Describir las condiciones de singularidad de manipuladores seriales.

Nadia Sarahi Murguía Chávez
Cinemática de Robots
Ing. Mecatronica 7A

01 de octubre de 2019

0.1 Introducción

Los robots paralelos pueden adoptar configuraciones en las cuales las fuerzas articulares no puedan equilibrar los esfuerzos sobre la plataforma móvil. Es importante determinar estas configuraciones en cuya vecindad las fuerzas articulares tienden a infinito y el robot puede colapsar. Un estudio analítico elemental de este tipo de singularidades se puede encontrar en Gosselin y Ángeles, donde se denominan como 'singularidades de segundo tipo'. Estas disposiciones singulares están caracterizadas por la anulación del determinante de la matriz jacobiana inversa. A pesar de que esta matriz sea conocida, en la mayoría de los casos la computación simbólica de este determinante no conduce a soluciones analíticas, por lo que hay que recurrir a procedimientos numéricos como los propuestos por DOuady. Merlet, hizo un extenso uso de la geometría de Grassman para enumerar con detalle las condiciones geometrícas singulares de diferentes robots paralelos. Liu, realizo un estudio geométrico de las singularidades de la plataforma de Stewar, en el que analizaron la matriz jacobiana para cuatro posiciones singulares. Ma. y Ángeles, mostraron que algunas arquitecturas simétricas de la plataforma de Stewar, presentan singularidades extendidas por todo el espacio del trabajo o regiones importantes dentro del mismo, caracterizadas por las capacidad de movimiento continuo de la plataforma móvil con todos los actuadores bloqueados. A estas singularidades las llamaron singularidades de arquitectura. AUnque estas singularidades dan lugar a serios problemas de control, éstas se pueden eliminar en la fase del diseo, Gosselon estudió la asociación del condicionamiento de la matriz de transformación estática con la rigidez de la plataforma de Stewar, donde se perdía rigidez cerca de configuraciones singulares. Un problema que queda por resolver es determinar de forma simultánea si existen configuraciones singulares dentro del espacio de trabajo de un robot, Sefrioui Bhattacharya, desarrollo un esquema de planificación de trayectorias evitando singularidades, de forma que reestructuraba la planificación en la vecindad de una singularidad. Luego Dasgupta y Mruthynjaya, formularon el problema de la planificación de la planificaci
on de trayectorias evitando singularidades y desarrollaron una estrategia para planificar entre dos puntos trayectorias bien condicionadas en el espacio de trabajo del robot.

0.2 Singularidades del manipulador

Los valores de q que hacen singular una matriz Jacobiana se conoce como puntos singulares. En ellos la perdida de un grado de libertad que el manipulador realice desplazamientos en un determinado sentido. Es más, matemáticamente, el movimiento cartesiano en el sentido de la singularidad conllevaria una velocidad infinita en el espacio articular en alguna de sus variables articulares. Resumidamente:

En las inmediaciones de las configuraciones singulares, un movimiento a velocidad constante en el espacio cartesiano del extremo del robot, obligatoria a movimientos de las articulaciones más rapidos en la medida en que más cerca se encuentre de la configuración singular volviéndose inabordables por el sistema de actuación.

Las singularidades representan configuraciones en las que la movibilidad de la esctructura se reduce, es decir, no es posible imponer un movimiento arbitariio (de los habitualmente posibles) al efector final.

Las diferentes singularidades del robot se puede clasificar en dos tipos:

Singularidades de contorno: Se presentan cuando el extremo del robot está en algún punto del limite del espacio de trabajo interior exterior. Estas configuraciones por su propia naturaleza no son especialmente peligrosas ya que son evitables no llevando el manipulador a las zonas extremas del espacio de trabajo alcanzable.

Singularidades internas: Se producen en el interior del espacio de trabajo alcanzable y son generalmente causadas por la alineación o más articulaciones del robot.

