

WAV

CINEMATICA DE
ROBOTS
CIR

Transformaciones homogéneas

- Matrices de transformaciones homogéneas

Cinematica de manipuladores seriales

- Directa e indirecta
- Diferencial de manipuladores

Cinematica de manipuladores paralelos

- Introducción al manipulador paralelo
- Simulación del manipulador directa e indirecta de un manipulador paralelo

- CAD

- Planos de cobot
- Análisis de elementos sencillos

- Matlab

- ROS

- GAZEBO

- Blender

- Masa gris

- LaTeX

= Pendiente

- GRUMI

- Motores Paso a paso

- ORCA

- Drivers

ALTIUM

- Estructura

(PCB)

Referencias
Bibliográficas

- otros (cables, tornillos, etc.)

Datbase

- P.D.F
- t.e.x
- b.i.b.
- p.c.b

- Inv. Posición y localización espacial de los robots.

Robot manipulador

• Localización espacial

Manipulación es la habilidad en el manejo y el tratamiento de objetos: Levantarlos, moverlos, fijar unos a otros y trabajarlos con herramientas (taladros, fresas, etc).

Se requiere un método para especificar donde está el objetivo relativo a la mano del robot, y un modo de controlar el movimiento de dicha mano.

La gente usa una combinación de orientación visual, tactil y de posicionamiento del brazo cuando toma el objeto.

La mayoría de robots calculan la posición de su mano usando un modelo cinemático de su brazo.

Parámetros de los

elementos

Ángulos de las



Posición y orientación del elemento terminal

articulaciones \rightarrow Cinemática directa \rightarrow $q_1(t) \dots q_n(t)$

Parámetros de los
elementos

Ángulos de las



articulaciones \leftarrow Cinemática inversa \leftarrow $q_1(t) \dots q_n(t)$

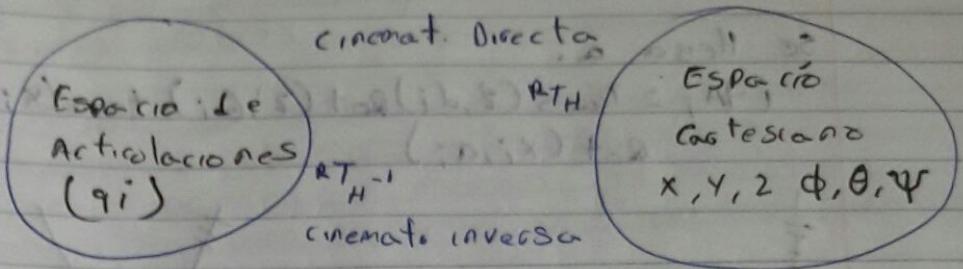
Cinemática

Establece las relaciones entre las posiciones, velocidades y aceleraciones de las ligaduras de un manipulado.

Observación (clasificación de los manipulados): partimos de la hipótesis de que la conexión entre los elementos (las articulaciones) tienen solamente un grado de libertad. Con esta restricción son de interés dos tipos de articulaciones: De revolución (permiten la rotación respecto de un eje) y prismaticas (permiten el deslizamiento a lo largo de un eje.) un manipulado, considerado como una combinación de elementos y articulaciones, con el primer elemento conectado a la base y el último contenido, la "mano", se puede clasificar por el tipo de articulaciones y su orden (desde la base hasta la mano). Ejemplo el robot PUMA seca del tipo 6R y el brazo de Stanford seca 2R-P-3R.

Cinemática de posición

Básicamente, los dos problemas a resolver en la cinemática de posición se pueden resumir en la sig. figura:



La Representación de Denavit-Hartenberg 1955

la representación de D-H de un elemento rígido depende de cuatro parámetros geométricos asociados con cada elemento

$a_i(1)$: Longitud de la normal común $H_i O_i$

d_i : Distancia del origen O_{i-1} al punto H_i

α_i : Ángulo entre los ejes Z_{i-1} y Z_i , medido alrededor de X_i en sentido positivo

