

## 改进型 B 样条模糊神经网络\*

丛 爽 宋瑞祥 钱 镇 魏衡华

(中国科学技术大学自动化系·合肥 230027)

**摘要:**提出了一种改进型 B 样条模糊神经网络,用以增加 B 样条函数在作为模糊神经网络控制器实际应用中的抗干扰能力.通过指出常规 B 样条模糊隶属函数构造中存在的不足,提出了针对性的改进措施,从而既满足了 B 样条本身的性质,又从理论设计上避免了使系统不稳定的因素.在实际电机速度控制系统的对比实验中证明了所提改进方法的有效性和实用性.文中给出了改进型 B 样条网络的设计过程以及实验结果.

**关键词:**样条函数;模糊神经网络;自适应控制

**文献标识码:**A

## Improved B-Spline Fuzzy Neural Networks

CONG Shuang, SONG Ruixiang, QIAN Zhen and WEI Henghua

(Department of Automation, University of Science and Technology of China · Hefei 230027, P.R.China)

**Abstract:** The paper proposes an improved B-spline fuzzy neural network, which may be used to increase the ability of resisting disturbances when it is as a fuzzy neural network control in the actual applications. The paper proposes the effective ways in order to overcome the shortages in the construction of B-spline fuzzy membership functions, which both satisfactory the properties of B-spline itself, and also avoid factors of system instability from the theory design point. The actual motor velocity control system experiment has verified the effectiveness and the practicality. The paper gives the design procedure and the experiment results of the improved B-spline networks.

**Key words:** spline function; fuzzy neural network; adaptive control

### 1 引言(Introduction)

B 样条基函数用精确多项式插值的形式,能够对给定的数据点进行光滑的拟合,并以其易于局部调整、计算简便、容易在计算机上实现而广为图形设计和工程领域中应用.单变量 B 样条函数是由一组基函数线性组合而成,具有局部正支撑性、单位分割性、最小支撑性等性质.多变量 B 样条基函数是由单变量 B 样条基函数的张量积构成,形成一个 B 样条网络.

从模糊的角度上考虑,单变量 B 样条基函数能够代表模糊语言的陈述,例如:误差的正小、正大等.采用张积构成的多变量 B 样条基函数恰恰代表了模糊逻辑乘.这样,B 样条网络就在人工神经网络和模糊系统之间建立了一种直接的对应关系.

不少设计者已对 B 样条与模糊系统的对应关系进行了研究<sup>[1]</sup>,并将其在控制系统中进行了应用.不过,作者在应用中发现,仅按照其对应关系设计出的 B 样条控制器存在着一定的不足,如:抗干扰能

力较差.为此,本文着手于对标准 B 样条神经网络设计中所存在的不足提出一种改进的基于 B 样条神经网络的设计方法,从而达到提高 B 样条模糊神经网络性能的目的.

### 2 B 样条网络函数的定义与特性(The definition of B-spline network functions and its features)

B 样条是基本样条(basic spline)的简称,B 样条函数是所有样条函数中具有最小局部支撑的样条函数.B 样条基函数以精确多项式分段插值的方式,对给定的输入/输出数据形成光滑的曲线拟合.

定义在区间 $[x_1, x_{N+m}]$ 上以 $x_1 < x_2 < \dots < x_{N+m}$ 为节点序列的 $m$ 阶 B 样条基函数的个数为 $N$ . B 样条基函数满足下列递推关系<sup>[2]</sup>:

$$B_{i,k}(x) = \begin{cases} 1, & x_i < x \leq x_{i+1}, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

$$B_{i,k}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+k-1} - x_i} \cdot B_{i,k-1}(x) +$$

\* 基金项目:安徽省自然科学基金(97413005)资助项目.

收稿日期:1999-01-19;收修改稿日期:2000-06-07.

$$\frac{x_{i+k} - x}{x_{i+k} - x_{i+1}} \cdot B_{i+1, k-1}(x), k = 2, \dots, m, \quad (1)$$

当分母为零时,多项式的值为零.

B 样条基函数是非负的,且局部支撑的,即:

$$B_{i, k}(x) = \begin{cases} > 0, & x_i \leq x < x_{i+m}, \\ = 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2)$$

它们形成一个单位分割,即:

$$\sum_{i=1}^N B_{i, m}(x) \equiv 1, \quad x_m \leq x \leq x_{N+1}. \quad (3)$$

例如,以

$$x = \begin{bmatrix} -1.00 & -0.72 & -0.44 & -0.16 \\ 0.12 & 0.40 & 0.68 & 0.96 \end{bmatrix}$$

为节点的 3 阶均匀 B 样条基函数的曲线,如图 1 所示.

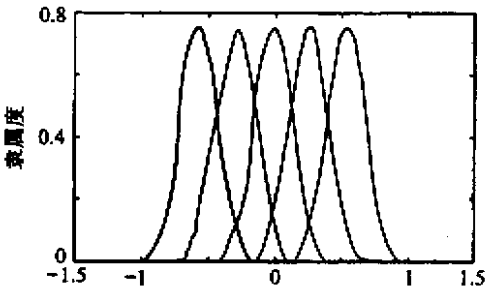


图 1 3 阶均匀 B 样条基函数的曲线

Fig. 1 The curve of 3order equality B-spline basis function

多变量 B 样条基函数是由  $n$  个单变量 B 样条基函数的张积组成. 张量积 B 样条函数的总数  $q$  为每个单变量 B 样条基函数个数的乘积,每个单变量 B 样条可以有不同阶次,假定  $n$  个输入矢量  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ ,并在各自输入轴上定义一个单变量 B 样条函数  $B_{j, k_j}(x_j)$ .为了简练,这里把单变量的变化区间省略了.第  $k$  个多变量 B 样条基函数定义为  $N_k(x)$ ,由  $n$  个单变量基函数  $B_{j, k_j}(x_j) (j = 1, 2, \dots, n, k_j = 1, 2, \dots, m_j)$  的乘积获得:

$$N_k(x) = B_{1, k_1}(x_1) B_{2, k_2}(x_2) \dots B_{n, k_n}(x_n) = \prod_{j=1}^n B_{j, k_j}(x_j), \quad (4)$$

其中,  $k = 1, 2, \dots, q; q = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n$ .

张量积 B 样条基函数也保持 2 和 3 的特性.

一个多变量 B 样条可由多变量 B 样条基函数的线性组合组成,即:

$$\sum_{k=1}^q \prod_{j=1}^n B_{j, k_j}(x_j) \cdot w_k. \quad (5)$$

由此可见,一个多变量 B 样条函数正是一个由乘积和和推理方式组成的模糊神经网络的输入/输出关系的算式<sup>[3]</sup>.即多变量样条网络在结构上与模

糊神经网络之间存在着对应的关系.在多变量 B 样条网络算式(5)中,  $B_{j, k_j}(x_j)$  对应于模糊隶属函数值;  $\prod_{j=1}^n B_{j, k_j}(x_j) \cdot w_k$  对应乘积规则,网络以最后的求和方式获得逆模糊的过程.所以, B 样条网络结构与模糊神经网络结构在处理信息的能力上是等价的. B 样条网络的这种透明度是一般神经网络所不具备的,也是一个极有价值的特性,因为它允许设计者用自然的、由专家解释其行为时所使用的模糊术语来初始化网络,并通过优化算法对参数进行优化,且仅采用多项式计算,省去了一般神经网络中的非线性指数激活转移函数的复杂运算,从而设计简单省时.

### 3 B 样条模糊神经网络控制器的设计 (The design of the B-spline fuzzy neural network controller)

在 B 样条网络的设计中,设计者必须确定两个参数: B 样条基函数阶数  $m$  以及单变量 B 样条函数的顶点个数  $N$ ,由此可求得单变量 B 样条函数所需的节点数  $p = N + m$ .对应于模糊神经网络,阶数  $m$  表示不同形状的隶属函数,当  $m = 2$  时,代表三角形隶属函数;当  $m$  取 3 时,代表二次型隶属函数,而顶点数  $N$  对应于模糊标记数.节点数则在一定范围内决定了各隶属函数的宽度(每一个 B 样条基函数落在  $x$  轴上所占节点数为  $m + 1$ ).

