

Modélisation de l'impact des gaz à effet de serre



Étudiants :

Romane LANERES
Anouk PETITGAS
Arthur SARRAU

Clara MÉLINE
Tom PHILIPPE
Nina ZEDDOUN

Enseignant-responsable du projet :
Samuel PAILLAT

Fiche projet

Date de remise du rapport : 13/06/2024

Référence du projet : STPI/P6/2024 - 39

Intitulé du projet : Modélisation de l'impact des gaz à effet de serre

Type de projet : Modélisation numérique

Objectifs du projet :

Ce projet a pour vocation de développer un modèle numérique décrivant les mécanismes de régulation thermique de l'atmosphère terrestre. Premièrement, nous allons réaliser une étude à travers quelques calculs en ordre de grandeurs afin d'identifier les différents paramètres d'influence de notre modèle. L'objectif est de mettre au point un modèle qui soit modulable en termes de paramètres et de complexité. Cette dernière est ajustée par le traitement de différents gaz à effet de serre et de divers modèles de température et de pression. L'ensemble des modélisations numériques aspire à proposer une version améliorée du travail réalisé par le vulgarisateur scientifique David Louapre. À travers ce projet, nous cherchons à reproduire au mieux le phénomène d'équilibre thermique de la Terre en considérant les flux principaux et en quantifiant précisément l'impact des gaz à effet de serre dans le système atmosphérique.

Mots-clefs du projet : Transfert thermique, Corps noir, Effet de serre, Bilan radiatif

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE ROUEN
DÉPARTEMENT SCIENCES ET TECHNIQUES POUR L'INGÉNIEUR
685 AVENUE DE L'UNIVERSITÉ BP 08- 76801 SAINT-ETIENNE-DU-ROUVRAY
TÉL : 33 2 32 95 66 21 - FAX : 33 2 32 95 66 31

Remerciements

Nous souhaiterions avant tout remercier Samuel PAILLAT, notre coordinateur et enseignant encadrant, qui a su nous aiguiller et nous apporter son aide et ses connaissances tout au long de ce projet.

Aussi nous aimerions nous porter reconnaissants envers le physicien médaillé de la médiation scientifique du CNRS : David Louapre. Ces travaux sur l'effet de serre ont été une grande source d'inspiration en tant que point de départ pour notre recherche ¹.

Nous saluons également l'organisme HITRAN ² pour avoir mis à disposition la base de donnée HAPI en Open Source avec une documentation précise. Nous en avons extrait des paramètres physiques sans lesquels nos modèles auraient manqué de fiabilité en termes de propriétés physiques des milieux étudiés.

Enfin, nous aimerions remercier l'organisation de l'INSA plus généralement pour nous avoir implémenté l'EC de P6 qui nous a permis de réaliser notre premier projet scientifique appliqué dans des conditions de collaboration collective proches de celle milieu de l'ingénierie. En effet depuis le début de ce semestre nous avons tous commencé à nous pré-spécialiser dans un domaine de l'ingénierie. À travers ce projet chacun est amené à mettre en commun ses savoirs et compétences acquis pendant ces derniers mois, ce qui s'avère est enrichissant pour tout le groupe.

Table des matières

Fiche projet	2
Remerciements	3
Notations	5
Introduction	6
1 Méthodologie, organisation du travail	7
2 Travail réalisé et résultats	8
2.1 L'effet de serre	8
2.1.1 Explication du phénomène de l'effet de serre	8
2.1.2 Définition des GES	9
2.2 Bilan radiatif terrestre	9
2.2.1 Définitions du corps noir et de l'émittance	9
2.2.2 Bilan radiatif sans effet de serre	10
2.2.3 Bilan radiatif avec effet de serre	12
Conclusion et perspectives	15
Bibliographie	16
Annexes	17
A Documentation technique	17
B Listings des programmes réalisés	18
C Schémas de montages, plans de conception...	19
D Propositions de sujets de projets (en lien ou pas avec le projet réalisé)	20
E Mettre du code en annexe	21

