Rotacion y Cuaternios

Mario Alcala

17 de septiembre de 2019

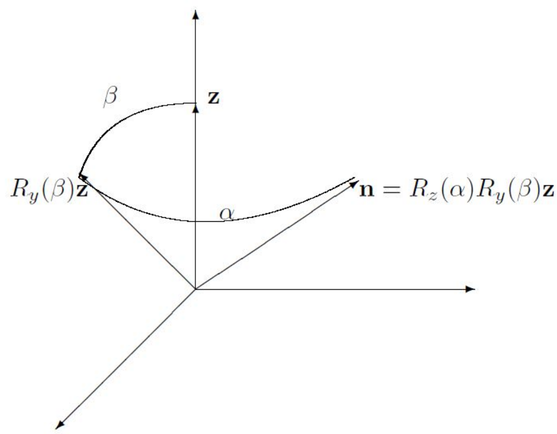
La rotacion y cuaternios se divide dos partes: Primero se discuten los resultados sobresalientes con rotaciones en tres dimensiones, especificamente el teorema de Euler, este se demostra utilizando algebra lineal, y la formula de Rodrigues. En la formula de Rodrigues, se discute su derivacion ademas de la relacion que tiene con matrices de rotacion ya conocidas en la teora de rotaciones.

En la segunda parte tomamos la relacion entre rotaciones en el espacio tridimensional y los cuaternios. En esta parte se revisa la relacion en entre la formula de Rodrigues y las rotaciones mediante cuaternios.

Euler, Rodriguez y Rotacion R*3*

Euler conocido como la identidad de los cuatro cuadrados, dice que el producto de dos numeros, cada uno es una suma de cuatro cuadrados, y es una suma de cuatro cuadrados.

El teorema de **Euler**.Nos asegura que toda rotacion por un cierto angulo en cualquier espacio deja una linea recta que es el eje de rotacion. (**Euler**) Si **R** es una matriz que representa una rotacion en **R***3*, entonces **R** tiene un vector propio **n** *E* **R***3* tal que **Rn** = **n**,

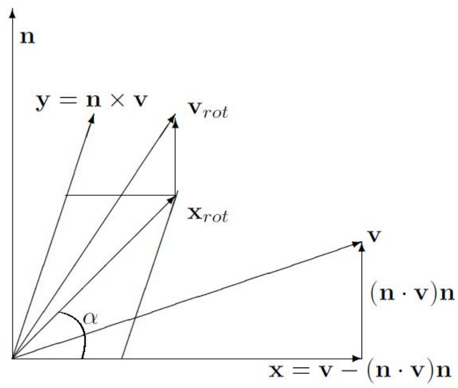


de robots/cuatermios/Captura.JPG

Figura captura: Derivacion de la matriz de rotacion en **R***3* alrededor de un eje unitario **n** por un angulo.

La formula de Rodrigues. "Sea v un vector cualquiera en R3. Si **v**rot es el vector que se obtiene al rotar el vector **v** alrededor del vector unitario **n** 2 **R***3* por un angulo", la formula de Rodrigues nos da las coordenadas de este vector:

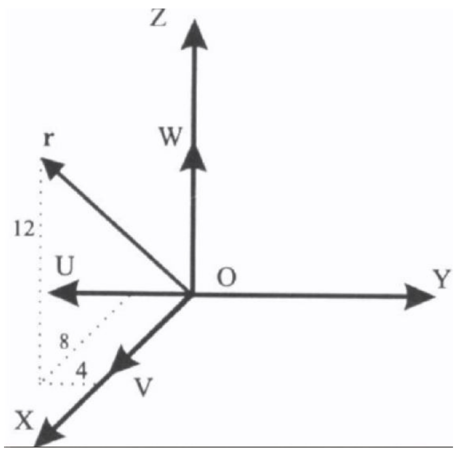
vrot = cos v + sen (n x v) + (1 -cos a) n,v¿n,



de robots/cuatermios/Rodriguez.JPG En el sistema O'UVW está trasladado un vector p(6,-3,8) con respeto del sistema OXYZ. Calcular las coordenadas (rx , ry ,rz) del vector r cuyas coordenadas con respecto al sistema O'UVW son ruvw(-2,7,3) 8

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix}$$

de robots/cuatermios/matriz.JPG



de robots/cuatermios/Plano.JPG