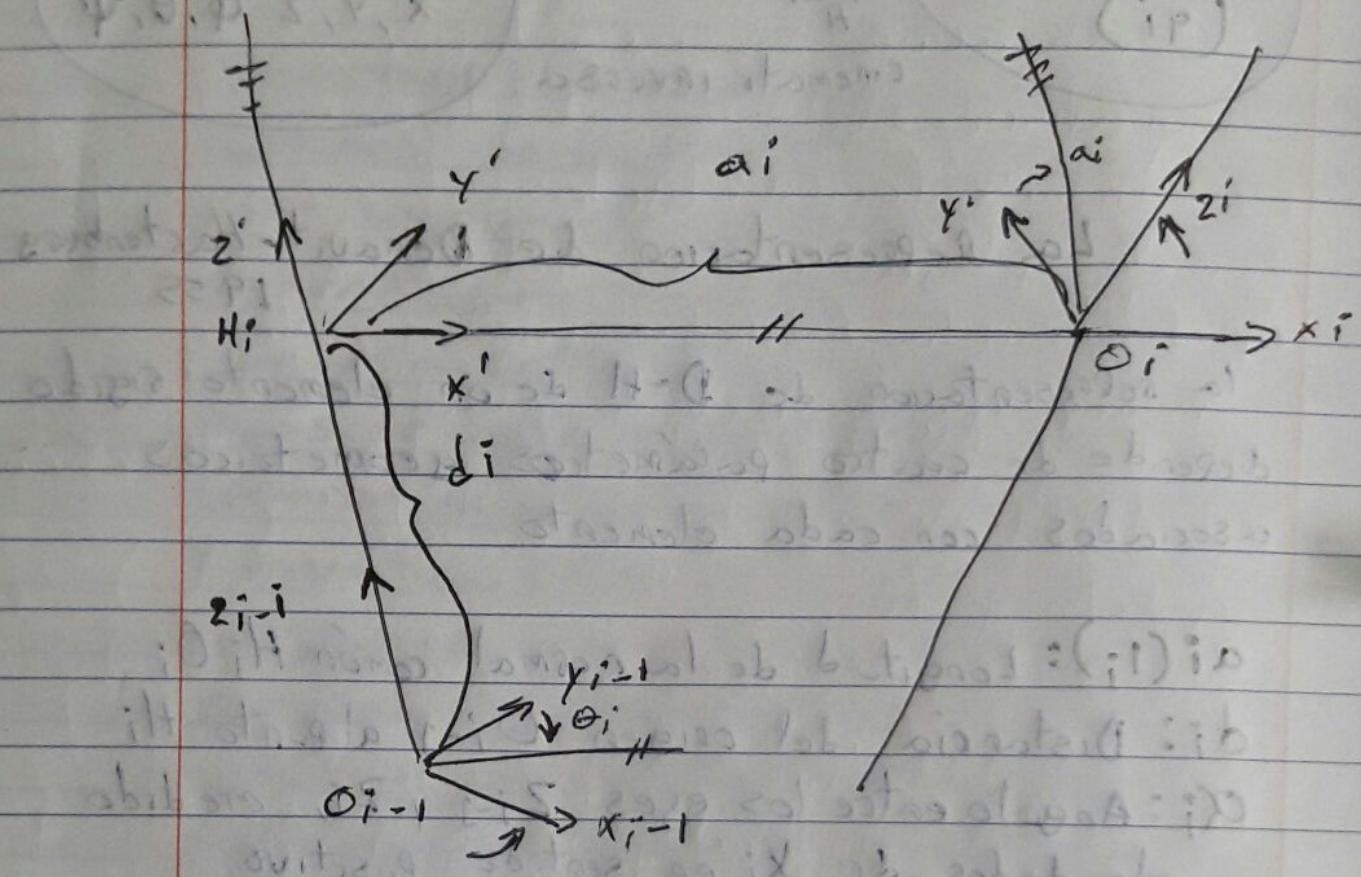
θ_i : Ángulo entre el eje X_{i-1} y la normal común $H_i O_i$, medido alrededor de Z_{i-1} en sentido positivo

una vez establecido el sist. de coordenadas D-H para cada elemento se procede a encontrar la transformación homogénea:

$i-1A_i$, que representa la relación existe entre dos articulaciones consecutivas del manipulador. De la empleando $\{H_i-X'Y'Z'\}$ como sistema de referencia intermedio,

se llega a:

$$i \rightarrow A_i = \text{trans}(z, d_i) \text{Rot}(z; \theta_i) \text{trans}(x_i, a_i)$$
$$\text{Rot}(x_i, a_i)$$



Coordenadas homogéneas y matriz de transformación.

En un espacio tridimensional, un vector

Investigar posición y localización espacial de los robots

Los robots son máquinas en las que se integran componentes mecánicos, eléctricos, electrónicos y de comunicaciones y dotadas de un sistema informático para su control en tiempo real, percepción del entorno y programación.

En la robótica industrial se trata fundamentalmente de dotar de flexibilidad a los procesos productivos manteniendo al mismo tiempo la productividad que se consigue con una máquina automática especializada.

En este apartado, se considera la localización de objetos en el plano, el problema es frecuente en el estudio de robots móviles que navegan por terrenos planos, en este caso se necesitan 2 coordenadas y un ángulo de orientación.

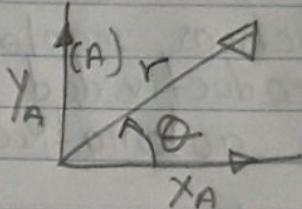
Supongase un sistema de coordenadas de referencia fijo al que se designará como sistema. La posición con respecto a este sistema se representará mediante un vector de posición \vec{P} , tal como se ilustra en la figura, cuyas componentes son las coordenadas de este punto.

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix}$$

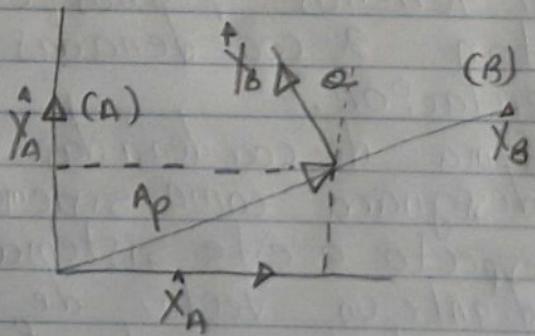
Este sistema tiene vectores unitarios
 x_A^* , y_A^*

Considérese también el sistema de coordenadas con vectores unitarios \hat{x}_A , \hat{y}_A . La dirección de l vector \hat{y}_B forma un ángulo θ con el vector \hat{y}_A , se trata de localizar un robot móvil que se desplaza en el plano, este segundo puede ser solidario al robot \hat{y}_B en la orientación de l robot.