Notations

Acronymes

GES : Gaz à Effet de Serre

CN : Corps Noir

Grandeurs¹

Φ : Flux (W)

ϕ : Densité de flux² ($W.m^{-2}$)

M^0 : Émittance totale d'un corps noir ($W.m^{-2}$)

$M_{\lambda,T}^0$: Émittance d'un corps noir ($W.m^{-3}$)

ϵ : Émissivité (*sans unité*)

τ_{CO_2} : Coefficient de transmission du CO_2 (*sans unité*)

k_{abs} : Coefficient d'absorption ($m^2.molec^{-1}$)

$n_{CO_2}(z)$: Quantité de matière de CO_2 en fonction de l'altitude ($molec.m^{-3}$)

λ : longueur d'onde (m)

P : Pression (Pa)

V : Volume (m^3)

n : Quantité de matière (mol)

T : Température (K)

M : Masse molaire ($kg.mol^{-1}$)

Constantes³

R : Constante universelle des gaz parfaits = $8,314 \text{ kg.m}^2.mol^{-1}.K^{-1}.s^{-2}$

σ : Constante de Stefan-Boltzmann = $5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^4$

h : Constante de Plank = $6,63.10^{-34} \text{ kg.m}^2.s^{-1}$

k_B : Constante de Boltzmann = $1,38.10^{-23} \text{ kg.m}^2.s^{-2}.K^{-1}$

g : Constante gravitationnelle terrestre = $9,81 \text{ m.s}^{-2}$

c_0 : Célérité de la lumière = $2,998 \text{ m.s}^{-1}$

C_1 : Constante de Planck 1 = $1,19.10^{-16} \text{ kg.s}^{-3}.m^{-4}$

C_2 : Constante de Planck 2 = $1,44.10^{-2} \text{ m.K}$

T_s : Température moyenne du Soleil = 5772 K

T_T : Température moyenne de la Terre = $288,15 \text{ K}$

$\bar{\alpha}_T$: Albédo terrestre moyen = $0,31$

R_T : Rayon de la Terre = 6371 km

1. En unités usuelles

2. Dans ce rapport il décrira exclusivement la puissance rayonnée par unité de surface

3. En Unités du Système International (USI) à 3 CS près

Introduction

Le réchauffement climatique, dû à l'effet de serre, est sans aucun doute la plus grande problématique scientifique du siècle actuel. Elle regroupe une multitude d'enjeux mêlant environnement, climat, industries et sociétés humaines.

Cependant, il semblerait que ce phénomène physique, vraisemblablement assez simple en apparence, s'avère bien plus complexe en réalité. Si l'on se penche dans un premier temps sur l'étymologie de ce terme, inventé par le scientifique français Joseph Fourier ³, on recontre déjà une première confusion notable. En effet l'effet de serre tel qu'il opère dans les couches atmosphériques est majoritairement lié au jeu d'absorption, d'émission et de transmission de rayonnements. Tandis que les serres misent plutôt sur l'utilisation d'une enceinte fermée hermétique qui supprime l'effet de convection de l'air, ce qui a pour conséquence une élévation de température. En bref, il faut garder en tête que cette analogie comporte des limites.

De ce fait, c'est dans ce cadre que s'inscrit notre projet, qui a pour but de quantifier et d'étudier l'impact des gaz à effet de serre avec des outils de deuxième année de cursus ingénieur. L'objectif est de construire petit à petit un modèle, avec de plus en plus de paramètres, et qui tende à se rapprocher d'une description fidèle de l'influence des gaz à effet de serre. Au passage il est intéressant de souligner que nous traiterons ce phénomène indépendamment de son origine, qu'elle soit naturelle ou anthropique.

Tout d'abord nous réaliserons quelques calculs initiaux de flux sans aucun GES. Ensuite nous introduirons le dioxyde de carbone CO_2 et étudierons son impact avec une température de système uniforme. Puis, si le temps nous le permet, on considérera d'autres GES et on fera évoluer leur caractéristiques en fonction de modèles atmosphériques de température, altitude et pression.

Dans l'ensemble, ce projet se base sur la physique des transferts thermiques, mais fait également appel à des compétences en informatique et mathématiques. En effet notre modèle se fonde sur plusieurs paramètres qu'il sera nécessaire d'ajuster selon nos besoins, ce qui requiert d'implémenter tous ces calculs numériquement.

Pour ce qui est des outils, nous avons codé l'ensemble de nos algorithmes en Python 3.12 et avons misé la popularité de ce langage pour utiliser des bibliothèques de physique et de mathématiques libres d'accès permettant d'avoir accès à des outils absolument fondamentaux : calcul intégral numérique, base de donnée de taux d'absorptions de gaz à effet de serre, graphiques... Sinon, nous avons utilisé du \LaTeX pour la rédaction de ce rapport, qui est un logiciel parfaitement adapté aux études dans le milieu scientifique. La prise en main s'est faite progressivement pour chaque membre du groupe, mais au final, nous sommes tous parvenus à maîtriser les bases fondamentales et rudiments de cet outil de traitement de texte à première vue bien complexe.

Chapitre 1

Méthodologie, organisation du travail

L'organisation du travail constitue le socle sur lequel la performance et la réussite du projet est établie.

Tout d'abord, afin de mieux comprendre l'organisation de notre travail lors des premières séances, il est important de mentionner que nous avons tous choisi ce sujet puisqu'il s'agit d'une problématique scientifique actuelle à laquelle nous nous intéressons. Cependant, bien que connu, ce phénomène physique assez simple d'apparence est en réalité bien plus complexe qu'il n'y paraît. Ainsi, nos premières séances ont été consacrées à des recherches approfondies dans l'objectif de comprendre l'effet de serre plus amplement.

Dans l'intention d'optimiser notre démarche scientifique et le processus de rédaction du rapport nous nous sommes séparés en deux groupes distincts. Un groupe a notamment effectué des recherches permettant l'appréhension et la compréhension des impacts de l'effet de serre ainsi que l'étude des données relatives à ce sujet. Un autre groupe a quant à lui eu pour mission d'utiliser les données trouvées par l'autre groupe afin d'en ressortir une modélisation. Cette dernière permettant par la suite la visualisation de ces effets en fonction de divers paramètres dans le but de se rapprocher d'une description fidèle de l'influence des gaz à effet de serre.

Tout au long des séances, nous avons également échangé avec notre professeur de projet Samuel PAILLAT qui nous a aiguillé et expliqué l'envergure du projet et ses attentes. Nous avons également fait le choix de nous assigner des devoirs pour les séances suivantes afin de respecter les temps limites imposés.

Enfin, nous avons regroupé toutes nos parties écrites mais aussi le code, les schémas et les sources sur le logiciel GitHub qui permet de partager différents types de fichiers afin de les mettre en commun. Ainsi, la rédaction du rapport et de sa mise en page s'est réalisée au fur et à mesure.

Chapitre 2

Travail réalisé et résultats

2.1 L'effet de serre

2.1.1 Explication du phénomène de l'effet de serre

L'effet de serre est un processus naturel qui se produit avec le rayonnement entre la Terre et le Soleil. Tout d'abord, le Soleil émet un rayonnement vers la Terre, l'atmosphère laisse passer une partie de ce rayonnement solaire. Réchauffé, le corps terrestre, étant un corps noir, émet un rayonnement infrarouge. Ce flux est alors renvoyé vers l'atmosphère et une partie est absorbée par les gaz présents, appelés gaz à effet de serre. Le reste du flux est envoyé dans l'espace.

