشد. هدف اصلی در این جا این بود که نشان دهیم

مکانیزم تسلیم قاب طراحی شده با روش پلاستیک معلوم و قابل پیش‌بینی است در حالی که این مهم با روش طراحی الاستیک ممکن نیست.

مکانیزم تسلیم هدف طراحی در شکل ۲-۵ نشان داده شده است که بصورت مکانیزم حرکت جانبی در ارتفاع کل سازه بوده و ترکیبی از مفاصل پلاستیک در انتهای تیر و پای ستون طبقه اول می‌باشد و بقیه قاب الاستیک باقی می‌ماند. مشابه مکانیزم متعارف برای سازه‌های در معرض بارهای جانبی شدید ناشی از باد یا زلزله ترکیب تیر ضعیف - ستون قوی به‌طور مطلوب مشاهده می‌شود. بارهای طراحی اعمال و مقاومت خمشی مورد نیاز اعضای تسلیم شونده، یعنی انتهای تیر و پای ستون نیز در شکل ۲-۵ نشان داده شده است.



For SI: 1 foot= 304.8 mm. 1 kip=453.59kg.

شکل ۲-۵ - قاب ۴ طبقه طراحی شده به روش پلاستیک و مکانیزم انتخابی متناظر

معادله معمول کار مجازی (کار داخلی = کار خارجی) برای یک تغییر مکان کوچک به‌صورت زیر نوشته می‌شود. (۲-۱)

$$(56.6k \times 53ft + 29.3k \times 40ft + 18.1k \times 27ft + 9k \times 14ft)\theta = (M_{p1} + M_{p2} + M_{p3} + M_{p4} + M_{pc})2\theta \quad (1-2)$$

در روابط بالا برحسب kip-ft است.

چون معادله فوق را تنها برای یک مجهول می‌توان حل نمود ممان پلاستیک مورد نیاز تیرها متناسب

با برش طراحی طبقه فرض و ظرفیت لنگر در پای ستون طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$M_{pc} = \frac{1.1Vh_1}{4} \quad (2-2)$$

که  $h_1$  ارتفاع طبقه اول،  $V$  برش پایه طراحی و ضریب 1.1 یک ضریب اضافه مقاومت برای در نظر گرفتن اضافه بار ممکن به علت سخت‌شدگی کرنشی و عدم اطمینان به مقاومت ماده (به فصل ۳ برای بحث بیش‌تر مراجعه شود). است. با حل این معادله، لنگر پلاستیک مورد نیاز تیر به‌دست می‌آید که در جدول ۲-۲ همراه با مقاطع تیر براساس  $M_p$  و  $F_y = 50 \text{ ksi}$  ارائه شده است.

طبقه	تیر			ستون		
	$M_{u,req}$ (k - ft)	مقطع	$M_p$ (k - ft)	$M_{u,req}$ (k - ft)	مقطع	$M_p$ (k - ft)
4	306	W18×40	327	327	W16×45	343
3	464	W18×55	467	420	W21×50	458
2	563	W24×55	558	413	W21×50	458
1	612	W24×62	638	435	W21×50	458

