

## Guia de laboratorio 2: ECUACIONES EMPÍRICAS

### 1. Objetivos

- 1.1. Determinar la ecuación empírica que relaciona a dos magnitudes interdependientes utilizando análisis gráfico y estadístico.
- 1.2. Estudiar la elasticidad del resorte.

### 2. Fundamento Teórico

La Biofísica, básicamente, supone una concepción moderna de las ciencias de la vida. ¿Qué investigador no contempla hoy a los seres vivos como máquinas, usando conceptos de la física para su descripción?

El marco matemático en el que ha crecido la Física es el aparato dogmático más aplicado por los científicos. Los modelos cuantitativos en su contexto matemático están siendo introducidos hoy en una biología cada vez más cuantitativa.

Al llevar a cabo experimentos en laboratorio, se obtiene un conjunto de valores correspondientes a dos variables, una dependiente de la otra. Esta dependencia entre variables se puede expresar matemáticamente mediante una función que toma el nombre de **ecuación empírica**. La relación de dependencia que existe entre dos cantidades puede ser expresada en forma más esquemática y simple, utilizando una gráfica. Así, es importante hacer notar que el estudio de funciones y gráficas es el instrumento básico con el que cuenta todo estudiante de ciencias.

Cuando un fenómeno ocurre, es útil tomar datos experimentales y elaborar gráficas y ecuaciones matemáticas con el fin de relacionar magnitudes que intervienen en el fenómeno de una forma más precisa.

---

### ECUACIÓN EMPÍRICA

Es una ecuación obtenida a partir del gráfico de un conjunto de valores experimentales de dos variables. La relación entre las dos variables se expresa mediante la función matemática:

$$y = f(x)$$

Donde:

y es la variable dependiente.

x es la variable independiente.

Durante un experimento, la variable independiente puede tomar valores arbitrarios, y el valor de la variable dependiente es observado y medido subsecuentemente.

Para deducir la correcta ecuación empírica, es necesario obtener un buen gráfico a partir de nuestros datos experimentales, por lo que debemos tener en cuenta lo siguiente:

-Trazar en papel milimetrado dos ejes perpendiculares. En el eje horizontal se anotan los valores de la variable independiente (x) y en el eje vertical los de la variable dependiente (y).

- Elegir escalas apropiadas en cada uno de los ejes, de acuerdo al rango de variación de los datos. En este aspecto, es recomendable usar las escalas: 1:1; 1:2; 1:5. En algunos casos, es conveniente utilizar notación científica (potencias de 10). Por ejemplo:

- Si los valores de alguna de las variables son muy pequeños, como 0.003, 0.015, 0.018, se podrán escribir como  $3 \times 10^{-3}$ ,  $15 \times 10^{-3}$ ,  $18 \times 10^{-3}$ .

- Si los valores son muy grandes, como 5000, 120000, 3500000, se podrán escribir como  $5 \times 10^3$ ,  $12 \times 10^4$ ,  $35 \times 10^5$ .

- Tratar en lo posible que el gráfico ocupe la mayor parte del papel milimetrado y tenga una ubicación simétrica con respecto a los dos ejes. Se puede utilizar diferentes escalas en cada uno de los ejes.

- Trazar una línea continua y nítida que pase por entre los puntos, mostrando la tendencia de la ubicación de dichos puntos, de forma tal que estos queden uniformemente distribuidos a ambos lados de la línea.

- Comparar la línea obtenida con cada una de las curvas tipo que se muestran en las Figuras 1, 2 y 3 y, por similitud, asignar la ecuación empírica que le corresponde.

## **GRÁFICAS TIPO PARA ECUACIONES EMPÍRICAS**

### **Figura 1. Relaciones de tipo lineal**

#### **1. Ecuación general:**

$$y = Bx + A$$

Donde:

- B: Pendiente de la línea.
- A: Ordenada al origen (intersección con el eje y).

#### **2. Caso particular:**

$$y = Bx$$

Donde:

- La línea pasa por el origen ( $A = 0$ ).

### **Figura 2. Relaciones de tipo potencial:**

Ecuación general:

$$y = kx^n$$

Casos específicos:

- Para  $0 < n < 1$ : La gráfica tiene una curva cóncava hacia arriba.

- Para  $n < 0$ : La gráfica tiene una curva decreciente y se aproxima al eje  $x$  cuando  $x$  crece.
- Para  $n > 0$ : La gráfica tiene una curva creciente hacia arriba.

### Figura 3. Relaciones de tipo exponencial:

Ecuación general:

$$y = ke^{(ax)}$$

Casos específicos:

- Para  $a < 0$ : La gráfica decrece exponencialmente.
- Para  $a > 0$ : La gráfica crece exponencialmente.