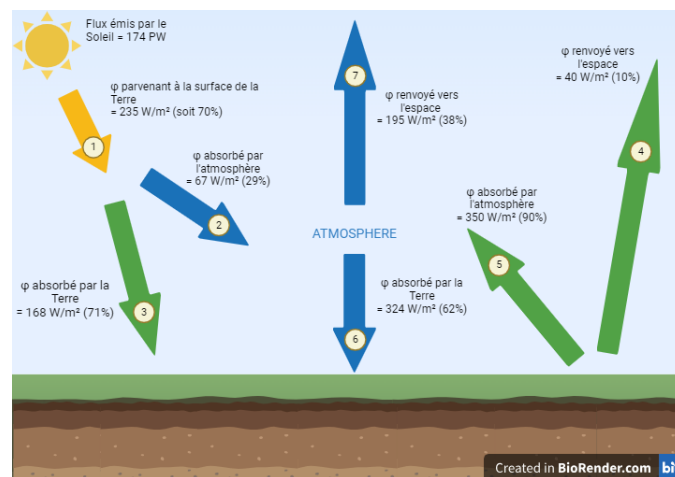


Figure 1 : Bilan radiatif terrestre

Dans le but de comprendre ce phénomène plus en détails, nous allons maintenant expliciter différentes hypothèses. Premièrement nous allons considérer que les différents systèmes impliqués dans le phénomène d'effet de serre sont des corps noirs. Par la suite, nous allons confronter deux modèles : un premier sans l'effet de serre sur la Terre et un second avec.

Afin de modéliser ces deux modèles nous allons préciser les différents transferts thermiques existant entre le soleil, la Terre et l'espace. Le seul échange thermique possible entre le Soleil et la Terre est le rayonnement.

Tout d'abord, nous allons commencer par créer un modèle simple où la température de la surface de la Terre est égale à la température de l'atmosphère, et donc de ses couches supérieures. Nous savons que l'atmosphère émet un rayonnement selon la loi de Planck qui dépend de la température. Par conséquent, les températures de la surface de la terre et de l'atmosphère étant égales dans ce premier modèle, ce qui est absorbé par l'atmosphère est ré-émis exactement de la même manière. Ainsi, si l'on modélise ce phénomène afin d'obtenir le spectre au sommet de l'atmosphère en mettant en entrée on obtiendrait les courbes suivantes :

(2 modèles)

En comparant ces deux courbes, nous pouvons voir que le spectre au sommet de l'atmosphère est le même avec ou sans la présence de gaz à effet de serre. La seule différence étant

l'origine du rayonnement qui ne provient que de la surface de la terre pour celui sans effet de serre et de la surface de la terre et des couches de l'atmosphère (GES) pour celui avec l'effet de serre. Ainsi, si la température était uniforme on n'aurait pas d'impact de gaz à effet de serre. Or l'atmosphère est en réalité composée de plusieurs couches de température différentes. Chacune d'entre elles émettent donc un rayonnement propre selon la loi de Planck.

Ainsi, ce qui est absorbé par l'atmosphère n'est pas ré-émis exactement de la même manière. La différence de température entre la surface de la terre et les couches de l'atmosphère implique la présence d'un effet de serre.

Nous constatons donc que ce phénomène d'effet de serre n'existe que lorsque que la température varie dans l'atmosphère en fonction de l'altitude. Ainsi si la température était uniforme dans l'atmosphère ce phénomène n'existerait pas.

C'est l'absorption du rayonnement par les GES qui va provoqué un réchauffement terrestre. Ainsi, ce phénomène créé un réchauffement global de la Terre permettant à la température moyenne de s'élever à 15°C au lieu de -18°C (sans GES).

2.1.2 Définition des GES

Un gaz à effet de serre est un gaz présent dans l'atmosphère qui absorbe une partie des rayonnements (rayons infrarouges) reçue par le soleil. Ces gaz sont d'origine naturelle (vapeur d'eau, ozone...) et/ou anthropique (issues des activités humaines) comme par exemple le dioxyde de carbone (CO_2), le méthane (CH_4), le protoxyde d'azote (N_2O) et les gaz fluorés (HFC) ⁴.

2.2 Bilan radiatif terrestre

2.2.1 Définitions du corps noir et de l'émittance

Le corps noir

Un corps noir est un objet idéal qui permet d'évaluer le flux thermique maximum que peut rayonner un corps, en fonction de sa température. Ainsi un corps noir va émettre autant de rayonnement qu'il en absorbe. On peut donc dire que son emittance ϵ est égale à 1.

