

同時計測実験レポート
—於 大阪大学 RI センター スクール室 —

加島 駿一 学籍番号:04B20018

2023 年 11 月 25 日

1 本実験で行ったこと

原子核実験で用いられる実験器具を組み立てて原子核の崩壊を観測した。今回は特に原子核の崩壊の時間の側面から観察を行うために TAC 回路と MCA で測定器からの信号を処理した。

1.1 実験 1

^{22}Na 原子核の崩壊における放射線を測定し、同時計測実験がどんな実験なのかを体験した。同時計測を行うことで、電子・陽電子の対消滅を観測できた。

1.2 実験 2

^{57}Co 原子核の崩壊における放射線を測定し、原子核の崩壊の時間測定を行った。得られたデータから ^{57}Fe の寿命を測定できた。

1.3 回路入門

同軸ケーブルで接続される機器の操作方法・同軸ケーブルとその中を通る信号の性質の理解が深まった。インピーダンスマッチングは大事。

2 理論

本実験では原子核の崩壊の性質だけでなく、用いる実験装置や電気回路の性質にも着目し、その扱い方を学んだ。

2.1 同軸ケーブルの終端による反射

同軸ケーブルは芯線とその外側を囲むシールド線とその間を満たす誘電体(絶縁体)によって構成される。シールド線は普通グラウンドとする。同軸ケーブルの各部分は小さいコンデンサとコイルとして捉えられ、それらの中に存在する電位や電流密度などは物質中の波動方程式に従って波として同軸ケーブルを伝って伝播する。その速度は周波数によらず誘電体の誘電率 ϵ と透磁率 μ で $1/\sqrt{\epsilon\mu}$ であり、端では誘電体が無くなるため電磁波の速度が変わるのでその場所で電磁波の反射が起こる。その反射率 r は

$$r = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.1)$$

で表される。ただし、同軸ケーブルの終端に接続した抵抗の抵抗値を Z_L 、同軸ケーブルの誘電体の誘電率や透磁率、その径などで決まる特性インピーダンスと呼ばれるものを Z_0 としている。

上の式 2.1 は終端抵抗が

$$\left. \begin{aligned} Z_L = 0 \text{ (つまり短絡) ならば, } r = -1 \text{ (電圧が反転して反射する)} \\ Z_L = \infty \text{ (つまり抵抗なし, 絶縁) ならば, } r = 1 \text{ (電圧がそのまま反射する)} \\ Z_L = Z_0 \text{ (つまりインピーダンス整合) ならば, } r = 0 \text{ (反射が起こらない)} \end{aligned} \right\} \text{を意味する。}$$

2.2 電子・陽電子の対消滅

電子の反粒子である陽電子は、電子と電気的な束縛状態を形成し、その後、対消滅を起こし γ 線を放出する。互いに束縛された電子と陽電子の合成系のスピン量子数が 1 の場合、その束縛系はオルソポジトロニウムと呼ばれ、0 の場合、その束縛系はパラポジトロニウムと呼ばれる。オルソポジトロニウムは真空中で寿命 142 [ns] を持ち、3 つの γ 線に変化する。それに対し、パラポジトロニウムは真空中で 125 [ps] の寿命を持ち、2 つの γ 線に変化する。

今回の実験ではパラポジトロニウムが 2 つの γ 線に変化する反応に着目する。静止している電子と陽電子が対消滅して 2 つの γ 線になるときに満たすべき保存則として、運動量保存とエネルギー保存があり、それに

| | |
|--|-----------------------|
| 条件 1 : 2 本の γ 線のエネルギーがともに 511 [keV] | } が成り立つ。他の実験ではたんにスペクト |
| 従って、条件 2 : 2 本の γ 線のなす角は 180° | |
| 条件 3 : 2 本の γ 線が同時に放出される | |

ルを見て 511 [keV] 付近にあるピークが電子・陽電子対消滅のエネルギーピークであると判断していたが、上の 3 つの条件を課すことによって本当の意味で電子・陽電子の対消滅を観測する。

2.3 コンプトン散乱

コンプトン散乱では γ 線が電子と弾性散乱をし、 γ 線の散乱方向を入射 γ 線の方向から角度 θ ($\theta \in [0, \pi]$) とし、入射 γ 線のエネルギーを E_γ 、散乱された γ 線のエネルギーを E'_γ 、電子の静止質量を m_0 としたときに

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + (1 - \cos \theta) \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}} \quad (2.2)$$

が成り立ち、弾性散乱であるので、反跳電子(運動エネルギーを受け取った電子)の運動エネルギーは $E_\gamma - E'_\gamma$ に等しくなる。

2.3.1 コンプトン端

反跳電子の運動エネルギーは θ の値によって以下の値の範囲をとりうる。

$$0 \leq E_\gamma - E'_\gamma \leq E_\gamma \frac{2}{1 + 2 \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}} \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}. \quad (2.3)$$

反跳電子もシンチレーターに入射して計数されるため、全エネルギーピークより小さいエネルギーの領域に反跳電子のスペクトルが現れることになり、そのスペクトルのなかでも反跳電子の運動エネルギーが最大になる部分はコンプトン端と呼ばれ、それより大きいエネルギー領域では反跳電子が存在しないため、計数に崖のような形状が見られる。コンプトン端では γ 線の散乱角度が 180° で電子の運動エネルギーが最大になるような散乱が起こり、その電子の運動エネルギーがシンチレーターで観測されている。

2.3.2 後方散乱

γ 線は透過性がほかの放射線に比べて高いこともあり、 γ 線のスペクトルには後方散乱ピークと呼ばれるピークが見られる。式 2.2 で表されるコンプトン散乱の中でも断面積が大きい $\theta = \pi$ の散乱 γ 線が検出器内で全エネルギーを落とすときに後方散乱ピークとなる。具体的には (γ 線源)-(検出器)-(散乱物質) という位置

関係のときに γ 線源から見て検出器の後方で 180° の角度で跳ね返った γ 線がピークとして観測される。その後方散乱 γ 線のエネルギー E は

$$E = \frac{E_\gamma}{1 + (1 - \cos \pi) \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}} \quad (2.4)$$

で表される。(散乱角度 180° .)

3 回路入門

NIM モジュールの機器を用いて以下のような実験を行った。

3.1 クロック発生器

定期的なパルス信号を出力する回路をクロック生成器といい、今回の実験ではこの回路を用いてクロック生成器の信号をオシロスコープで観察した。以下の図 3.1 の回路を作成した。今回の実験で用いたクロック生成器は NIM で定められた規格と TTL で定められた規格のクロックを選んで出力できる。Frequency(クロックの振動数、繰り返し率 (REP. RATE とも呼ばれる)) と Width(後述) の調節ができる。

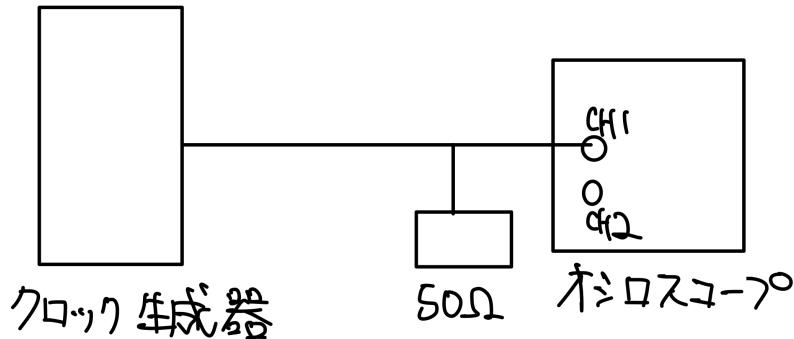


図 3.1: クロック生成器とオシロスコープを接続した

3.1.1 実験

クロック生成器を以下のように設定した。

- Frequency を $1 [\text{kHz}]$ に設定した。
- NIM / TTL は NIM を選択した。
- Width は適当に真ん中あたりに設定した。

それに対してオシロスコープを以下のように設定した。

- スロープを-に設定した。
- 1 マス辺りの電圧を $1.00 [\text{V}]$ 、1 マス辺りの時間幅を $10.0 [\text{ns}]$ に設定した。

これらのセットアップでオシロスコープの画面を観測した。

3.1.2 結果

以下の図 3.2 のような波形が表示された。

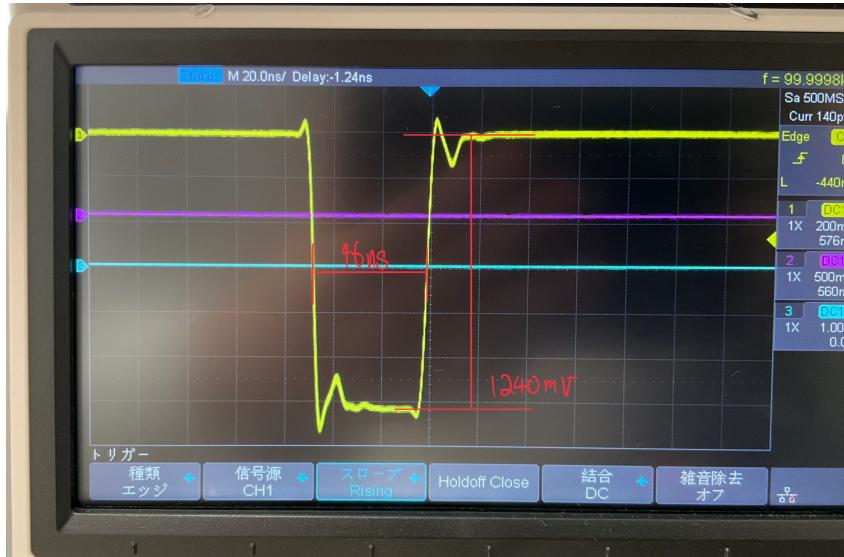


図 3.2: オシロスコープの波形

かなり短い時間まで分解しているため Overshoot が見られるが、46 [ns] ほどの幅を持った矩形波が出力されていると分かった。また、パルスの ON のレベルは 0 [V]、OFF のレベルは -12.4 [V] であった。また、横軸の時間スケールを小さくして立ち上がり時間を調べると以下の図 3.3 のようにそれは 3 [ns] であった。(課題 11)

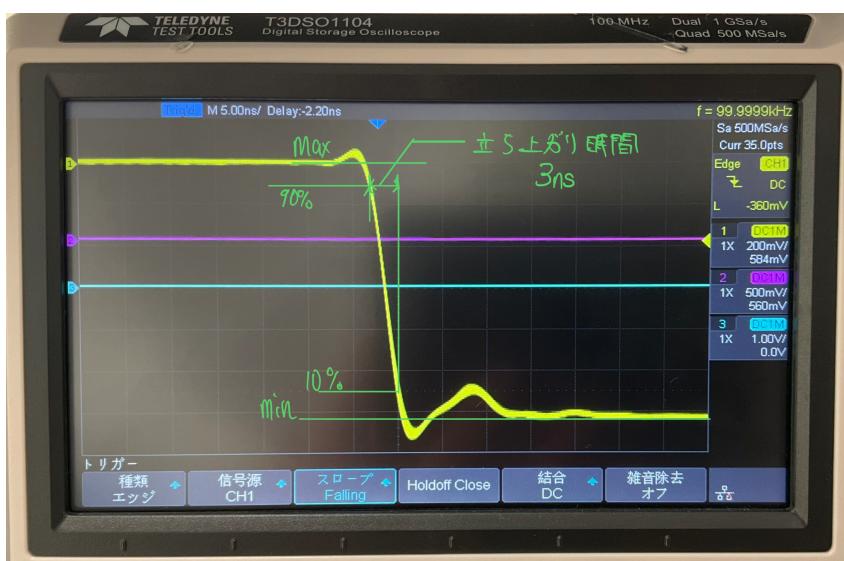


図 3.3: パルス波の立ち上がり時間の考察

3.2 電圧分割器

入力を分割できる電圧分割器を用いて同軸ケーブルのパルス波の反射を調べる。以下の図??ように入力の両端に抵抗でターミネートしてある物を使った。抵抗は $50 \text{ } [\Omega]$ としている。

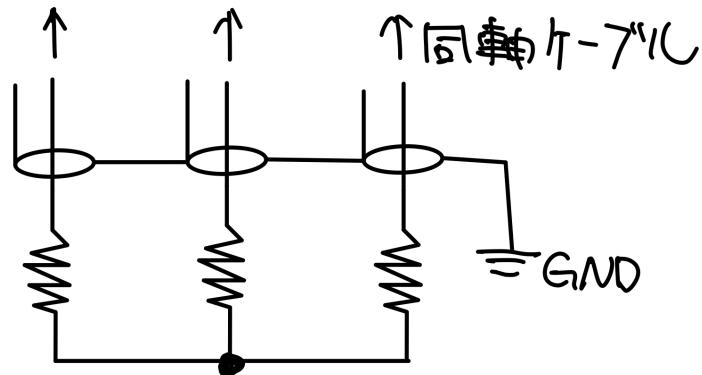


図 3.4: 電圧分割器

3.2.1 実験

テキスト P42 図 2.13 の回路を作成した。図 3.4 の電圧分割器の入力にクロック生成器からの出力を繋げ、3つある同軸ケーブルの端子をそれぞれクロック生成器、オシロスコープ、長い同軸ケーブルに接続した。長い同軸ケーブルは 20 [m] のものを用いた。この時に同軸ケーブルの先につなげる物を変えてオシロスコープへの入力を観察した。以下のように条件を変えて観察した。

- 長い同軸ケーブルの先に何も付けない(絶縁)して観察した。
- 長い同軸ケーブルの先を短絡して観察した。
- 長い同軸ケーブルの先に $50 \text{ } [\Omega]$ の抵抗を付けて観察した。

3.2.2 結果

それぞれの条件で得られたオシロスコープの画面は以下の図 3.5 の通りであった。

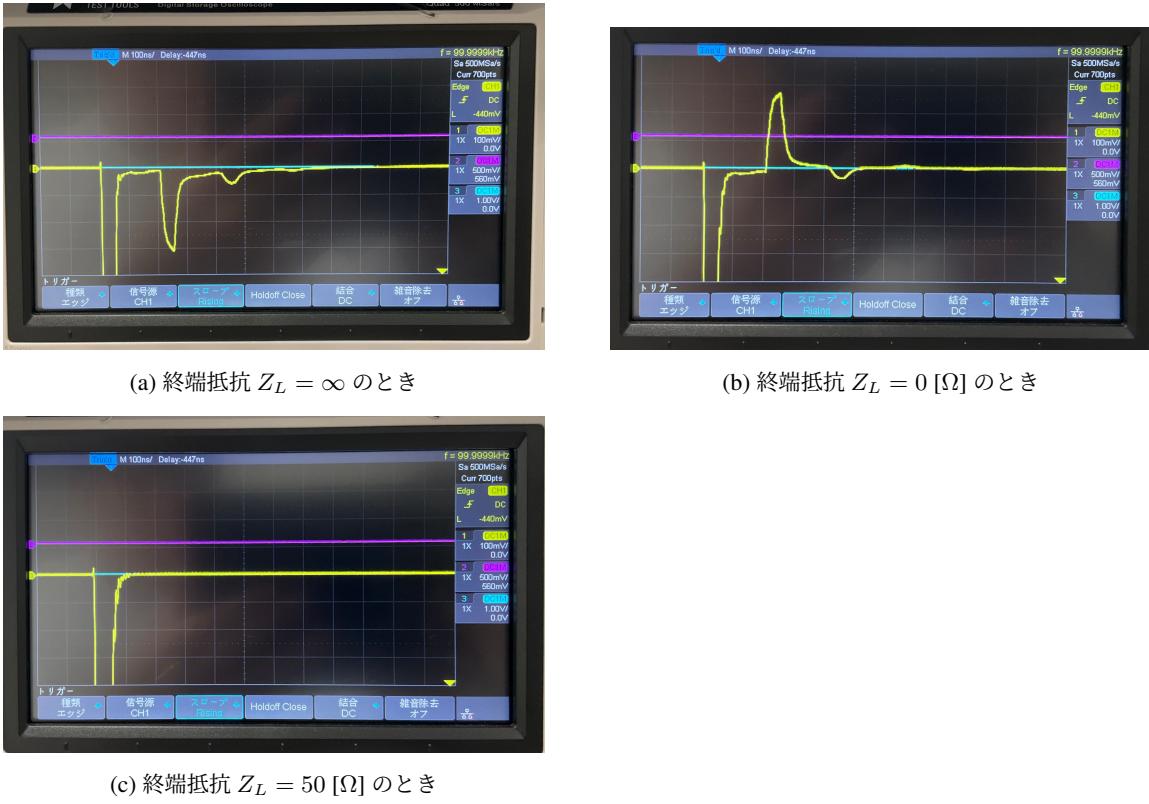


図 3.5: 終端抵抗を変えたときの反射波の様子

3.2.3 考察

図 3.5 のそれぞれの条件でクロック生成器から入力した信号が同じであるのにもかかわらず、図 3.5c ではクロック生成器からの NIM パルスだけが見られ、図 3.5a や図 3.5b ではそのあとに繰り返し的構造が見られていることが分かる。これらは全て回路のどこかで反射したパルス波である。^{*1} 式 2.1 に相違ない反射が見られている。(課題 12)

それぞれの図で複数の反射波のようなものが見られている理由は、反射波がさらに反射しているものが観測されているからであると考えた。ただし、その波高は反射を重ねるごとに下がっている。波高が下がる原因としては電圧分割器による信号の等分割と、同軸ケーブル内での減衰によるものであると考えられる。電圧分割器による信号の等分割について考察を行う。単に信号を分けるだけならば、以下の図 3.6 のような回路を作れば信号を分割できそうである。