Coordenadas



Localización de un objeto en posición y orientación



Si se expresan los vectores unitarios del sistema (B) en el (A) se escribiría $\begin{bmatrix} \hat{x}_B \\ \hat{y}_B \end{bmatrix}$. Estos 2 vectores se disponen según las columnas de una matriz

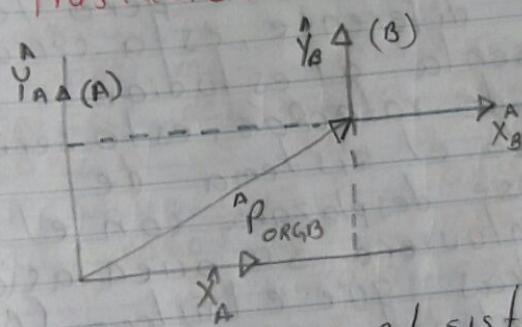
$$B = \begin{bmatrix} \hat{x}_B & \hat{y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}$$

o lo que se conoce como matriz de rotación. Estas matrices juegan un papel importante en los modelos empleados en robótica. El ángulo de orientación es θ y se deduce

$${}^B_R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta que los vectores columna son orthonormales puede escribirse

Traslación del sistema de coordenadas



$${}^B_R = {}^B_R^{-1} = {}^A_R^T$$

Supóngase que el sistema (B) tiene sus vectores de dirección coincidentes con los de (A). Este problema se presentaría cuando el robot se desplazara sin cambiar de orientación. El origen del sistema (B) se localizará con respecto al (A) mediante el vector.

$${}^A_P_{ORG B} = \begin{bmatrix} {}^A_P_{X_{ORG B}} & {}^A_P_{Y_{ORG B}} \end{bmatrix}^T$$

Por consiguiente las coordenadas de un punto cualquiera del plano en los 2 sistemas están relacionadas mediante

$$\hat{P}_x = {}^B P_x + \hat{P}_{x \text{ ORGB}}$$

$$\hat{P}_y = {}^B P_y + \hat{P}_{y \text{ ORGB}}$$

expresiones en las cuales los componentes de los vectores pueden sumarse por estos vectores en la misma dirección. Las ecuaciones definen la transformación de traslación del sistema de coordenadas.

Supóngase ahora que el origen del sistema (B) coincide con el del (A) pero la orientación es diferente, esa circunstancia se presenta al estudiar movimientos de rotación, esto sería el caso cuando el sistema de referencia (A) se desplazara con el robot pero mantuviera su orientación constante mientras que el sistema (B) además de desplazarse con el robot girara también con él.

$$\hat{P}_x = {}^B \hat{X}_A \cdot {}^B P$$

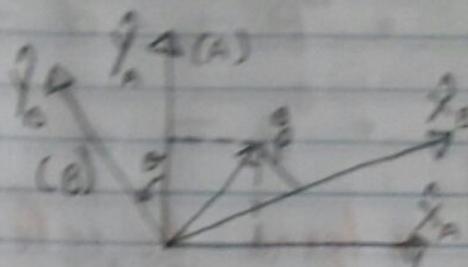
$$\hat{P}_y = {}^B \hat{Y}_A \cdot {}^B P$$

Expresión en la cual el punto indica el producto escalar, indican las proyecciones de vector \hat{P} que define el punto sobre los ejes unitarios del sistema que se toma como referencia; estas expresiones pueden

representarse de forma sencilla como

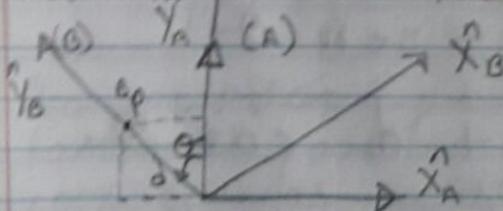
$${}^B p = {}^A R {}^A p = \begin{bmatrix} {}^A x_p \\ {}^A y_p \\ {}^A z_p \end{bmatrix} {}^B p$$

Relación del sistema de coordenadas



Ejemplo:

Un robot móvil provisto de sensores de proximidad detecta un obstáculo a una distancia d en la dirección de marcha. Se sabe que el ángulo de orientación del robot en el instante de la medida es α . Se trata de determinar las coordenadas absolutas del obstáculo con respecto a un sistema de ejes de referencia soldado al vehículo pero con la misma orientación que el sistema absoluto.



Detección de un obstáculo desde un robot móvil.

$${}^B p = [0 \ d]^T$$

$${}^B_X = [\cos \theta \quad -\sin \theta]^+$$

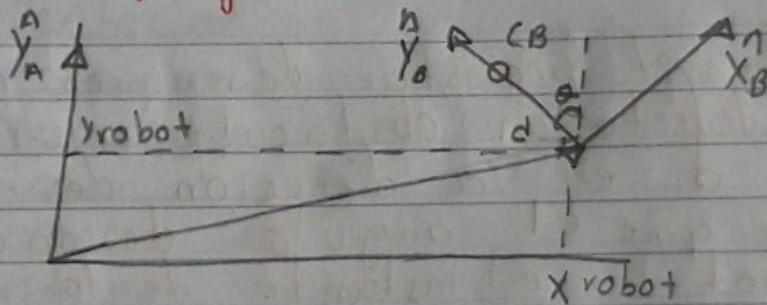
$${}^B \hat{y}_A = [\sin \theta \quad \cos \theta]$$

por lo tanto

$${}^A P_{x \text{ obs}} = {}^B X_A \cdot {}^B P = -d \sin \theta$$

$${}^A P_{y \text{ obs}} = {}^B \hat{y}_A \cdot {}^B P = d \cos \theta$$

cambio de sistema de referencia
en navegación de robots móviles.