L'émittance

L'émittance spectrique d'un corps noir est évalué grâce à la loi de Planck (en $W.m^{-2}$) :

$$M_{\lambda,T}^0 = \frac{\pi C_1}{\lambda^5} \left(\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right)^{-1}$$

$$C_1 = 1,19 \cdot 10^8 \text{ W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1} \quad C_2 = 14400 \text{ }\mu\text{m.K}$$

Et ainsi l'existance totale d'un corps noir (en $W.m^{-2}$) est obtenue avec la formule suivante :

$$M^0 = \int_0^\infty M_\lambda^0 d\lambda = \sigma T^4$$

2.2.2 Bilan radiatif sans effet de serre

Le Soleil émet des rayonnements dans le domaine visible et dans le domaine infrarouge. C'est un corps noir, c'est à dire qu'il absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit et le réémet parfaitement. De plus , on peut dire que son émissivité est égale à 1 d'après les hypothèses du corps noir vues précédemment. Il suit donc la loi de Planck et son spectre d'émission en fonction de la longueur d'onde est le suivant :

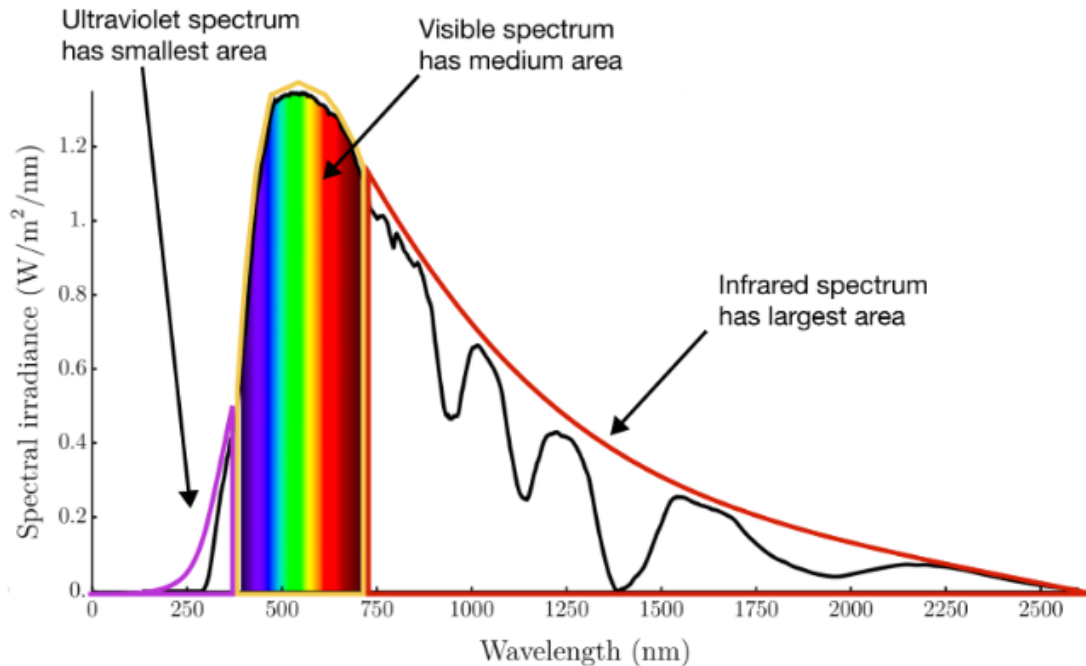


Figure 2 : Spectre du soleil, intensité du rayonnement solaire en fonction de la longueur d'onde (Brilliant.org)

On peut alors calculer ce qu'il émet en rayonnant de 2 manières :

1. Avec l'expression du flux radiatif :

$$\Phi_{ray} = \int_S \epsilon \sigma T^4 dS$$

$$\Phi_{ray} = \epsilon \sigma T^4 S$$

avec $T=5772$ K la température du Soleil, l'émissivité $\epsilon = 1$ et sa surface $S = 4\pi R^2$, sachant que $R = 6,96 \times 10^8$ m