^{*1} 次項で実験・考察を行う

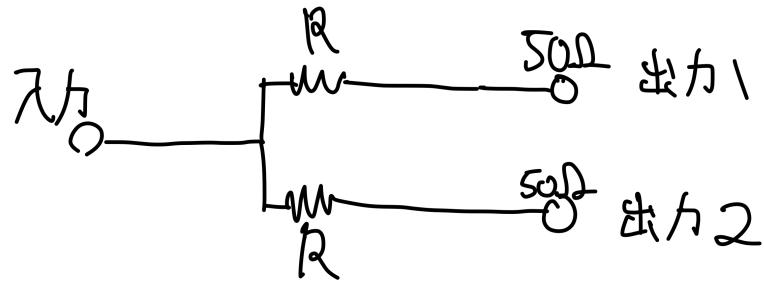


図 3.6: スプリッター回路

この回路において特性インピーダンス $50 [\Omega]$ の同軸ケーブルを使うときに分割している部分で反射が起こらないためには入力側から見た負荷(分割部分以降)が特性インピーダンスと一致する必要がある。つまり、合成インピーダンス Z が

$$Z = \frac{(50 + R)^2}{2(50 + R)} \quad (3.1)$$

$$= 50 \quad (3.2)$$

より、 $R = 50 [\Omega]$ である必要がある。こうすれば反射が起こらないように信号を分割できる。ただし、出力 1,2 から見たときにはインピーダンスマッチングできていない。全ての入出力から見てインピーダンスマッチングされているためには回路を対称的な以下の図 3.7 のように作る。実はこの回路が今回の実験で用いた電圧分割器(図 3.4)である。

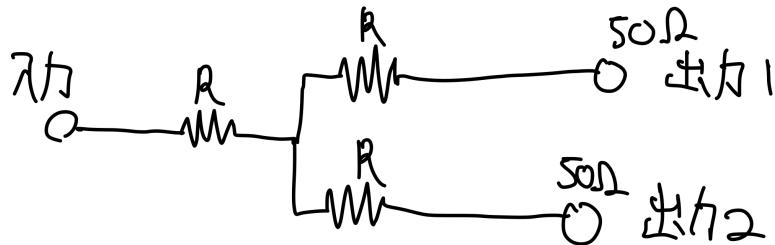


図 3.7: ディバイダー

この回路において入力側から見た負荷が特性インピーダンスと一致するために、合成インピーダンス Z が

$$Z = R + \frac{(50 + R)^2}{2(50 + R)} \quad (3.3)$$

$$= 50 \quad (3.4)$$

より、 $R = 50/3 [\Omega]$ である必要がある。つまり、ディバイダー(電圧分割器)に使う抵抗 R は特性インピーダンスの 3 分の 1 とすればよい。(問 9) このとき、出力信号の波高についても考察する。いま、図 3.7 の電圧

分割器において $R = 50/3 \text{ } [\Omega]$ のとき、入力側の抵抗 $R = 50/3 \text{ } [\Omega]$ であるところに対して、分割された後の合成抵抗は $\frac{(50/3+50)^2}{2(50/3+50)} = 50 \times \frac{2}{3} \text{ } [\Omega]$ であるから、図 3.7 の分割地点での電圧は入力した電圧の $2/3$ になると予想し、出力される波高がもとの波高の $2/3$ になると予想したのだが、次の実験の結果は $1/2$ になっていた。

図に示された繰り返し的な反射がどのように起こっているのか検証するために次の実験を行った。

3.2.4 実験

以下の図 3.8 のようにクロック生成器の 3 つある出力端子のうち 2 つを用いて、一つはオシロスコープに直接入力し、もう一つは電圧分割器で信号を分割した後にオシロスコープへ入力した。この時のオシロスコープを観察した様子を次に示す。

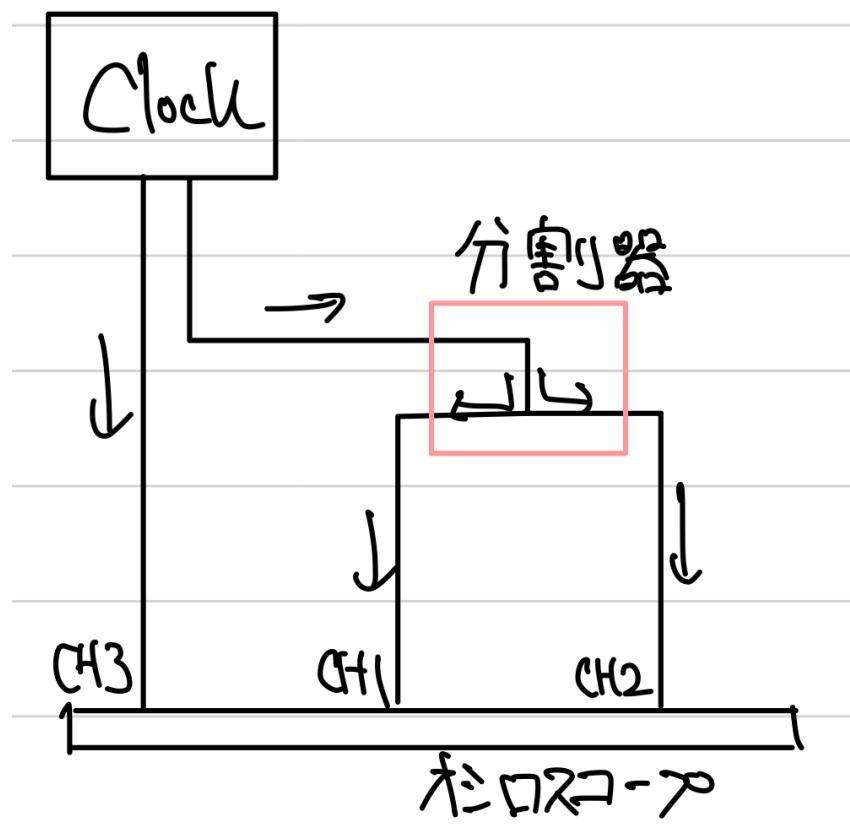


図 3.8: 作成した回路

3.2.5 結果

オシロスコープの画面には以下の図 3.9 のように表示された。CH3 がクロック生成器からの直接入れた信号で、CH1,2 は電圧分割器を通して入れた信号である。

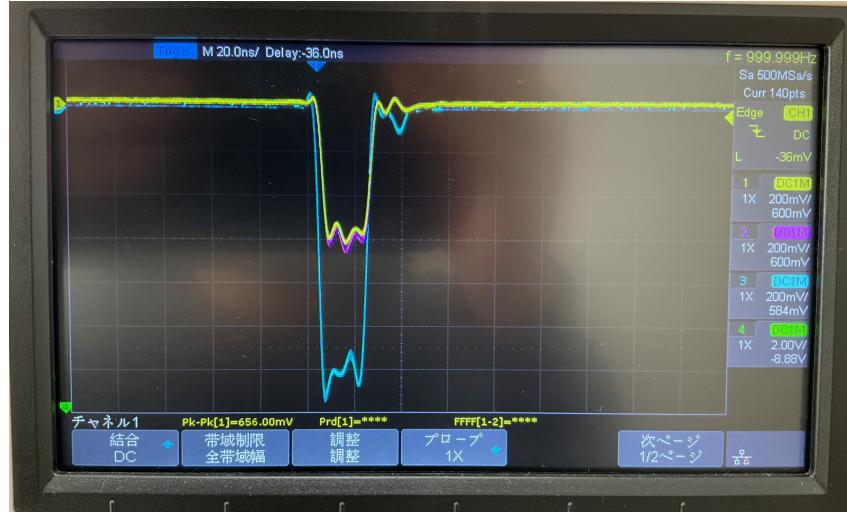


図 3.9: オシロスコープの画面

3.2.6 考察

矩形波なのでアンダーシュートなどしているが、一番電圧変化の大きい部分を読み取る。CH3(クロック生成器から直接入力)の波高 $-V_{CH3}$ は

$$(6 - 3/5) \times 200 [\text{mV}] \geq V_{CH3} \geq 6 + 4/5) \times 200 [\text{mV}]$$

つまり、

$$1080 [\text{mV}] \geq V_{CH3} \geq 1360 [\text{mV}]$$

であり、CH1,2(電圧分割器を通した後の信号)の波高 $-V_{CH1,2}$ は

$$(3 - 3/5) \times 200 [\text{mV}] \geq V_{CH1,2} \geq (3 + 1/3) \times 200 [\text{mV}]$$

つまり、

$$480 [\text{mV}] \geq V_{CH1,2} \geq 667 [\text{mV}]$$

であり、図 3.9 の直接入力した信号の波高 (CH3) に比べ、電圧分割器を通して入力した信号の波高 (CH1,2) はほぼちょうど半分になっている。

このことから、3.2.3 にて予想した「 $2/3$ の波高になる」は間違っていることが分かった。電圧分割器はその中の 3 つの抵抗がそれぞれ特性インピーダンスの 3 分の 1 のときに、入力された信号の電圧を半分にして 2 つの信号に分割すると分かった。

3.2.7 実験

図 3.5 において反射波を見ることができたが、単に長いケーブルの終端で反射するならば 1 つの矩形パルスに対してただ 1 つの反射波が見られるはずであるが、実際は繰り返し反射しているような周期的なパルス波が観測されている。これはなぜ起こるのだろうか。電圧分割器の一つの抵抗の値が特性インピーダンスの $50 [\Omega]$ と違う、 $50/3 [\Omega]$ であるから反射が起こると最初は考えたが、負荷全体のインピーダンスが特性インピーダン

スと整合さえしていれば反射は起こらないためにその考えは棄却された。そこで我々はオシロスコープのインピーダンスが高いために反射が起こっているのだと考えた。その考えが正しいか確かめるために、以下の 2 パターンの回路を組み立ててオシロスコープの表示を観察した。

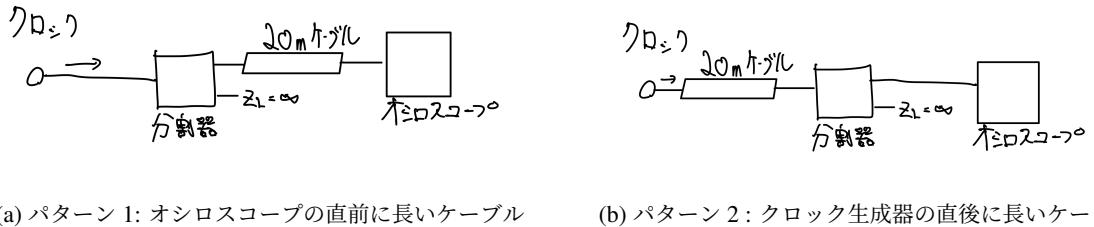


図 3.10: 組み立てた回路

図 3.10 のどちらも反射波の発生源は分割器の出力の一つが $Z_L = \infty$ となってインピーダンス整合されていない部分である。

3.2.8 結果

図 3.10 の 2 パターンの回路でそれぞれ観察されたオシロスコープの画面は以下の図 3.12,3.11 の通りであった。

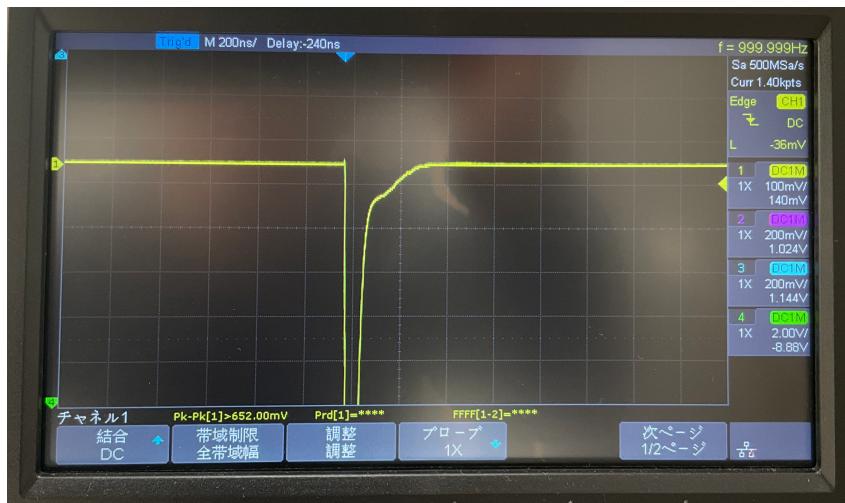


図 3.11: 図 3.10a のとき (パターン 1) のオシロスコープの画面

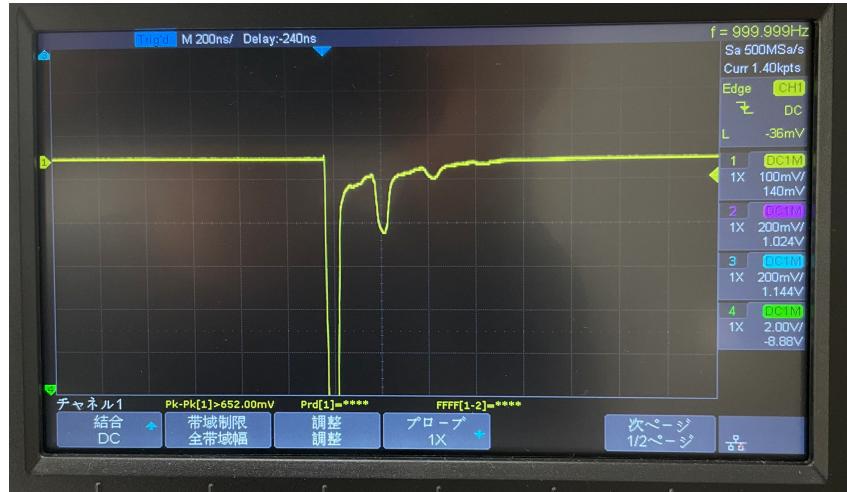


図 3.12: 図 3.10b のとき (パターン 2) のオシロスコープの画面

3.2.9 考察

図 3.12 では複数の繰り返しの反射波が見られ、図 3.11 では見られなかった。この違いだけでまず電圧分割器の部分で反射が起こっているわけではないことが分かる。さらに、「オシロスコープのインピーダンスが高いために反射が起こっている」という仮説は否定される。なぜならばオシロスコープで反射が起こるならば反射波が 20m のケーブルを通るのに時間がかかるために図 3.11 のような繰り返しの反射が見えるはずである。それならば図 3.11 で反射波が見られることから、クロック生成器で反射が起こっていると考える。クロック生成器はパルス波を生成するだけでなく、戻ってきた反射波をさらに反射してしまうのである。^{*2} そう考えれば図 3.11 と図 3.12 に矛盾しない。つまりは、回路のどこかで反射が発生してしまえばもうそれを止めることはできないので、同軸ケーブルの終端のインピーダンス整合が大事であることが再確認できた。

また、図 3.12 で反射波が見えないのはクロック生成器の部分で反射していないからではなく、長いケーブルを通らない反射の繰り返しのために、周期が短くて見えていないだけである。それを実証するにはオシロスコープの電圧スケールをもっと大きくすればよかったと今になって後悔している。

次に同軸ケーブルを伝わる信号の伝播速度を求めるために以下のような実験を行った。

3.2.10 実験

3.2.1 で作成した回路の 20m の長いケーブルの先を $1 [k\Omega]$ で終端した時のオシロスコープの画面を観察した。

3.2.11 結果

オシロスコープの画面には以下の図 3.13 のように表示された。

^{*2} じゃあ、クロック生成器のところにも $50 [\Omega]$ の抵抗を付ければクロック生成器での反射を止められるだろう。実験したくなってしまった...

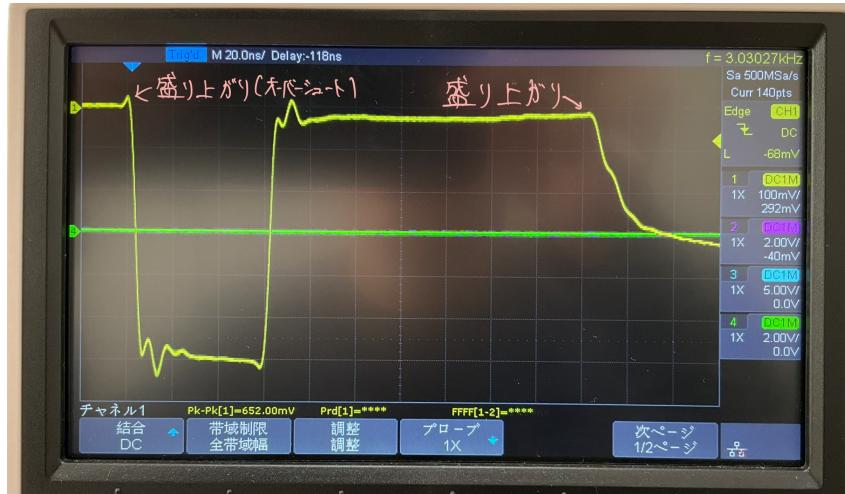


図 3.13

図中に書き込んだ盛り上がりとはクロック生成器の矩形波のオーバーシュートに着目して書き込んだものである。

3.2.12 考察

図 3.13 のもとの波と反射波の最初に見られるオーバーシュート間の時間差を図 3.13 から読み取ると、 $(10 + 1/6 \pm 1/6) \times 20$ [ns] つまり、 203.3 ± 3.33 [ns] であるとわかった。この反射波はもとの波と比べて 20m の同軸ケーブルを往復する分だけ余分に進んだ波であるので、この波の速度 v は

$$v = \frac{40 \text{ [m]}}{203.3 \pm 3.33 \text{ [ns]}} \quad (3.5)$$

$$= 19.7 \pm 0.4 \text{ [cm/ns]} \quad (3.6)$$

であるとわかった。

3.3 遅延回路

先の実験で分かったように信号線の中を通る信号はその信号線の長さの分の時間がかかる。この実験では遅延回路の挙動を観察する。今回用いた遅延回路は 2 種類で、1 つは遅延 $0 \sim 63$ [ns] の間を離散的に変えられるもの、もう 1 つは 50 [ns] の遅延が 2 つ用意され、1 つもしくは 2 つの 50 [ns] の遅延をかけることができるものである。

3.3.1 実験

以下の図 3.14 の通りの回路を組み立て、オシロスコープの画面を観察した。

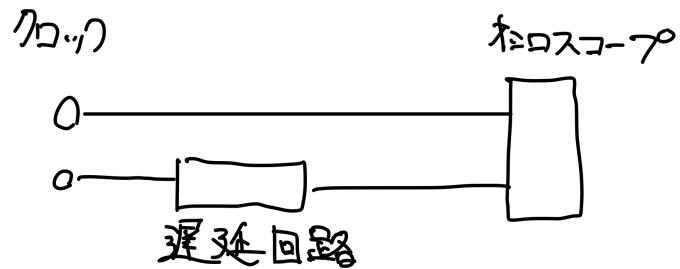


図 3.14: 遅延回路を用いた回路

ただし、図中の遅延回路は最大 63 [ns] のものと最大 100 [ns] のもののうちどちらかである。作図の都合で各構成要素を繋ぐ同軸ケーブルの長さは実際のものの長さと比例していない。使用した同軸ケーブルは、クロックからオシロスコープへ直接入力しているケーブル、クロックから遅延回路までのケーブル、遅延回路からオシロスコープまでのケーブルの 3 つであるが、そのどれもが 60 [cm] の同軸ケーブルである。また、最大 100 [ns] の遅延回路において 100 [ns] の遅延を実現する際に、構造上の都合で 60 [cm] の同軸ケーブルを 1 本多めに使っている。