جدول ۲-۲- مقاطع تیر و ستون برای قاب خمشی طراحی شده  
با روش طرح پلاستیک

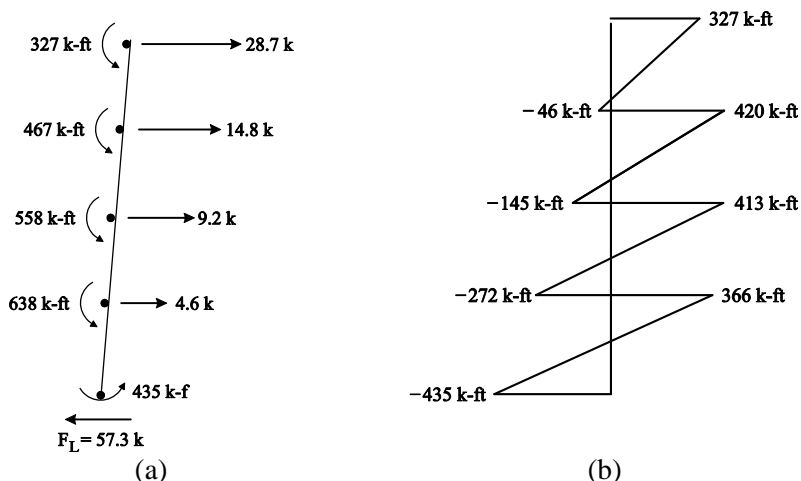
بعد از این‌که DYM ها در مکانیزم (تیرها در این مورد) طراحی شدند، مقاومت مورد نیاز ستون‌ها، اعضای غیرتسلیم‌شونده، با در نظر گرفتن تعادل یکی از «درخت‌های ستونی» تعیین گردید. دیاگرام جسم آزاد درخت ستونی سمت راست با لنگرهای اعمالی از تیرها و لنگرهای فرضی اصلی در پای ستون در شکل ۲-۶ نمایش داده شده است. نیروهای جانبی نشان داده شده در شکل با ارضای تعادل لنگر درخت ستونی کل حاصل می‌شود. با معلوم شدن همه نیروهای خارجی توزیع لنگر خمشی در سرتاسر ارتفاع سازه به‌دست می‌آید مطابق شکل ۲-۶. لنگرهای طراحی و مقاطع انتخابی برای ستون‌ها در جدول ۲-۲ بر همان اساس  $M_p$  و  $F_y = 50 \text{ ksi}$  نشان داده شده است.

برای این مثال، ابعاد اعضای قاب طراحی‌شده با روش الاستیک و روش پلاستیک تا حد زیادی شبیه یک‌دیگر هستند زیرا دو قاب به‌گونه‌ای طراحی شدند تا مقاومت نهایی جانبی یکسان داشته باشند و از طرف دیگر اندازه قاب (1 دهانه و 4 طبقه) کوچک است.

مانند روش الاستیک، این‌جا نیز قاب در معرض تحلیل پوش‌آور قرار گرفت. نمودار برش پایه در مقابل تغییر مکان نسبی بام و توالی تشکیل، و موقعیت مفاصل پلاستیک در شکل ۲-۷ نشان داده شده است. مقاومت نهایی  $V_{ult} = 117.5 \text{ kip}$  بود. مفاصل پلاستیک ابتدا در سمت راست قاب (در انتهای تیرها و پای ستون) تشکیل شد و با تشکیل مفاصل پلاستیک در سمت چپ ادامه یافت. به‌دلیل حضور بارهای

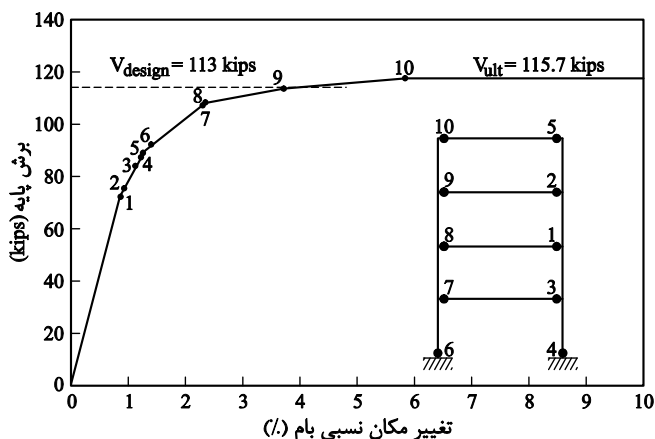
طراحی پلاستیک سازه‌های فولادی مقاوم در برابر زلزله ...

ثقلی روی تیرها این روند تشکیل قابل انتظار است. مکانیزم تسلیم هدف با الاستیک ماندن ستون‌ها به استثنای طبقه همکف به‌دست آمد. این جنبه از روش طراحی پلاستیک اهمیت به‌سزایی در زمینه فلسفه طراحی براساس عملکرد دارد جایی که در آن یک مکانیزم تسلیم مطلوب با توجه به عملکرد در طول یک رخداد شدید و پارامترهای اقتصادی در هزینه‌های تعمیر پس از رخداد به‌دست می‌آید.



For SI: 1 foot= 304.8 mm. 1 kip=453.59kg.

شکل ۶-۲ (a) درخت ستون (b) ممان خمشی طراحی برای ستون‌ها



For SI: 1 kip=453.59kg.