On trouve : $\Phi_{ray} = 3,83 \times 10^{26}$ W

2. Numériquement :

En effet évaluer le flux émit revient à calculer l'aire sous la courbe de son spectre d'émission. (voir Spectre du soleil et insérer le code pour faire l'intégrale sous la courbe, on doit retrouver le même phi ray)

On trouve : $\Phi_{ray} = 3,83 \times 10^{26}$ W

Ainsi avec ces deux méthodes, on trouve que le rayonnement émis par le Soleil au niveau de son sol est de 174 PW soit $1,74 \cdot 10^{17}$ W

Cependant, comme le Soleil rayonne dans toutes les directions de l'espace, seule une petite partie de ce rayonnement arrive jusqu'à la surface de la Terre. Tout d'abord, la distance qui nous sépare du soleil joue un rôle primordial dans cette réduction. Elle se calcule comme suit :

$$Distance = \frac{\pi R_T^2}{4\pi D_{(S-T)}^2}$$

Le second facteur de diminution s'explique par le phénomène d'albédo : en effet, 30% du rayonnement qui parvient jusqu'à la Terre est réfléchi par notre planète, donc seulement 70% du rayonnement est absorbé.

On peut alors calculer le flux absorbé par la Terre :

$$\Phi_{abs, Terre} = 0,7 \times \Phi_{ray} \times Distance$$

$$\Phi_{abs, Terre} = 121 \text{ PW}$$

En divisant par la surface de la Terre, on obtient le flux surfacique absorbé par la Terre pour 1m^2 :

$$\phi_{abs, Terre} = \frac{121 \times 10^{15}}{4\pi R_T^2} = 235 \text{ W.m}^{-2}$$

Retrouvons maintenant la température à sa surface. On réalise un bilan thermique sur le système suivant : la Terre, sans son atmosphère

$$Production = \text{Échanges} + \text{Stockage}$$

Tout d'abord, la Terre produit de la chaleur grâce au processus de géothermie. En effet, l'activité radioactive au centre de la Terre qui correspond à la désintégration naturelle des atomes présents crée de la chaleur. Cependant, cette production thermique est négligeable par rapport à la chaleur apportée par le Soleil.

On considère donc que le terme de production thermique dans notre bilan est nul.

De plus, à l'équilibre thermique, l'état est stationnaire, ce qui signifie que la température ne varie plus dans le temps et donc que notre système ne stocke pas d'énergie thermique. Le terme de stockage est nul.

On obtient alors :

$$\text{Echanges} = 0$$

$$\Leftrightarrow \Phi_{emis} - \Phi_{absorbe} = 0$$

$$\Leftrightarrow \Phi_{emis} = \Phi_{absorbe}$$

On retrouve que la Terre sans son atmosphère est un corps noir, d'émissivité 1. En effet, tout le rayonnement qu'elle absorbe est réémis. On a donc d'après la loi de Planck :

$$\Phi_{emis, Terre} = 4\pi R_T^2 \sigma T^4$$

De plus, nous avons vu précédemment que

$$\Phi_{emis, Terre} = \Phi_{abs, Terre} = 121 \text{ PW}$$

On peut ainsi retrouver la température de la Terre :

$$T = \left(\frac{121 \times 10^{15}}{4\pi R_T^2 \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = 235 \text{ K} = -19^\circ \text{C}$$

On comprend ici que sans atmosphère, la température terrestre serait de -19°C . Nous pouvons en conclure que négliger l'atmosphère et les phénomènes qui s'y produisent conduit à des aberrations, puisque la température réelle sur Terre est bien supérieure à -19°C .

Nous allons dans la partie suivante prendre en compte l'atmosphère terrestre et l'effet de serre qui s'y produit. Nous commencerons par une étude dans le cas du modèle le plus simple, c'est à dire une température constante quelle que soit l'altitude, afin de pouvoir comprendre simplement le phénomène d'effet de serre.