De las gráficas anteriores, la relación lineal es la más importante porque es la más usada para deducir la ecuación empírica de un fenómeno en estudio. Por lo tanto, en la ecuación de la recta:

$$y = A + Bx \text{ (ecuación 1)}$$

debemos reconocer las siguientes constantes importantes:

#### **Pendiente (B):**

Es la tangente del ángulo de inclinación de la recta. Es decir que:

$$B = \tan \theta$$

#### **Intercepto (A):**

Es la distancia del origen al punto donde la recta corta el eje vertical ( $y$ ). Cuando la recta pasa por el origen,  $A = 0$ , y su ecuación es la relación proporcional:

$$y = Bx \text{ (ecuación 2)}$$

### **Linealización DE UNA CURVA**

La mayor información de un fenómeno se puede obtener cuando los valores de sus variables pueden representarse mediante una línea recta. Por esta razón es conveniente convertir en una relación lineal la relación de variables de cualquier otra curva que obtengamos experimentalmente. Para ello, se hace una transformación de variables en ambos miembros de la ecuación empírica obtenida. Este proceso se denomina **Linealización de la Curva**.

#### **Ejemplo:**

Si el gráfico de los datos experimentales es una de las curvas de potencias que se muestran en la Figura 2, su ecuación empírica tendrá la forma:

$$y = k x^n \text{ (ecuación 3)}$$

donde  $k$  y  $n$  son constantes a determinar.

a) Esta ecuación puede ser linealizada tomando logaritmos a ambos miembros:

$$\ln y = \ln k + n \ln x \text{ (ecuación 4)}$$

y haciendo el siguiente cambio de variables:

$$Y = \ln y, \quad X = \ln x, \quad A = \ln k, \quad B = n$$

la ecuación (3) se transforma en:

$$Y = A + B X \text{ (ecuación 5)}$$

que es la ecuación de una recta y, consecuentemente, el gráfico de las nuevas variables Y vs X debe ser una línea recta.

b) En el caso que se conociera el valor de la constante n de la ecuación (3), la forma de linealizar esta curva es haciendo el siguiente cambio de variables:

$$Y = y, \quad X = x^n, \quad B = k$$

con lo cual la nueva ecuación es la de una recta del tipo:

$$Y = B X \text{ (ecuación 6)}$$

## DETERMINACIÓN DE LAS CONSTANTES

### Método Gráfico

Este método consiste en determinar directamente la pendiente y el intercepto a partir de la gráfica. Para hallar la pendiente de la recta se eligen dos (2) puntos de esta que no sean los puntos experimentales. Por ejemplo:  $P_1 (x_1, y_1)$  y  $P_2 (x_2, y_2)$ , y entonces el valor de la pendiente se obtiene usando la fórmula:

$$B = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ (ecuación 7)}$$

El valor del intercepto se lee en el punto de corte de la recta graficada o su prolongación con el eje de ordenadas.

---

### Método Estadístico

Este método consiste en aplicar el método de los **cuadrados mínimos** para calcular las constantes A y B. Para ello usamos las fórmulas (8) y (9):

$$A = \frac{\left( \sum x^2 \right) \left( \sum y \right) - \left( \sum x \right) \left( \sum xy \right)}{N \left( \sum x^2 \right) - \left( \sum x \right)^2} \text{ (ecuación 8)}$$

$$B = \frac{N \left( \sum xy \right) - \left( \sum x \right) \left( \sum y \right)}{N \left( \sum x^2 \right) - \left( \sum x \right)^2}$$

(ecuación 9)

Este método tiene la ventaja de minimizar los errores experimentales en la determinación de A y B.

### 3. Materiales e instrumentos

Se completa la tabla de materiales, instrumentos y precisión

Cada columna

### 4. Procedimiento y Datos Experimentales

4.1 Mida la longitud  $L_0$  del resorte sin deformar. Luego instale el equipo como se indica en la Figura 4.

$L_0$  \, , (\text{m}) =

.....

Coloque en el extremo libre del resorte la masa  $M_1$  y mida la nueva longitud  $L_1$  del resorte. Luego incremente la masa suspendida del resorte en un valor  $M_2$  y, a continuación, mida la longitud  $L_2$  del resorte.

Repita esta operación para las siguientes masas:

$M_3, M_4, M_5, M_6$

hasta completar la Tabla 1.

---

Figura 4: Elasticidad de un resorte

$L_0$ : Longitud inicial del resorte sin deformar.

$\Delta L$ : Deformación del resorte.

$F = Mg$ : Fuerza aplicada al resorte, donde M es la masa y g es la aceleración de la gravedad.

---

Tabla 1. Valores del estiramiento del resorte según la masa utilizada.