3.3.2 結果

遅延回路の遅延をいくらか調整したときのオシロスコープの画面は以下の図 3.15 の通りであった。

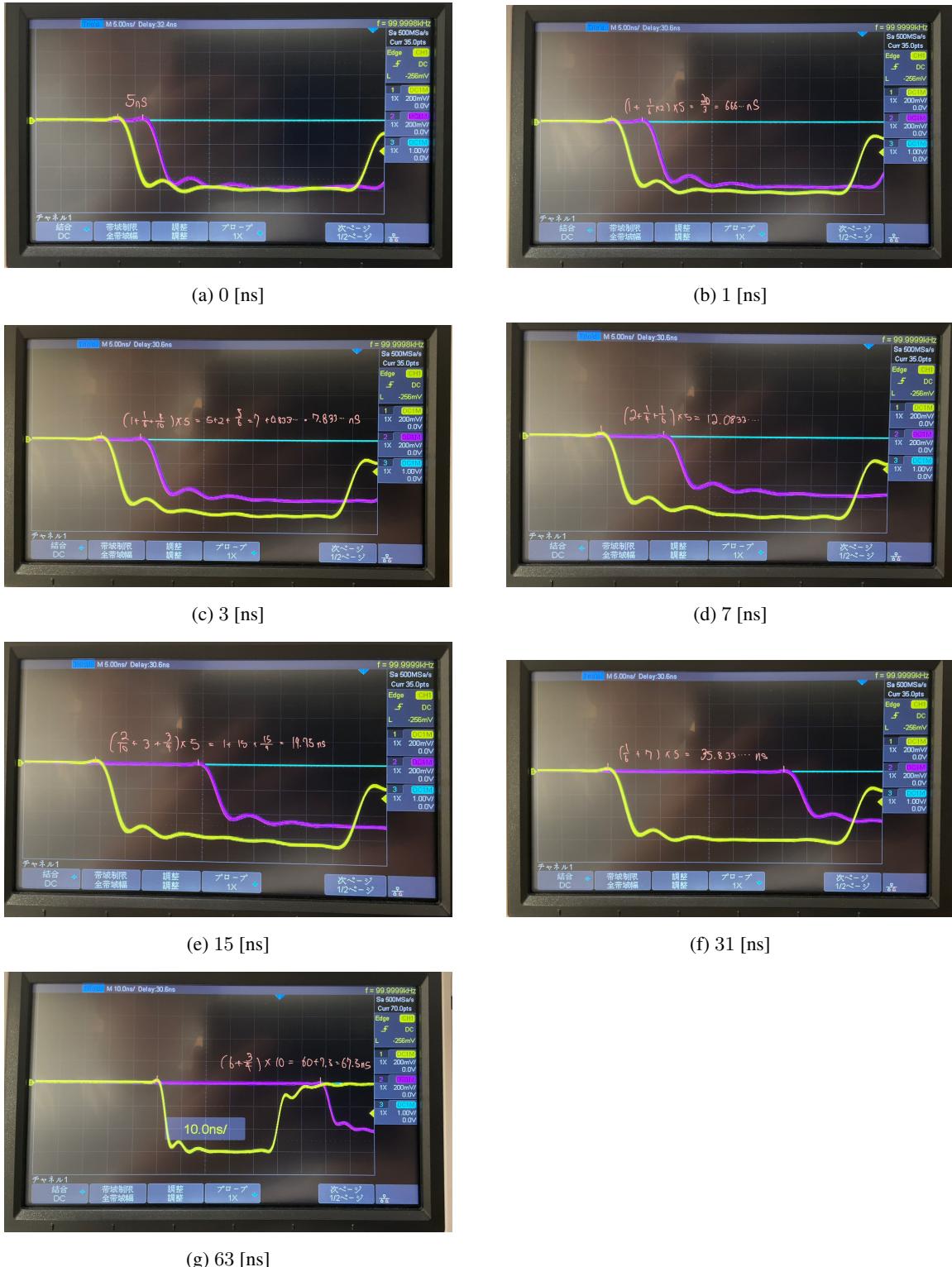


図 3.15: 最大 63 [ns] の遅延回路を用いたときのオシロスコープの画面の様子

ただし、図 3.15 のそれぞれの図のサブキャプションの t [ns] とは、遅延回路の遅延調節数である。

3.3.3 考察

図 3.15 には直接入力したパルス波のオーバーシュートと遅延回路を通って遅れて入力されたパルス波のオーバーシュートの位置を目測で、最大 1 マスの 1/6 までの精度で読み取った時の二つのパルス波の時間差を書き込んでいる。まず、遅延回路の 0 [ns] のときにオシロスコープの画面では 5 [ns] の遅延があることがわかる。これは作成した回路で用いたケーブルの長さの差と、遅延回路の内部にプリロードがあることが原因であると考えた。ケーブル長の差は 60 [cm] であったので、式 3.6 によると、 3.05 ± 0.06 [ns] の遅延がある。これはどの遅延秒数でも同じであるので、図中に書き込んだ値から減じて一次近似を行うと、オシロスコープから読み取った値から 3.05 ± 0.06 [ns] を減じた値を y 、遅延回路の秒数を x としたとき、 $y = 0.9892x + 2.0867$ となり、プロットすると以下の図 3.16を得た。ただし、誤差は ± 0.06 [ns] と、目測で読み取る時の 1 マスの 10 分の 1だけ付けている。

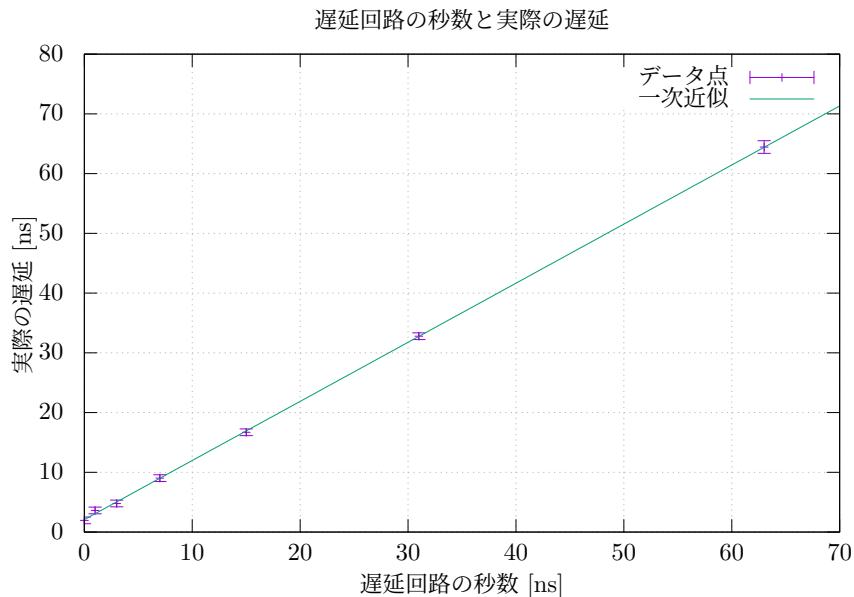


図 3.16: 遅延回路の秒数と実際の遅延

ここから分かることは、遅延回路の秒数が 0 [ns] であるときも 2.0867 [ns] の遅延が実際にはあるということであり、遅延回路の中のケーブルを信号が伝わる速度が式 3.6 と同じであるならば、遅延回路で 0 [ns] の遅延を選択したときも $2.0867 \times (19.7 \pm 0.38) = 41.1 \pm 0.8$ [cm] のケーブルを通過することになる。(問 11) さらに図 3.16 の一次近似の傾きがほぼ 1 であることから、遅延回路にて遅延を設定したときはほぼその値と同じ遅延が追加される。(その分長いケーブルを通って出力される)

3.4 シンチレーション検出器

シンチレーション検出器に高電圧電源を接続し、800 [V] の高電圧をかけ、シンチレーション検出器が放射線を感じたときの信号を観測する。使用した線源は ^{22}Na であり、シンチレーション検出器の直前に置いた。

3.4.1 実験

シンチレーション検出器を直接オシロスコープに接続し、トリガーされたパルス波をオシロスコープで観察した。

3.4.2 実験結果

オシロスコープには以下の図 3.11 のように表示された。

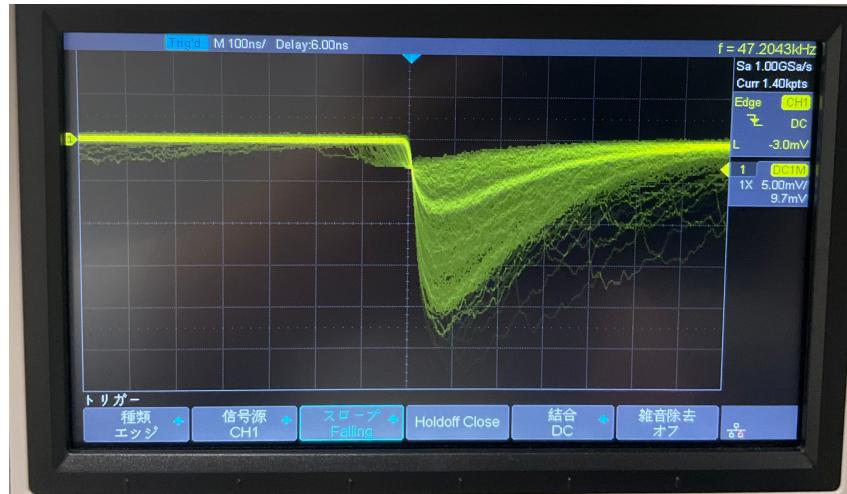


図 3.17: シンチレーション検出器からの信号

3.4.3 考察

シンチレーション検出器からの信号の波高(電圧)は入射して感知された放射線のエネルギーにほぼ比例するため、図 3.17 様々な波高のパルス波が見られているが、じっくりと観察すると同じくらいの波高が多数存在している(線の濃度が濃い)部分とそうでない部分(濃淡)が見られる。これは ^{22}Na の崩壊するときの γ 線の全エネルギーピークなどに対応する。つまり、この信号を MCA で波高ごとのヒストグラムとして解析すればこの線源から放出される放射線のスペクトルが得られるということが分かる。

また、上の図 3.17 の立ち上がり時間と立ち下がり時間を目測で読み取った結果図 3.18)、立ち上がり時間は 20 ~ 40 [ns]、立ち下がり時間は 233.2 ~ 348.9 [ns] であった。

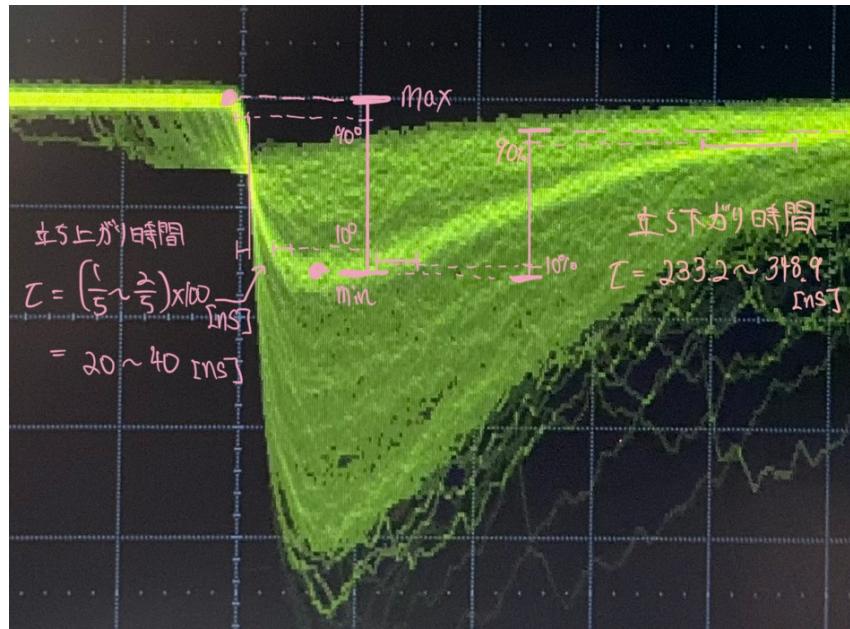


図 3.18: 立ち上がり時間や立ち下がり

4 実験 1 – 電子・陽電子対消滅の観測

4.1 目的

電子・陽電子の対消滅が観測されたと判断するためには、(i) 同じエネルギーの 2 つの γ 線が (ii) 互いに 180° の角をなして (iii) 同時に放出されたことを観測する必要がある。その 3 つの条件を達成するような実験装置を組み合わせて実験・解析を行う。

4.2 検出器の利得の調整とエネルギー較正

放射線検出器に放射線が入射し、検出器内の物質との相互作用でエネルギーを落とすとき、今回の NaI シンチレーターでは落としたエネルギーとシンチレーターが output するパルス波の波高がほぼ一次比例すると仮定したときに、放射線の落とすエネルギーと波高に対応した MCA のチャンネルとの関係式を求める。

4.2.1 検出器の利得の調整

NaI シンチレーターから発せられるパルス波は MCA で解析するには微弱であるためにその信号を増幅して MCA に入力する。MCA は $0 \sim 12$ [V] に感度があるため測定したい最強の γ 線のエネルギーに対応したパルス波の電圧が MCA の感度に収まる程度 (最大 9 [V]) に増幅器の利得を調整する。

今回用いた増幅器には Coarse Gain(荒っぽい利得) と Fine Gain(精度の良い利得) の二種類の調整ができるそれぞれを調整する。

4.2.2 実験手法・手順

以下の図 4.1 のような回路を組み立て、以下の手順で増幅器の利得を調整した。ただし、増幅器は複数の入力・出力端子があり、今回はシンチレーターからの負の電圧を持ったパルス波を MCA に正の電圧を出力するように、入力端子として NEG を選択し、出力端子として Bi Out を選択した。

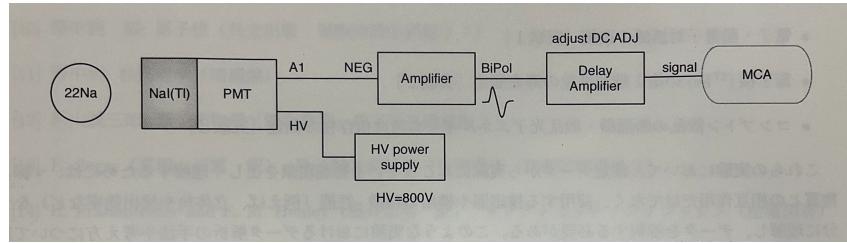


図 4.1: 利得の調整に用いた回路

手順

- 高電圧供給器 (HV power supply) の電圧は 800 [V] とした。(今回の実験で一貫している。)
- 検出器と ^{22}Na 線源を数 cm 離して置く。
- 検出器からの直接の信号を観察するために、まず増幅器を通さずに直接オシロスコープに入力して観察する。
- 次に増幅器を通した信号のうち、測定したい最大の 1275 [keV] 相当のパルス波が 10 [V] 以内になるよう増幅器の Fine Gain を調整した。

4.2.3 実験結果

Coarse Gain = 10、Fine Gain = 7.0 のときに以下の図 4.2 のように ^{22}Na の全てのエネルギー帯のスペクトルがチャンネルに収まっていることが確認できた。

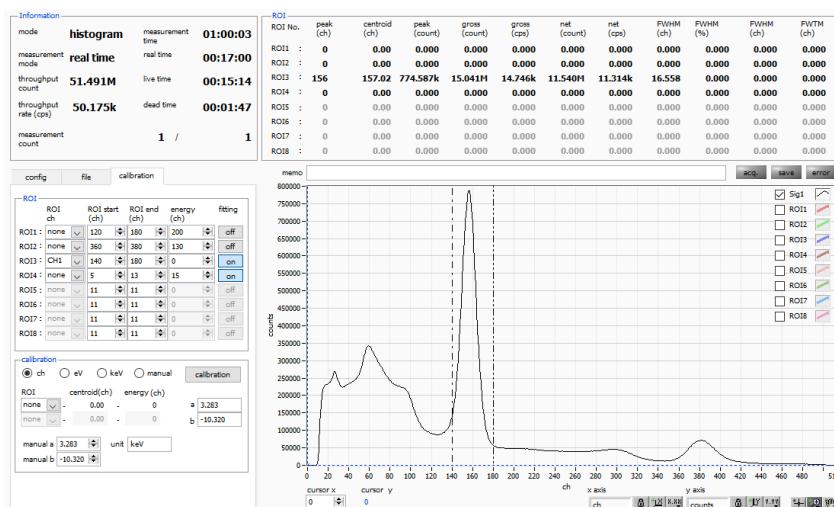


図 4.2: MCA の解析ソフトのスクリーンショット (横軸にチャンネルととったカウント数のスペクトル)

4.2.4 エネルギー較正

複数の線源の放出する放射線の既知の文献値を用いて MCA のチャンネルと放射線のエネルギーの間の関係式を求める。

4.2.5 実験手法・手順

4.2.2 の線源を変えて MCA でスペクトルを取った。

手順

- 線源 ^{22}Na と ^{57}Co と ^{60}Co で 2 分の間、スペクトルをとった。
- MCA の解析ソフトでチャンネルのスペクトルのピークに対して正規分布のフィッティングをし、そのピークの期待値や面積や半値幅を得た。