respecto a (A) en unas coordenadas
(x_{robot} , y_{robot}). El observado se
encuentra con respecto al sistema (A)

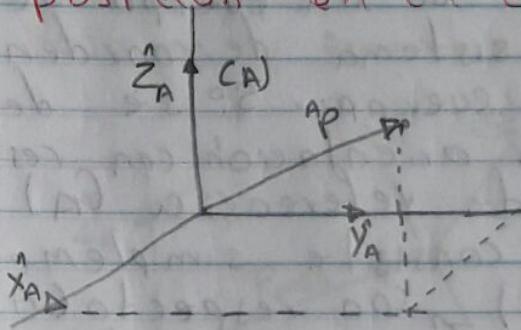
$${}^A P_{x \text{ obs}} = x_{robot} - d \sin \theta$$

$${}^A P_{y \text{ obs}} = y_{robot} + d \cos \theta$$

En robótica resulta imprescindible
poder representar posiciones y orienta-
ciones en el espacio. es evidente que
los movimientos de los manipuladores
representados requieren poder representar

de forma conveniente las posiciones y orientaciones en el espacio, en robótica móvil cada vez tiene mayor interés considerar los modelos en tres dimensiones este interés es evidente en vehículos autónomos aéreos o submarinos, pero también se emplean estos modelos para estudiar la navegación en terrenos no planos de robots con ruedas o con patas.

posición en el espacio



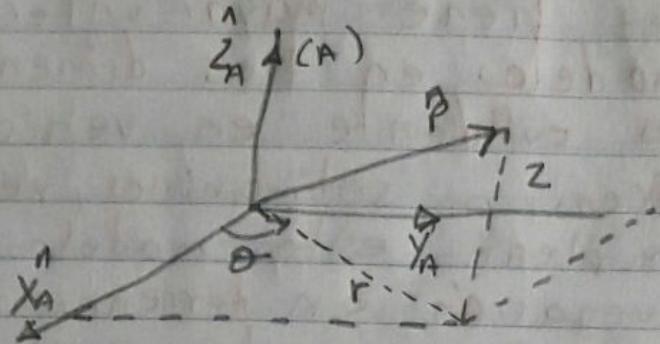
Sea ${}^A P$ el vector de posición en un sistema (A) tal como se ilustra en la figura un vehículo autónomo.

$${}^A P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$

Siendo P_x , P_y , P_z las coordenadas

de posición de un punto en el espacio también puede representarse mediante coordenadas cilíndricas tal como se muestra en este caso las coordenadas son la distancia r , el ángulo θ y la distancia z entre el punto y su proyección sobre el plano $X_A - Y_A$

Representación de la posición empleando coordenadas cilíndricas

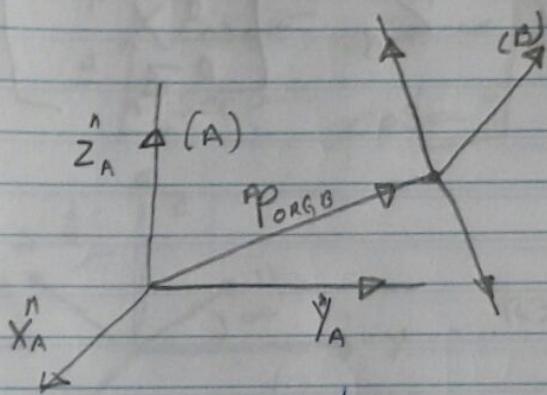


La orientación de un cuerpo se describe mediante el sistema de coordenadas solidario al cuerpo. Si se desea representar la orientación con respecto a un sistema de referencia (A) el problema consiste simplemente en expresar (B) con respecto (A). Sean X_B , Y_B , Z_B los vectores unitarios en la dirección de los ejes de un sistema de coordenadas si se desea expresar que estos vectores se representan en el sistema de coordenadas (B) si se desea expresar que estos vectores se representan en el sistema (A). En este caso la matriz de rotación es:

$$[{}^A_B R] = \begin{bmatrix} {}^A_X \\ {}^A_Y \\ {}^A_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_B & Y_B & Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Como resumen de lo anterior cabe añadir que la localización (posición y orientación) en el espacio se determina mediante cuatro vectores de tres elementos formando tres de ellos la matriz de rotación R del sistema (B) que se mueve solidario al sólido rígido con respecto a un sistema (B) solidaria al cuerpo expresado en el sistema de referencia (A)

Posición y orientación en el espacio



La expresión de la posición y orientación de un sólido rígido puede considerarse como la descripción de un sistema de coordenadas asociado al sólido con respecto a otro de referencia. Sin embargo en la posición manteniendo constante la orientación puede representarse mediante la matriz de rotación unitaria y un vector con los cambios en las coordenadas del punto. En la mayor parte de los problemas que surgen en la robótica es necesario realizar cambios entre los sistemas.

de referencia en el espacio.