شکل ۷-۲- نتایج تحلیل پوش‌اور برای قاب پلاستیک : برش پایه - تغییر مکان نسبی بام و توالی تشکیل مفاصل پلاستیک

فصل سوم  
روش طراحی پلاستیک  
بر اساس عملکرد

### ۳-۱- کلیات

در این قسمت روش PBPD بصورت گام به گام و با جزییات بحث شده در بخش‌های بعدی و دلایل تئوری موجود در پیوست ارائه می‌شود:

۱- برای سازه یک مکانیزم تسلیم مطلوب و تغییر مکان نسبی هدف، سازگار با اهداف عملکردی مورد نظر در سطح خطر زلزله طرح انتخاب کنید. رفتار نیرو - تغییر مکان را به صورت الاستوپلاستیک ایده‌آل فرض و نسبت تغییر مکان نسبی تسلیم را تخمین بزنید.

۲- دوره تناوب طبیعی سازه  $T$  را تخمین زده و یک توزیع بار جانبی مناسب در ارتفاع فرض نمایید.

۳- با اطلاعات گام ۱ و ۲ همراه با مقدار شتاب طیفی طرح،  $S_a$  (شکل ۱-۱) با معادل قرار دادن «کار مورد نیاز برای پوش یکنواخت سازه تا حد تغییر مکان نسبی هدف (تحلیل پوش‌آور نیاز نیست)» با انرژی مورد نیاز برای یک سیستم EP-SDOF معادل که تا رسیدن به همان مقدار تغییر مکان «برش پایه طراحی»  $V$  را محاسبه نمایید. یک تئوری منطقی پاسخ لرزه‌ای غیرالاستیک سیستم EP-SDOF مانند طیف پاسخ غیرالاستیک ایده‌آل نیومارک - هال یا دیگران در این جا می‌تواند به کار رود.

۴- اگر رفتار نیرو - تغییر شکل سازه با رفتار EP فرض شده متفاوت باشد مثل سیستم‌های قابی CBF یا دیگر سیستم‌ها مقدار  $V$  اصلاح گردد.

۵- از روش پلاستیک، برای طراحی اعضای که انتظار می‌رود، به صورت غیرالاستیک، انرژی زلزله را مستهلک نمایند (DYM) استفاده کنید در حالی که توزیع مقاومت جانبی قائم سازه نزدیک به الگوی توزیع برش طراحی نگه‌داشته شود. اعضای که می‌بایست الاستیک باقی بمانند (non - DYM) مثل ستون‌ها، براساس ظرفیت و با در نظر گرفتن سخت‌شدگی کرنشی و اضافه مقاومت ماده برای DYM و نیز تغییر شکل قاب (اثر  $P - \Delta$ ) طراحی می‌شوند.

