

Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Абдуллахи Шугофа

2026-02-12

1. Вводная часть
2. Теория: модель
3. Эксперимент: базовый
4. Эксперимент: параметрическое исследование
5. Итоги

1. 1. Вводная часть



1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию

1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α

1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:

1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$

1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2

1.1 Цель работы

- Рассмотреть модель экспоненциального роста и её математическую формализацию
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2
 - ▶ особенности вычислительных затрат

1.2 Задание

- Исследовать модель экспоненциального роста

1.2 Задание

- Исследовать модель экспоненциального роста
- Разобрать её математическое представление

1.2 Задание

- Исследовать модель экспоненциального роста
- Разобрать её математическое представление
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях α

1.2 Задание

- Исследовать модель экспоненциального роста
- Разобрать её математическое представление
- Провести вычислительные эксперименты при различных значениях α
- Представить результаты в графическом виде

2. 2. Теория: модель



2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, популяция или капитал)

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- t – время

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- t — время
- α — коэффициент роста

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- t – время
- α – коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – наблюдается увеличение

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный процесс описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение величины (например, популяция или капитал)
- t – время
- α – коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – наблюдается увеличение
 - ▶ $\alpha < 0$ – происходит убывание

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- с увеличением α темп роста возрастает

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- с увеличением α темп роста возрастает
- время удвоения становится меньше

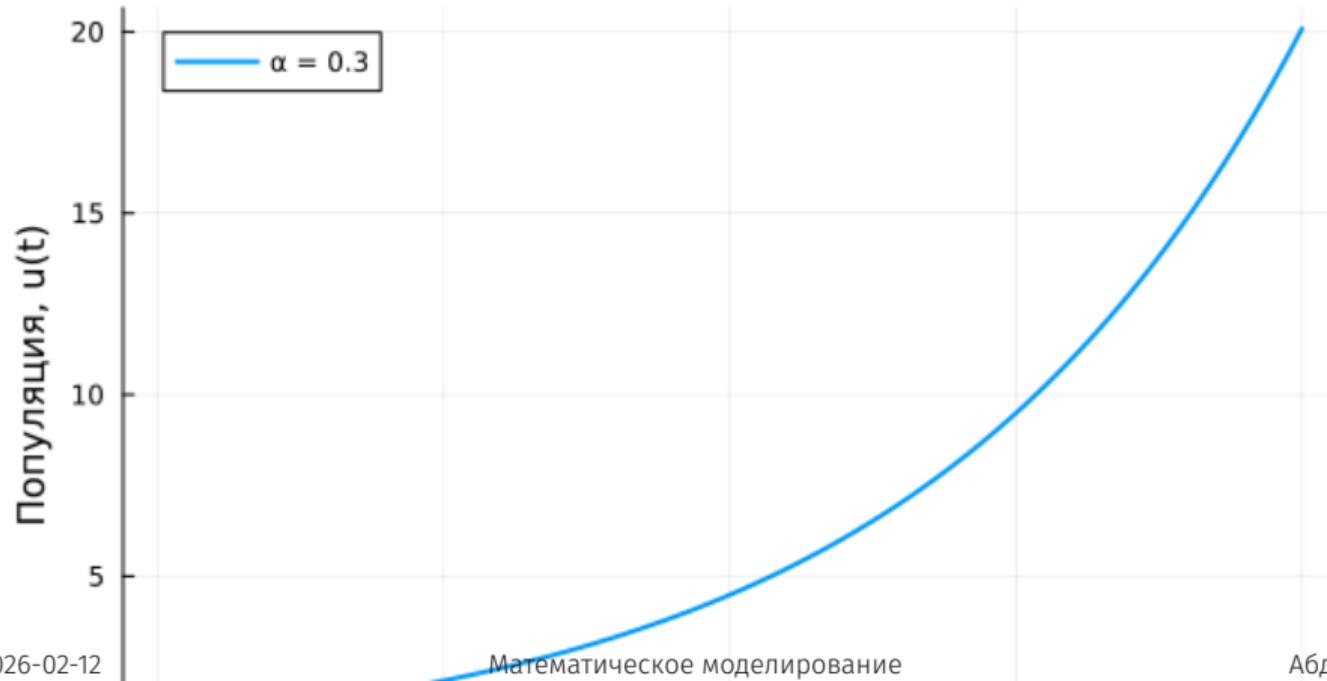
3. 3. Эксперимент: базовый



3.1 Базовый эксперимент ($\alpha = 0.3$)