对于模糊神经网络控制器的设计,其输入变量可选为误差  $e$  和误差的变化  $ec$ .若取阶数  $m_e = m_{ec} = 3$ ,顶点数  $N_e = N_{ec} = 5$ ,则节点数  $p_e = p_{ec} = 3 + 5 = 8$ ,在  $[-1, 1]$  内等距离取值,由此可得网络控制器的控制量  $u(e, ec)$  的计算公式为:

$$u(e, ec) = \sum_{k=1}^{N_e \cdot N_{ec}} N_k(e, ec) \cdot w_k = \sum_{k=1}^{N_e \cdot N_{ec}} B_{e, k_e}(e) B_{ec, k_{ec}}(ec) w_k, \quad (6)$$

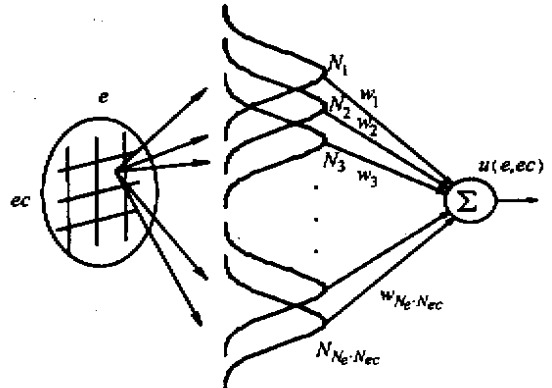


图 2 B 样条神经网络结构图

Fig. 2 The structure of B-spline neural networks

其中,  $k_e = 1 \ 2 \ \dots \ m_e$ ,  $k_{ec} = 1 \ 2 \ \dots \ m_{ec}$ . 网络结构如图 2 所示.

通过训练或优化算法可以确定(6)式中的权值参数  $w_k$ . 然而由于用于训练的数据  $u$  实际上是无法知道的, 为此, 可采用闭环的间接方式, 将所设计的控制器与过程相串联, 组成闭环负反馈回路, 并以系统参考输入作为样本输入数据, 而将系统输出作为实际输出, 以两者之间的误差平方和为最小作为训练的目标, 并采用遗传算法优化 B 样条模糊神经网络控制器的权值  $w_k$ . 因为需要用到被控过程, 所以被控过程模型的辨识也是控制器设计的一部分, 并在优化控制权值  $w_k$  时, 假定所辨识的过程参数是正确的, 且保持不变.

在我们的实际应用中, B 样条模糊神经网络控制器的设计过程是在 MATLAB 环境下进行的. 具体设计过程如下:

- 1) 首先获得实际被控过程的一组输入/输出数据, 然后利用神经网络工具包对被控过程的输入/输出进行辨识;
- 2) 根据 B 样条工具包计算(6)式中的控制值(给定一组初始权值  $w_k(0)$ );
- 3) 将控制器与被控过程组成闭环控制系统, 并计算闭环系统的输出值, 将其与期望值的误差平方和作为性能指标(适配值);
- 4) 根据计算出的适配值, 对 B 样条模糊控制器中的权值  $w_k$  进行复制、交换和变异的遗传操作, 以不断地优化适配值. 在实际设计过程中, 种群数取为 40, 进化代数取为 100. 变异系数是随着进化代数的增加从 0.05 增加到 0.12.

我们将所设计的 B 样条模糊神经网络控制器应用于一个具有非线性库仑摩擦力影响的直流电机的速度跟踪系统中. 取系统的采样周期为  $T = 10 \text{ ms}$ , 通过执行上述设计过程及仿真调试, 获系统控制器的调节因子分别为:  $k_e = 0.003$ ,  $k_{ec} = 0.003$ ,  $k_u = 1500$ . 实际系统的输入、输出测量曲线如图 3 所示. 图中虚线为参考输入, 实线为电机实测输出. 同样, 图 4 中给出了系统在具有较大负载变化的扰动情况下的响应曲线.

从图 3 中可以看出, 网络具有很好的控制响应效果. 但是, 当上述电机系统的负载受到扰动, 而在某一时刻产生一个变化扰动, 随即又恢复正常时由上述 B 样条控制器所控制的跟踪效果从图 4 中可以看出, 显然失去了自适应控制, 抗干扰能力较差.