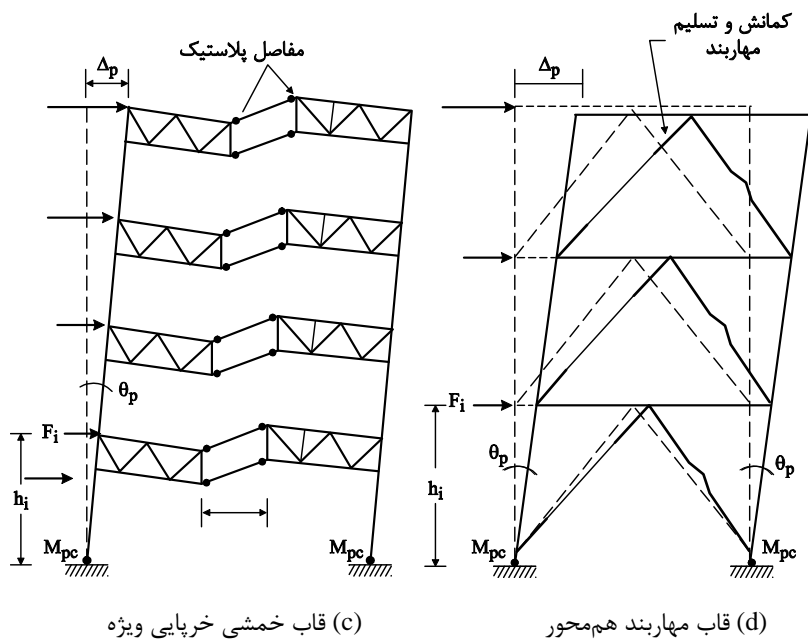
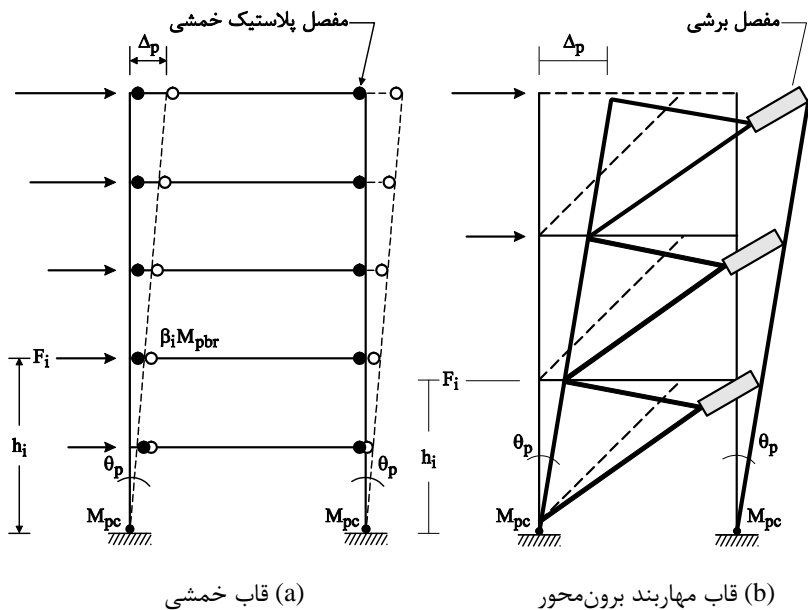
### ۳-۲- روش طراحی:

#### ۳-۲-۱- مکانیزم تسلیم هدف:

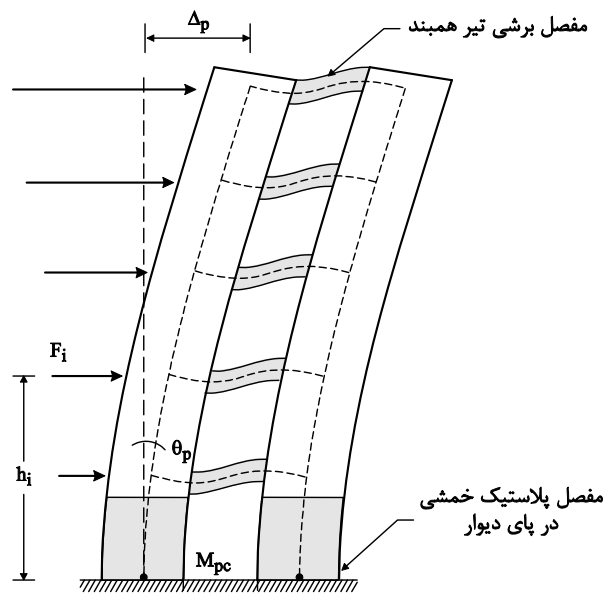
شکل ۳-۱ مکانیزم تسلیم چندین سیستم سازه‌ای را در معرض نیروهای جانبی طراحی که تا حد تغییر مکان نسبی پلاستیک هدف پوش داده شده‌اند نشان می‌دهد.

سعی می‌شود همه تغییر شکل‌های غیرالاستیک در DYM‌ها به عنوان بخشی از مکانیزم تسلیم انتخابی روی دهد مثل مفاصل پلاستیک در تیرها یا تسلیم و کمانش در اعضای مهاربندی. از آن جایی که مفاصل پلاستیک در پای ستون یا دیوار عموماً در طول یک زلزله شدید تشکیل می‌شود مکانیزم تسلیم کلی این سیستم‌های سازه‌ای، مفاصل پلاستیک در این موقعیت‌ها را نیز دربر می‌گیرد.