正規分布フィッティングをすれば、その正規分布には標準偏差が存在し、さらにそのピークの誤差も存在する。そのピーク(平均値)(期待値)の誤差は、測定のデータの個数を N 、フィッティングした正規分布の標準偏差を σ としたとき、

$$\sigma_E = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (4.1)$$

と書ける。

4.2.6 実験結果

それぞれの MCA のチャンネルのスペクトルは以下の図 4.3 の通りであった。

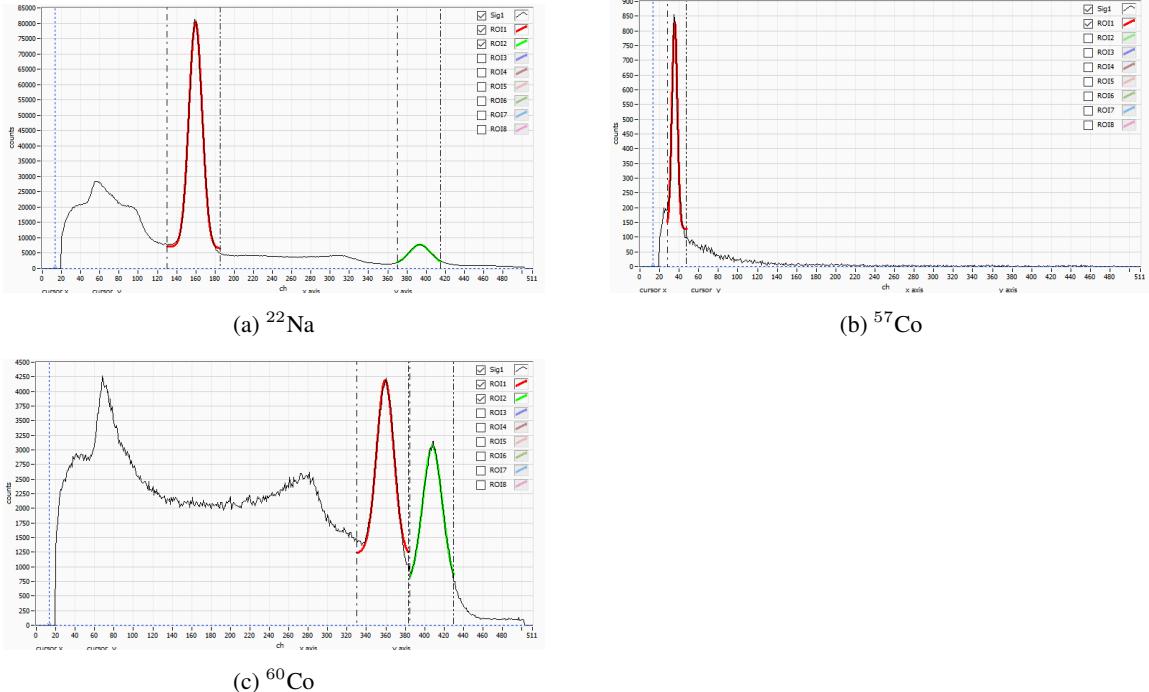


図 4.3: それぞれの線源のチャンネルのスペクトル

MCA ソフトの正規分布フィッティングから読み取ったデータを以下の表 4.1 にまとめる。正規分布中心値の誤差 σ_{centroid} は式 4.1 より

$$\sigma_{\text{centroid}} = \frac{\sigma}{\sqrt{\text{net}}} \quad (4.2)$$

と書かれるものを用いた。ただし、ここで σ はフィッティングした正規分布の標準偏差、net はフィッティングした正規分布の面積(総カウント数)である。

| エネルギー [keV] | ピーク [ch] | 面積 (count) | FWHM [ch] | σ_{centroid} |
|-------------|----------|------------|-----------|----------------------------|
| 510.999 | 159.11 | 1.277M | 16.179 | 0.006080 |
| 1274.58 | 393.09 | 135.283k | 26.772 | 0.03091 |
| 122.059 | 36.08 | 4.950k | 6.518 | 0.03934 |
| 1173.21 | 357.80 | 65.115k | 20.577 | 0.03424 |
| 1332.50 | 407.76 | 50.597k | 23.739 | 0.04482 |

表 4.1: MCA ソフトによるフィッティングの解析

上の表 4.1においてピークとは正規分布フィッティングによる期待値であり、面積 (count) とは正規分布フィッティングの面積(線形バックグラウンドを除く)である。

4.2.7 考察

まず、表 4.1 のエネルギーとピークのデータをそれぞれ x_i, y_i としてこれらが $y = ax + b$ といった一次関係にあると仮定しその時に誤差二乗平均が最小となる (a, b) を決定する。値の決定には重み付き最小二乗法を用いた。一次近似の係数 a, b とそれぞれの誤差 σ_a, σ_b は以下の表 4.2 の通りであった。

| | |
|------------|-----------------------|
| a | 0.30471421 |
| b | 3.23447 |
| σ_a | 2.73×10^{-5} |
| σ_b | 0.016382 |

表 4.2: 一次近似の係数とその誤差

つまり、エネルギーとチャンネルの関係は

$$\begin{cases} \text{ch} = a \times E + b \\ a = (0.3047 \pm 0.00003), b = (3.234 \pm 0.016) \end{cases} \quad (4.3)$$

で結ばれることになる。この関係を誤差棒をつけつつグラフにプロットすると、以下の図 4.4 のようになる。ただし、誤差がかなり小さいために誤差棒はほとんど潰れて見えていない。

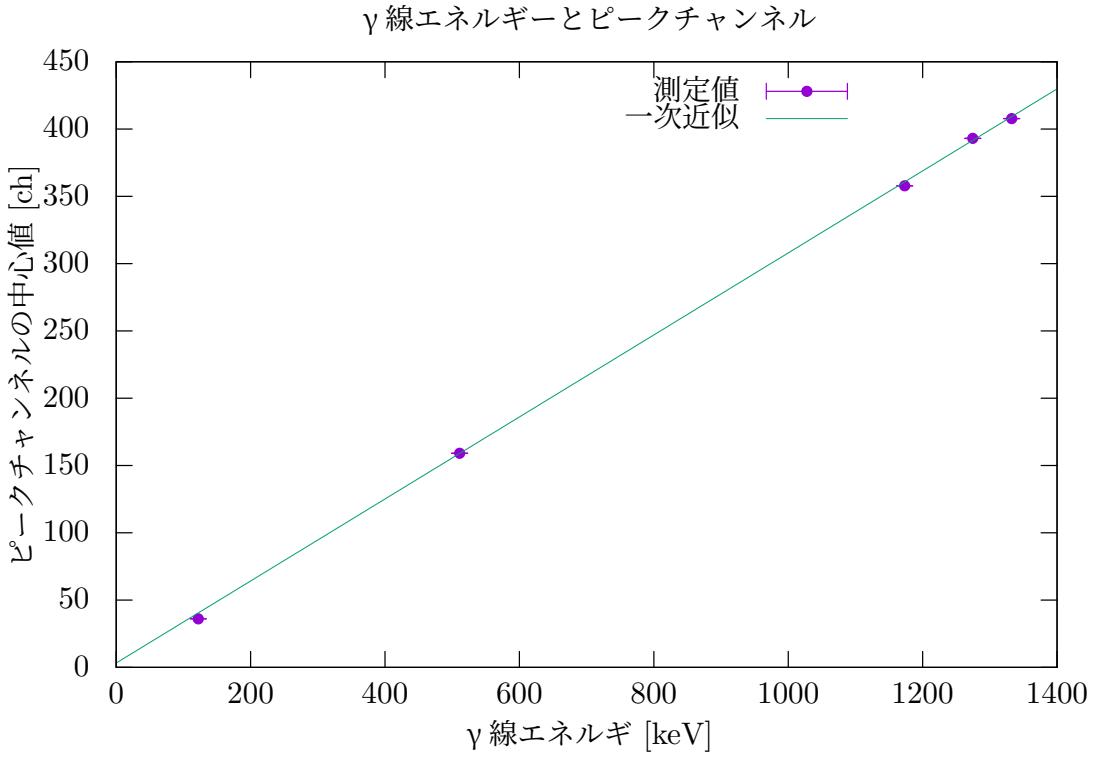


図 4.4: γ 線エネルギーとピークチャンネル

式 4.3 をエネルギー E について解けば、

$$E = \frac{1}{a} \times \text{ch} - \frac{b}{a} \quad (4.4)$$

となるが、ここで便宜上 $A \equiv \frac{1}{a}$ 、 $B \equiv -\frac{b}{a}$ とおくと、

$$E = A \times \text{ch} + B \quad (4.5)$$

であるところの A と B の誤差 σ_A, σ_B は誤差伝播則より、

$$\begin{cases} \sigma_A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial a}\sigma_a\right)^2} \\ \sigma_B = \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial a}\sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial b}\sigma_b\right)^2} \end{cases}$$
 であり、それらを計算すると、式 4.5 は

$$\begin{cases} E = A \times \text{ch} + B \\ A = 3.282 \pm 0.0003, \quad b = -10.61 \pm 0.05 \end{cases} \quad (4.6)$$

となる。このエネルギー較正式 4.6 に追加で測定した ^{137}Cs のスペクトル (図??) の全エネルギーピークチャンネルを代入すると、

$$E_{^{137}\text{Cs}} = (3.282 \pm 0.0003) \times (210.84 \pm 1\sigma) + (-10.61 \pm 0.05) \text{ [keV]} \quad (4.7)$$

$$= 681.3 \pm 0.1 \text{ [keV]} \quad (4.8)$$

となる。ただし、上式 4.7において 1σ は ^{137}Cs チャンネルのスペクトルの正規分布フィッティングの標準偏差である。ここで、 ^{137}Cs の全エネルギーピークは文献値 661.7 [keV] に誤差の範囲で合致してない。チャンネルのエネルギースペクトルの正規分布が滑らかに見えるまでデータを取ったのにもかかわらず文献値と合致

しないのは統計誤差ではなく、実験に依存する系統誤差が存在したためであると考えられる。似たような値にはなっているため、このエネルギー較正式を使う。

このエネルギー較正式 4.6 を用いて図 4.3 を書き直すと、以下の図 4.5 を得た。

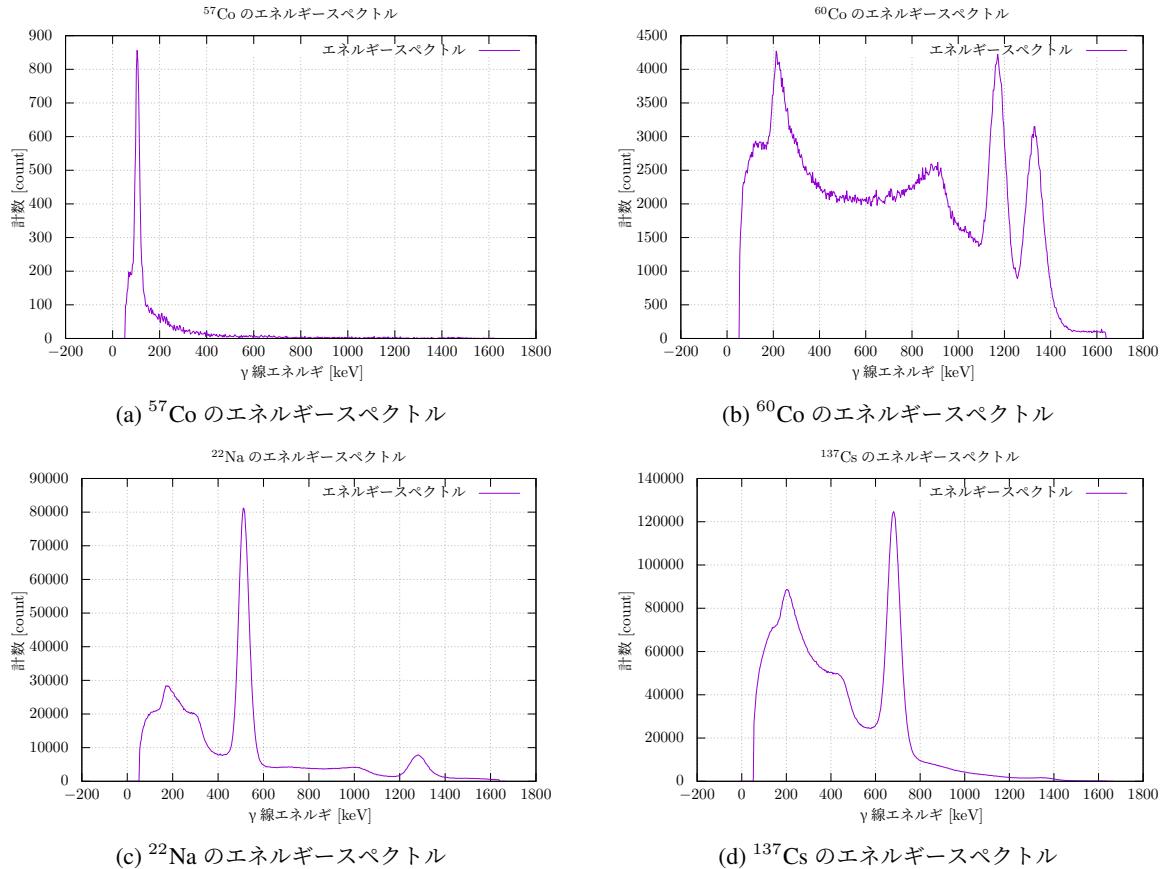


図 4.5: それぞれの線源のエネルギースペクトル

図 4.5 に示したそれぞれの線源の出す放射線の文献値で、コンプトン端や後方散乱ピークを式 2.3, 式 2.4 から計算し、図に書き込んだものを以下の図 4.6 に示した。

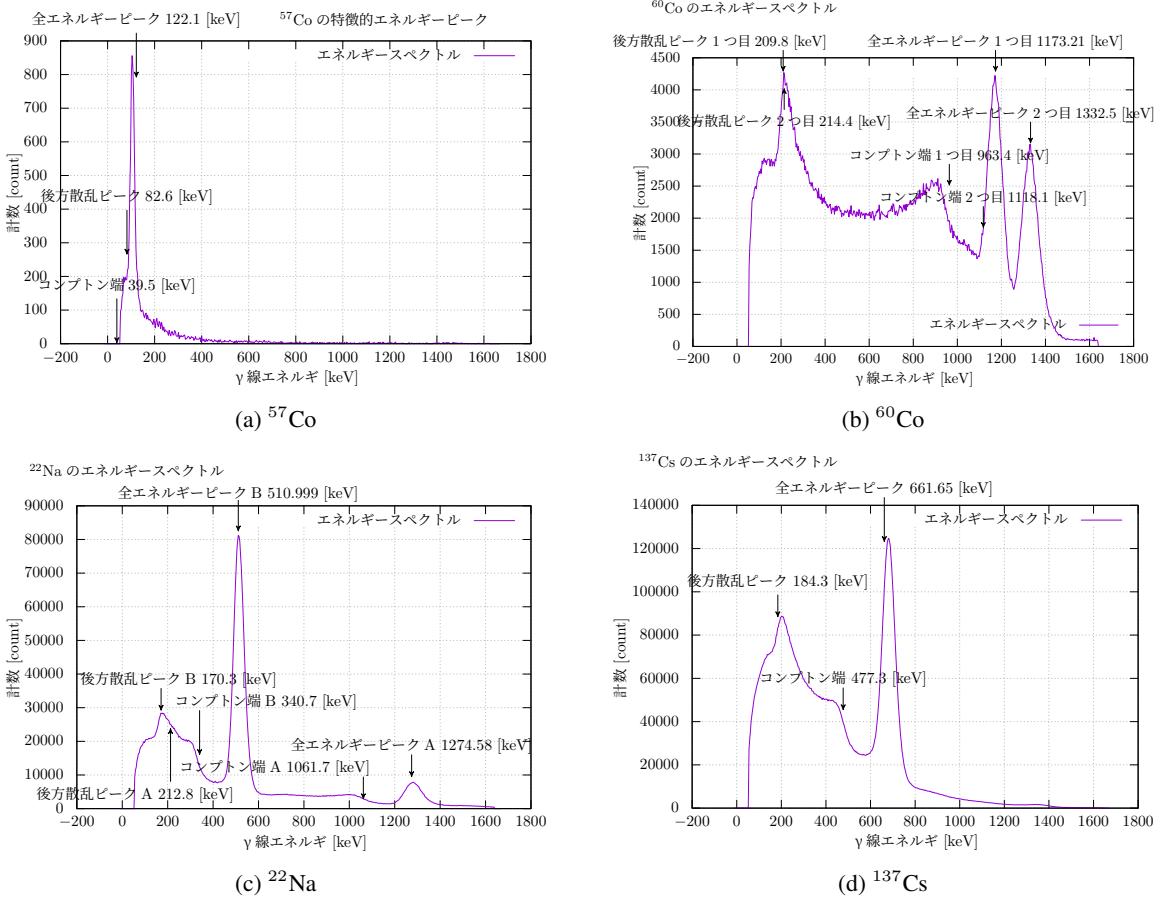


図 4.6: それぞれの線源のエネルギースペクトルの特徴的な構造

図 4.6bにおいて「1つ目」や「2つ目」と記しているのは ^{60}Co の確率が高い2つの全エネルギーピークに名前を付けている。図 4.6cにおいて「A」や「B」と記しているのは、「A」が ^{22}Na の原子核の崩壊の際に放出される γ 線のエネルギーピークから出るコンプトン散乱の構造で、「B」は ^{22}Na の β^+ 崩壊の際に放出される γ 線から出るコンプトン散乱の構造に名前を付けたものである。

次に、上の図 4.6 に矢印で書き込んだ特徴的な構造が、目視にてチャンネルのスペクトルから読み取った値から算出したエネルギーに合致するか確かめる。 ^{137}Cs と ^{22}Na について、図 4.3 や、MCA のチャンネルの度数分布から後方散乱ピークを読み取った。文献値から計算される後方散乱ピークに近いところの度数の一番多い部分を読み取った結果を以下の表??に示す。ただし、 ^{22}Na の γ 線 1274.56 [keV] に対応する後方散乱ピークは他のピークに埋もれて見えなかった。

| γ 線エネルギー (核種) | 後方散乱ピーク [ch] |
|------------------------------------|--------------|
| 661.65 [keV] (^{137}Cs) | 63 |
| 511.00 [keV] (^{22}Na) | 55 |

表 4.3: チャンネルのスペクトルから読み取った後方散乱ピークチャンネル

さらに、コンプトン端をも読み取ることを試みる。コンプトン散乱理論によると、コンプトン端は理想的には崖のようなピークになるはずであるが、検出器のエネルギー分解能によってコンプトン端の先はなだらかな減少を見せるはずである。もう少し具体的には、例えばコンプトン散乱部分とコンプトン端より大きいエネルギー帯が図 4.7a のような階段関数になっているとしよう。この階段関数の構造はコンプトン散乱部分のヒストグラムであるが、理想的な測定器ではない実験室の測定器はエネルギー分解能が有限であり、ヒストグラムは同じ面積を保ったまま正規分布としてばらつく。つまり、図 4.7b のようにヒストグラムのそれぞれが正規分布でばらつくが、コンプトン端より大きいチャンネル部分はもともとの度数がゼロであったために、階段関数のヒストグラムは右側に崩れるようになる。

