第 10 章　静电场中的导体与电介质

一　静电场中金属导体问题求解

1. **静电平衡的形成**

- 外电场引起导体上自由电子的移动，使导体带上等量异号的**感应电荷**
- 感应电荷激发**附加电场**，改变导体内外的电场
- 当导体内的外电场与附加电场正好**相互抵消**时，导体上的自由电子停止宏观运动，导体达到静电平衡

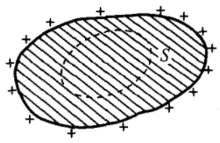
2. **静电平衡的特点**

① 场强与电势

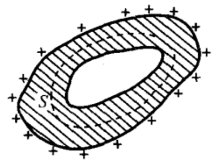
- 导体内部场强处处为 0，且表面外侧紧靠表面处的场强处处与表面垂直
- 导体是一个等势体，导体表面是一个等势面

② 电荷分布

- 电荷只分布在导体的表面上
- 导体上所有电荷的代数和为最开始所带的电荷（如 Q 、0）
- 导体表面场强与电荷面密度的关系：$\boxed{E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}}$
- 孤立导体曲率越大的地方，电荷面密度越大



(a) 实心导体



(b) 空心导体

3. **静电屏蔽**

- 外部电场无法影响到空腔内，只能引起外表面电荷的分布
- 外表面未接地时，空腔内的电荷将影响导体外的电场
- 若外表面接地（电势变为 0），则内外电场互不干扰

静电场中金属导体问题求解

- 通常，题目要求求出导体的电荷分布（或电荷量）、电场分布、电势等

① 根据静电平衡时导体内部无场强与电荷守恒，用高斯定理联系场强与电荷量，求解各个面的电荷量

② 根据求出的电荷量，用高斯定理、场强叠加等计算导体外部（包括空腔和外界）的场强

③ 根据求出的场强，用电势定义式计算导体表面的电势

- 一些操作代表的含义：接地 → 改变导体所带电荷量，使得其电势为 0

  连接 → 两个导体等电势，电荷在两个导体间重新分布

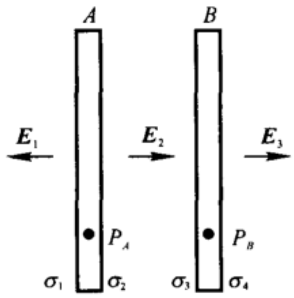
例 1 （教材例题 10.1）一块面积为 S 的金属大薄平板 A，带电量为 Q，在其附近平行放置另一块不带电的金属大薄平板 B，两板间距远小于板的线度。试求两板表面的电荷面密度，以及周围空间的场强分布。

解　两块平板一共有 4 个表面，因为可视为无限大，其表面上若有电荷都应是均匀分布的，

分别这四个平面的电荷面密度为 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4

· 根据电荷守恒，有

$$\sigma_1+\sigma_2=\frac{Q}{S}\ ① \ ,\ \sigma_3+\sigma_4=0\ ②$$



· 空间任一点的场强，是这 4 个带电平面产生的场强叠加的结果

平面均视为无限大，则由高斯定理，由某个平面产生的电场强度为

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$，规定向右为正，向左为负

· 根据静电平衡，两个导体内部场强都应该为 0，各取一个点，用场强叠加原理计算两处的场强：

$$P_A:\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0\ ③$$

$$P_B:\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0\ ④$$

· 联立以上方程①～④，解得 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_4=\dfrac{Q}{2S}$，$\sigma_3=-\dfrac{Q}{2S}$