شکل ۳-۱ - مکانیزم تسلیم مطلوب سیستم‌های سازه‌ای متعارف



(e) سیستم دیوار برشی همبسته (کوپله)

### شکل ۳-۱ - (ادامه)

### مکانیزم تسلیم مطلوب سیستم‌های سازه‌ای متعارف

### ۳-۲-۲- نیروهای جانبی طراحی

بار جانبی استاتیکی معادل در آیین‌نامه‌های رایج از مدل‌های ساده شده با فرض رفتار الاستیک سازه در مود اول ارتعاش به‌دست می‌آید (ATC, 1978; Clough and Penzien, 1993; Chopra, 2000; BSSC, 2003b). در سازه‌های ساختمانی طراحی شده با روش‌های رایج در آیین‌نامه این انتظار وجود دارد که تغییر شکل‌های بزرگی در محدوده غیرارتجاعی تحت زلزله‌های شدید به‌وجود آید. در نتیجه توزیع نیروی جانبی می‌تواند کاملاً با آن چه که از روابط آیین‌نامه به‌دست می‌آید متفاوت باشد، برای رسیدن به هدف اصلی طراحی لرزه‌ای براساس عملکرد یعنی یک پاسخ سازه‌ای مطلوب و قابل پیش‌بینی، لازم است رفتار غیرالاستیک سازه مستقیماً در پروسه طراحی در نظر گرفته شود.

برخلاف توزیع نیرو در آیین‌نامه‌های رایج، توزیع نیروی جانبی طراحی استفاده شده در روش PBPD براساس حداکثر برش طبقه است هم‌چنان‌که در نتایج تحلیل تاریخچه زمانی غیرخطی مشاهده می‌شود. (چائو و همکاران - 2007). این توزیع جدید برای نیروی جانبی طراحی برای EBF، MF، CBF و STMF‌ها مناسب است. نتایج تحلیلی نشان داده‌اند که:

۱- قاب‌های طراحی شده با این توزیع نیروی جانبی، تغییر مکان‌های حداکثر درون طبقه‌ای یکنواخت‌تری در ارتفاع سازه نسبت به قاب‌های طراحی شده با توزیع آیین‌نامه‌ای رایج تجربه نموده است.

۲- این توزیع نیرو هم‌چنین تخمین بسیار خوبی از ماکزیمم لنگر مورد نیاز ستون تحت حرکات شدید زمین و تغییر شکل در محدوده غیرالاستیک ارائه می‌دهد.

۳- اثرات مودهای بالاتر به‌خوبی در توزیع نیروی جانبی طراحی پیشنهادی منعکس می‌شود. این توزیع نیروی جانبی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_i = C'_{vi} V \quad (1-3)$$

$$\text{که } C'_{vi} = (\beta_i - \beta_{i+1}) \left( \frac{W_n h_n}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} \right)^{0.75T^{-0.2}} \quad ; \quad i=n, \quad \beta_{n+1} = 0 \quad (2-3)$$

$$\beta_i = \frac{V_i}{V_n} = \left( \frac{\sum_{j=i}^n W_j h_j}{W_n h_n} \right)^{0.75T^{-0.2}} \quad (3-3)$$

در معادله بالا  $\beta_i$ ، ضریب توزیع برشی در تراز  $i$  را ارائه می‌دهد؛  $V_i$  و  $V_n$  به‌ترتیب نیروهای برش طبقه در تراز  $i$  و در بالاترین تراز؛  $W_j$  وزن لرزه‌ای در تراز  $j$ ؛  $h_j$  ارتفاع تراز  $j$  از پایه؛  $W_n$  وزن تراز بام؛  $h_n$  ارتفاع تراز بام از پایه؛  $T$  پریود اصلی؛  $F_i$  نیروی جانبی در تراز  $i$  و  $V$  برش پایه طراحی کل می‌باشد.

### ۳-۲-۳- برش پایه طراحی

برش پایه طراحی در روش PBPD براساس وضعیت غیرالاستیک سازه و با کنترل تغییر مکان نسبی به‌دست می‌آید. لذا نیاز به کنترل جداگانه تغییر مکان نسبی نیست. در این روش، برش پایه طراحی با پوش دادن سازه تا تغییر مکان نسبی هدف بعد از تشکیل یک مکانیزم تسلیم از قبل انتخاب شده تعیین می‌گردد. هیچ تحلیل پوش‌آوری در این مرحله و در مراحل بعد نیاز نیست.