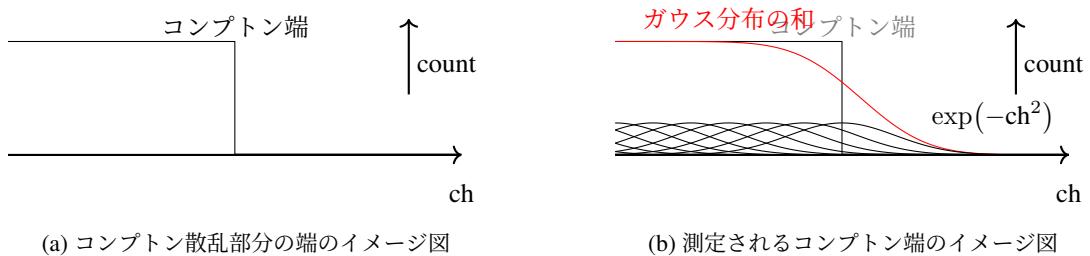


図 4.7: コンプトン散乱

図 4.8 のように、 ^{137}Cs と ^{22}Na のチャンネルのスペクトル見て、コンプトン端を読み取る。^{*3}以下の図 4.8 を読み取った結果を以下の表 4.4 にまとめた。^{*4}

| γ 線エネルギー (核種) | コンプトン端 [ch] |
|------------------------------------|-----------------|
| 661.65 [keV] (^{137}Cs) | 150 ± 6.25 |
| 511.00 [keV] (^{22}Na) | 105.0 ± 5.0 |
| 1274.56 [keV] (^{22}Na) | 325.4 ± 7.9 |

表 4.4: チャンネルのスペクトルから読み取ったコンプトン端

^{*3} 目視でエイヤと決めたため、この範囲にコンプトン端が存在することしか保証できない。しかしながら、表 4.6 に示したように、大幅に外れているということはない。

^{*4} 修正前は「ガウス分布の和のうち、コンプトン端で減少している部分は実質的に等比級数であるので、対数プロットをすれば直線のように見えるだろう。」と書いていたが、それは完全に嘘であった。コンプトン端より右側での度数は $\propto \sum_{k=1}^{\infty} a^{(k^2)}$ であるから、これは等比級数ではない。この離散的な和が区分求積法的に積分に置き換わればそれは誤差関数になる。つまりは、エネルギースペクトルに合わせるなら相補誤差関数 $\text{erfc}(x) = (1 - \text{erf}(x))$ を用いて理論予想したコンプトン端周辺を $\text{count} = \text{amplitude} \times \text{erfc}(x - \text{コンプトン端}) + \text{background}$ 、ただし amplitude とコンプトン端エネルギーと background を変数としてフィッティングするのが理想的だと感じた。

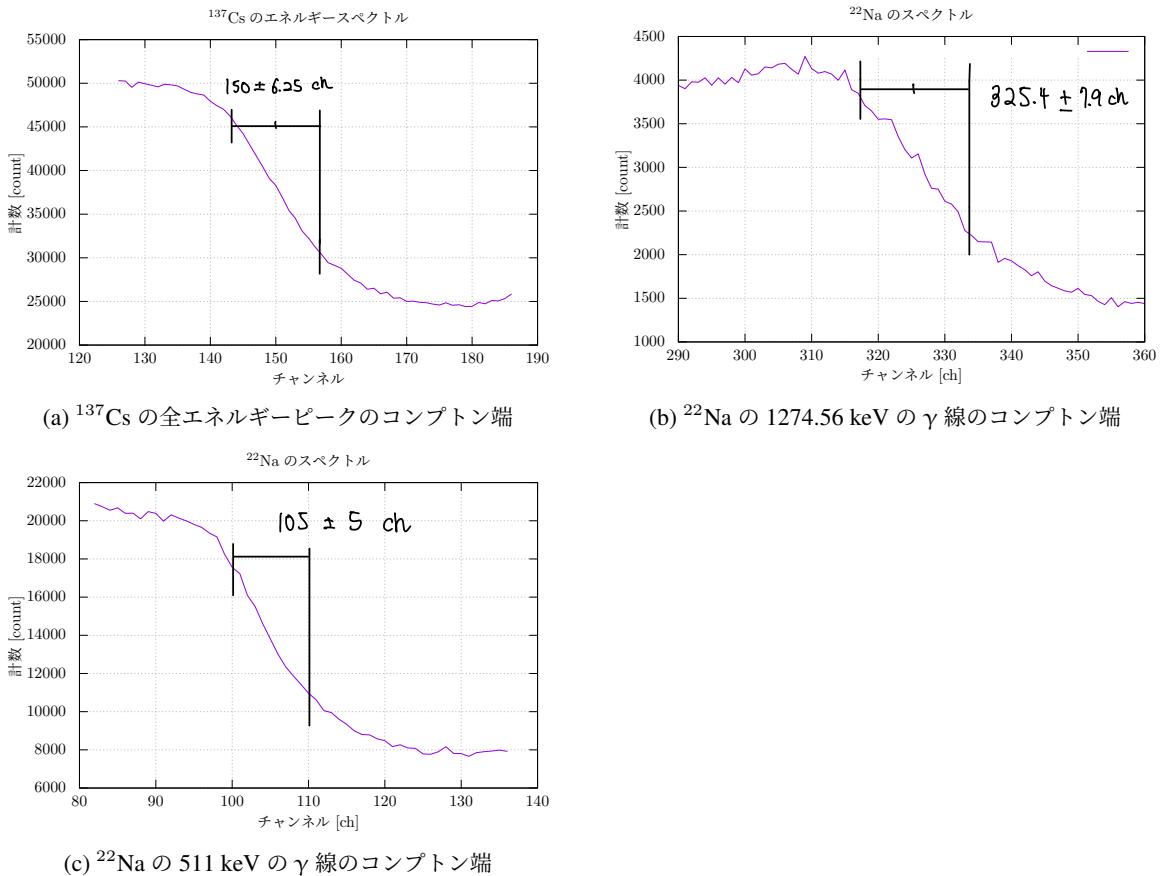


図 4.8: チャンネルのスペクトルから読み取ったコンプトン端

読み取った後方散乱ピークと、コンプトン端のチャンネルを式 4.6 に従ってエネルギーに換算した結果を以下の中表 4.5 と表 4.6 にまとめた。

| 由来となる γ 線エネルギー (核種) | 後方散乱ピーク [keV] | 理論値 [keV] |
|------------------------------------|---------------------|-----------|
| 661.65 [keV] (^{137}Cs) | 217.38 ± 0.0723 | 184.3 |
| 511.00 [keV] (^{22}Na) | 191.12 ± 0.0700 | 170.3 |

表 4.5: チャンネルのスペクトルから読み取った後方散乱ピークエネルギー

| 由来となる γ 線エネルギー (核種) | コンプトン端 [ch] | 理論値 [keV] |
|------------------------------------|-------------------|-----------|
| 661.65 [keV] (^{137}Cs) | 481.7 ± 31.2 | 477.3 |
| 511.00 [keV] (^{22}Na) | 334.0 ± 16.4 | 340.7 |
| 1274.56 [keV] (^{22}Na) | 1057.4 ± 15.4 | 1061.7 |

表 4.6: チャンネルのスペクトルから読み取ったコンプトン端

次に、シンチレーション検出器のエネルギー分解能 R が

$$R \propto 1/\sqrt{E_{\text{peak}}} \quad (4.9)$$

に従うかどうか確かめる。表 4.1 と、エネルギー較正式 4.6 で $1/\sqrt{E}$ と R を計算し、誤差伝播則によりそれぞれの誤差を求めた結果を以下の図 4.9 にまとめた。ただし、FWHM [ch](チャンネル) から FWHM [keV](エネルギー) に変換する際に、式 4.6 の y 切片は用いない。なぜならば、チャンネルの広がりとエネルギーの広がりは比例関係にあるからである。

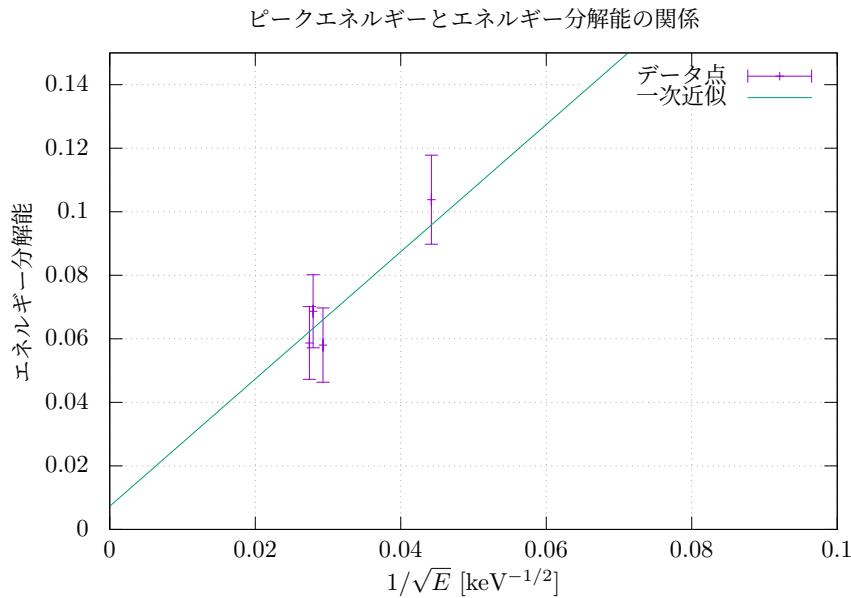


図 4.9: エネルギーとエネルギー分解能の関係

ただし、上の図 4.9において横軸にピークエネルギーの $-1/2$ 乗をとり、縦軸にエネルギー分解能をとった。横軸の誤差はプロットしたものの、図に見えない程小さくなっている。また、図 4.9 中に示した一次近似は y 切片をゼロにしておらず、その式は横軸の値 x 、縦軸の値 y に対して

$$y = 2.0027x + 0.0073 \quad (4.10)$$

であった。切片をゼロに限定した一次近似は $y = 2.1235x$ であった。

図 4.9 を見ると一次近似がほぼ誤差の範囲に入っていることから、妥当な近似であると考えた。

4.3 エネルギー選別と時間スペクトルの測定

この同時計測実験では、互いに 180° の角をなす 2 つの 511 keV の γ 線を同時に観測する。その準備として、 511 keV の γ 線を選別し、同時に 2 つの γ 線が観測されることを課す。まずは、SCA(Single Channel Analyser) を用いて 511 keV の γ 線が測定されたときだけパルス信号を出力する回路を調整しよう。

4.3.1 実験

以下の図 4.10 のように回路を組んだ。詳細は

- 高電圧供給器の電圧は他の実験と同じく 800 V で一貫している。
- SCA の Delay つまみは 0 に設定した。
- 図 4.10 の MCA に INPUT と GATE を接続する前に二つをオシロスコープに接続し、遅延増幅器からのパルスと SCA の論理パルスの時間差がおよそ $0.5 \mu\text{s}$ (SCA のほうが遅い) になるように遅延増幅器の遅延を調整してから図 4.10 の通りに回路を組んだ。
- 図 4.10 のシンチレーターと SCA はそれぞれ実験室に 2 つあるので、使うシンチレーターによって使う SCA を分けている。

の通りにした。このセットアップのもと、大きいサイズのシンチレーターと小さいサイズのシンチレータについて 511 keV の γ 線が観測されたときだけパルスを出力するように SCA の Upper Limit と Lower Limit を調整する。

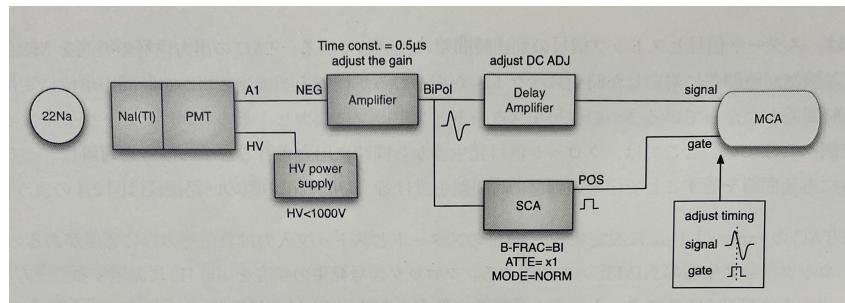


図 4.10: SCA 調整時の回路接続図 (テキスト P32 図 2.5)

4.3.2 結果

まずは大きいサイズのシンチレータについて、SCA の調整を行う前の MCA のチャンネルのスペクトルは以下の図 4.11 の通りであった。

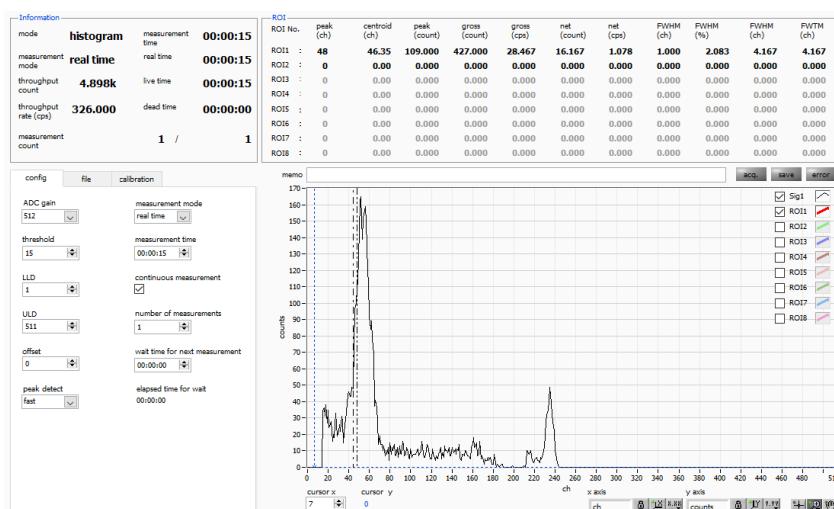


図 4.11: 調整前のスペクトル (シンチレータ (大))

次に SCA の Upper Limit を、3.7、Lower limit を 3 とすると、以下の図 4.12 のように 511 keV のピーカだけを選別できた。

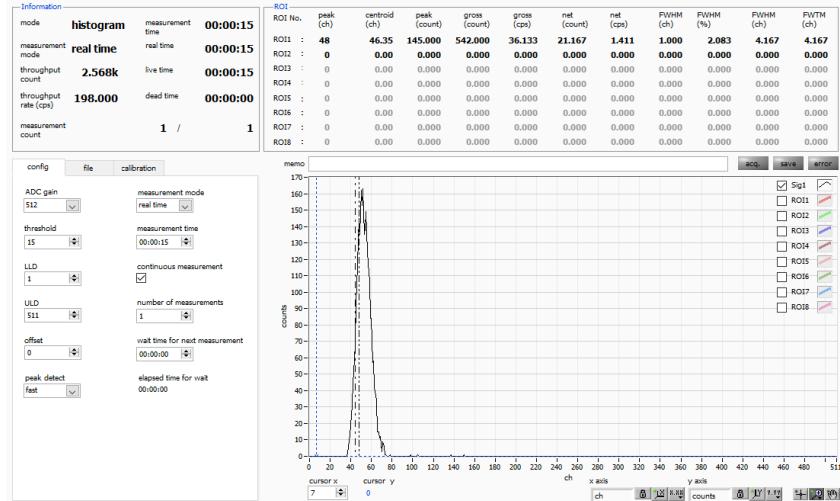


図 4.12: 調整後のスペクトル(シンチレータ(大))

同じように小さいサイズのシンチレータについても SCA で 511 keV の γ 線にだけ感度を持つように調整した結果が以下の図 4.13 である。Upper Limit は 6.40、Lower Limit は 14.30 としているが、こちらに関しては故障で、調整ノブの示す値と実際の SCA の動作がズれていて、この値に物理的な意味はない。

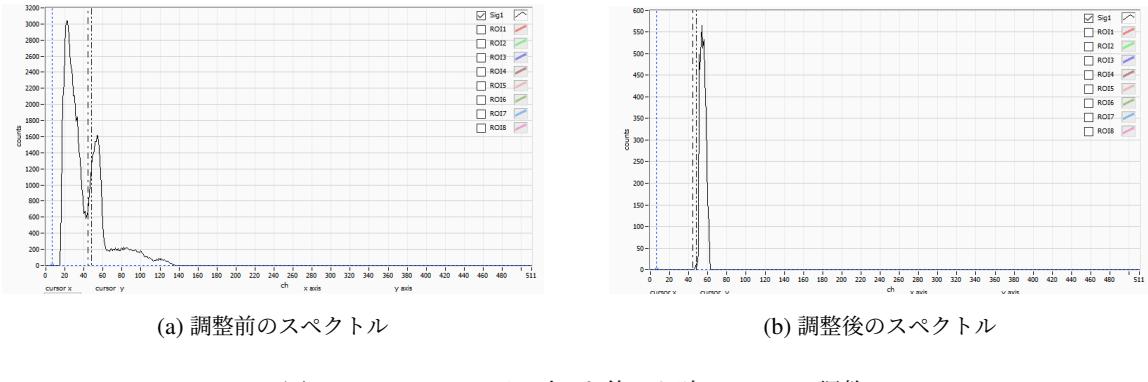


図 4.13: シンチレータ(小)を使った時の SCA の調整

さて、次に 2 つのシンチレーション検出器で 511 keV の γ 線が観測される事象の同時性を確認するために、TAC 回路 (Time to Amplitude Converter) の時間較正を行う。

4.3.3 実験

以下の図 4.14 のように回路を接続し、遅延回路の遅延を変えたときの MCA のピークチャンネルと遅延時間の関係をつかむ。

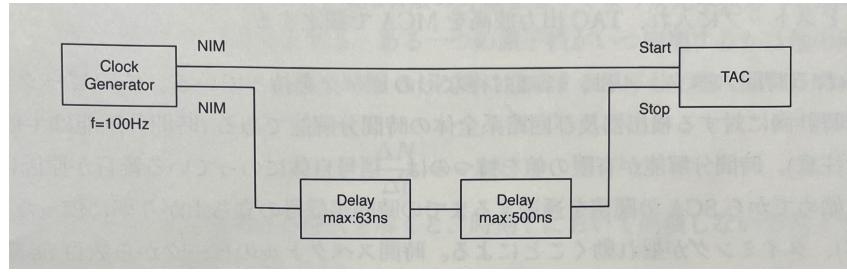


図 4.14: TAC 時間較正の回路接続図 (テキスト P31 図 2.4)

