



# Resolución de Problemas

Introducción a la Programación  
Facultad de Informática  
Univ.Nac. del Comahue

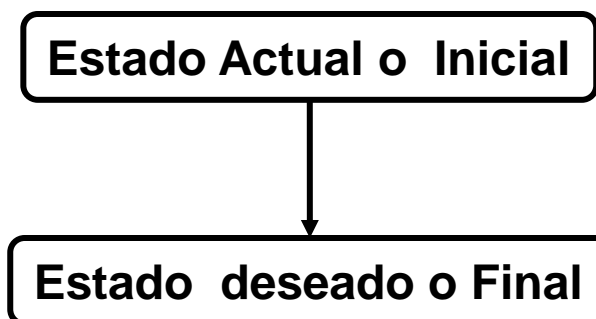


# Problemas

## ¿Qué es un problema?

“Buscar en forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable en forma inmediata”. [Polya](#) (\*), 1965.

Todo problema puede pensarse como una discrepancia entre un estado actual o **inicial** y un estado deseado o **final**.



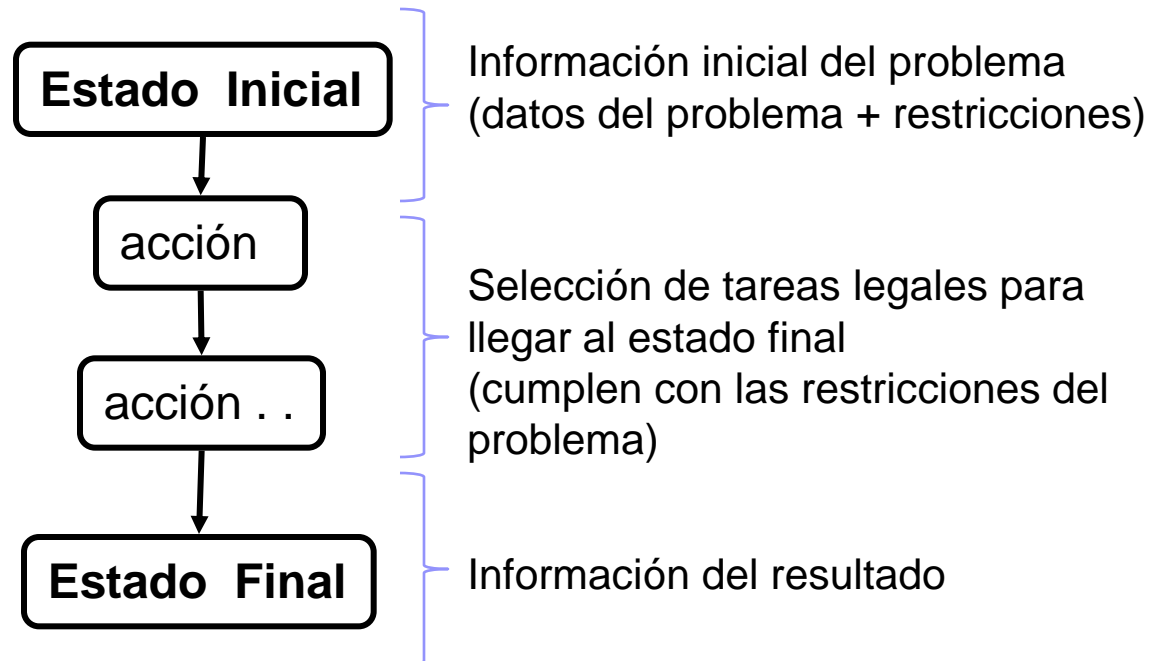
(\*) Matemático Húngaro que se dedicó a caracterizar los métodos generales que usa la gente para resolver problemas.



# Problemas

## ¿Qué es un problema?

Pasar del estado inicial al final no es directo, hay que seleccionar y realizar determinadas tareas que son legales (i.e., cumplen con las restricciones del problema). A estas tareas las denominamos **acciones**.





¿Es un problema si tengo yerba, mate, bombilla, azúcar, termo con agua caliente y lo que quiero es tomar un mate amargo?

**Datos:** cuento con bombilla, mate, azúcar, yerba, agua caliente.

**Restricción:** tiene que ser amargo



Colocar yerba en el mate

Tapar el mate con la palma de la mano

sacudir para sacar el polvillo

Colocar la bombilla

~~Colocar azúcar~~

**Acción incorrecta!**  
**Se descarta porque**  
**no cumple la restricción**

Agregar Agua Caliente

**Tomar un Mate**  
**amargo**



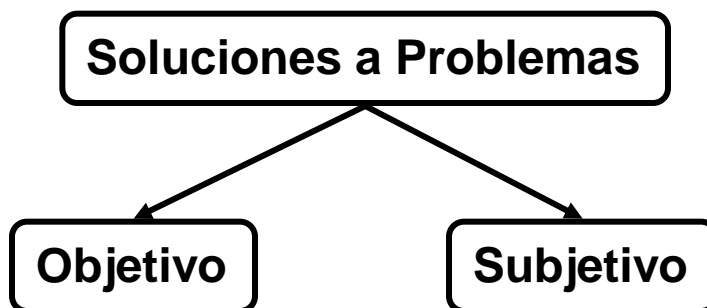


# Categorías de Problemas



# Categorías de Problemas

Según el tipo de Solución:

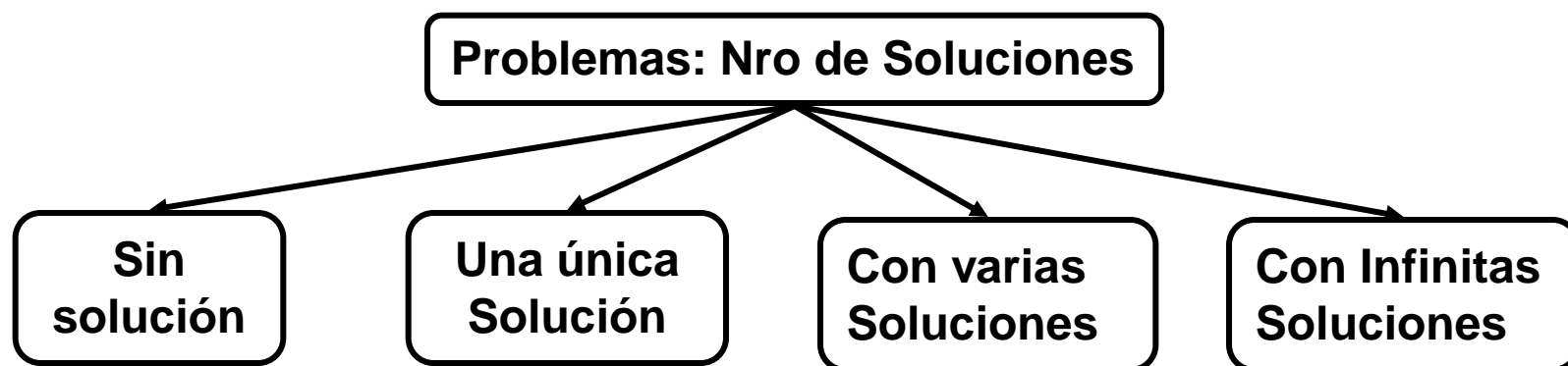


- Si el problema es comprar un auto o decorar la casa la solución puede ser muy **subjetiva**. Existen distintos sistemas de valores, juicios de valor, etc. que se pueden aplicar en la solución.
- Los problemas vistos anteriormente son ejemplos de problemas de solución **objetiva**. Son los que no dependen de una escala de valoración. (En Intro.a la Prog. vamos a trabajar con problemas cuyo tipo de solución es objetiva, generalmente matemático/lógicos)



# Categorías de Problemas

**Según el número de soluciones:**



Ejemplos:

- $x^2 + 1 = 0$  no tiene solución en el campo de los números reales  $(\mathbb{R})$ .
- $x + 4 = 7$  tiene una única solución.
- $x + y = 5$  tiene varias soluciones en el campo de los números naturales  $(\mathbb{N})$ .
- $x + y = 5$  tiene infinitas soluciones en el campo de los números reales  $(\mathbb{R})$ .



# Categorías de Problemas

## Según el número de soluciones. Ejemplos

Bhaskara o ecuación de segundo grado:

$$0 = a.x^2 + bx + c$$

Término Cuadrático

Término Lineal

Término Independiente

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante

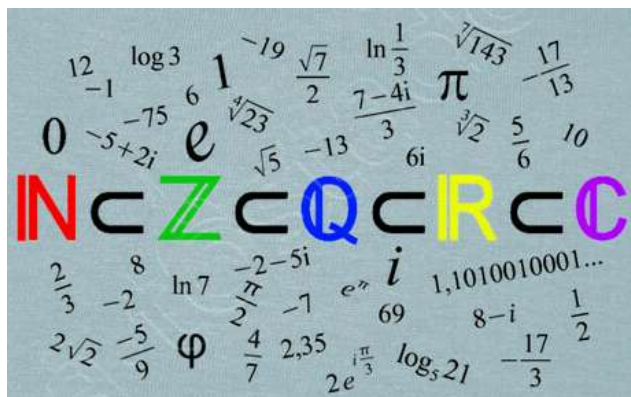
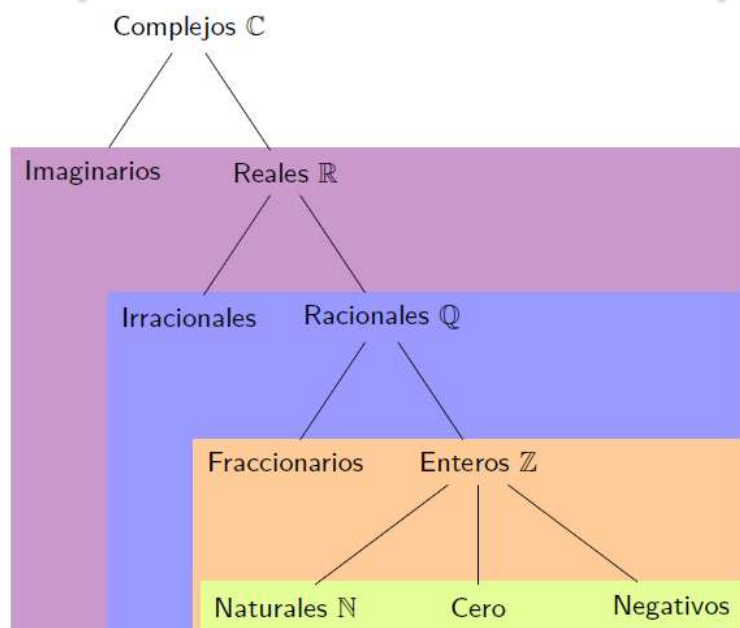
Observación: El discriminante tiene que ser igual o mayor a cero para que la ecuación tenga 1 o 2 soluciones dentro de los números reales





# Categorías de Problemas

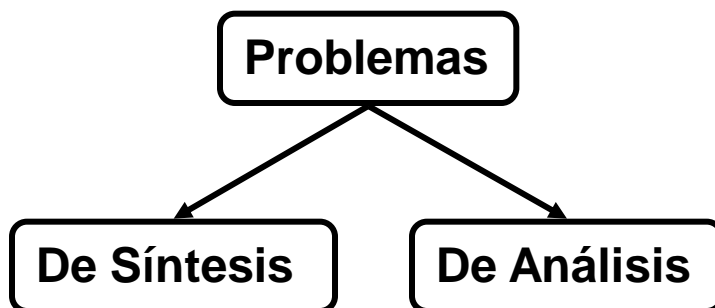
Aprovechamos a repasar conjunto de números





# Categorías de Problemas

Según cómo se formule el problema:



- **de síntesis**: conocemos el estado inicial y el final pero no las acciones que nos conducen de uno a otro. Las acciones pueden tener que cumplir con una serie de restricciones.
- **de análisis**: conocemos el estado inicial pero no el final. Disponemos de una serie de hechos y restricciones que nos permiten llegar al estado final.



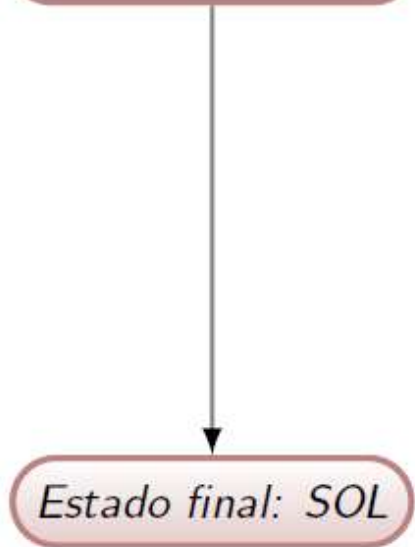
# Categorías de Problemas

## Ejemplo de Problema de Síntesis

**(Escalera de palabras) Encontrar una secuencia de palabras del idioma castellano que permitan pasar de LIS a SOL con palabras intermedias. En cada paso sólo es posible cambiar una sola letra de la palabra en el paso anterior**

- \* palabras en castellano
- \* En cada paso sólo cambiar una letra

*Estado inicial: LIS*



LIS

LOS

SOS

SOL



# Categorías de Problemas

## Ejemplo de Problema de Síntesis

### Ejercicio de la parte A del práctico 1:

Un pastor desea transportar un lobo, una cabra y un atado de alfalfa al otro extremo de un río. Para ello dispone de un bote donde sólo cabe el pastor y un animal o el pastor y el atado de alfalfa. ¿Qué traslados tendrá que realizar para lograr cruzar el río sin que el lobo se coma a la cabra ni que la cabra se coma el atado de alfalfa?



+ Restricciones

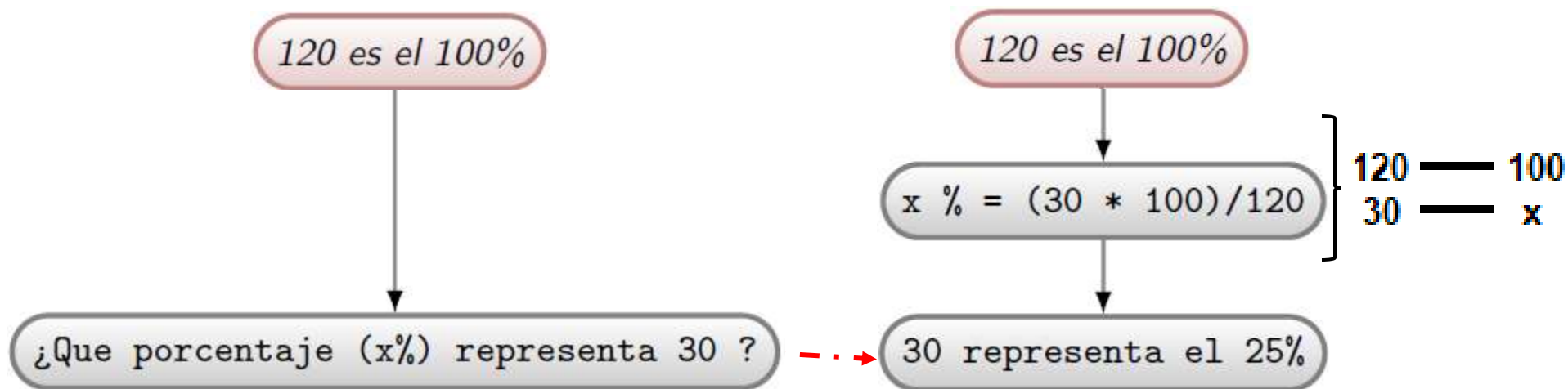




# Categorías de Problemas

## Ejemplo de Problema de Análisis

¿Qué porcentaje representa 30 de 120?





# Categorías de Problemas

## Ejemplo de Problema de Análisis

### Ejercicio :

Tito es tío materno de Tota. Tota es hermana de Tuti y Tuti es madre de Tuto.

¿Qué es Tito de Tuto?

- a) Sobrino-abuelo ?      b) Primo?      c) Tío-Abuelo ?      d) Tío-hermano ?

Tito es tío materno de Tota.  
Tota es hermana de Tuti  
Tuti es madre de Tuto

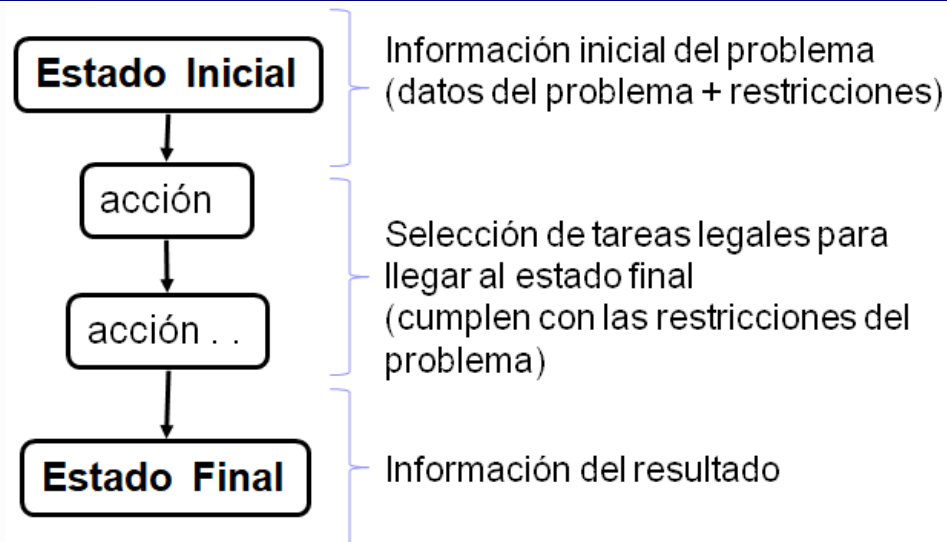
?

¿Qué es Tito de Tuto?

Tito es Tio abuelo de Tuto?



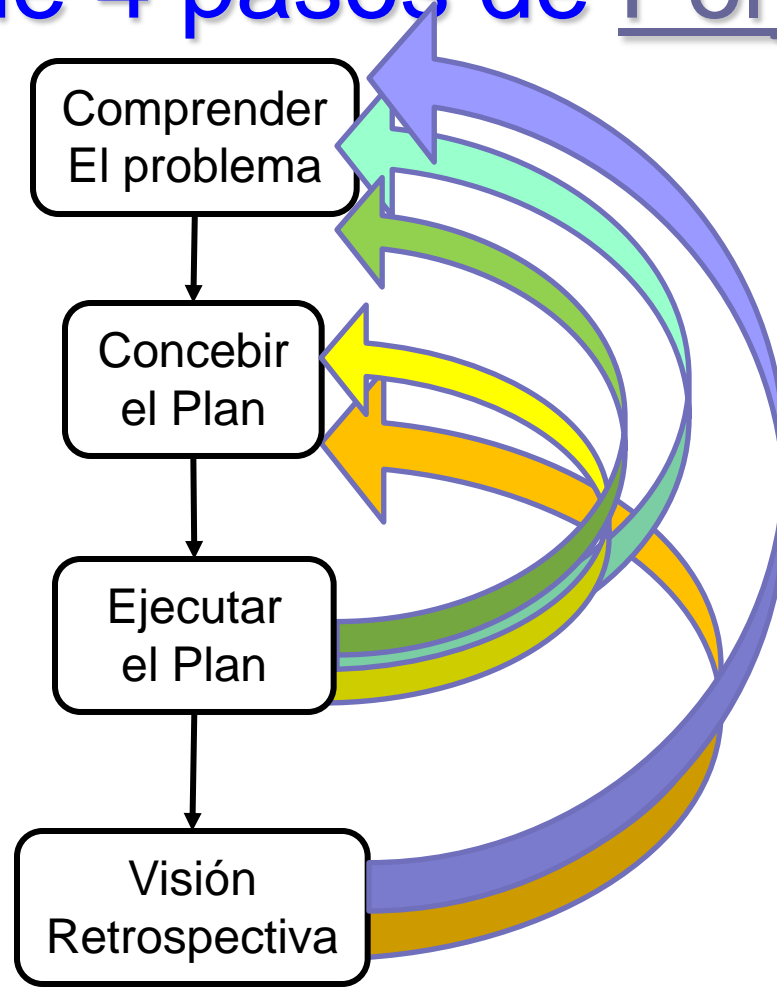
# Método para resolver problemas





# Resolución de Problemas

## Método de 4 pasos de Polya (\*)



(\*) Matemático Húngaro que se dedicó a caracterizar los métodos generales que usa la gente para resolver problemas.





# Resolución de Problemas

## Método de 4 pasos de Polya

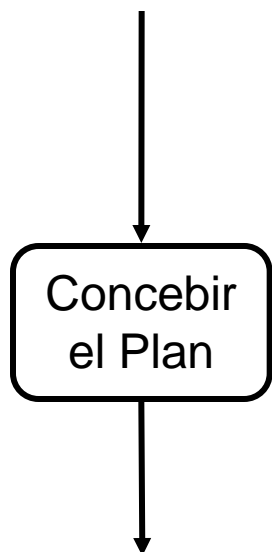
Comprender  
El problema

- ¿Entiendo todo lo que dice? ¿qué pide el problema?
- ¿Puedo replantearme el problema con mis propias palabras?
- ¿Distingo cuáles son los datos? ¿Cuáles son los elementos?
- ¿Me doy una idea a que quiero llegar? ¿cuál es la incógnita?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Este problema es similar a algún otro que he resuelto antes?



# Resolución de Problemas

## Método de 4 pasos de Polya



¿Qué relaciones existen entre los elementos del problema?

Establecer la relación de la incógnita con los datos para encontrar una idea de solución y poder trazar un plan:

A “grosso modo” qué cálculos, qué razonamientos o construcciones efectuar para determinar la incógnita

Usar Estrategias:

- Hacer una lista
- Hacer una figura / dibujo
- Resolver un problema equivalente
- Hacer un diagrama
- Usar las propiedades de los números
- Resolver una ecuación
- Buscar una fórmula

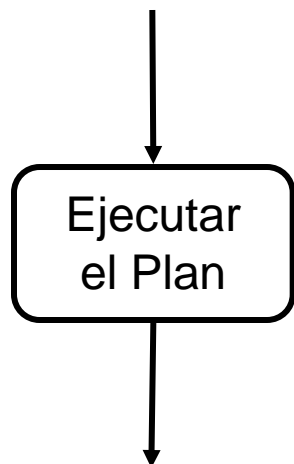
...



# Resolución de Problemas

## Método de 4 pasos de Polya

Poner en ejecución el plan para hallar la solución



**implementar la o las estrategias seleccionadas en el punto anterior hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso.**



# Resolución de Problemas

## Método de 4 pasos de Polya



Visión  
Retrospectiva

Encontrada la solución, volver atrás: revisarla y discutirla

- ¿La solución es correcta?
- ¿La respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Hay alguna otra solución mas sencilla al problema?
- ¿Puedo probar el resultado obtenido?



# Resolución de Problemas

Para hallar soluciones a problemas se requiere

habilidad, conocimiento y experiencia



# Guía para resolución de problemas

## EJEMPLO DE USO

**Ejemplo 1:** Una señora no quiere decir su edad, entonces responde: “Si tuviera 20% más de la edad que tengo, tendría 48 años”. ¿Qué edad tiene actualmente?

### Identificador del ejercicio: Ejemplo 1

Objetivo del problema	Acá indicamos el objetivo del problema <ul style="list-style-type: none"><li>La edad actual de la señora (*)</li></ul>
Datos relevantes	Acá anotamos la información conocida y que detectamos que sirve para resolver el problema <ul style="list-style-type: none"><li>Edad actual + 20% de la misma = 48 años</li></ul>
Representación (ecuaciones, diagramas, etc.)	Acá anotamos las fórmulas o planteamos las relaciones (ecuaciones, etc) existentes entre los datos relevantes: <ul style="list-style-type: none"><li>La incógnita es la edad actual de la señora (la llamamos edad)</li><li>Ecuación conocida: <math>\text{edad} + 20\% \text{ edad} = 48</math></li></ul>
Secuencia de pasos necesarios para llegar al resultado	Acá mostramos paso a paso el orden en que vamos usando las fórmulas, relaciones, factorización, etc: $\text{edad} + 20\% \text{ edad} = 48$ <Ecuación original> $\text{edad} + 0,20 * \text{edad} = 48$ <Escribimos el % de manera decimal para facilitar el cálculo> $(1 + 0,20) \text{ edad} = 48$ <Sacamos el factor común "edad"> $1,20 * \text{edad} = 48$ $\text{edad} = 48 / 1,20$ <Despejamos la incógnita, pasando 1,20 al lado derecho> $\text{edad} = 40$ <Resolvemos el cálculo $48 / 1,20$ >
Resultado	Acá se expresa claramente el resultado obtenido, que debe satisfacer al objetivo perseguido (*) (No nos olvidemos de indicar el significado y la unidad de medida) <ul style="list-style-type: none"><li>La edad actual de la señora es 40 años (*)</li></ul>
Verificación del resultado	Acá realizamos una prueba del resultado y verificamos que el resultado hallado sea el correcto: <ul style="list-style-type: none"><li>Si la señora tiene 40 años, el 20% de 40 es <math>40 * 0,20 = 8</math></li><li>La señora dijo que dentro de 8 años tendrá 48 años <math>\rightarrow 40 + 8 = 48 \rightarrow</math> El resultado es correcto!!</li></ul>

Comprender  
El problema

Concebir  
el Plan

Ejecutar el  
Plan

Visión  
Retrospectiva



# Representaciones

La capacidad de la mente para manipular información es muy limitada. La capacidad de la memoria de corto plazo fue estudiada por Miller [[Miller 1956](#)]. Miller encontró que el número máximo de conceptos que es posible retener en la memoria de corto plazo es  $7 \pm 2$ .

una persona retiene menos conceptos a la vez si no hay relación entre ellos. De aquí la importancia de establecer relaciones entre los datos del problema, realizar un tratamiento con ellos de tal manera de conceptualizarlos de una forma mas adecuada y resumida.



Una herramienta **útil** para **facilitar** la resolución de un problema es utilizar:

# Representaciones

Simplificación del problema  
que destaca los  
datos relevantes del mismo.

Según [www.rae.es](http://www.rae.es):

- Imagen o idea que sustituye a la realidad
- Cosa que representa otra





# Algunas Representaciones

## Diagramas

<https://dle.rae.es/diagrama>

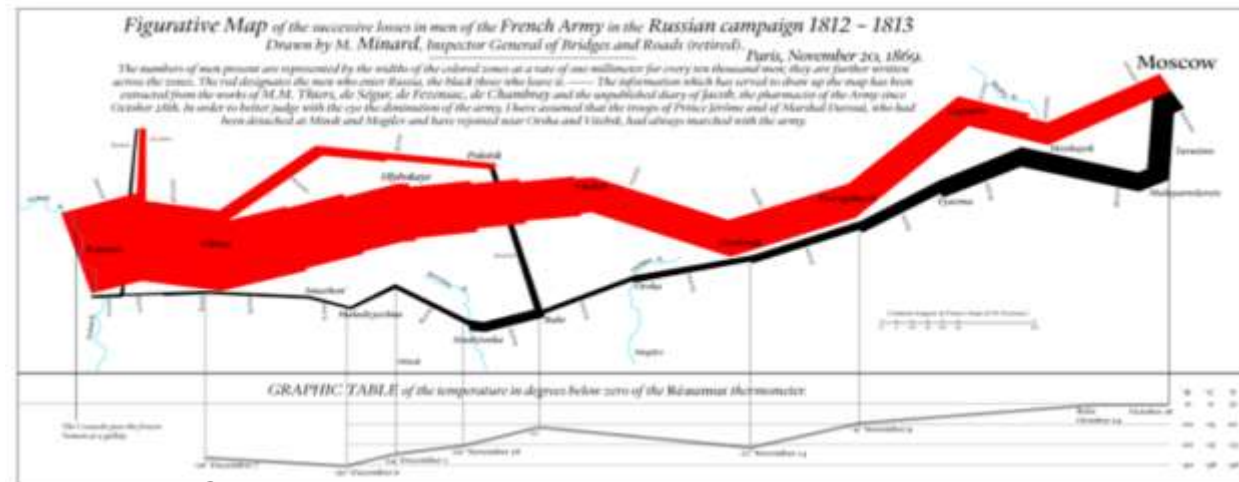
1. m. Representación gráfica, generalmente esquemática (De forma resumida y breve), de algo.



Líneas Colectivos

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Calendario



1812 Campaña de Rusia



# Algunas Representaciones

## Diagramas

- Existen muchos problemas en los que resulta adecuado encontrar una representación grafica de los mismos

### **Ejemplo:**

Blanca, Rosa y Violeta son tres amigas que se encuentran para estudiar y descubren que, casualmente, están vestidas con los colores de sus nombres, aunque ninguna lleva el color que corresponde a su nombre. Si el vestido de Violeta no es blanco, ¿cuál es el color de los vestidos de cada amiga?



# Algunas Representaciones

## Diagramas

- Existen muchos problemas en los que resulta adecuado encontrar una representación grafica de los mismos

### Ejemplo:

Blanca, Rosa y Violeta son tres amigas que se encuentran para estudiar y descubren que, casualmente, están vestidas con los colores de sus nombres, aunque ninguna lleva el color que corresponde a su nombre. Si el vestido de Violeta no es blanco, ¿cuál es el color de los vestidos de cada amiga?

	<i>Blanca</i>	<i>Rosa</i>	<i>Violeta</i>	← Nombres
<i>blanco</i>	×	○	×	
<i>rosa</i>	×	×	○	
<i>violeta</i>	○	×	×	

Colores →



# Algunas Representaciones

## Diagramas

### Ejemplo 2:

Tenemos cinco **casas de 5 colores** diferentes y en cada una de ellas vive una persona de una **nacionalidad diferente**. Cada uno de los dueños **bebe una bebida diferente**, fuma una **marca de cigarrillos diferente** y tiene una **mascota diferente**. Tenemos las siguientes pistas:

1. El británico vive en la casa roja.
2. El sueco tiene un perro.
3. El danés toma té.
4. La casa verde esta a la izquierda de la blanca.
5. El dueño de la casa verde toma café.
6. La persona que fuma Pall Mall tiene un pájaro.
7. El dueño de la casa amarilla fuma Dunhill.
8. El que vive en la casa del centro toma leche.
9. El noruego vive en la primera casa.
10. La persona que fuma Brends vive junto a la que tiene un gato.
11. La persona que tiene un caballo vive junto a la que fuma Dunhill.
12. El que fuma Bluemasters bebe cerveza.
13. El alemán fuma prince.
14. El noruego vive junto a la casa azul.
15. El que fuma Brends tiene un vecino que toma agua.

Y por ultimo la pregunta:

¿Quién es el dueño del pececito?



# Algunas Representaciones Diagramas

## Ejemplo 2:

Por la pista 1.  
“El británico vive  
en la casa roja”

deduzco que:

		Mascota					Colores					Bebidas					Cigarrillos				
							Roja	verde	blanca	amarilla	azul										
Nacionalidad	británico																				
	sueco																				
	danés																				
	noruego																				
	alemán																				
Cigarrillos																					
Bebidas																					
Colores	Roja																				
	verde																				
	blanca																				
	amarilla																				
	azul																				

Se puede necesitar ayuda  
de otras representaciones  
para otras pistas:  
Por ejemplo La posición de  
las casas





# Algunas Representaciones

## Matemática

- La matemática nos ofrece **técnicas** muy variadas para modelar problemas, tales como **ecuaciones, grafos, lógica, geometría** y otras.
- Una de las características más interesantes de usar herramientas matemáticas como forma de representación, es su **rigidez y formalidad**.
- Al basarnos en una **teoría sólida** nos aseguramos que si se obtenemos una expresión adecuada y obedecemos bien las reglas, es posible **llegar a una solución acertada**, independizándose rápidamente del enunciado original.



# Algunas Representaciones

## Matemática. Ecuaciones

- Las ecuaciones parten de una serie de **incógnitas** que representan valores y una serie de **símbolos u operadores** que establecen relaciones entre las incógnitas.
- La solución consiste en ir estableciendo nuevas relaciones entre las incógnitas que permiten llegar a una expresión simple donde se haga conocido el valor para una de las incógnitas.
- Se puede continuar con este proceso hasta encontrar la solución del problema global.
- En este caso, **el enunciado se transforma en ecuaciones en las que los objetos del problema son operandos y las relaciones entre los mismos son los operadores.**



# Algunas Representaciones

## Matemática. Ecuaciones

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Simbólico
Un número	$X$
El duplo, el doble de un número	$2X$
La mitad de un número	$\frac{1}{2} X ; X/2 ; X:2$
El sucesor, el consecutivo, el siguiente de un número	$X+1$
El opuesto de un número	$- X$
Números consecutivos	$X ; X + 1; X + 2...$
Un número par	$2X$
Números pares consecutivos	$2X ; 2X + 2 ; 2X + 4; 2X + 6;...$
Un número impar	$2X+1$
Números impares consecutivos	$2X+1; 2X+3; 2X+5;....$
El triple de un número	$3X$
El cuádruplo de un número	$4X$
La tercera parte, el tercio de un número	$1/3 X; X/3 ; X:3$
La cuarta parte de un número	$\frac{1}{4} X; X/4 ; X:4$
El cuadrado de un número	$X^2$
El cubo de un número	$X^3$
El cuadrado del siguiente de un número	$(X + 1)^2$
El cubo del siguiente de un número	$(X + 1)^3$
La razón entre dos números : división	$\frac{X}{Y} ; X : Y$
La diferencia entre dos números: sustracción	$X - Y$







# Algunas Representaciones

## Matemática. Ecuaciones

Ejercicio:

**La suma de 3 números consecutivos es 48  
¿Cuáles son esos números?**

Representación:

Un número entero: **A**

Los números 2 consecutivos de **A**: **A+1** , **A+2**

La suma de los 3 números consecutivos es 48:  **$A + (A+1) + (A+2) = 48$**

Solución:

Para hallar la solución al problema resolver la ecuación despejando A



# Algunas Representaciones

## Matemática. Lógica

La **lógica** es una ciencia formal que estudia los principios de la demostración e inferencia válida.

La lógica maneja valores de verdad.

Todos los hombres son mortales  
Juan es hombre  
Juan es mortal



# Algunas Representaciones

## Matemática. Lógica

La lógica proposicional es un sistema formal cuyos elementos son las **proposiciones**.

Las **proposiciones** son oraciones/expresiones a las que se les puede asignar un valor de verdad: **Verdadero** (True) o **Falso** (False).

A través de **conectores lógicos** se pueden formar otras proposiciones de mayor complejidad.

Por ejemplo **P** es una proposición y **Q** es una proposición:

Conjunción

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Negación

P	no P
V	F
F	V



# Algunas Representaciones

## Matemática. Lógica

**“Hoy es Lunes” (P)**

**“Está lloviendo” (Q)**

la **afirmación compuesta** **“Hoy es jueves y está lloviendo”** (P y Q) es verdadera si se cumplen ambas condiciones.

Esta claro que si alguna de las afirmaciones fuera falsa, entonces la afirmación compuesta será también falsa.

P	Q	P y Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



# Algunas Representaciones

## Matemática. Grafos

- Un **grafo** es una representación pictórica que consiste en una serie de círculos o **nod**os y una serie de líneas orientadas o **arcos** que vinculan los nodos. Los arcos (o los nodos) pueden estar nombrados o etiquetados de modo de indicar como pasar de un nodo a otro.
- Un grafo puede usarse para representar gran variedad de problemas, siempre y cuando el numero de situaciones a considerar sea finito.



# Algunas Representaciones

## Matemática. Grafos. Ejemplos

Distancia entre ciudades:

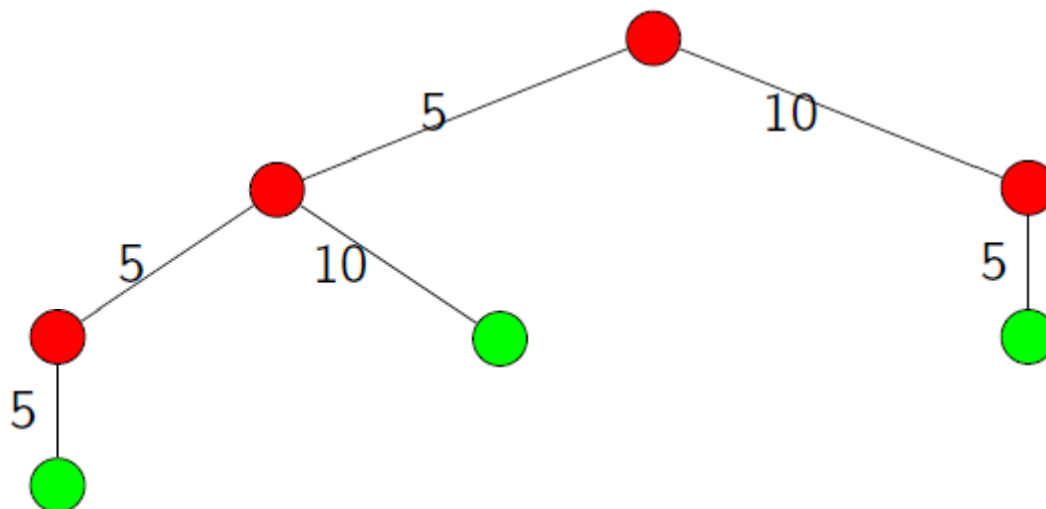




# Algunas Representaciones

## Matemática. Grafos. Ejemplos

Considere una maquina expendedora de una golosina cuyo costo es 15 centavos y acepta monedas de 5 y 10 centavos. ¿Qué posibilidades existen si el pago es exacto y la maquina no otorga vuelto?





# Algunas Representaciones

## Matemática. Geometría

La **geometría** es una rama de la matemática que se ocupa de las propiedades de las figuras geométricas en el plano o en el espacio.

La geometría brinda una **herramienta visual** a la cual se le pueden aplicar ciertas leyes, conocidas, en la búsqueda de la solución.

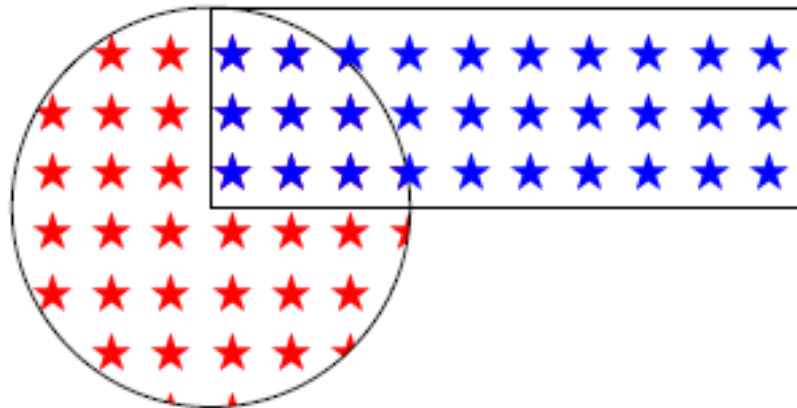




# Algunas Representaciones

## Matemática. Geometría. ejemplos

Necesitamos conocer la superficie de la suma de las figuras, sin duplicar la superficie común. El radio de la circunferencia es 3 cm y coincide con el lado menor del rectángulo. El lado mayor del rectángulo es 7 cm.





# Algunas Representaciones

## Matemática. Geometría. ejemplos

Necesitamos conocer la superficie pintada de las figuras (sin su intersección). El radio de la circunferencia es 1 cm; el lado mayor del rectángulo es 7 cm y el lado menor es el doble del radio.





# Abstracción

- El primer paso en la búsqueda de la solución es encontrar una representación adecuada para el problema, que descarte la información **superflua** y rescate aquella que resulte **relevante**.
- La técnica para encontrar un planteo mas conciso del problema se conoce como **abstracción**.
- El objetivo de la abstracción es construir una **simplificación de la realidad** que rescate únicamente la información relevante para hallar la solución del problema.



# Abstracción

¿Cuándo estamos aplicando abstracción?

- Cuando **transformamos** el enunciado original en uno mas simple, tan simple como sea posible.
- Cuando **identificamos** los **objetos relevantes** y las **relaciones entre estos objetos**.
- Cuando **definimos las operaciones** que pueden aplicarse sobre los objetos.
- Cuando utilizamos, siempre que sea posible, **una notación más abstracta** que una descripción verbal.



# Abstracción

Un **modelo** es una representación simplificada de la realidad.

La construcción de un modelo es útil porque **sólo son considerados los elementos relevantes** y así la búsqueda de la solución no se ve entorpecida por el exceso de detalles.

Modelos de una misma realidad  
Ejemplo:  
**construcción de  
un edificio**



**agrimensor** y planos de mensura



**ingeniero civil** y planos de estructuras



**arquitecto** y proyectos



**agentes inmobiliarios** y maquetas



# Resolución de Problemas

- Representaciones:
  - Diagramas
  - Matemática:
    - Ecuaciones: de lenguaje coloquial a lenguaje simbólico
    - Grafos
    - Lógica
    - Geometría
  - Abstracción
    - Modelos