$$\overset{B}{p} = \overset{A}{p} + \overset{B}{p}_{ORG_B}$$

La rotación puede expresarse mediante

$$\overset{A}{R}_B = \overset{B}{R}_A^{-1} = \overset{B}{R}_A^T$$

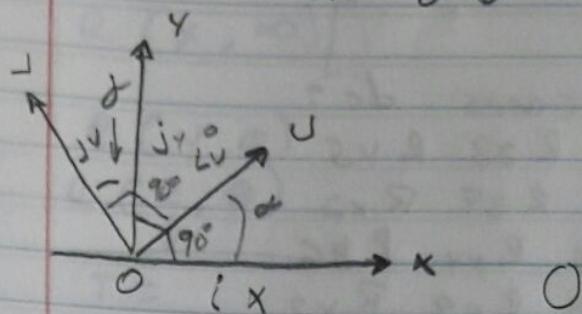
Igualdades que se justifican teniendo en cuenta que las columnas son vectores orthonormales

$$\overset{B}{R} = \overset{A}{X}_B \quad \overset{A}{Y}_B \quad \overset{A}{Z}_B = \begin{bmatrix} \overset{B}{X}_A^T \\ \overset{B}{Y}_A^T \\ \overset{B}{Z}_A^T \end{bmatrix}$$

Anibal Ollero Baturone 200 Robótica manipuladores y robots móviles, marcombo, Boixareu editor
- craig jj. 1986 "introduction a la robótica. Mecanismo y control". Addison Wesley Denavit J. y R. S Hartenberg 1955 "A" pag 39 - 47

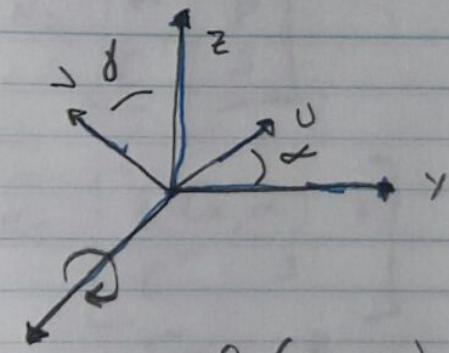
10 - Sep - 19

R en 2D



$$\begin{aligned} P_{x,y} &= [P_x \ P_y]^T = P_x i_x + P_y j_y \\ P(uv) &= [P_u \ P_v]^T = P_u i_u + P_v j_v \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \left[\begin{array}{c} P_x \\ P_y \end{array} \right] = R \left[\begin{array}{c} P_u \\ P_v \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} i_x \ i_y & i_x \ j_y \\ i_y \ j_x & j_x \ j_y \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} P_u \\ P_v \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} P_x \\ P_y \end{array} \right] \end{array} \right.$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$



$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$$

$$R(\gamma, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$R(z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = R + R_x R_z$$

calcular las traslaciones de:

| | |
|----------|------------------------------|
| 1 - 90 | $T = R_{x1} R_{z3} R_{y5}$ |
| 2 - 30 | $T = R_{x7} R_{z9} R_{x2}$ |
| 3 - 45 | $T = R_{x18} R_{y4} R_{z6}$ |
| 4 - 65 | $T = R_{y8} R_{x9} R_{y2}$ |
| 5 - 75 | $T = R_{x2} R_{y9} R_{z8}$ |
| 6 - 110 | $T = R_{z6} R_{x4} R_{z2}$ |
| 7 - 32 | $T = R_{x2} R_{y3} R_{z4}$ |
| 8 - 27 | $T = R_{x1} R_{y1} R_{z6}$ |
| 9 - 180 | $T = R_{z7} R_{y5} R_{x9}$ |
| 10 - 270 | $T = R_{z10} R_{x10} R_{z2}$ |

13-Sep-19

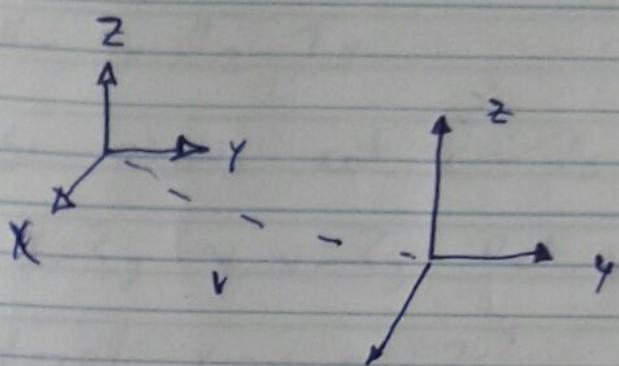
$$R(x, \alpha) [$$

$$R(y, \phi)$$

$$R(z, \theta)$$

$$\downarrow$$

$$T =$$



$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} R & p \\ C^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$R(x, 30) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\sin 30 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} R(x, \alpha) & p \\ C^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & (\cos 30 - \sin 30) & 0 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H_T = H_x H_y H_z$$

$$H_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & \cos 30 & -\sin 30 & 0 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 30 & 0 & \sin 30 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin 30 & 0 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_y = \begin{bmatrix} \cos 30 & 0 & \sin 30 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 30 & 0 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} H_2 \begin{bmatrix} \cos 30 & -\sin 30 & 0 & 30 \\ \sin 30 & \cos 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

17 - Sep - 19

$$\begin{matrix} R(x, \alpha) \\ P \end{matrix}$$

$$t_x = \begin{bmatrix} rx & p \\ [0]^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = t_x \ t_z \ t_y$$

Si objeto rot $x = ?_1$ y mover

$$x = ?_2 \quad y = ?_3 \quad \text{rot } y = ?_4 \quad y$$

$$\text{decel } x = ?_5 \quad z = ?_6 \quad \text{rot } z = ?_7$$

$$\begin{aligned} x &= ?_1 = 30, -10, -7, -9 \\ x &= 2 = 10, -5, -5, -0 \\ y &= 3 = 50, -3, -3, -1 \\ y &= 4 = 60, -12, -0, -9 \\ z &= 5 = 70, -30, -3, -10 \\ z &= 6 = 80, -20, -20, -10 \\ z &= 7 = 90, -9, -80, -30 \end{aligned}$$

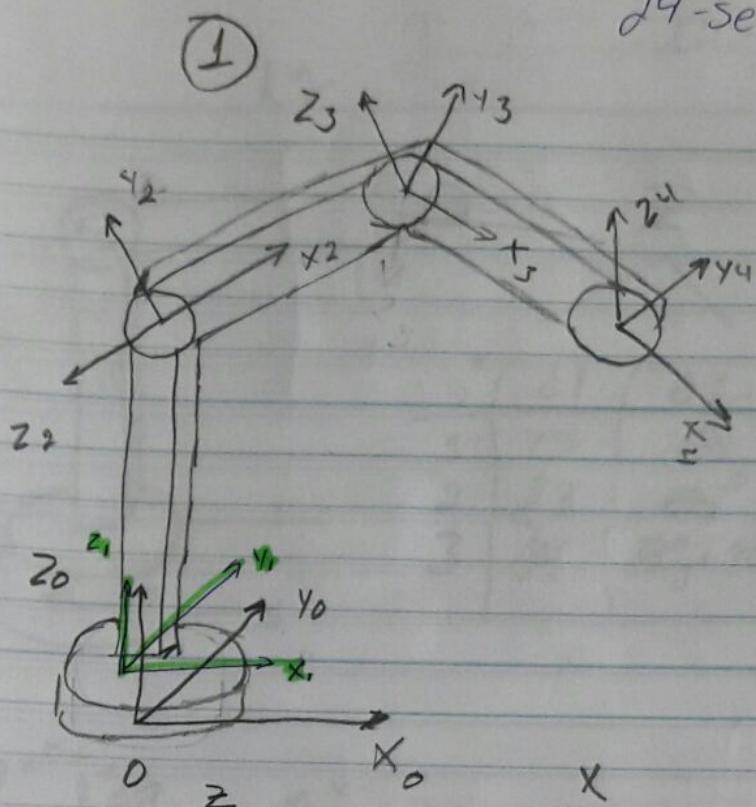
R.

$$H_X \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\sin 30 & 0 \\ 0 & \sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ 50 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H_Y \begin{bmatrix} \cos 60 & 0 & \sin 60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin 60 & 0 & \cos 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 70 \\ 0 \\ 80 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2 \begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 & 0 & 0 \\ \sin 90 & \cos 90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

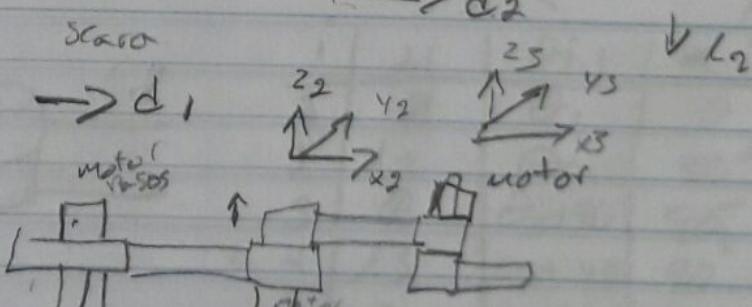
24-sep-19



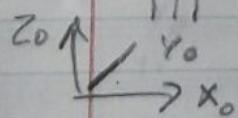
3 colaboraciones

| eje | θ_i | d_{i-1} | α_{i-1} | a_i | |
|-----|------------|-----------|----------------|-------|--|
| 1 | θ_1 | 0 | 0 | 0 | |
| 2 | θ_2 | l_1 | 90 | 0 | |
| 3 | θ_3 | 0 | 0 | l_2 | |
| 4 | θ_4 | 0 | 0 | l_3 | |

$\rightarrow d_2$



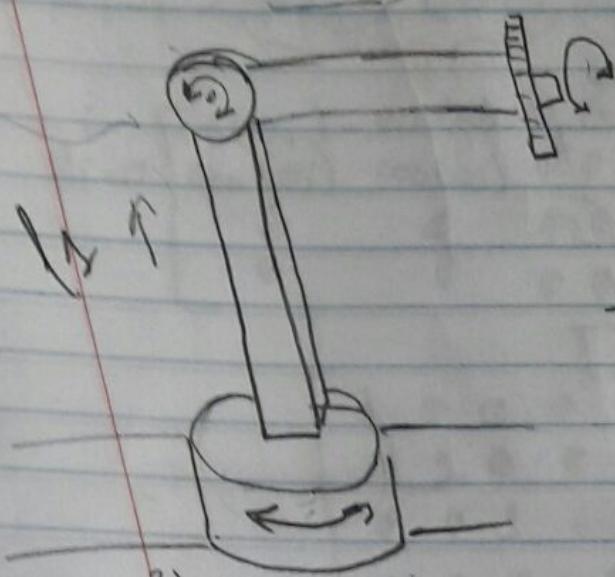
$d^1 \uparrow$



| I | θ | d_{i-1} | α_{i-1} | a |
|---|------------|-----------|----------------|-------|
| 1 | θ_1 | d_1 | 0 | 0 |
| 2 | θ_2 | d_2 | 0 | l_1 |
| 3 | θ_3 | d_3 | 0 | l_2 |

01-Oct-19

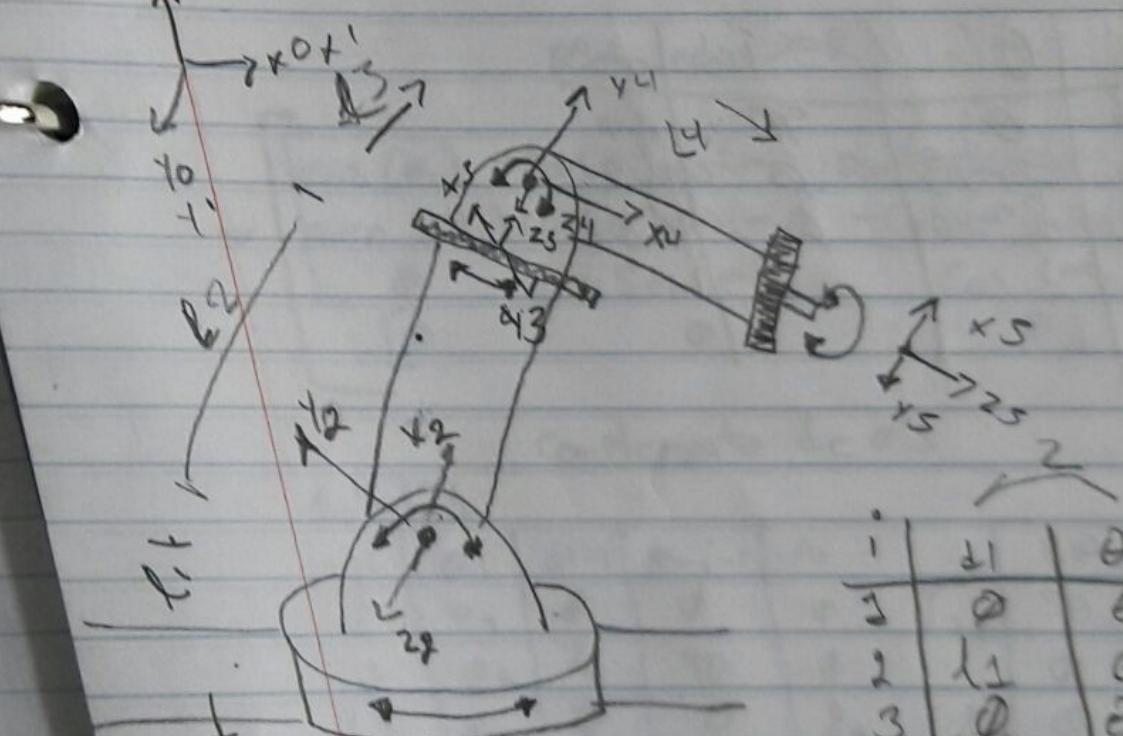
12



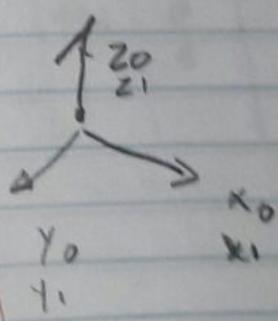
Z

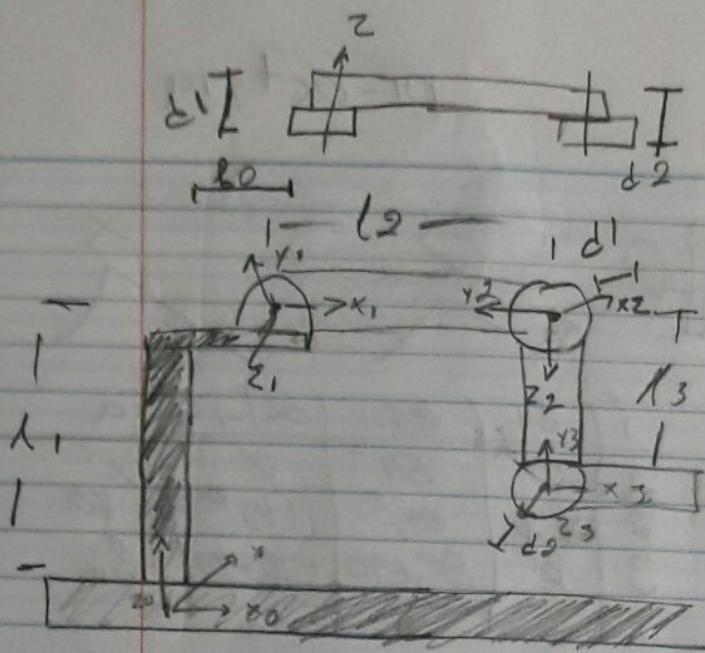
X

| i | d _i | θ_{i-1} | α_{i-1} | a |
|---|----------------|-------------------------|----------------|---|
| 1 | 0 | $3\theta_1^{\circ}$ | 0 | 0 |
| 2 | l_1 | θ_2° | 90° | 0 |
| 3 | 0 | $\theta_3^{\circ} + 90$ | $+90 - 90$ | 0 |



