

# Математическое моделирование

## Лабораторная работа № 1

---

Абдуллахи Шугофа

2026-02-12

1. Вводная часть
2. Теория: модель
3. Эксперимент: базовый
4. Эксперимент: параметрическое исследование
5. Итоги

## 1. 1. Вводная часть

---

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию

## 1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

## 1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$

## 1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:

## 1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$



## 1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$
  - ▶ зависимость времени удвоения  $T_2$

## 1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$
  - ▶ зависимость времени удвоения  $T_2$
  - ▶ особенности вычислительных затрат

- Исследовать модель экспоненциального роста

- Исследовать модель экспоненциального роста
- Разобрать её математическое представление

- Исследовать модель экспоненциального роста
- Разобрать её математическое представление
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях  $\alpha$

- Исследовать модель экспоненциального роста
- Разобрать её математическое представление
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях  $\alpha$
- Представить результаты в графическом виде

## 2. 2. Теория: модель

---

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение величины (например, популяция или капитал)



## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- $t$  — время

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста
  - ▶  $\alpha > 0$  — наблюдается увеличение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста
  - ▶  $\alpha > 0$  — наблюдается увеличение
  - ▶  $\alpha < 0$  — происходит убывание

## 2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- с увеличением  $\alpha$  темп роста возрастает

## 2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- с увеличением  $\alpha$  темп роста возрастает
- время удвоения становится меньше

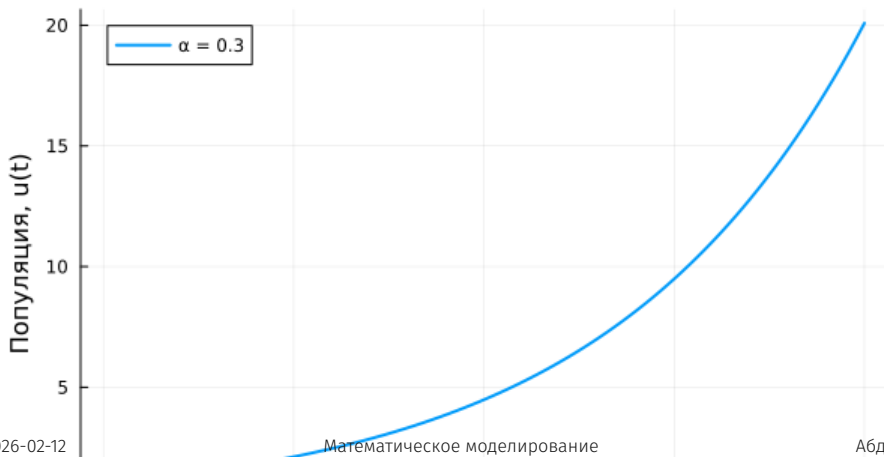
### 3. 3. Эксперимент: базовый

---

## 3.1 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

- Рассмотрено изменение функции  $u(t)$  на фиксированном временном промежутке

### Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)

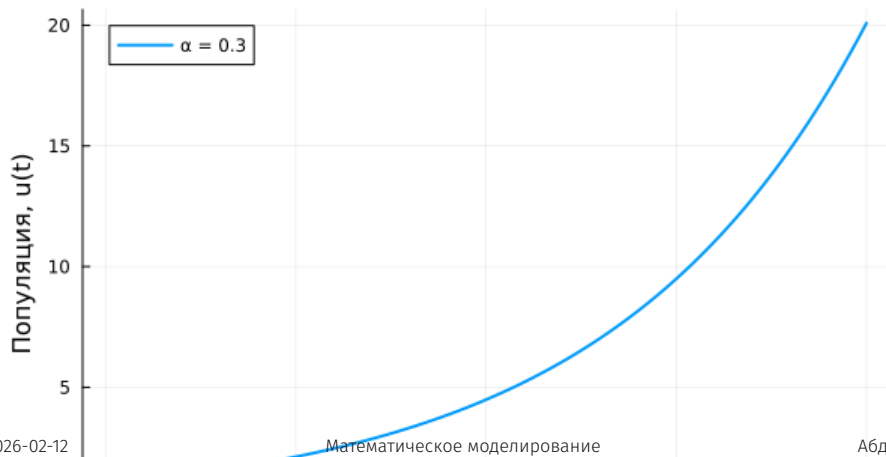




## 3.1 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

- Рассмотрено изменение функции  $u(t)$  на фиксированном временном промежутке
- Наблюдается типичная экспоненциальная динамика с ускорением роста

### Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



#### 4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование

---

## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Выполнены расчёты для значений:

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Выполнены расчёты для значений:
  - ▶  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Выполнены расчёты для значений:
  - ▶  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- При увеличении  $\alpha$  скорость роста системы заметно возрастает

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.2 Время удвоения

Теоретическое выражение:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Результаты вычислений подтверждают аналитическую зависимость

Зависимость времени удвоения от  $\alpha$



## 4.2 Время удвоения

Теоретическое выражение:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

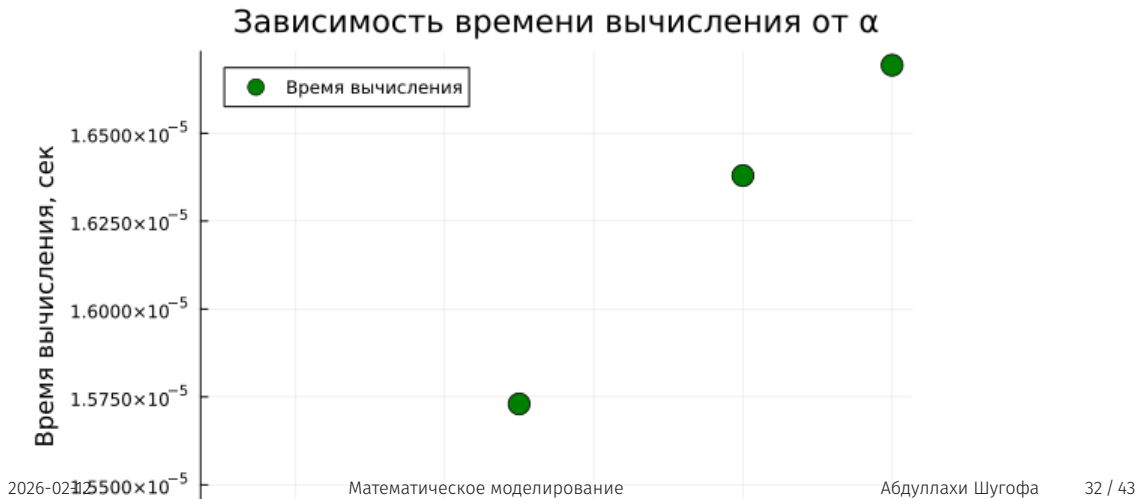
- Результаты вычислений подтверждают аналитическую зависимость
- С увеличением  $\alpha$  время удвоения уменьшается

Зависимость времени удвоения от  $\alpha$



## 4.3 Время вычислений

- Проведена оценка зависимости времени расчёта от значения  $\alpha$

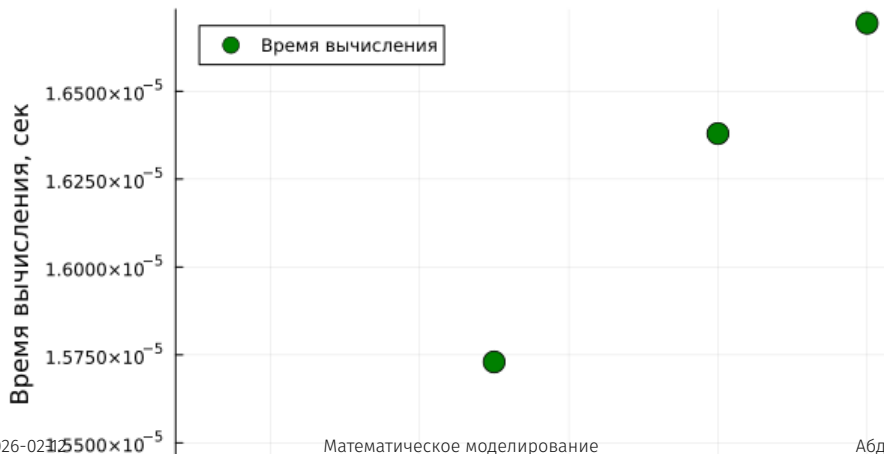




## 4.3 Время вычислений

- Проведена оценка зависимости времени расчёта от значения  $\alpha$
- Существенных изменений не наблюдается

Зависимость времени вычисления от  $\alpha$



## 5. 5. Итоги



- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения



## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

## 5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент  $\alpha$  определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения