Este es el link para la clase de hoy 22-4-22

https://us02web.zoom.us/j/89193885302?pwd=MjdCUlhuZnpxK2VnUURDZnJveWJydz09

ID de la reunión 891 9388 5302

$(5)\ |x| = |2x-1|.$

Si $a > 0$ y $x, y \in \mathbb{R}$ entonces valen:

(1) $|x| = a \quad \Leftrightarrow \quad x = a \vee x = -a$

(2) $|x| < a \quad \Leftrightarrow \quad -a < x < a.$ (También vale para $\leq$)

(3) $|x| > a \quad \Leftrightarrow \quad x > a \vee x < -a.$ (También vale para $\geq$)

(4) $|x| = |y| \quad \Leftrightarrow \quad x = y \vee x = -y.$

(5) $\sqrt{x^2} = |x|.$

$$|x| = |2x-1| \overset{4)}{\Longleftrightarrow} x = 2x-1 \text{ ó } x = -(2x-1)$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2x-1-x \text{ ó } x = -2x+1$$

$$\Leftrightarrow 0 = x-1 \text{ ó } x+2x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ó } 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ó } x = \frac{1}{3}$$

Luego, $\boxed{\text{Sol: } x \in \left\{ \frac{1}{3}, 1 \right\}}$

Más ejemplos: Resolver:

$$(1)\ -2 \leq |x+1| < 1.$$

Si $a > 0$ y $x, y \in \mathbb{R}$ entonces valen:

(1) $|x| = a \iff x = a \vee x = -a$

(2) $|x| < a \iff -a < x < a.$ (También vale para $\leq$)

(3) $|x| > a \iff x > a \vee x < -a.$ (También vale para $\geq$)

(4) $|x| = |y| \iff x = y \vee x = -y.$

(5) $\sqrt{x^2} = |x|.$

$$\overbrace{-2 \leq |x+1|}^{\mathrm{I}} < 1 \iff \overbrace{-2 \leq |x+1|}^{\mathrm{I}} \wedge \overbrace{|x+1| < 1}^{\mathrm{II}}$$

I) $-2 \leq |x+1| \iff \overbrace{|x+1|}^{\geq 0} \geq -2$

$\boxed{\text{Sol: } x \in \mathbb{R}}$

II) $|x+1| < 1 \overset{2)}{\iff} -1 < x+1 < 1 \iff -2 < x < 0$

$-2 \quad -1 \quad 0$

$\boxed{\text{Sol II: } x \in (-2,0)}$

Sol: $x \in \text{Sol I} \cap \text{Sol II} = \mathbb{R} \cap (-2,0) = \boxed{(-2,0)}$

$$(2)\ 2 \leq |x+1| < x.$$

Si $a > 0$ y $x, y \in \mathbb{R}$ entonces valen:

(1) $|x| = a \iff x = a \vee x = -a$

(2) $|x| < a \iff -a < x < a.$ (También vale para $\leq$)

(3) $|x| > a \iff x > a \vee x < -a.$ (También vale para $\geq$)

(4) $|x| = |y| \iff x = y \vee x = -y.$

(5) $\sqrt{x^2} = |x|.$

$$2 \leq |x+1| < x \iff \overbrace{2 \leq |x+1|}^{\mathrm{I}} \wedge \overbrace{|x+1| < x}^{\mathrm{II}}$$

I) $2 \leq |x+1| \overset{3)}{\iff} x+1 \geq 2 \vee x+1 \leq -2$

$\iff x \geq 1 \vee x \leq -3$

$\boxed{\text{Sol: } x \in (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)}$

Definición

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{si } x+1 \geq 0 \\ -(x+1) & \text{si } x+1 < 0 \end{cases}$$

II) $|x+1| < x \iff \begin{cases} x+1 < x & \text{si sup. } x+1 \geq 0 \\ -(x+1) < x & \text{si sup. } x+1 < 0 \end{cases} \iff$

$$\iff \begin{cases} 1 < 0 & \text{si } x \geq -1 \\ -x-1 < x & \text{si } x < -1 \end{cases} \iff \begin{cases} \text{Absurdo!} \\ -2x-1 < 0 & \text{si } x < -1 \end{cases} \iff \begin{cases} \text{Absurdo!} \\ -2x < 1 & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

$-x-1-x < x-x$

$-2<0$

$$\iff \begin{cases} \text{Absurdo!} \\ x > -\frac{1}{2} & \text{si } x < -1 \end{cases} \iff \begin{cases} \text{Absurdo!} \\ \text{Absurdo!} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Sol II}: x \in \text{Caso I} \cup \text{Caso 2} = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset}$

Sol final: $x \in \text{Sol I} \cap \text{Sol II} = \left((-\infty, -3] \cup [1, +\infty)\right) \cap \emptyset = \emptyset$

$$|x - \underset{\text{Lo centro}}{c}| < \underset{\text{Lo radio}}{r}$$

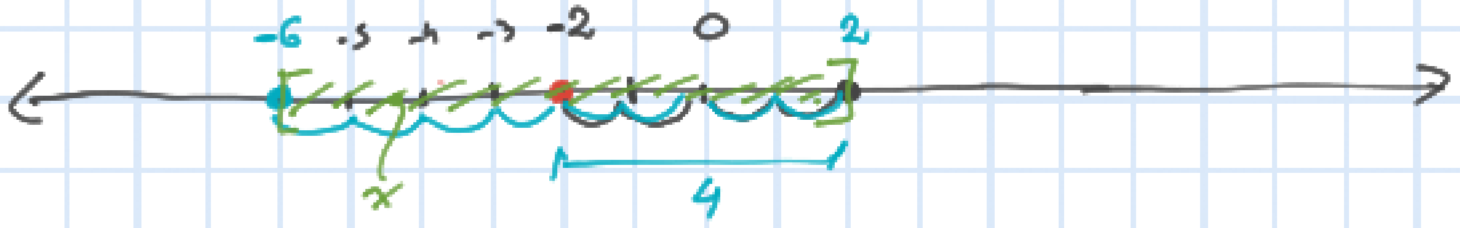
Ejemplos: Interpretar geométricamente:

1) $|x+2| \leq 4$.

$$|x+2| \leq 4 \iff |x - \overset{c}{(-2)}| \leq 4.$$

Centro: -2
radio: 4

Quiero hallar los x cuya distancia a -2 sea menor o igual a 4 unidades



$$\boxed{\text{Sol: } x \in [-6, 2]}$$

Lo resolvemos analíticamente:

$$|x+2| \leq 4 \overset{\text{Prop.}}{\iff} -4 \leq x+2 \leq 4 \iff \boxed{-6 \leq x \leq 2}$$

2) $|-3x+9| > 27.$

$|x-c|>r$

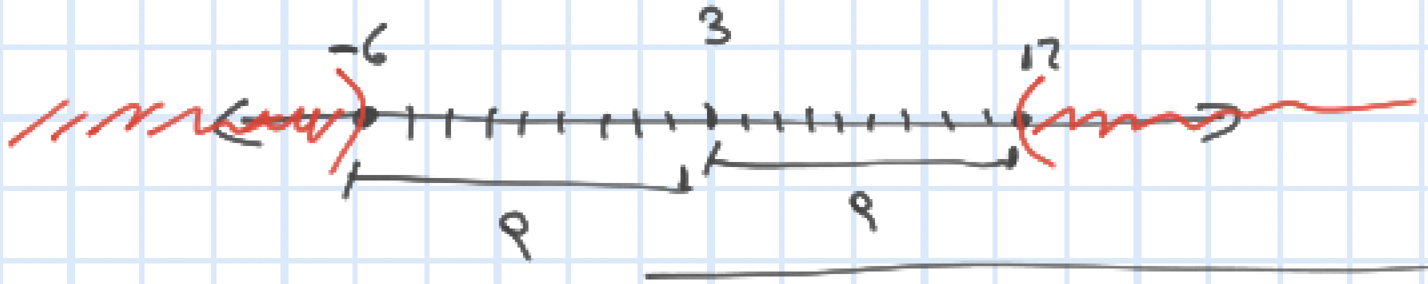
$|-3x+9|>27 \iff |-3(x-3)|>27 \iff |-3|\cdot|x-3|>27 \iff 3|x-3|>27 \iff$

$\iff |x-3| > \frac{27}{3} \iff \underbrace{|x-3|}_{\text{dist. de } x \text{ a } 3} > 9$