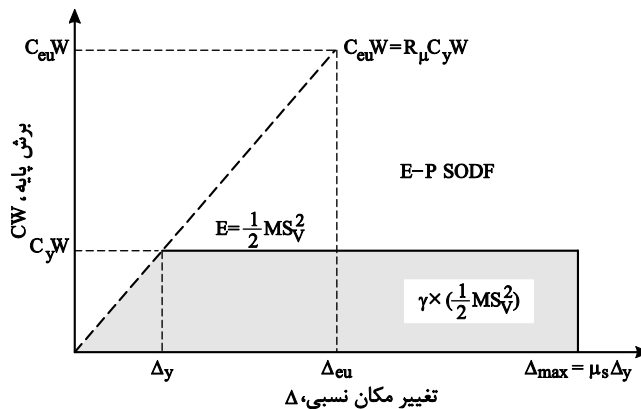
مقدار کار مورد نیاز  $\gamma$  برابر انرژی الاستیک ورودی  $E(\frac{1}{2}MS_v^2)$  برای یک سیستم EP.SDof معادل فرض می‌شود (Housner, 1956 and 1960) هوسنر (1960) با استفاده از این رویکرد حد مقاومت فروریزش یک ستون طره‌ای (مثلاً نماینده یک برج آب) را تعیین نمود. برای سادگی، هوسنر ضریب انرژی  $\gamma$  را برابر 1 فرض کرد، زیرا که او در آن زمان راه مناسبی برای تعیین  $\gamma$  نداشت. کار اشاره شده در بالا هیچ رابطه‌ای با انرژی مستهلک‌شده در طول زلزله که توسط برخی از محققین در روش‌های انرژی پیشنهاد شده بود ندارد. (Akiyama, 1985; Uang and Bertero, 1988)، انجام این روش‌ها در طراحی‌های عملی رایج بسیار طاقت‌فرساست. در روش PBPD، کار مورد نیاز  $(E_e + E_p)$  به عنوان ابزاری برای محاسبه برش پایه طراحی از طریق ایجاد ارتباط بین مکانیزم تسلیم مطلوب، تغییر مکان

نسبی طراحی، مشخصه نیرو - تغییر مکان سازه و انرژی الاستیک ورودی از زلزله به کار می‌رود. بنابراین معادله کار - انرژی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(E_e + E_p) = \gamma E = \gamma \left( \frac{1}{2} M S_v^2 \right) \quad (4-3)$$

که در رابطه فوق  $E_e$  و  $E_p$  به ترتیب مولفه الاستیک و پلاستیک انرژی (کار) مورد نیاز برای پوش دادن سازه تا حد تغییر مکان نسبی هدف است.  $S_v$  شبه سرعت طیفی طرح و  $M$  جرم کل سیستم می‌باشد. ضریب اصلاح انرژی « $\gamma$ » به ضریب شکل پذیری سازه ( $\mu_s$ ) و ضریب کاهش شکل پذیری ( $R_\mu$ ) وابسته است. شکل ۲-۳ رابطه بین برش پایه ( $CW$ ) و تغییر مکان نسبی الاستیک متناظر ( $\Delta$ ) و سیستم‌های SDOF الاستو پلاستیک متناظر را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه‌ی هندسی بین دو ناحیه نشان دهنده کار و انرژی در شکل ۲-۳ معادله (۴-۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{2} C_y W (2\Delta_{\max} - \Delta_y) = \gamma \left( \frac{1}{2} C_{eu} W \Delta_{eu} \right) \quad (5-3)$$



شکل ۲-۳ - پاسخ ایده‌آل سازه و مفهوم تعادل انرژی (کار) برای SDOF

معادله (۵-۳) می‌تواند به شکل زیر خلاصه شود:

$$\gamma \frac{\Delta_{eu}}{\Delta_y} = \frac{(2\Delta_{\max} - \Delta_y)}{\Delta_{eu}} \quad (6-3)$$

که  $\Delta_{\max}$  و  $\Delta_{eu}$  در شکل ۲-۳ به ترتیب مساوی با  $R_\mu \Delta_y$  و  $\mu_s \Delta_y$  می‌باشند. با جایگزینی این جملات در معادله (۶-۳) ضریب اصلاح انرژی  $\gamma$  به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\gamma = \frac{2\mu_s - 1}{R_\mu^2} \quad (7-3)$$