| i | d _i | θ_{i-1} | a |
|---|----------------|-----------------|--------------|
| 1 | 0 | θ_1 | 0 |
| 2 | l_1 | θ_2 | 90° |
| 3 | 0 | $\theta_3 + 90$ | 90° |
| 4 | l_3 | $\theta_4 + 90$ | 0 |
| 5 | 0 | $\theta_5 + 90$ | 0 |





| i | d _i | θ _{i-1} | α _{i-1} | a |
|---|----------------|--------------------|------------------|----------------|
| 1 | d ₁ | θ ₁ | 90 | l ₀ |
| 2 | d ₁ | θ ₂ +90 | 0 | l ₂ |
| 3 | d ₂ | θ ₃ -90 | 0 | l ₃ |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |

04. Oct - 19

$$H_{i-1}^i = H_{Rzi-1}(\theta_i) \underbrace{H_{Tzi-1}(di(\beta_i))}_{\begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & \phi & \phi \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & \phi & \phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \underbrace{H_{Tx_{i-1}}(l_i)}_{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \phi \\ 0 & 1 & 0 & \phi \\ 0 & 0 & 1 & di(\beta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \underbrace{H_{Rx_{i-1}}(\alpha_i)}_{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

Rotación (R)

desplazamiento

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\alpha_i) & l_i \cos(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\cos(\alpha_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\alpha_i)\sin(\alpha_i) & l_i \sin(\alpha_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

complemento de 0's

complementos 1

Robot 1

| esf | θ_1 | $di=1$ | α_{i-1} | α_i |
|-----|------------|--------|----------------|------------|
| 1 | θ_1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | θ_2 | l | 90 | 0 |
| 3 | θ_3 | 0 | 0 | l_2 |
| 4 | θ_4 | 0 | 0 | l_3 |

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1)\cos(\alpha_1) & \sin(\theta_1)\sin(\alpha_1) & l_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1)\cos(\alpha_1) & \cos(\theta_1)\cos(\alpha_1) & -\cos(\theta_1)\sin(\alpha_1) & l_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

| | | | | |
|-----|---------------|---|---------------|---|
| | CO_2 | 0 | SO_2 | 0 |
| 1/2 | SO_2 | 0 | CO_2 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 2 | - |
| 0 | 0 | 0 | 1 | - |

| | | | | |
|-----|---------------|-----------------|---|-----------------|
| 1/3 | CO_2 | - SO_2 | 0 | - CO_2 |
| | SO_2 | CO_2 | 0 | SO_2 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 0 |

| | | | | |
|-----|---------------|-----------------|---|---------------|
| 1/4 | CO_2 | - SO_2 | 0 | CO_2 |
| | SO_2 | CO_2 | 0 | SO_2 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 0 |

$$T_4^o = T_1^o + \underbrace{T_2^o}_{\text{Liquor}} + \underbrace{T_3^o}_{\text{Liquor}}$$

($\text{CO}_2 - \text{SO}_2$)

$\text{CO}_2 - \text{SO}_2$

$\text{CO}_2 - \text{SO}_2$

$\text{CO}_2 - \text{SO}_2$

8-oct-19

Robot 2

| i | θ_1 | d_{i-1} | a_i | L_{i-1} |
|---|------------|-----------|--------|-----------|
| 1 | θ_1 | d_1 | ϕ | ϕ |
| 2 | θ_2 | d_2 | l_1 | ϕ |
| 3 | θ_3 | d_3 | l_2 | ϕ |

$$H_1^0 \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & \phi \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & \phi \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

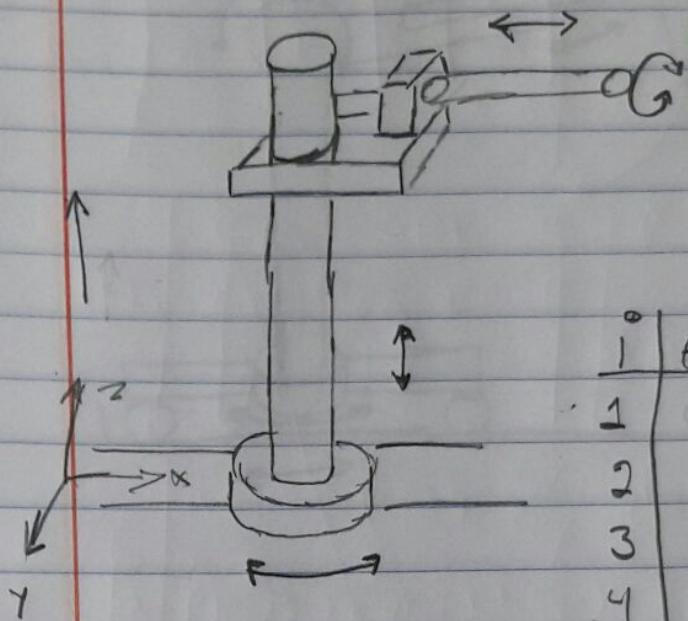
$$H_2^1 \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & l_1 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^2 \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_2 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & l_2 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

11-oct-19

Desacollar

HT



| i | θ_i | d_{i-1} | a_i | l_{i-1} |
|-----|------------|-----------|-------|-----------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |