Intervalos Reales

Elementos de Álgebra

INTERVALOS DE NÚMEROS REALES

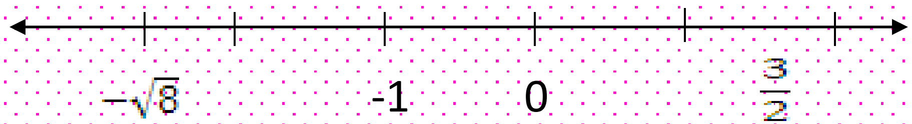
DEFINICIÓN: A un subconjunto de la recta real lo llamamos *intervalo si contiene por lo menos dos números reales y también todos los números reales entre dos de sus elementos*.

Ejemplo:

a) *A = {x* $\in$ *R* ***/ 6 < x < 8}*** ***es un intervalo.***

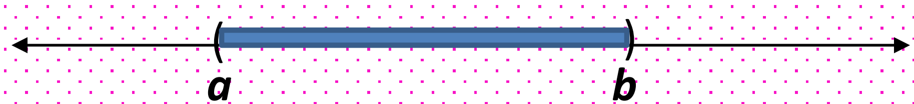
b) *B = {1, 2, 5, 8} no es un intervalo pues contiene a los números 1 y 2 pero no contiene a ninguno de los números* $\sqrt{2}$ *reales entre 1 y 2 como por ejemplo 3/2 ó*

¿Cómo ubicamos a los números reales en la recta numérica?
Para ello debemos tener en cuenta que dados dos números reales el menor siempre deberá estar ubicado a la izquierda del mayor. De esta manera:



Clasificación de intervalos

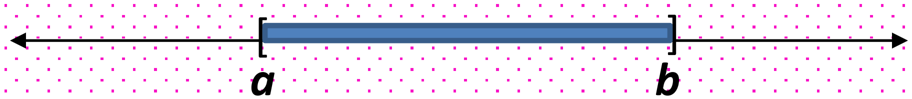
- Se llama **intervalo abierto de extremos *a y b al conjunto de los x $\in$ R que están entre a y b, sin considerar los extremos a y b.***
Escribiremos (a, b) = {x $\in$ R / a < x < b}. Gráficamente:



Se llama **intervalo cerrado de extremos *a y b al conjunto de los x que están entre a y b, incluyendo los extremos a y b.***

Escribiremos [a, b] = {x $\in$ R / a ≤ x ≤ b}.

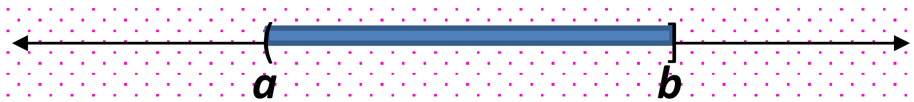
Gráficamente:



Se llama **intervalo abierto a la izquierda al conjunto de los *x tales que a < x ≤ b.***

Escribiremos (*a, b] = {x $\in$ R***/ a < x ≤ b}.***

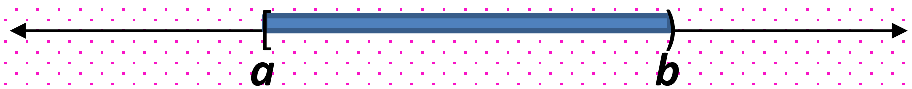
Gráficamente:



Se llama **intervalo abierto a la derecha al conjunto de los *x tales que a ≤ x < b.***

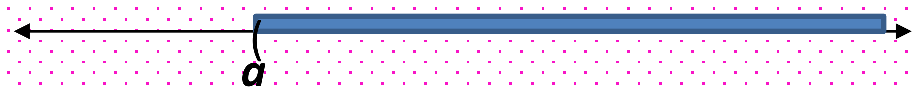
Escribiremos $[a, b) = \{x \in R \,/\, \mathbf{a \leq x < b}\}$.