ただし、TAC の Range を 100 ns、Multiplier を 10 に設定した。

4.3.4 結果

得られた結果を以下の表 4.7 にまとめる。表のピークチャンネルは全て誤差 1 ch 以内である。なぜならば、以下の図 4.15 の通りにピークに隣接したチャンネルでは計数が 0 であるからである。

| 遅延時間 [ns] | MCA のピークチャンネル [ch] |
|-----------|--------------------|
| 15 | 4 |
| 31 | 12 |
| 63 | 28 |
| 231 | 116 |

表 4.7: 遅延時間と TAC の出力のピークチャンネル

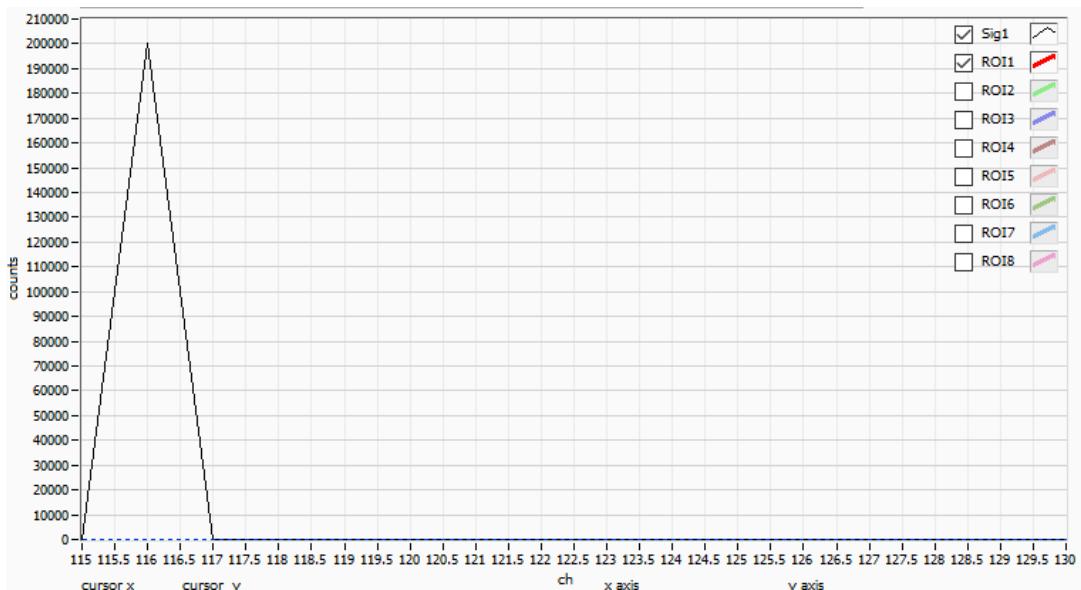


図 4.15: 200 + 31 ns のときの TAC の出力のスペクトル (ピーク付近拡大図)

さらに、図 4.15 で見られるような TAC 自身の分解能の良さから、遅延回路が入力されたパルスを毎回正確

に同じだけ遅延させることができていることも読み取れる。

用いた遅延回路のうち、0 ~ 63 ns の可変な遅延回路については遅延を 0 ns にしたときも 2.09 ns ほどの遅延が存在することが図 3.16 などから分かっているため、それを補正するために表 4.7 の遅延時間に加えて、真の遅延時間と MCA のピークチャンネルの間の関係を最小二乗法にて求めると、ピークチャンネルを x 、遅延時間を y としたときに $y = 1.924x + 10.126$ となった。

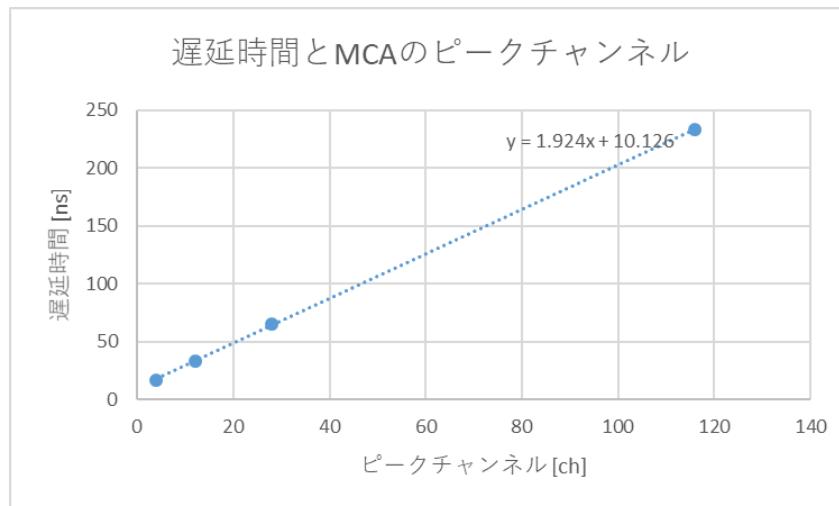


図 4.16: 遅延時間と MCA のピークチャンネル

それでは次に ^{22}Na の β^+ 崩壊の陽電子による電子・陽電子対消滅を実際に観測する。

4.3.5 実験

以下の図 4.17 のように回路を接続し MCA のスペクトルを観察した。図中の線源と検出器の位置関係について、2 つの検出器と、線源 ^{22}Na の高さを同じにし、コイン状のケースに封入された線源はコインの面がそれぞれの検出器に向くように設置した。線源の中心とそれぞれの検出器までの距離は 10 cm としている。ただし、それぞれの検出器にはシンチレーター部分を覆うカバーがあり、検出器 (小) については 39.5 mm、検出器 (大) については 9.3 mm だけ奥まった場所に NaI 結晶がある。

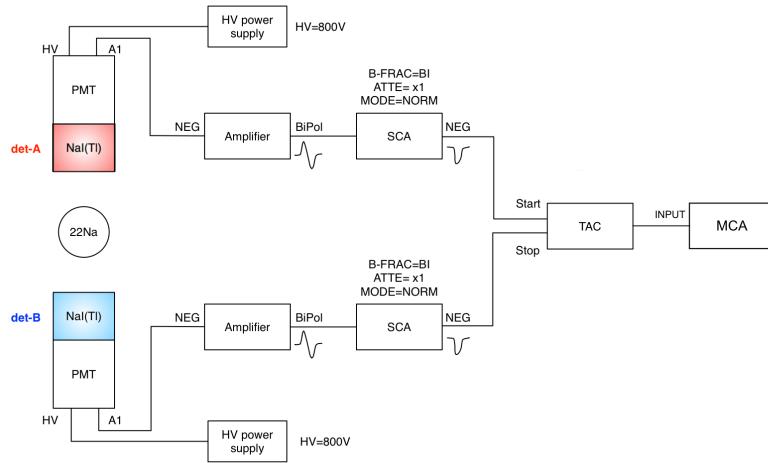


図 4.17: 同時計測を行うときの回路接続 (講義資料より引用)

この回路の中で用いたケーブルの中で、時間差の要因となりうる部分はそれぞれの検出器から TAC の入力までのケーブルであるから、それらについても記しておく。検出器(大)から TAC までのケーブル長は 330 cm であり、検出器(小)から TAC までは 430 cm である。

4.3.6 結果

3 分間、同時計測を行った結果を以下の図 4.18 に示す。

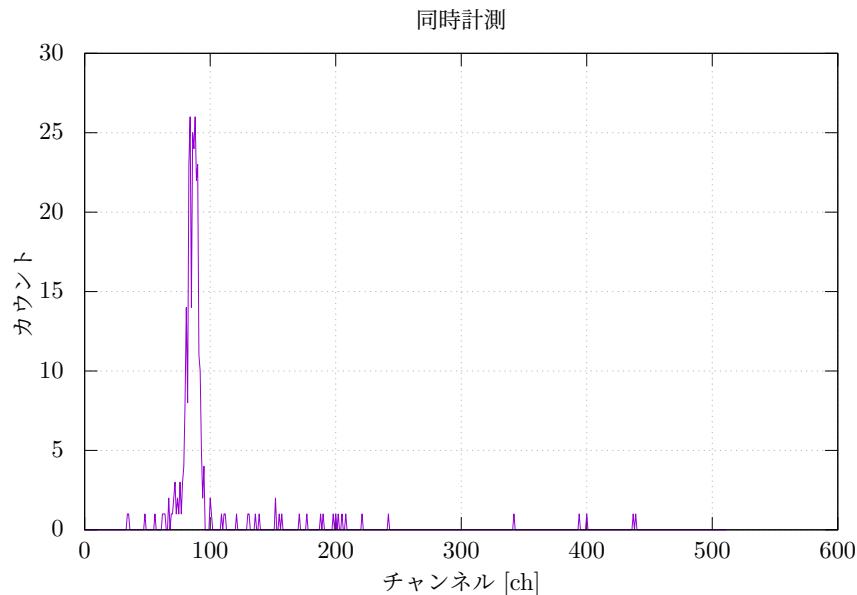


図 4.18: MCA のスペクトル

MCA の解析ソフトで図 4.18 に見られるピークを正規分布フィッティングした結果を以下の表 4.8 にまとめた。

| centroid[ch] | net(count) | FWHM |
|--------------|------------|--------|
| 86.4 | 178.765 | 14.948 |

表 4.8: 正規分布フィッティングのデータ

4.3.7 考察

4.3.4 で遅延時間と TAC から出力される信号の MCA による分析のチャンネルの関係は $y = 1.924x + 10.126$ であったから、図 4.18 のチャンネルを書き換えると、以下の図 4.19 を得る。

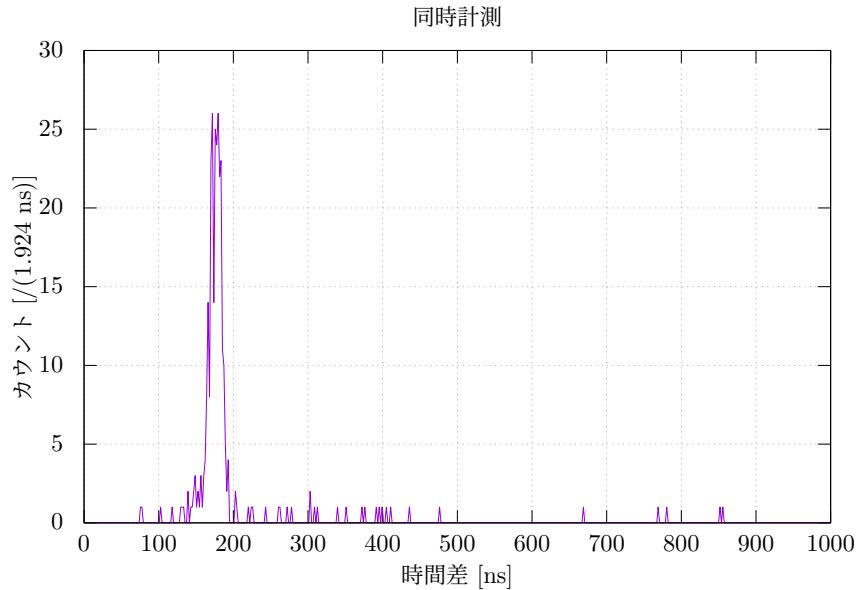


図 4.19: TAC に入力された時間差

表 4.8 と較正式 $y = 1.924x + 10.126$ より、図 4.19 のピークの中心 μ は

$$\mu = 86.4 \times 1.924 + 10.126 \quad (4.11)$$

$$= 176.3 \text{ ns} \quad (4.12)$$

であり⁵、電子・陽電子対消滅において放出される γ 線がまったくの同時ならば、理想的な実験において図 4.19 のピークは幅を持たないはずであるが、シンチレーターやアンプの時間分解能の不定性等によりピークが幅を持ってしまっている。図 4.19 の時間分解能は表 4.8 と較正式 $y = 1.924x + 10.126$ より、時間分解能 R は

$$R = 14.948 \times 1.924 \quad (4.13)$$

$$= 28.76 \text{ ns} \quad (4.14)$$

であると決定した。図 4.15 などから読み取れる TAC の分解能の良さから、今求めた時間分解能は TAC や遅延回路以外の要因によるものであることが判断でき、3.4.3 で考察したようなシンチレーターと増幅器の立ち

⁵ デカすぎるのではないかと思った。

上がり時間の大きさと、シンチレーターのエネルギー分解能のボトルネックによりこの時間分解能になっていると考えた。⁶

4.4 角度分布の測定

この実験では2つのシンチレーション検出器を互いに線源をはさんで正面を向けて設置しているが、いま分かったことは「 180° の角度をなす同じエネルギーの γ 線が同時に検出されている」ことである。 180° 以外の角度で 511 keV の γ 線が同時に観測されることはないとはこの時点では言い切れない。そのため、2つの検出器のなす角を変化させて 180° 以外の計数を測定する。

ただし、実験で用いた検出器はある大きさを持つ NaI 結晶に γ 線が入射したときのシンチレーションを感じ取るため、厳密には 180° 以外のなす角の時も同時計数が起こりうる。この実験の構成要素の大きさは以下の図 4.20 の通りである。

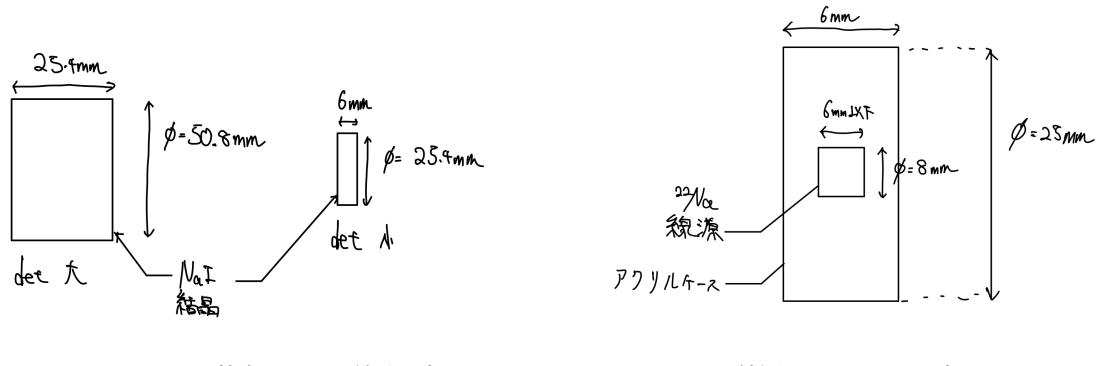


図 4.20: 実験装置の構成要素の大きさ

どんな角度で同時計数される/されないのか考察を行う。簡単のために線源を点として考える。検出器(大)と検出器(小)の両方に γ 線が入射する必要があるが、(小)に入射したときに、その飛跡(直線)を延長すれば(大)の方に(小)の面が投影できる。つまり以下の図 4.21a の x, z 軸が机の面だとして、 z 軸に平行に線源と検出器(大)を設置したときの机面上で z 軸と、線源と検出器(小)を結ぶ半直線のなす角を θ としたときに図の通りに検出器(大)に検出器(小)の投影面ができるということである。しかし、 θ がある程度の大きさを持つときには検出器(小)の投影面の一部が検出器(大)と被らないことが予想できる。この時は計数が小さくなるはずであり、計数は下の図 4.21b の水色で示した cross section の立体角の大きさに比例すると考える。

⁶ ならばもっとエネルギー分解能のいい例えばゲルマニウム検出器を使ったり、もっと高性能な増幅器を使えばさらに時間分解能を向上させることができるだろうと考えた。

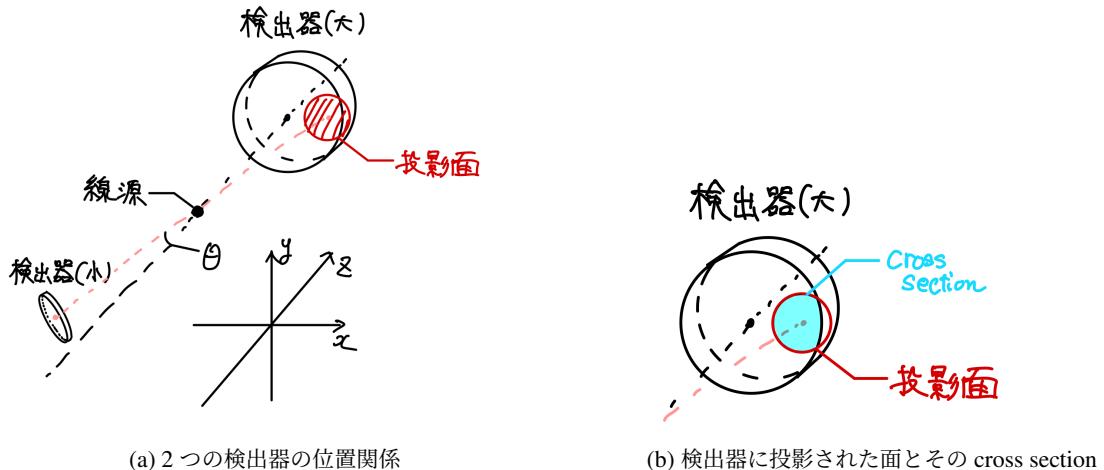


図 4.21: 2つの検出器に入射する γ 線とその角度

2つの検出器のなす角 θ と cross section の立体角の大きさとの関係を調べる。計算の簡単のために2つの円の cross section を考えるのではなく、検出器の面を円ではなくその直径と同じ長さの辺を持つ正方形であると近似する。点であるとした線源からそれぞれの検出器の NaI 結晶までの距離を d_1 (検出器 (大) まで) と d_2 (検出器 (小) まで) とし、検出器 (小) の面の中心と線源を結んだ直線が検出器 (大) と交わる点と、検出器 (大) の中心の間の距離を l_1 としたとき、

$$l_1 = d_1 \tan \theta \quad (4.15)$$

である。cross section の立体角の大きさを Ω とする。検出器 (小) の直径を a とすると、図 4.20a に示したように $a = 25.4$ mm であり、検出器 (小) の直径は $2a = 50.8$ mm であり、検出器 (大) に投影される面の直径は图形的な相似から $\frac{d_1}{d_2}a$ であるので、 θ をゼロから大きくしていくときに投影面が検出器 (大) と一部被らなくなる (cross section) が小さくなるのは

$$l_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2} a \right) = a \quad (4.16)$$

$$\Leftrightarrow d_1 \tan \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2} a \right) = a \\ \Leftrightarrow \theta_1 \equiv \theta \quad (4.17)$$

$$= \tan^{-1} \left(\left(1 - \frac{d_1}{2d_2} \right) \frac{a}{d_1} \right) \quad (4.18)$$

のときであり、 $0 \leq \theta \leq \theta_1$ のとき、

$$\Omega \propto_A \left(\frac{d_1}{d_2} a \right)^2 \quad (4.19)$$

である。ただしここで \propto_A と書いたのは、 Ω との比例係数をこれ以降一貫して考えることを意図している。 $\theta = \theta_1$ のときの l_1 を L と置いておく。 $(\leftarrow L = (1 - \frac{d_1}{2d_2})a)$ それ以降は cross section の立体角の大きさが小

さくなる。cross section が存在する限界の θ を θ_2 と置くと、 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ のとき、

$$\Omega \propto_A \left(\frac{d_1}{d_2} a \right) \left(\frac{d_1}{d_2} a - (d_1 \tan \theta - L) \right) \quad (4.20)$$

である。完全に cross section が 0 になるのは、 $\theta = \theta_2$ で

$$d_1 \tan \theta_2 = a + \frac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2} a \right) \quad (4.21)$$

のときである。 θ_2 について、

$$\theta_2 = \text{Tan}^{-1} \left(\left(1 + \frac{d_1}{2d_2} \right) \frac{a}{d_1} \right) \quad (4.22)$$

つまりは

$$\Omega \propto_A \begin{cases} \left(\frac{d_1}{d_2} a \right)^2 & (0 \leq \theta \leq \theta_1) \\ \left(\frac{d_1}{d_2} a \right) \left(\frac{d_1}{d_2} a - (d_1 \tan \theta - L) \right) & (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) \\ 0 & (\theta_2 \leq \theta) \end{cases} \quad (4.23)$$

ということである。実際の数値を入れて計算すると、 $\theta_1 = 8.0^\circ$ 、 $\theta_2 = 17.9^\circ$ であった。したがって、 $\Omega(\propto \text{計数})$ は以下の図 4.22 のようになるであろう。

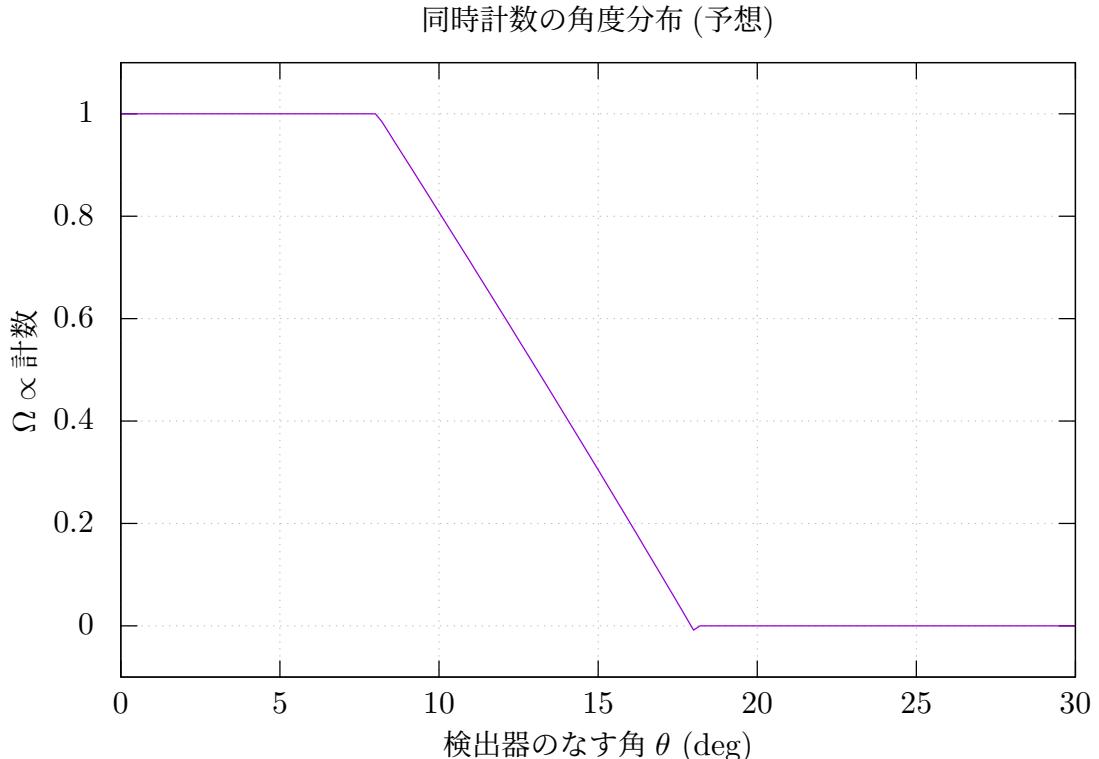


図 4.22: 計数の角度分布 (予想)

$\theta_2 - \theta_1$ が同時に同じエネルギーを持って放出される 2 つの γ 線のなす角度の測定の誤差に相当する。式 4.23において、もし $\theta_1 = \theta_2$ ならば、cross section の立体角 (計数に比例) は階段関数になる。つまりは、 θ_1, θ_2

を与える式 4.18, 4.22 より、線源と検出器(小)の距離を大きくすればするほど 2 つの γ 線のなす角の測定の誤差を小さくできる。(!!!)⁷

このような予想のもと、以下の実験を行った。

4.4.1 実験

図 4.17において、線源と検出器(大)を固定したまま、検出器(小)の角度を変化させたときの同時計数ピーク面積の違いを観察した。

- ・線源と検出器の距離が変わらないように角度を変化させた
- ・分度器で角度を図るのではなく、大きな方眼紙を使って三角比にて角度を設定した。(←少しでも角度の精度を良くした)
- ・ $\theta = 0, 7.5, 15, 22.5, 30 [^\circ]$ と変化させ、3 分間測定した。
- ・上の操作を 3 回繰り返した。

4.4.2 結果

得られたデータを以下の図 4.23 に示す。

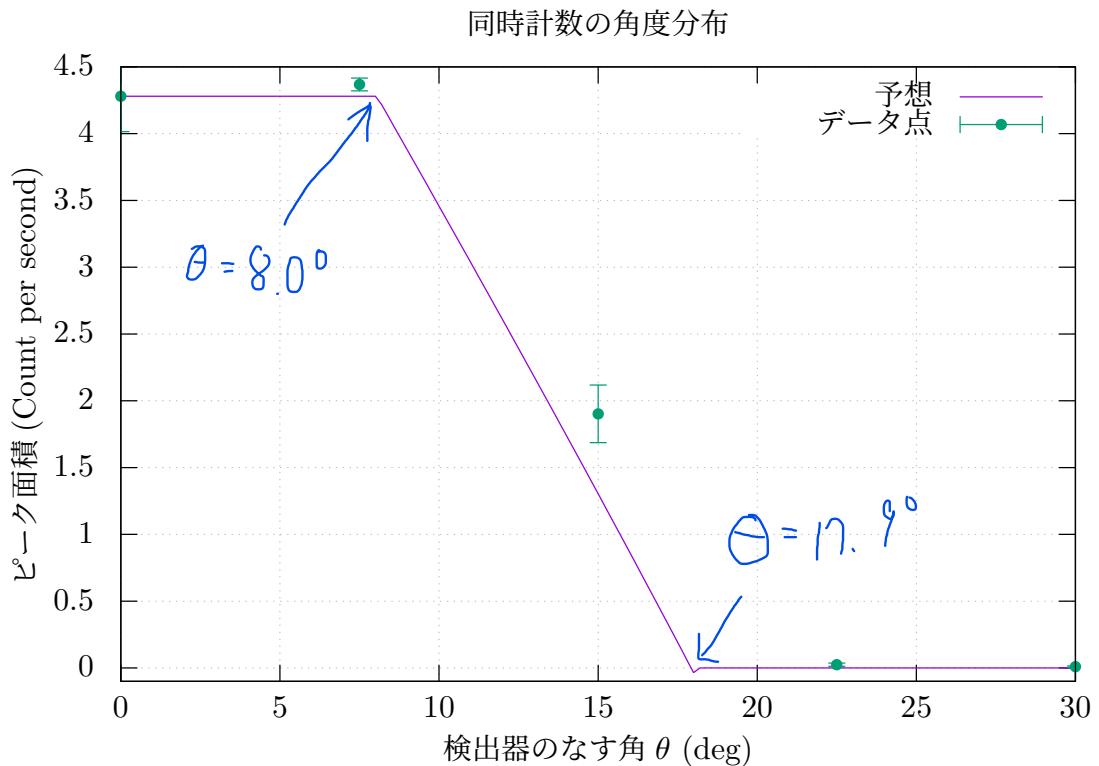


図 4.23: 同時計数の角度分布

上の図 4.23においてデータ点はそれぞれの角度にて測定を 3 回繰り返した平均、その誤差棒を示している。

⁷ ここの考察はうまくできた気がするのでアピールポイントです。

さらに「予想」の曲線は図 4.22 の 0° のデータの値だけを実際の測定に合わせたものである。

4.4.3 考察

図 4.23 を見ると、たしかに 7.5° の次の点 (15°) でピーク面積が小さくなっている。その大きさについては誤差の範囲内では正確に予想できていない。この原因として考えられることは、検出器の形が実際には円形であるものを正方形で近似したことや、線源を実際は大きさのあるものを点であると近似したことである。さらには、検出器の角度を変える幅が 7.5° であるから、あまりに大まかにとってしまったことは予想曲線との比較を難しくさせている。^{*8}

図 4.23において 7.5° では計数があり、 22.5° では計数がないことから、(線源から同時に 2 つの同じエネルギーの) γ 線が粗くとも $22.5 - 7.5 = 15^\circ$ 以内のなす角で放出されていることが分かった。

さて、上の実験では線源と 2 つの検出器の間の距離をそれぞれ 10 cm としていたが、次に検出器(小)を線源から 15 cm 離して同様の実験を行い、検出器の距離による依存性を確かめる。

4.4.4 実験

4.4.1 における線源と検出器(小)との距離を 15 cm として、同じ操作を行った。ただし、検出器の距離 d_2 が変わったので、それに応じて $\theta_1 = 9.4^\circ$ 、 $\theta_2 = 16.7^\circ$ となっている。

4.4.5 結果

得られたデータを図 4.23 と同じ要領で、以下の図 4.24 に示す。

^{*8} 準備不足が原因だ...

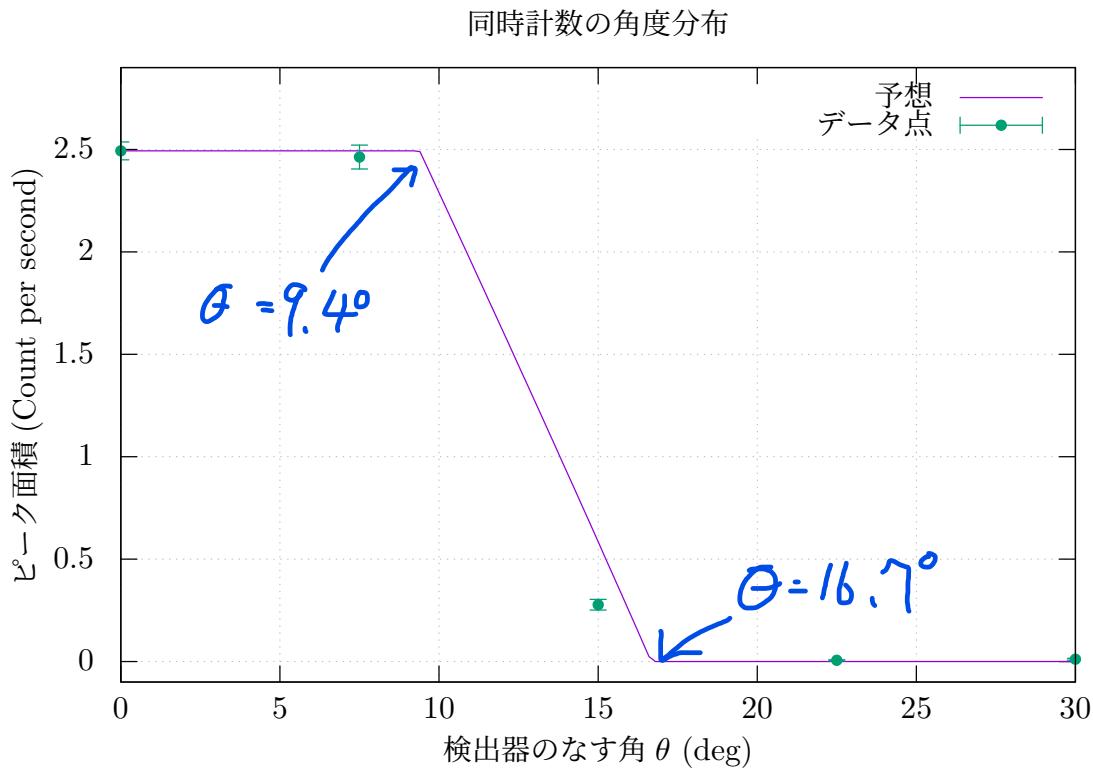


図 4.24: 同時計数の角度分布

4.4.6 考察

図 4.24 を見ると図 4.23 と同じく誤差の範囲で正確に予想できていないことが分かる。しかしながら、図 4.23 より図 4.24 の方が角度変化に対して急峻にピーク面積が小さくなっているように見える^{*9}ことから、検出器の距離を変えて測定したデータの相互の関係は、(i)10 cm のとき $\theta_1 = 8.0^\circ, \theta_2 = 17.9^\circ$ 、(i)15 cm のとき $\theta_1 = 9.4^\circ, \theta_2 = 16.7^\circ$ と相違ないように見える。つまりは、式 4.18, 4.22 の増減は検出器(小)の距離の増減と相違なく正しいことが予想できる。つまりは、15 cm 離したときの $\theta_2 - \theta_1 = 16.7 - 9.4 = 7.3^\circ$ の誤差以内の角度をなす 2 つの γ 線が観測されていることがわかった。

この章での実験結果をまとめると、511 keV のエネルギーを持つ 2 つの γ 線が互いに反対方向になす角 7.3° 以内で時間差 28.76 ns 以内で図 4.19 の通りに他の時間差を持つ γ 線より十分に多く観測され、たしかに同時計測実験にて電子・陽電子対消滅の事象を観測できたと言える。

5 実験 2 –原子核準位の寿命測定

この実験では TAC 回路を用いて ^{57}Fe の第一励起準位の寿命測定を行う。

^{*9} (データ点が足りないため、心の目で観た。)

5.1 測定原理

5.1.1 原子核の崩壊

不安定な原子核は単位時間あたりにある確率で崩壊してより安定な原子核へと変わる。その崩壊は他の原子核の崩壊とは独立であり、その原子核の経歷によらない確率的な事象であるとすれば、あるとき N 個の原子核が崩壊せずに残っているなら、微小時間 Δt の間に崩壊する原子核の個数 ΔN は N に比例し、

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N \quad (5.1)$$

が成り立つ。この λ は崩壊定数と呼ばれる。この微分方程式を解けば、時刻 t において崩壊せずに残っている原子核の個数 $N(t)$ は $t = 0$ のときの原子核の個数 N_0 で

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (5.2)$$

と書ける。崩壊定数の逆数 $1/\lambda$ は寿命 τ と呼ばれる。原子核の崩壊の速さを表すためによく使われる半減期 $T_{1/2}$ は

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (5.3)$$

という関係に従う。

本実験では原子核が崩壊 (i) して、とある準位になって (時刻 $t = 0$ とする) から次の準位に崩壊 (ii) する (時刻 $t = t$ とする) までにかかった時間の度数分布を測定するのだが、それは $-N(t)$ の t 微分に相当する。なぜならばその度数はある時刻 $t \sim t + dt$ において崩壊 (ii) した原子核の個数に相当し、それはまさに時刻 t 経ったあとに崩壊 (ii) せずに残っている原子核の個数の時間変化 $\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)$ であるからである。

5.1.2 ^{57}Co の崩壊

^{57}Co は不安定な原子核であり、271 日の半減期で電子捕獲によって ^{57}Fe の励起準位へと崩壊する。99.82 % は ^{57}Fe の $J^\pi = 5/2^-$ の状態 (第二励起準位) へと崩壊し、そのうち 11 % が ^{57}Fe の基底状態 $J^\pi = 1/2^-$ へと崩壊し、残りの 89 % が ^{57}Fe の第一励起状態 $J^\pi = 3/2^-$ を経由してから、基底状態へと崩壊する。それぞれの状態のエネルギーは以下の表 5.1 に示した。

| Spin Parity J^π | Energy [keV] |
|---------------------|--------------|
| $5/2^-$ | 136.471 |
| $3/2^-$ | 14.4125 |
| $1/2^-$ (g.s.) | g.s. |

表 5.1: ^{57}Fe の励起準位の一部とそのエネルギー

この実験では ^{57}Fe の $J^\pi = 3/2^-$ から基底状態への崩壊の寿命を測定する。

5.2 実験

^{57}Co が第一励起状態になってから基底状態へ遷移する時間を測定する。ストップウォッチを使うように、第二励起準位 ($J^\pi = 5/2^-$) から第一励起準位 ($J^\pi = 3/2^-$) へ遷移するときに放出される 122.1 keV の γ 線を

観測した時刻を t_1 、第一励起準位から基底状態 ($J^\pi = 1/2^-$) へ遷移するときに放出される 14.4 keV の γ 線を観測した時刻を t_2 としたとき、第一励起準位に居た時間 ΔT は $\Delta T = t_2 - t_1$ であり、これは TAC を使えば測定できる。TAC の時間較正を行ったのちに、以下のように実験操作を行った。