- Рассмотрено изменение функции $u(t)$ на фиксированном временном промежутке

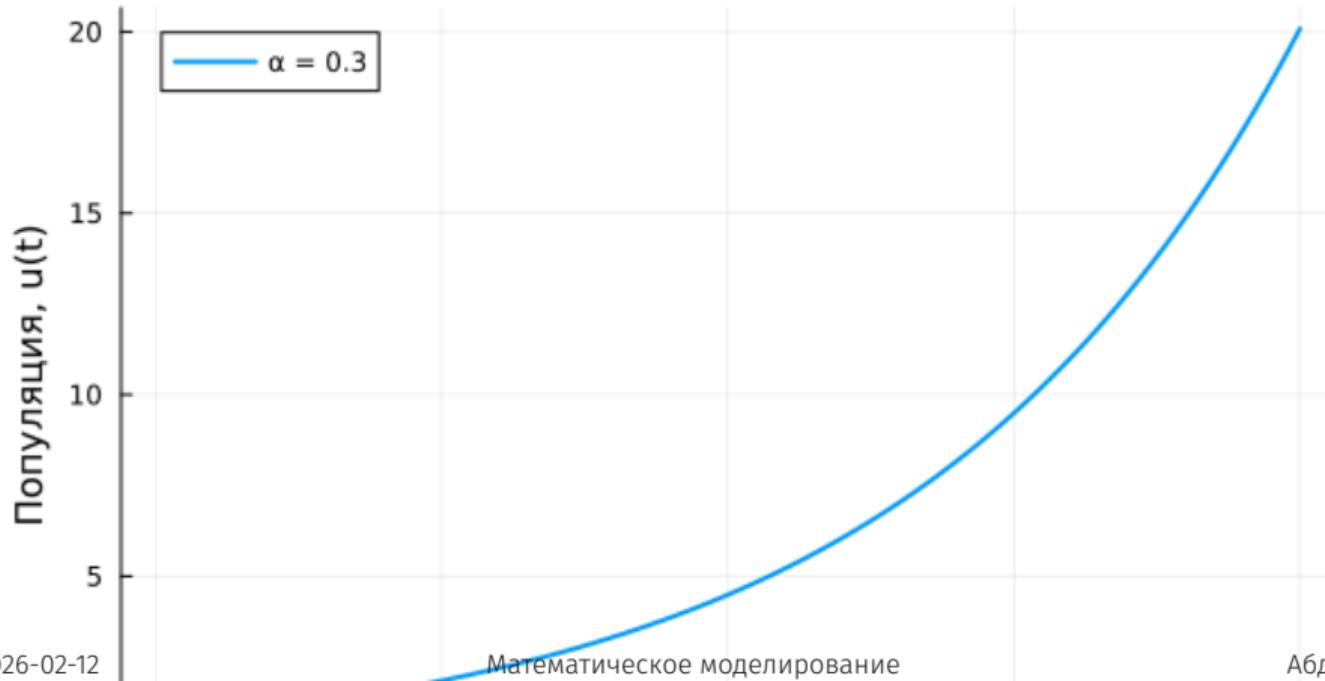
Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



3.1 Базовый эксперимент ($\alpha = 0.3$)

- Рассмотрено изменение функции $u(t)$ на фиксированном временном промежутке
- Наблюдается типичная экспоненциальная динамика с ускорением роста

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование

4.1 Влияние α на рост

- Выполнены расчёты для значений:



4.1 Влияние α на рост

- Выполнены расчёты для значений:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$



4.1 Влияние α на рост

- Выполнены расчёты для значений:
 - ▶ $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
 - При увеличении α скорость роста системы заметно возрастает

Параметрическое исследование: влияние α на рост



4.2 Время удвоения

Теоретическое выражение:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Результаты вычислений подтверждают аналитическую зависимость

Зависимость времени удвоения от α



4.2 Время удвоения

Теоретическое выражение:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

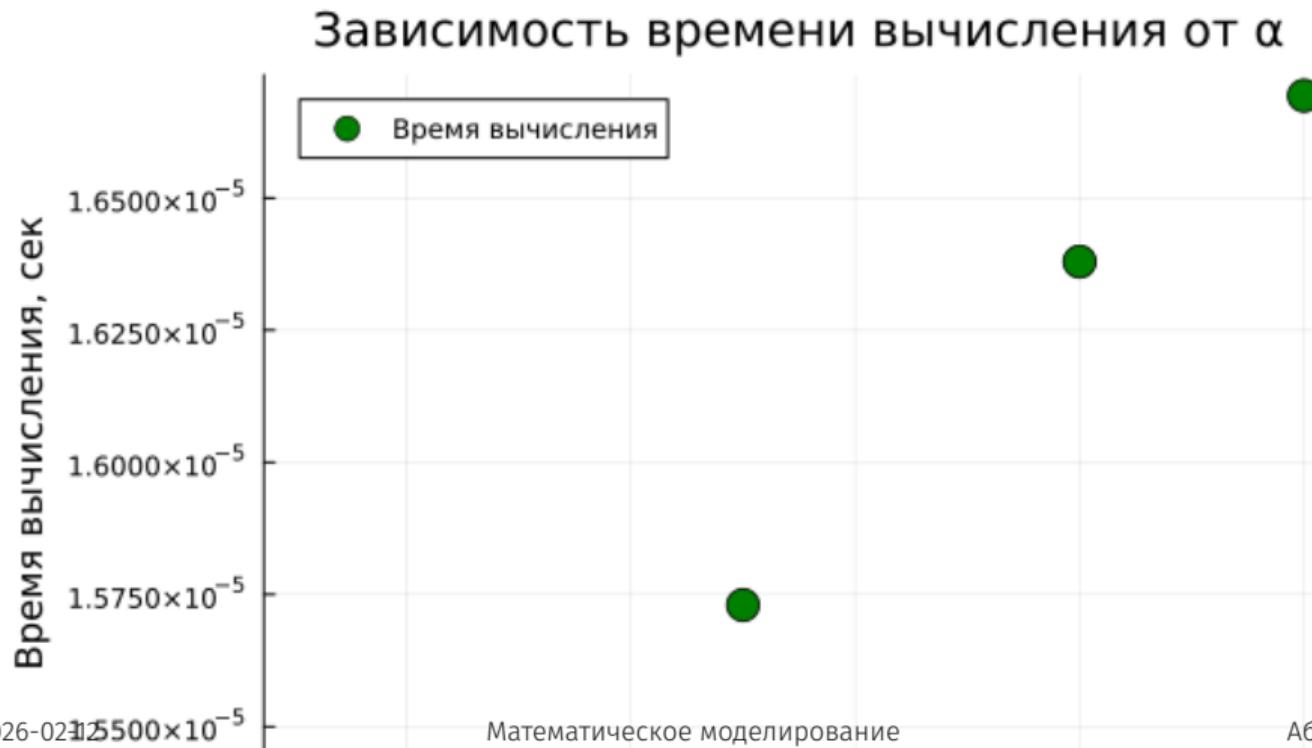
- Результаты вычислений подтверждают аналитическую зависимость
- С увеличением α время удвоения уменьшается