N	1	2	3	4	5	6
M (kg)						
L (m)						

### 5. PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS

#### A. Método Gráfico

5.1 Llene la Tabla 2 calculando previamente la fuerza F según la fórmula del peso:

$$F = M \times g, \quad \text{utilizar } g = 9.8 \, \text{m/s}^2$$

**Tabla 2. Valores de estiramiento del resorte en función de la fuerza aplicada.**

N	1	2	3	4	5	6

F (N)						
L (m)						

5.2 Llene la Tabla 3 calculando previamente la elongación del resorte según la fórmula:

$$\Delta L = L - L_0$$

**Tabla 3. Valores de la elongación del resorte en función de la fuerza aplicada.**

N	1	2	3	4	5	6	
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	
F (N)							
\Delta L (m)							

5.3 En una hoja de papel milimetrado grafique los pares ordenados  $(F, L)$  a partir de los datos de la Tabla 2 (Gráfica 1), y en otra los pares ordenados  $(\Delta L, F)$  a partir de los datos de la Tabla 3 (Gráfica 2). Ambas gráficas se realizan utilizando un sistema de coordenadas cartesianas.

5.4 Según la Tabla 2 y su gráfica correspondiente en papel milimetrado, ¿qué tipo de función existe entre las magnitudes  $F$  y  $L$ ? (lineal, proporcional, potencial o exponencial).

5.5 Si la gráfica  $L$  vs.  $F$  es una recta, obtenga por lectura en la escala del papel milimetrado el valor del intercepto  $A_1$  y, mediante un triángulo rectángulo con su hipotenusa coincidente con dicha recta, determine la pendiente  $B_1$

Intercepto  $A_1 = \dots\dots\dots$   
Pendiente  $B_1 = \dots\dots\dots$

5.6 Comparando la Gráfica 1 con las gráficas correspondientes a las relaciones de tipo lineal mostradas en la Figura 1 del fundamento teórico, escriba en términos de  $F$  y  $L$  la ecuación de la recta experimental (ecuación empírica):

$$L = A_1 + B_1 F$$

Donde:

- $A_1$ : Intercepto.
- $B_1$ : Pendiente.

5.7 Si la gráfica  $F$  vs.  $\Delta L$  es una recta, obtenga por lectura en la escala del papel milimetrado el valor del intercepto  $A_2$  y, mediante un triángulo rectángulo con su hipotenusa coincidente con dicha recta, determine la pendiente  $B_2$ .

Intercepto  $A_2 = \dots\dots\dots$

Pendiente  $B_2 = \dots\dots\dots$

---

5.8 Comparando la Gráfica 2 con las gráficas correspondientes a las relaciones de tipo lineal mostradas en la Figura 1 del fundamento teórico, escriba en términos de  $F$  y  $\Delta L$  la ecuación de la recta experimental (ecuación empírica):

$$F = A_2 + B_2 \Delta L$$

Si el valor de  $A_2$  es muy pequeño, puede ser descartado.

Ecuación empírica =  $\dots\dots\dots$

#### B. Método Estadístico

5.9 Con los datos de la Tabla 2 construya la Tabla 4. Luego aplique las fórmulas (8) y (9) y determine el intercepto  $A1^*$  y la pendiente  $B1^*$ .

Tabla 4. Datos para el cálculo de  $A1^*$  y  $B1^*$  aplicando el Método de Cuadrados Mínimos.

N	$x = F(N)$	$y = L(m)$	$xy$	$x^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
$\Sigma$				

$A1^* = \dots\dots\dots$

$B1^* = \dots\dots\dots$

5.10 Escriba la ecuación de la recta de ajuste utilizando

- a) las variables generales ( $x$  e  $y$ ) y
- b) las variables particulares ( $F$  y  $L$ ).

a)  
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

b)  
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

## 6. RESULTADOS

Tabla 5. Análisis de las variables  $L$  vs.  $F$ .

Método	Constantes	Ecuación Empírica
Gráfico	$A1$ (m)	
	$B1$ (m/N)	
Estadístico	$A1^*$ (m)	
	$B1^*$ (m/N)	

Tabla 6. Análisis de las variables F vs. ΔL.

Ecuación Empírica	
-----	-----
Constante de Proporcionalidad	

7. CONCLUSIONES

7.1 ¿Qué efecto observó según la magnitud creciente de la masa suspendida del resorte sobre la longitud del mismo? A su criterio, ¿Cuál de las ecuaciones empíricas halladas describe con más claridad este fenómeno físico? Explique.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

7.2. Interprete físicamente la relación existente entre el intercepto A1 (Gráfica 1) y la longitud Lo del resorte sin deformar.

.....  
.....  
.....  
  
.....  
.....  
.....  
  
.....  
.....  
.....

7.3. ¿Qué aplicación del fenómeno estudiado encuentra en su carrera?

.....  
.....  
.....  
  
.....  
.....  
.....

8. BIBLIOGRAFÍA ( )

(Autor, título, editorial,, edición, fecha, página)



.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....

9. CALIDAD Y PUNTUALIDAD (