· 接下来求电场，根据无限大带电平面的特点，空间一共被分为 3 处，每处的场强都是相等的

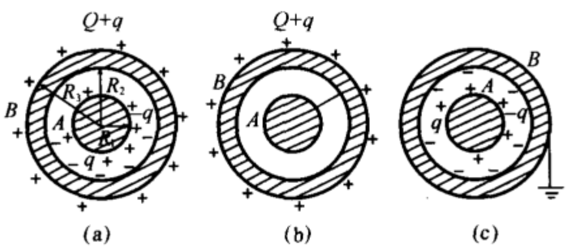
因此同样根据高斯定理与场强叠加，分别求出 3 处的场强

$$E_1=-\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=-\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

$$E_2=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

$$E_3=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

例 2 （教材例题 10.2）如图所示，一半径为 R_1 的导体球 A，带有电量 q，球外有一内、外半径分别为 R_2 和 R_3 的同心球壳 B，带有电量 Q。（1）求球 A 和球壳 B 的电势；（2）若用细导线连接球 A 和球壳 B，再求其电势；（3）若未连接时使外球接地，此时其电势又是多少？（4）如果外球接地后再拆除，然后将内球接地，此时其电势又是多少？（设外球离地很远）



解 （1）题目中一共有 3 个表面：A 的外表面，B 的内、外表面

① 求电荷量：根据静电平衡，球壳内部场强均为 0，在球壳内作高斯面，则电通量为 0

从而该面包括的电荷量（A 外表面、B 内表面）代数和为 0

· 因为 A 外表面带电量 q，因此推得 B 内表面带电量为 $-q$

· 由于 B 内、外表面共带电量 Q，因此 B 外表面带电量为 $Q+q$

② 求电场强度：由于这个体系是高度对称的，因此电场均匀分布，适合用高斯定理求解

· 在空腔内作同心球面为高斯面，有 $4\pi r^2 E = q/\varepsilon_0$

在球壳外部作同心球面为高斯面，有 $4\pi r^2 E = (Q+q)/\varepsilon_0$

· 于是电场分布为

$$E = \begin{cases} \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & r > R_3 \\ 0, & 0 < r < R_1, R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & R_1 < r < R_2 \end{cases}$$

③ 根据电势定义求电势

· 球壳 B 的电势 $U_{\mathrm{B}} = \int_{R_3}^{\infty} \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

球 A 的电势 $U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{B}} + \int_{R_1}^{R_2} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

（2）用导线连接 A 和 B 后，电荷将全部分布到球壳的外表面，且两导体等势，因此

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{B}} = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

（3）球壳接地后，其外表面的电荷被中和，和大地等电势（通常取为 0）

此时 A 上的电荷不变，从而电场分布也不变，因此 A 的电势

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{B}} + \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = 0 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

（4）将外球壳接地后，其外表面电势为 0

设此时外表面电量为 x，内表面电量因为要保持静电平衡因此还是 $-q$。根据（1）的结果：

$$U_{\mathrm{B}} = \frac{q + (-q) + x}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0$$

解得 $x = 0$，因此 B 外表面无电荷，外壳总电荷量为 $-q$，接地拆除后这一值保持不变

将内球接地后，A 的电势变为 0，电荷量未知，设为 q_x

由于静电平衡，B 内表面电荷量为 $-q_x$；再结合电荷守恒，B 外表面总电荷量为 $q_x - q$

$$U_{\mathrm{A}} = \frac{q_x}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{q_x}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_x - q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0$$

解得
$$q_x = \frac{q}{R_3} / \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

此时内球电势为 0，外球电势为 $U_{\mathrm{B}} = \dfrac{q_x - q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}\left[\dfrac{1}{R_3} / \left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) - 1\right]$

二　电容器求解

1. **电容器的电容**

· 两个带有等量异号电荷的导体组成电容器，其之间的电势差为U_A-U_B，则电容定义为

$$\boxed{C=\frac{Q}{U_A-U_B}}$$

· 单位：法拉（F），常用的是微法（$1\mu F=10^{-6}F$）和皮法（$1pF=10^{-12}F$）

2. **电容的串并联**

· 串联等效为电容 $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$　　· 并联等效为电容 $C=C_1+C_2+\cdots+C_n$