Gráficamente:

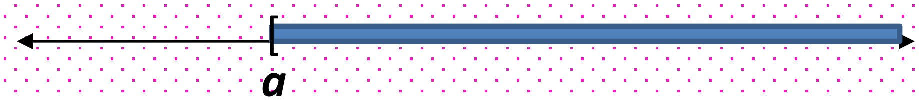


Llamaremos **intervalos infinitos a los siguientes conjuntos de puntos:**

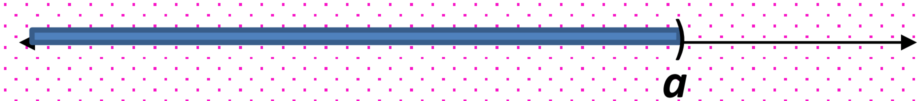
$\{x \in R \,/\, \mathbf{x > a}\} = \mathbf{(a, +\infty)}$



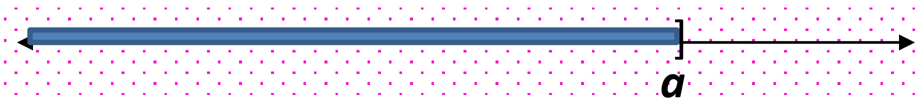
$\{x \in R \,/\, \mathbf{x \geq a}\} = \mathbf{[a, +\infty)}$



$\{x \in R \,/\, \mathbf{x < a}\} = \mathbf{(-\infty, a)}$



$\{x \in R / x \leq a\} = (-\infty, a]$



$R = (-\infty,+\infty)$

Observación:

A $+\infty$ y $-\infty$ no se los debe considerar como números; son solamente símbolos convencionales que indican todos los números reales hacia la derecha o izquierda de un número *a fijo. Por esta razón, al expresar los intervalos nunca se debe usar corchetes [ ] junto a los símbolos* $+\infty$ *y* $-\infty$*.*

Ejemplos:

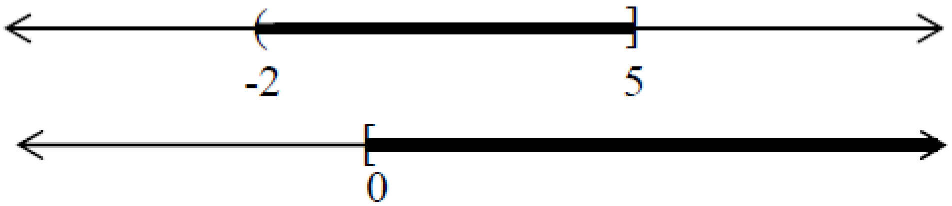
1) El conjunto $A = \{x \in \mathbf{R} \ / \ x \neq 0\}$ es la unión de dos intervalos $(-\infty, 0)$ y $(0, +\infty)$, es decir:

$$A = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty).$$

2) Consideremos los siguientes conjuntos:

$A = \{x \in \mathbf{R} \ / \ -2 < x \leq 5\} = (-2, 5]$ y $B = \{x \in \mathbf{R} \ / \ 0 \leq x\} = [0, +\infty)$

Gráficamente:



Podemos ver que:

- $A \cup B = \{x \in \mathbf{R} \ / \ -2 < x \leq 5 \ \mathbf{o} \ 0 \leq x\} = \{x \in \mathbf{R} \ / \ -2 < x\} = (-2, +\infty)$.

- $A \cap B = \{x \in \mathbf{R} \ / \ -2 < x \leq 5 \ \mathbf{y} \ 0 \leq x\} = \{x \in \mathbf{R} \ / \ 0 \leq x \leq 5\} = [0, 5]$.

Consideremos los siguientes intervalos: $A = (-5, 0]$ y $B = (2, 4)$.

Expresarlos utilizando desigualdades, representarlos en la recta numérica y hallar:

i) $A \cap B$ ii) $A \cup B$ iii) A' iv) $B \cup \varnothing$ v) $A \cap \varnothing$

Ejemplos

Expresar en forma de intervalos los siguientes conjuntos:

a) $\{x / x \in \mathrm{R} , \frac{-1}{2} < x \leq 3 \} = (\frac{-1}{2}, 3]$

b) $\{x / x \in \mathrm{R} , x < -2\} = (-\infty,-2)$

c) $\{x / x \in \mathrm{R} , x \geq 0\} = [0,+\infty)$

Notación importante:

$\mathrm{R}^+ = (0, +\infty)$ Reales positivos

$\mathrm{R}^- = (-\infty,0)$ Reales negativos

$\mathrm{R} = \mathrm{R}^- \cup \{0\} \cup \mathrm{R}^+$

$[0,+\infty) = \mathrm{R}^+ \cup \{0\}$

$(-\infty,0] = \mathrm{R}^- \cup \{0\}$