Зависимость времени удвоения от α



4.3 Время вычислений

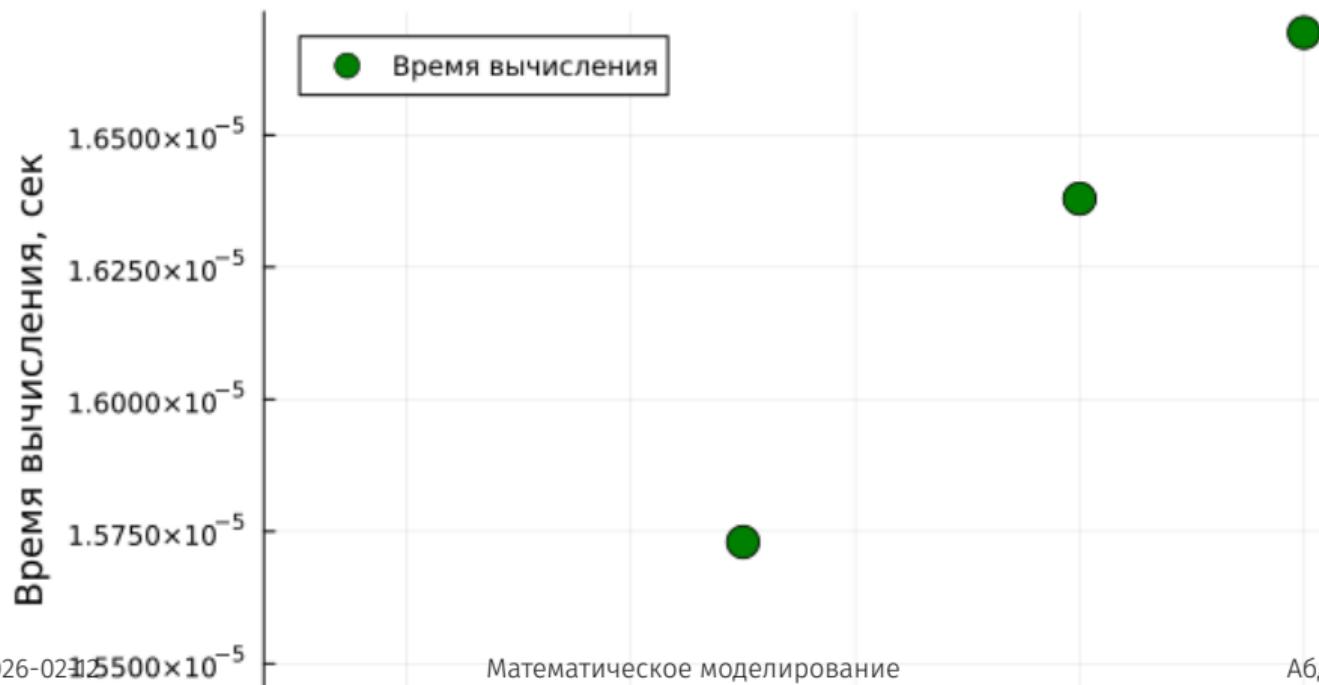
- Проведена оценка зависимости времени расчёта от значения α



4.3 Время вычислений

- Проведена оценка зависимости времени расчёта от значения α
- Существенных изменений не наблюдается

Зависимость времени вычисления от α



5. 5. Итоги

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения

5.1 Выводы

- Экспоненциальный процесс задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Коэффициент α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения описывается соотношением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические положения