0.2.1 Ejemplo

Un ejemplo de singularidad de contorno se puede ver en la figura siguiente en donde el robot Puma extendido es incapaz de moverse tanto hacia el exterior o el interior de la flecha roja. De forma análoga la figura de la derecha representan una singularidad interna, en donde si se intenta desplazar el extremo del robot en cualquier dirección con componente perpendicular al plano formado por la segunda y tercera articulación, se obligará a la primera articulación a realizar un grio a velocidad infinita:

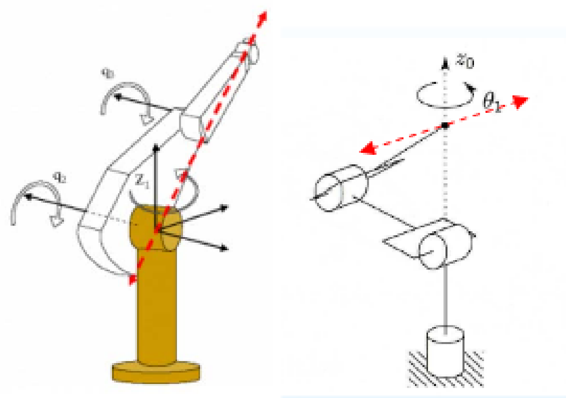

Figure 1: Robot Puma

Uno de los casos más clásicos en robots de seis grados de libertad se producen cuando hay una alineación de ejes de orientación de la muñeca, normalmente el 4to con el 6to.
Para obtener matemátematicamente los puntos de singularidad del robot, como se ha visto, es suficiente con plantear la ecuación:

$$det(f(q) = 0)$$

Obviamente analiticamente esta es una operación ciertamente compleja.

0.3 Desacoplo de la Jacobiana

Debido a la alta complejidad de cálculo que requiere el cómputo de las singularidades, se divide el problema en dos: Hallar las singularidades del brazo robótico por un lado y hallar las sssingularidades de orientación del extermo operativo por otro. Es decir, se en vez de utilizar como sistema de referencia del extremo el extremo operativo, se utiliza el punto de muñeca, la matriz Jacobiana resultante, tratándose del mismo mecanismo, es triangular inferior por cajas. Es decir, sea J_m(q) la matriz jacobiana del sistema de refrencia que localiza el punto de muñeca -su posición no es afectada por las tres últimas articulaciones aunque si su orientación-, entonces:

$$J_m(q) = [\begin{matrix} J_{11_{2x2}} & 0_{3x3} \\ J_{21_{2x2}} & j_{22_{2x23}} \end{matrix}] \Longrightarrow det(J_m) = det(J_{11})def(J_{22})$$

y por tanto el resultado de analizar el primer determinante $det(J_{22}) = 0$ se denomina como **singularidades de brazo**, mientras que el análisis $det(J_{22}) = 0$ tendrá como resultado lo que se denómina como **singularidades de muñeca**.

0.4 Signularidades

Las configuraciones singulares de un amnipulador paralelo ocurren cuando al menos una de las dos matrices Jacobianas es singular. Se tienen los siguientes casos:
Si **A** es singular, se dice que el manipulador está bajo una *configuración singular paralela*. Gana g.d.l(grado de libertad).
Si **B** es singular, se dice que el manipulador está bajo una *configuración singular serial*. Pierde g.d.l
Si **A** y **B** son singulares.

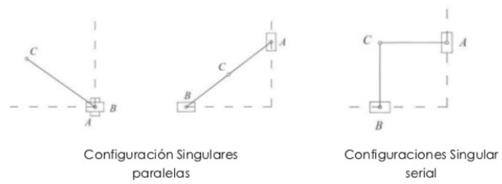

Figure 2: Configuración para un manipulador 2RRR

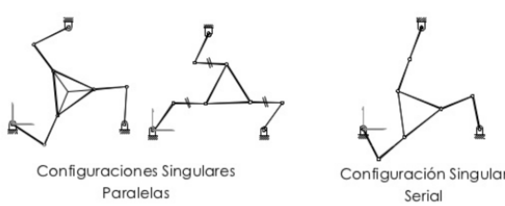

Figure 3: Configuración de un amnipualdor 3RRR