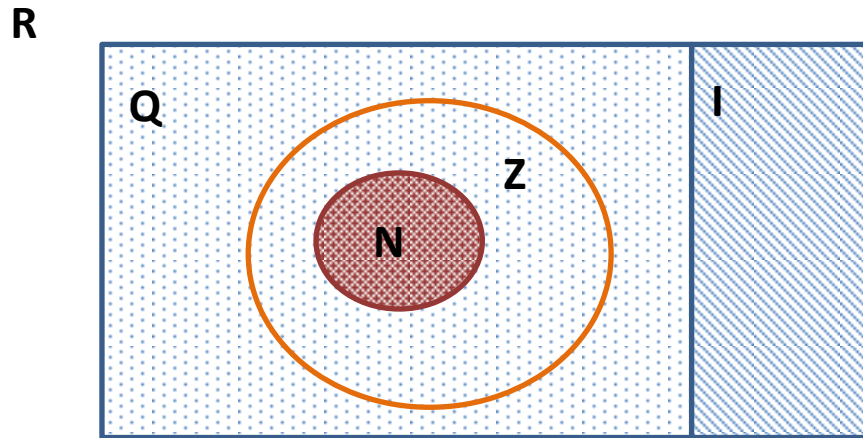


Números Reales

Elementos de Álgebra

Números Reales

- Es el conjunto que esta formado por los conjuntos números



- $R = Q \cup I$ (unión de los Números Racionales con los Irracionales)

Propiedades de un cuerpo ordenado

En \mathbb{R} (Números Reales) están definidas dos operaciones: ***Suma*** y ***Producto*** y una relación de ***orden***.

Además de estas operaciones está definida en \mathbb{R} una relación de ***orden*** que indicamos " $<$ " ($a < b$ se lee: a es menor que b o también b es mayor que a). Esta relación satisface las propiedades:

Ley de tricotomía

Cualesquiera sean los números reales a, b vale una y sólo una de las relaciones siguientes:

$$a < b, \quad a = b, \quad b > a$$

Ley transitiva

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$a < b \quad y \quad b < c \quad \text{implica} \quad a < c$$

La **suma** y **producto** se vinculan a la relación de orden mediante las siguientes propiedades:

S.C Consistencia de la relación de orden con la suma

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$a < b, \quad \text{implica} \quad a + c < b + c$$

P.C Consistencia de la relación de orden con el producto

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$a < b \quad \text{y} \quad 0 < c \quad \text{implica} \quad a \cdot c < b \cdot c$$

La relación es " \leq "

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$a \leq a$$

$$a \leq b \text{ y } b \leq a \Rightarrow a = b$$

$$a \leq b \text{ y } b \leq c \Rightarrow a \leq c$$

$$a \leq b \text{ o } b \geq a$$

Otras Propiedades

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$a < b \wedge c < d \Rightarrow a + c < b + d$$

$$a + c < b + c \Rightarrow a < b$$

$$0 < a < b \wedge 0 < c < d \Rightarrow a \cdot c \leq b \cdot d$$

$$a < b \Rightarrow -b < -a$$

$$0 < a \Rightarrow -a < 0$$

Otras Propiedades

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$$

$$a < b \wedge c < 0 \Rightarrow a \cdot c > bc$$

$$a < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} < 0$$

$$a > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} > 0$$

Otras Propiedades

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$0 < a < b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

$$a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$$

$$0 < a < b \Rightarrow a^2 < b^2$$

$$a < b < 0 \Rightarrow b^2 < a^2$$

Otras Propiedades

Cualesquiera sean los números reales a, b, c :

$$ab > 0 \iff (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$$

$$ab < 0 \iff (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$$

$$\frac{a}{b} > 0 \iff (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$$

$$\frac{a}{b} < 0 \iff (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$$

Ejercicios

- $(4x + 5)(x - 2) > 0$

- $\frac{x+4}{x-7} < 0$

- $\frac{1}{2x-1} \leq 10$

- $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} \geq 5$