Escribirlo coloquialmente

centro: 3

radio: 9



$\boxed{\text{Sol: } x \in (-\infty,-6) \cup (12,+\infty)}$

3) $1 < |x - 3| \le 6.$

$1 < |x-3| \le 6 \iff 1 < |x-3| \ \wedge\ |x-3| \le 6$

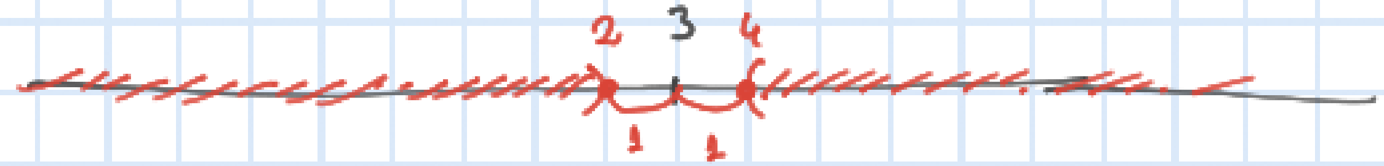
x cuya a dist. a 3 sea mayor 1

(I)

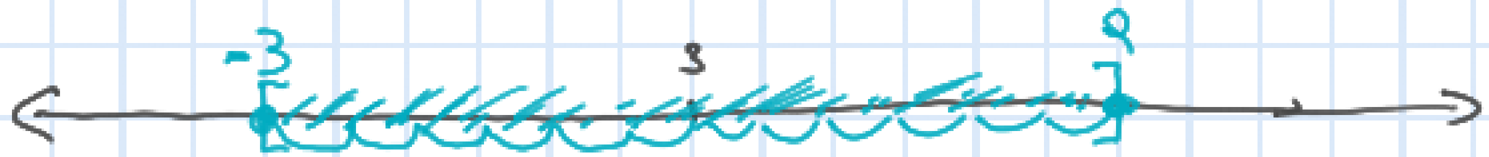
x cuya dist. a 3 sea menor a 6.

(II)

(I)



II)

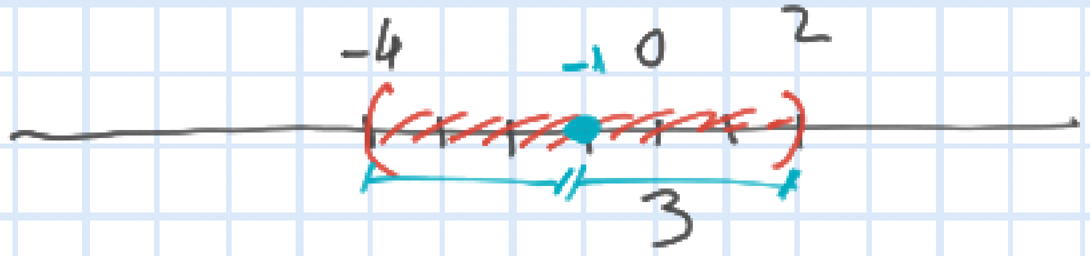


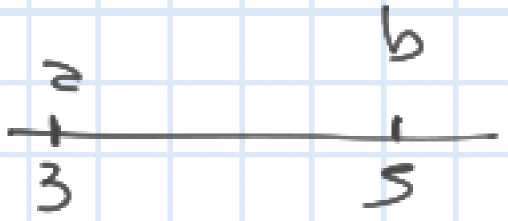
Sol: $x \in \text{Sol I} \cap \text{Sol II} \Rightarrow \big((-\infty,2)\cup(4,+\infty)\big) \cap [-3,9] = \boxed{[-3,2)\cup(4,9]}$

Ejemplos: Expresar con notación de valor absoluto.

1) $x \in (-4, 2)$.

Sol.





centro (pto medio) $= \dfrac{-4+2}{2} = -1$

radio: ext. sup. − centro $= 2-(-1) = \boxed{3}$

En términos de valor absoluto: $|x-(-1)| < 3 \iff |x+1| < 3$

Comprobación: $|x+1| < 3 \overset{\text{Prop.}}{\iff} -3 < x+1 < 3 \iff -3-1 < x < 3-1 \iff -4 < x < 2$

2) $-2 \leq \frac{x+3}{2} \leq 1.$

3) $x \in /(-4, -1] \cup [3, 6)$.

Ejemplo: Resolver la inecuación $-4x^2+8x-3 \geq 0$ e interpretar el resultado en terminos de distancia.