求电容器的电容

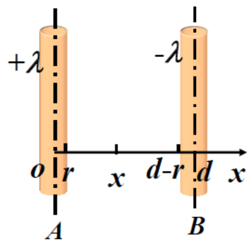
定义法

· 假设两个导体（极板）上带有等量、异号的电荷$+q$、$-q$，回归到静电场导体参数求解
求出电场强度，进而求出电势差，代入电容的定义式即可得到电容的表达式

串并联法

· 将未知电容等效为若干个已知电容再运算，适用于极板间距不等的情况

例 3　设有半径都是r的两条平行“无限长”输电线 A 和 B，两轴间相距为d，且满足$d\gg r$，求两输电线单位长度的电容。



解　设 A、B 的电荷线密度分别为$\pm\lambda$，建立坐标系

· 根据高斯定理，两导线间x处的电场为

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)$$

· 由电场定义：$U_{AB}=\int_L \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=\int_d^{d-r}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)dx=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-r}{r}\approx\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{r}$

· 单位长度电容：$C=\frac{q/l}{U_{AB}}=\frac{\lambda}{U_{AB}}=\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln(d/r)}$

三　电介质下静电场问题求解

1. **静电场中电介质参数**

① **电介质在电场中的表现**

· 外电场加在电介质之上，同样在介质的表面会产生电荷（极化电荷）
但介质内部产生的电场不会与外电场抵消，因此介质内部场强并不为 0

② **极化强度**

· 某点对应的体积微元中所有分子电矩的矢量和$\boldsymbol{P}$

· 外加电场不太大时，有线性关系 $\boxed{\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\chi_e\boldsymbol{E}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\boldsymbol{E}}$　**电极化率**χ_e　**相对介电常数**ε_r

③ **极化电荷面密度**

· **均匀电介质极化时，电介质表面上某点处的极化电荷面密度**σ'**等于极化强度在该点表面的法向分量**

$$\sigma' = \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{e}_n$$

2. **电介质下的电场定理**

① **电位移** $\boldsymbol{D}$

· 为了不考虑极化电荷和附加电场，引入电位移$\boldsymbol{D}$

$$\boxed{\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}}$$

· 由$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0\chi_e\boldsymbol{E}$： $\boxed{\boldsymbol{D} = (1+\chi_e)\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E}}$ ε： **介电常数**

② **电介质中的高斯定理**

· 通过电场中任意闭合曲面的位移电通量，等于该闭合面所包围的自由电荷的代数和

$$\boxed{\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q_0}$$

含电介质的电场问题求解

① 如果题目没有给出电荷量，且是一个电容器求电容问题，首先设定两极板间的电荷量（等量异号）

② 根据电介质高斯定理求出$\boldsymbol{D}$的分布

③ 根据$\boldsymbol{D}$和$\boldsymbol{E}$的比例关系求出$\boldsymbol{E}$的分布

④ 根据电势定义由$\boldsymbol{E}$得到两板间电势差，再根据电容定义得到电容

⑤ 若有要求，则由$\boldsymbol{E}$得到$\boldsymbol{P}$，以及极化电荷面密度σ'

例 4 平行板电容器两极板面积为S，间距为d。在极板间平行地放置两块厚度分别为d_1和d_2的介质板，其相对介电常数分别为ε_{r1}和ε_{r2}。设电容器充电后两极板分别带有$\pm q$的电荷。试求：（1）电容器的电容；（2）两介质交界面上的极化电荷面密度

解 （1）① 求$\boldsymbol{D}$：平行板电容器之间电场强度是均匀分布且向下的，因此作柱形高斯面（如图所示）则由电介质高斯定理有

$$D_1\Delta S_1 = \sigma\Delta S_1 \qquad D_2\Delta S_2 = \sigma\Delta S_2$$

解得 $D_1 = D_2 = \sigma = q/S$，方向向下

② 求$\boldsymbol{E}$：根据$\boldsymbol{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E}$，有

$$E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S} \qquad E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}} = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}$$

③ 求U与求C

由电势定义 $$U = \int_0^{d_1} E_1\mathrm{d}l + \int_{d_1}^{d_1+d_2} E_1\mathrm{d}l = E_1d_1 + E_2d_2 = \frac{qd_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S} + \frac{qd_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}$$

由电容定义 $$C = \frac{q}{U} = q/(\frac{qd_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S} + \frac{qd_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}) = S/(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2})$$

（2）两介质在交界面上的极化电荷面密度的总量等于两介质界面上的极化电荷面密度的代数和

由 $\boldsymbol{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\boldsymbol{E}$，得 $\boldsymbol{P}_1$ 和 $\boldsymbol{P}_2$ 均是竖直向下的