図 4.17 の線源を ^{22}Na から ^{57}Co に替え、2 つの SCA の後ろに遅延回路を追加した回路、具体的には以下の図 5.1 のように回路を接続し SCA にて検出器(大)で 122.1 keV と検出器(小)で 14.4 keV の γ 線にだけ感度を持つように調整したのちに、MCA のチャンネルを解析した。ただし図中の 2 つの遅延回路の遅延時間数は 0 ns と 300 ns としている。

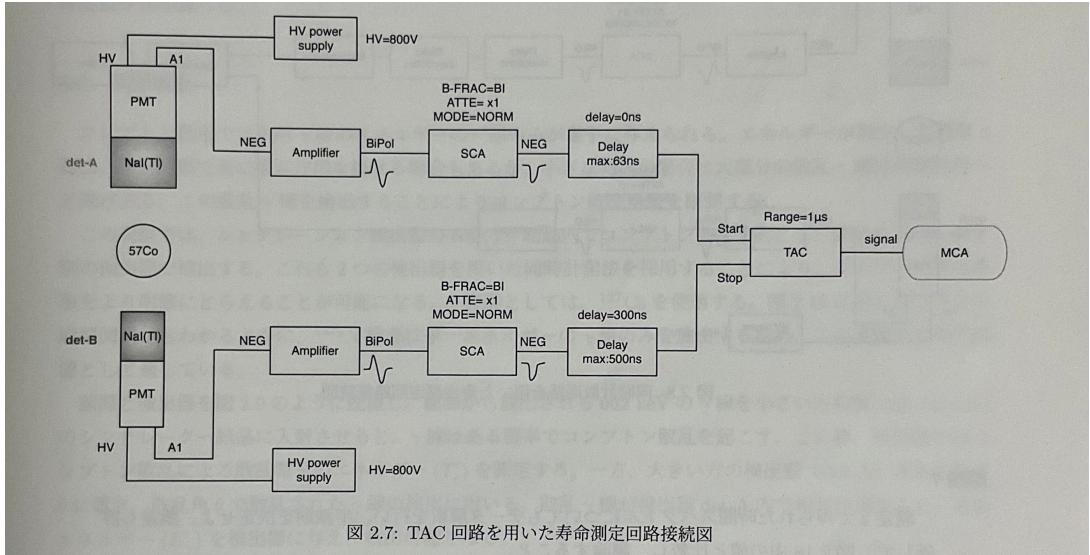


図 5.1: 寿命測定時の回路接続図 (テキスト P35 図 2.7 より引用)

ただし、実験するために許された時間内でなるべくたくさんの計数を得るために、図 5.1 の 2 つの検出器をぴったり合わせて正対させ、線源は灰色の Be 窓が検出器(小)を向くように検出器(小)のフードの中に設置した。図中の TAC への入力に用いたケーブルの長さの差は 200 cm であり、検出器(小)の側のほうが長かった。つまり、ケーブル長の差による遅延が $200/19.7 = 10.2$ ns だけ存在することになる。

5.3 結果

5.3.1 TAC の時間較正

TAC の Range を .05、Multiplier を 10 に設定した。3.3.3 で考察したように、0 ~ 63 [ns] の可変の遅延回路には遅延を 0 ns に設定したときにも 2.09 ns ほどの遅延が存在することを考慮しつつ最小二乗法にて時間較正を行うと、MCA のチャンネルを x 、TAC の入力の時間差を y [ns] としたときに、

$$y = 2x + 9.09 \quad (5.4)$$

となった。

5.3.2 崩壊の時間測定

TAC に入力された時間差のスペクトルは以下の図 5.2 のようになった。

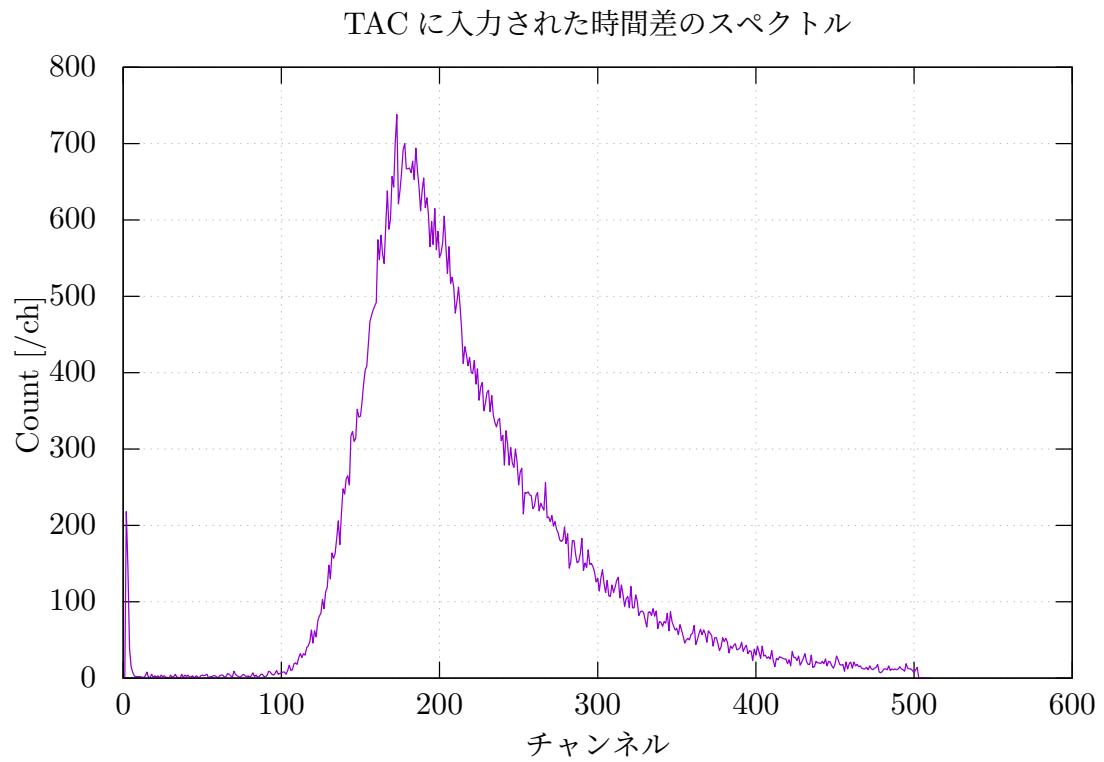


図 5.2: TAC に入力された時間差のスペクトル

較正式 5.4 と、ケーブル長の差による遅延 10.2 ns にてチャンネルを時間差に換算すれば以下の図 5.3 の通りになった。

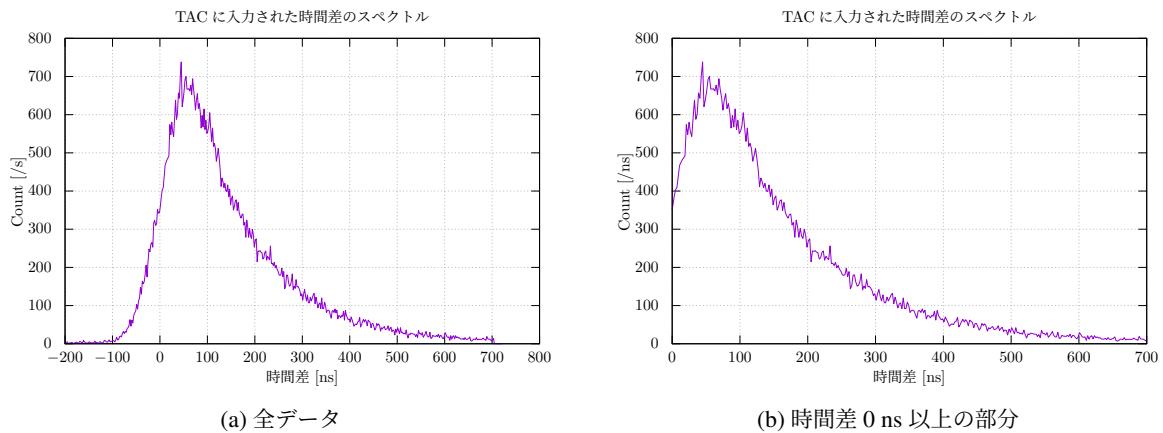
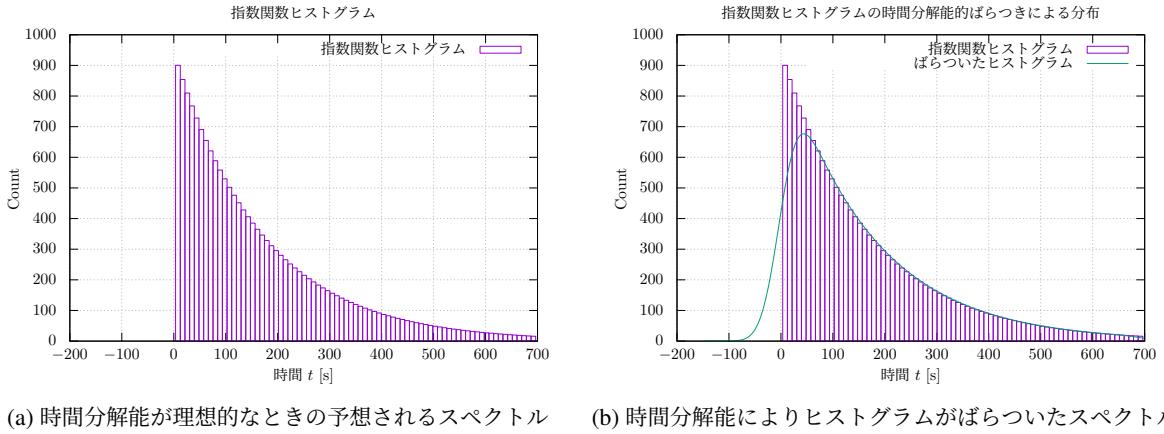


図 5.3: TAC に入力された時間差のスペクトル

5.4 考察

図 5.3 を見ると、5.1.1 で予想した $t = 0$ から指数関数でカウントが小さくなるスペクトルのようには見えない。時間差が負（崩壊 i より崩壊 ii の方が先に起こっている。）であるようなありえないデータも含まれている。これは 4.3.7 で考察したように時間差測定の時間分解能が存在しているためであると考えられる。本来ならば以下の図 5.4a のように指数関数的なヒストグラムであるはずが、それぞれのヒストグラムの棒が同じ体積を保ったまま正規分布ではらついて図 5.4b のように $t = 0$ の崖が丸められているのだと思った。（図 4.7 と原理が同じ）図 5.4b のばらついたヒストグラムは確かに実験データを再現しているように見える。



(a) 時間分解能が理想的なときの予想されるスペクトル (b) 時間分解能によりヒストグラムがばらついたスペクトル

図 5.4: ヒストグラムのばらつき

実際に時間差 t に対してカウント $C(t)$ が

$$C(t) = -\frac{dN(t)}{dt} \quad (5.5)$$

$$= N_0 \lambda e^{-\lambda t} \quad (5.6)$$

のようなヒストグラムのそれぞれの棒 ($t = t^*$) を同じ体積を持ち、平均が t^* 、標準偏差が時間分解能 R を持つような正規分布

$$f(t) = \left(N_0 \lambda e^{-\lambda t^*} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi R^2}} \exp \left(-\frac{(t - t^*)^2}{2R^2} \right) \quad (5.7)$$

ではらついたときに R を前の実験で 511 keV の γ 線に対して求めた $R = 28.76$ 、 λ を適当に $\lambda = 0.0059$ にして実験データと重ねると以下の図 5.5 のように上の予想が正しいことが確認できた。

TAC に入力された時間差のスペクトルと理論予想

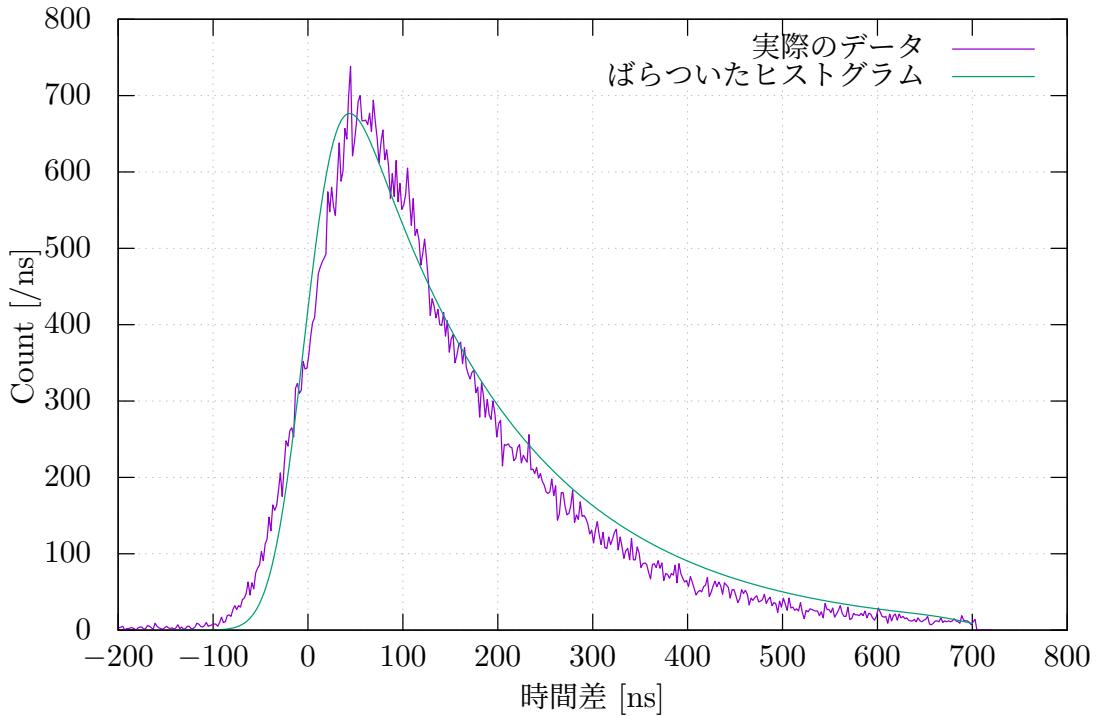


図 5.5

ここからさらに入を変数にエクセルのソルバーで図 5.5 の誤差二乗和を最小にしても良いかもしれないが、ここでは図 5.4b の時間差 t が大きい部分においてばらついたヒストグラムと指数関数ヒストグラムがほぼ同じであることに着目する。つまり、 $t \sim 0$ ではばらついて寿命の情報が失われているが、 t がある程度大きい場所ではもとの指数関数の情報が保存されており、 t がある程度大きければカウント $C(t)$ は式 5.6 で表されるはずであるから、 t がある程度大きい場所では対数グラフの傾きに入が現れる。実際に得られたデータを対数グラフにすると、以下の図 5.6 のようになり、目視で直線のように見える部分 $t = 100 \sim 400$ の部分の傾きを求めるとき、 $\lambda = 0.0072 \pm 0.0001 \text{ ns}^{-1}$ であると決定できた。寿命 τ については $\tau = 1/\lambda = 138.9 \pm 0.01 \text{ ns}$ であり、半減期 $T_{1/2}$ については $T_{1/2} = \tau \ln 2 = 96.3 \pm 0.01 \text{ ns}$ であると決定できた。文献値 98 ns に近い値が得られたが、誤差の範囲からは外れている。ただし、ここで議論は Excel のデータ分析機能で回帰分析を行った結果である。また、実際はカウント数 N に対してその誤差 \sqrt{N} を加味した重み付き回帰分析をするのがさらに良いのだろうけど、結局やり方が分からずに試していない。

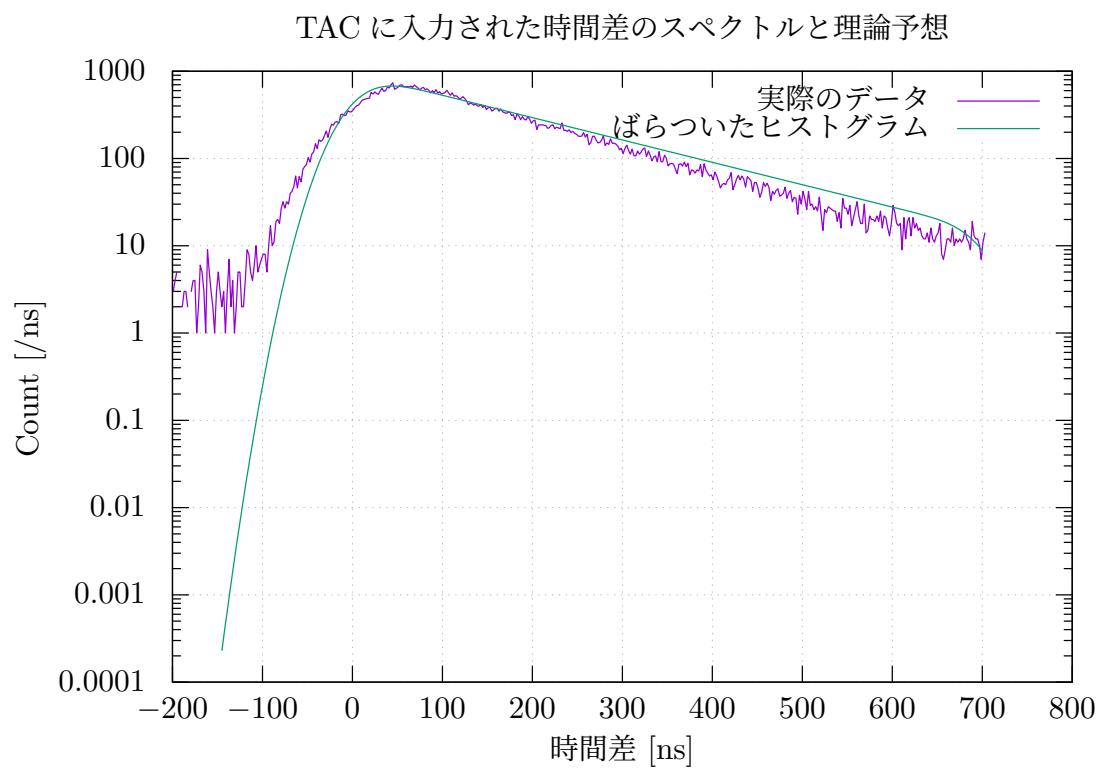


図 5.6

参考文献

- [1] 国立天文台『理科年表』第 96 冊（丸善出版, 2022）
- [2] 下田 正, 杉山 清寛, 福田 光順, 山中 千博『物理学実験』第 5 版 (大阪大学出版会, 2021)