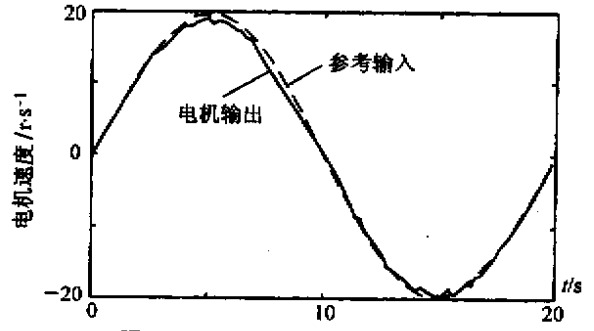


图 3 无扰动情况下的电机响应曲线  
Fig. 3 Motor response curve without disturbance

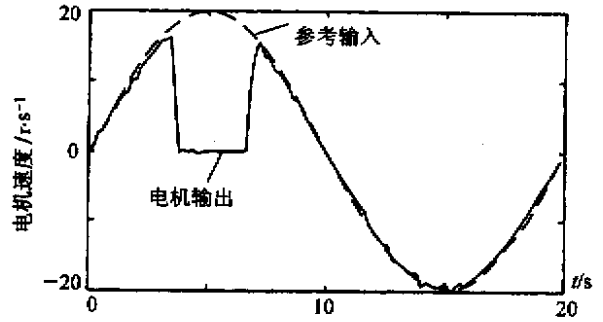


图 4 扰动情况下的电机响应曲线  
Fig. 4 Motor response curve with disturbance

#### 4 问题的分析与网络的改进( The problem analysis and the network's improvement )

从图 4 的系统输出, 结合图 1 的 B 样条隶属函数, 可以看出: 在正常情况下, 系统产生的误差在 B 样条隶属函数的中心附近波动, 所以控制器能够给出正确的控制值, 具有自动调节能力. 但当负载扰动很大时, 所产生的较大的误差落在了 B 样条隶属函数的边界, 问题则出在这里. 若将图 1 所示的 B 样条基函数曲线与常规的三角形的隶属函数进行比较可以发现: 直接以 B 样条曲线作为隶属函数存在以下问题:

1) 纯数学上推出的 B 样条的单位分割性质(3), 在实际的控制工程应用中, 并不能满足整个模糊论域里的要求. 例如在图 1 所示的曲线中, 仅当  $x \in (-0.4428, 0.4029)$  时,  $\sum_{i=1}^5 B_{i,k}(e) = 1$ , 也就是说, 以 B 样条基函数定义的一个模糊隶属函数并不能在整个论域中应用这一性质.

2) 当  $x > a$  或  $x < b$  ( $a, b$  分别为两侧最外面的模糊隶属函数的峰值所对应的  $x$  值) 时,  $B_{i,k}(x)$  均开始变小, 这不符合模糊推理规则, 例如:  $e$  变大,  $u_{正大}(e)$  应该有变大的趋势, 而不应当大到一定值后反而趋于零. 这一问题同样存在以高斯型函数为隶属函数的情况. 这是导致上述 B 样条模糊神经网络失灵的主要原因. 即当电机的负载受扰动突然变

大时,系统的误差  $e$  变大,从而落在  $(a, b)$  之外,此时有:  $B_{i,j}(e) \rightarrow 0, i = 1, 2, \dots, 5$ , 因而使得控制量  $u$  值很小,加上死区、摩擦等因素的影响,使得电机的转速趋于零(如图 4),而参考速度信号仍处于上升阶段,所以误差愈来愈大,致使控制器失效.当参考速度信号下降到一定的数值时,系统的误差又落回到  $(a, b)$  之内,使控制器又恢复正常,这一点可以由图 4 清楚地看出.

为了解决上述问题,利用 B 样条基函数的最小支撑性,把节点序列的最右的节点置于  $+\infty$  处.由于每个节点值决定了各隶属函数落入横轴时的值,当把第八个节点数设为无穷大时,则使“正大”隶属函数在无穷远处落在横轴上,从而使此曲线以不断增长的方式伸向无穷远.另一方面,在输出值上,通过令  $\sum_{i=1}^N B_{i,m}(x) \equiv 1$  满足于整个横轴而保证“正大”隶属函数在上升到 1 后保持不变地伸向无穷.对于右边的“正小”隶属函数值则通过取“正大”隶属函数的镜像值而获得其对称值.以此方式获得了如图 5 所示的改进后的 B 样条网络隶属函数,从中可以清楚地看到,改进后的 B 样条网络隶属函数,对于任意误差及误差的变化值,包括干扰的影响,都能给出相应的对应值,避免了输出为零的情况,从而确保了控制器具有抗干扰的鲁棒性.

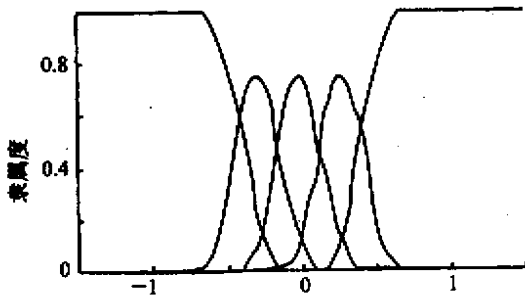


图 5 改进后的 B 样条隶属函数

Fig. 5 Improved B-spline membership function

重复第 3 节的设计过程,可得到改进后的 B 样条模糊神经网络控制器.并首先进行仿真实验,通过对仿真系统的调节因子调试获得  $K_e = 0.01, K_{ec} = 0.01, K_u = 1050$ .

将改进后的 B 样条模糊神经网络控制器同样应用到具体的实际计算机速度控制系统中.系统是由 PWM 功率放大器、电流控制的直流电机、12 位的 A/D、D/A 转换板以及计算机组成.系统采样周期为 10 毫秒.在实际操作中随机地向系统加入变化的负载扰动,获得的系统输入及其响应曲线如图 6 所示,从图 6 中可以清楚地看出,一旦系统中出现扰动,系统响应能够很快地减少误差,跟踪参考输入.具有很强的抗负载扰动能力.由此达到了应用 B 样条模糊

神经网络控制器的任务.实际上由于 B 样条模糊神经网络控制器同时具有模糊神经网络控制器的功能,其本身已具有其他一些抗干扰的自适应能力,在此不一一赘述.改进方法使改进后的 B 样条模糊神经网络控制器完全具有了与普通模糊神经网络控制器相同的功能,同时在控制器的实现上由复杂的非线性函数计算(如指数型高斯隶属函数)加复杂的网络实现,变为多项式代数计算,提高了运算速度,增加了实时控制的可能性.

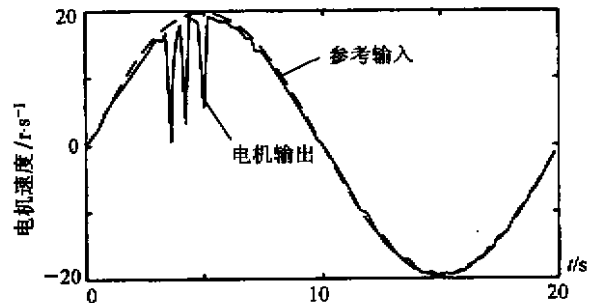


图 6 具有负载扰动时的实际系统响应曲线

Fig. 6 Actual system response with load disturbance

## 5 结束语(Conclusion)

本文对 B 样条模糊神经网络进行了改进,从而使隶属函数的形状更加完善,所形成的控制器的抗干扰能力更强.实验数据证明了所改进方案的切实可行性和有效性.

## 参考文献(References)

- [1] Harris C J, Wu Z Q and Feng M. Aspects of the theory and application of intelligent modeling, control and estimation [A]. Proceedings of the 2nd Asian Control Conference [C], Seoul, 1997, III: 1-10.
- [2] Wang Shengfu. Spline Functions and Their Applications [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1993 (in Chinese).
- [3] Cong Shuang. The study of fuzzy and fuzzy neural network control strategies in mechatronic system [J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(7): 30-32 (in Chinese).
- [4] Brown M and Harris C J. Neurofuzzy Adaptive Modeling and Control [M]. Hemel Hempstead: Prentice Hall, 1997.
- [5] Carl de Boor. MATLAB Spline Toolbox User's Guide [M]. Natick, MA: The Mathworks Inc., 1992.

## 本文作者简介

丛爽女, 1961 年生, 博士, 教授. 主要研究领域: 运动控制中先进控制策略的设计与实现, 神经网络控制, 变结构控制, 模糊控制等.

宋瑞祥, 1976 年生. 主要研究领域: 神经网络控制, B 样条网络控制器等.

钱镇, 1975 年生. 主要研究领域: 非线性系统建模与控制, 模糊控制等.

魏衡华, 1955 年生, 高级工程师. 主要研究领域: 计算机控制与应用, 模糊控制等.