2.2.3 Bilan radiatif avec effet de serre

Désormais, considérons que l'atmosphère et un des gaz qui la compose, le CO_2 , impactent les flux. En réalité, il s'agit de comprendre que lorsque le flux arrive sur les différentes molécules de CO_2 , il peut lui arriver 3 destins : soit le flux est transmis, c'est-à-dire qu'il passe à travers les molécules, soit il est absorbé, soit il est réfléchi. Dans notre cas, on néglige la réflexion car elle est très petite devant les 2 autres. Une partie d'un flux est alors transmis, et l'autre est absorbé.

On a : $\alpha + \tau = 1$

Ces coefficients d'absorption et de transmission sont propres à chaque molécule et dépendent de la longueur d'onde. Le fait que les coefficients dépendent des longueurs d'onde complexifie le problème.

Il faut utiliser la notion d'émittance pour calculer le flux que l'on associera à ces coefficients.

$$\phi = \int M_{\lambda, T}^0 d\lambda$$

Nous pouvons désormais calculer un flux en prenant en compte les interactions avec les molécules de l'atmosphère.

Nous pouvons présenter ces schémas, que présente les différents flux qui se déroulent entre la Terre, le Soleil et l'atmosphère (pour le bilan radiatif terrestre, voir Figure 1, p8).

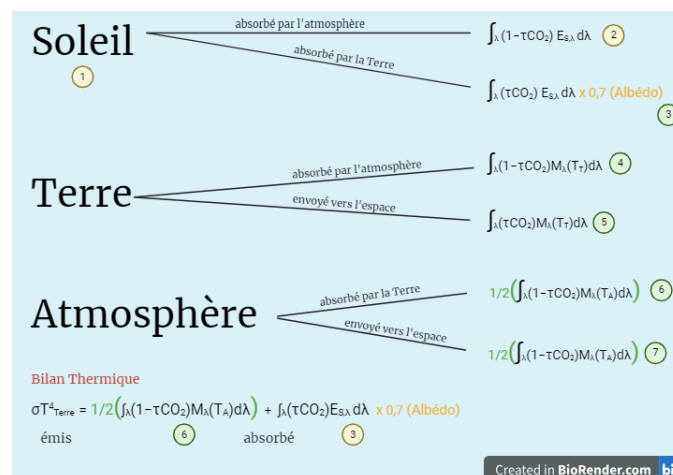


Figure 3 : Quantification des flux

$$\sigma T_T^4 = \frac{1}{2} \int_{\lambda} (1 - \tau_{CO_2}) M_{\lambda,T}^0 d\lambda + \bar{a}_T \int_{\lambda} \tau_{CO_2} E_{\lambda,T}^0 d\lambda$$

L'objectif est de quantifier les différentes flèches, afin d'utiliser le bilan thermique et de déterminer la température de la Terre en considérant les effets des gaz de l'atmosphère.

Comme nous avons dit ci-dessus, le coefficient d'absorption dépend de la longueur d'onde.

On a :

$$1 - \tau_{CO_2}(\lambda) = \int_0^{h_{max}} k_{abs}(\lambda) \times n_{CO_2}(z) dz$$

Nous allons étudier deux cas différents. Dans un premier temps avec une température uniforme dans l'ensemble de l'atmosphère. Puis, avec une température qui dépend de l'altitude.

On commence par exprimer la quantité de matière de CO2 en fonction de l'altitude. D'après la loi des Gaz Parfaits, en utilisant le principe fondamental de la statique des fluides on a :

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{N}{Na}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{PNa}{RT}$$

$$\Rightarrow n(z) = \frac{P(z)}{kT}$$

avec $k_B = \frac{Na}{R}$ = constante de Boltzmann

Pour le cas de la température uniforme, on a :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

D'après la loi des Gaz Parfaits :

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

donc

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{PM}{RT} g$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{gM}{RT} dz$$

$$\Rightarrow P(z) = P_o e^{-\frac{gM}{RT} z}$$

On a donc

$$n(z) = \frac{P(z)}{kT} = \frac{P_o e^{-\frac{gM}{RT} z}}{kT}$$

Pour le deuxième cas, il nous faut des profils de température selon l'altitude. Ainsi on a les profils suivant :