介质 1 外表面的法线方向竖直向下，介质 1 外表面的法线方向竖直向上

∴ 由 $\sigma'=\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}$，有

$$\sigma_1'+\sigma_2'=\boldsymbol{P}_1\cdot\boldsymbol{n}_1+\boldsymbol{P}_2\cdot\boldsymbol{n}_2=P_1-P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)E_1-\varepsilon_0(\varepsilon_{r2}-1)E_2=(\frac{\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}})\frac{q}{S}$$

例 5 真空中一无限大带电导体板两侧面上的电荷面密度均为 σ，现在的导体板右侧充满介电常数为 ε 的均匀电介质。试求：（1）导体板左侧面、右侧面上的自由电荷面密度 σ_1，σ_2 以及电介质表面的极化电荷面密度 σ'；（2）导体板左、右两侧的电场强度大小和方向。

解 （1）根据电介质极化的特点，系统中一共有三处电荷：导体板两侧和电介质左侧

· 这三个电荷面将有场强的空间划分为左右两处，这三个电荷面位于中间

· 对于无限大平板电荷面，其在两侧产生的场强大小是相等的

由此可以推出，导体板两侧的电场由中间的三个电荷面产生，因此大小相等 $E_1=E_2$

· 根据电介质中的电场定理 $E_1=\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$，$E_2=\dfrac{D}{\varepsilon}=\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon}$，因此有 $\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon}$

由电荷守恒 $\sigma_1+\sigma_2=2\sigma$，联立解得 $\sigma_1=2\sigma\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0+\varepsilon}$，$\sigma_2=2\sigma\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0+\varepsilon}$

· 极化电荷 $\sigma'=\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}=-P=-D+\varepsilon_0E_2=-\left(1-\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)\sigma_2=2\sigma\dfrac{\varepsilon_0-\varepsilon}{\varepsilon_0+\varepsilon}$

（2）$E_1=E_2=\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_0}=\dfrac{2\sigma}{\varepsilon_0+\varepsilon}$，$E_1$ 方向向左，E_2 方向向右

例 6 一空气平行板电容器，两板间距为 d，极板上带电量分别为 $+q$ 和 $-q$，板间电势为 U，忽略边缘效应；将电源断开，在两板间平行插入一厚度为 t（$t<d$）的金属板，则板间电势差变为____________，此时电容器的电容值为______________。

解 与例 4 相同的推导可以得到平行板电容器中场强 E 均匀分布，因此 $U=Ed$

电源断开意味着电势差发生变化，但带电量 q 不变

根据金属板内场强为 0，可以推得金属板两侧带上电量 $\pm q$

根据电介质中的高斯定理，除了被金属板占据的区域外，其余部分电场强度不变

因此两极板间的电势

$$U'=E(d-t)=\boxed{\frac{d-t}{d}U}$$

则此时的电容

$$C'=\frac{q}{U'}=\boxed{\frac{q}{U}\frac{d}{d-t}}$$

评注 此类问题首先要关注插入金属导体前后电源是否断开，这关系到是电势差不变还是电荷量不变，在抓住不变量的基础上，分别分析前后的物理模型，从而得到答案

例 7 一球形电容器，内外球面半径分别为 $R_1 = 2\mathrm{cm}$ 和 $R_2 = 4\mathrm{cm}$，在两球间充满击穿电场强度为 $160\mathrm{kV/m}$ 的电介质；则该电容器能承受的最大电压为________________。

解 球形电容器的电场分布为 $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$（$R_1 < r < R_2$）

∴ 电场强度在 $r = R_1$ 时达到最大值，该值不能超过电介质的击穿场强，因此 $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon R_1^2} \le E_{击穿}$

得到电容器的最大电量 $q \le 4\pi\varepsilon R_1^2 E_{击穿}$

$$\therefore\quad U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \le \frac{4\pi\varepsilon R_1^2 E_{击穿}}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = R_1^2 E_{击穿}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \boxed{1.6\times10^3\mathrm{V}}$$

注 击穿问题的核心在于找到系统内场强能够达到的最大值及其位置

四　求静电场中的能量

1. **点电荷系统的能量**

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum q_i U_i}$$

· W：系统的总能量　　U_i：在点电荷 q_i 所在处由 q_i 以外其它所有电荷所产生的电势

· 若电荷连续分布，改写成微元电荷积分的形式即可

2. **电容器的能量**

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q(U_\mathrm{A} - U_\mathrm{B}) = \frac{1}{2}C(U_\mathrm{A} - U_\mathrm{B})^2}$$

3. **电场能量**

· **电能密度** $\boxed{w_e = \dfrac{W}{V} = \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2 = \dfrac{1}{2}DE}$　　· **非均匀电场** $\boxed{W = \int_V w_e \mathrm{d}V}$

注 求解电场能量，往往是先求出某点电能密度的函数表达式，然后进行三重积分

例 8 半径为 a 的长直导线，外面套有共轴导体圆筒，圆筒内半径为 b，导线与圆筒间充满相对介电常数为 ε_r 的均匀电介质。设沿轴线单位长度上导线均匀带电 $+\lambda$，圆筒均匀带电 $-\lambda$，忽略边缘效应，沿轴线单位长度的电场能量为________________。

解 作圆柱高斯面，得 $D = \dfrac{\lambda}{2\pi r}$，从而 $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$，因此 $w_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2}DE = \dfrac{\lambda^2}{8\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$

这是一个非均匀电场，因此需要在长度为 l 的圆柱套筒范围内进行积分（柱坐标系）：

$$W=\int_V w_e \mathrm{d}V=\int_a^b \frac{\lambda^2}{8\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} r\mathrm{d}r\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^l \mathrm{d}l=\frac{\lambda^2 l}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{b}{a}$$

因此单位长度的电场能量 $W/l=\boxed{\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{b}{a}}$

电场能量变化求解问题

题目通常对电容器等系统加以外力使之发生变化，如抽出、放入电介质，考查过程的做功、力等

① 联系第 2 章的功能原理，要意识到做功的量是系统能量的变化值，功是力在空间上的累积

② 一般先求出变化前后系统电场能量的表达式

③ 此时可以算出功，也可以对表达式求导算出力等参数

④ 变化过程中同样要注意哪些量保持不变

例 9 平行板电容器极板面积为 $2\times10^{-2}\mathrm{m}^2$，极板间距离为 $1\times10^{-3}\mathrm{m}$，在电容器内有一介质板（$\varepsilon_r=5$）充满两极板间的全部空间。电容器与 300V 电源相连，充电后将电源切断，再抽出介质板。求：（1）抽出过程中外力所做的功；（2）抽出介质板后，两极板间的相互作用力。

解 （1）根据功能原理，抽出过程中外力所做的功应等于系统前后能量的变化

· 因为抽出前后电源切断，所以极板上带的电荷量 Q 不变

· 介质板抽出前，电容器的电容 $C_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$（可快速推导出来），能量 $W_0=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_0}$

· 介质板抽出后，电容器的电容 $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$，能量 $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

$$\therefore\ A=W-W_0=\frac{1}{2}Q^2(\frac{1}{C}-\frac{1}{C_0})=\frac{1}{2}(C_0U)^2(\frac{1}{C}-\frac{1}{C_0})=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}U^2(\varepsilon_r-1)=\boxed{1.59\times10^{-4}\mathrm{J}}$$

（2）设两极板间相互作用力为 F，这个力表现为吸引力，属于保守内力

· 这个力使得极板间的距离 x 有减小的倾向，距离减小 $\mathrm{d}x$ 可视为其中一块极板发生位移 $\mathrm{d}x$ 此时电场力做功可以表示为 $\mathrm{d}A=F\mathrm{d}x$

由势能原理，保守力做功等于电容器能量的减少量 $\mathrm{d}A=-\mathrm{d}W$

由于电荷量不变，因此电容器的能量 $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2x}{\varepsilon_0 S}$

因此 $F=\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}x}=-\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x}=-\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r^2 SU^2}{2d^2}=\boxed{-0.199\mathrm{N}}$