De 0 à 10 km

$$T_o = 288K$$

$$T_f = 219K$$

$$T(z) = -144.53z + 41739.13$$

De 10 à 19 km

$$\begin{aligned}T_o &= 219\text{K} \\T_f &= 219\text{k} \\T(z) &= 219\end{aligned}$$

De 19 à 32 km

$$\begin{aligned}T_o &= 219\text{K} \\T_f &= 229\text{k} \\T(z) &= 1300z - 26500\end{aligned}$$

De 32 à 47 km

$$\begin{aligned}T_o &= 229\text{K} \\T_f &= 273\text{k} \\T(z) &= 341z - 46068\end{aligned}$$

Pour trouver la pression, on utilise une formule plus générale :

$$T(z) = T_o - az$$

avec a = coefficient directeur, T_o = Température de l'atmosphère initiale et T_f = Température de l'atmosphère finale

On peut à présent calculer la pression en fonction de l'altitude, en utilisant le principe fondamental de la statique des fluides.

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dz} &= \frac{-\rho Mg}{R(T_o - az)} \\ \Leftrightarrow \frac{dP}{P} &= \frac{dz}{(T_o - az)} \times \frac{-\rho Mg}{R} \\ \Rightarrow \ln(P) &= \frac{Mg}{Ra} \ln(T_o - az) + K\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(z) = e^{\frac{Mg}{Ra} \ln(T_o - az)} \times e^k = (T_o - az)^{\frac{Mg}{Ra}} \times C$$

avec $e^k = C$

On détermine C :

$$\begin{aligned}P(0) &= P_o = (T_o)^{\frac{Mg}{Ra}} \times C \\ \Rightarrow C &= \frac{P_o}{T_o^{\frac{Mg}{Ra}}} \\ P(z) &= (T_o - az)^{\frac{Mg}{Ra}} \times \frac{P_o}{T_o^{\frac{Mg}{Ra}}} \\ \Leftrightarrow P(z) &= P_o \left(1 - \frac{az}{T_o}\right)^{\frac{Mg}{Ra}}\end{aligned}$$

On a donc :

$$n(z) = \frac{P(z)}{kT(z)} = \frac{P_o \left(1 - \frac{a(z)}{b(z)}\right)^{\frac{Mg}{Ra(z)}}}{kT(z)}$$

On peut ainsi à l'aide du programme Python calculer $(1 - \tau_{CO_2})$, et ainsi calculer l'intégralité des flèches.

Conclusion et perspectives

- Conclusions sur le travail réalisé
- Conclusions sur l'apport personnel de cet E.C. projet
- Perspectives pour la poursuite de ce projet

pas le temps d'ajouter d'autres gazs et complexifier le modèle

Bibliographie

- [1] DAVID LOUAPRE, Article et vidéo, *"La saturation de l'effet de serre (ou pas)"*, 06/10/2023 :
<https://scienceetonnante.com/2023/10/06/la-saturation-de-leffet-de-serre/>
- [2] R.V. Kochanov, I.E. Gordon, L.S. Rothman, P. Weislo, C. Hill, J.S. Wilzewski, HITRAN Application Programming Interface (HAPI) : A comprehensive approach to working with spectroscopic data, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* 177, 15-30 (2016)DOI : 10.1016/j.jqsrt.2016.03.005
- [3] JOSEPH FOURIER, Article, *"Mémoire sur les températures du globe terrestre et des espaces planétaires"*, Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France, vol.7, p.569-604, 1827 :
<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k32227/f814.item>
- [4] JEAN-MARC JANCOVICI, Article, *"Quels sont les gaz à effet de serre ?"*, 01/08/2007 :
<https://jancovici.com/changement-climatique/gaz-a-effet-de-serre-et-cycle-du-carbone/quels-sont-les-gaz-a-effet-de-serre-quels-sont-leurs-contribution-a-leffet-de-serre/>

Annexes

A Documentation technique

B Listings des programmes réalisés

C Schémas de montages, plans de conception...

D Propositions de sujets de projets (en lien ou pas avec le projet réalisé)

E Mettre du code en annexe