混沌动态系统的自适应辨识、预报及其应用

何宇新　崔永春　宋益莹　刘　军

(大庆油田建设设计研究院　黑龙江　163712)

摘　要　提出了混沌动态系统自适应辨识、预报的一种方法，并将其应用于生态学中的一类种群涨落系统中，说明在一定条件下，混沌动态系统的辨识和预报是可行的。

关键词　混沌，动态系统，辨识，预报

1　引言

混沌的研究开始于70年代，目前已成为举世瞩目的热点之一，其覆盖面广及自然科学和社会科学的各个领域，它不仅改变了自然科学家看待自然界的方式，而且也使社会工作者改变了分析各种矛盾、冲突的方式等等。关于混沌的研究，已取得了一系列重要成果[1~4]。

对于一个确定了输入的非线性动态系统，其动态特性取决于初始状态。以往，人们只研究稳定的动态系统，即初始状态在一定范围内无论怎样改变，系统的长期行为都将趋于一致。但是，对于有些系统，当重复运行时，其输出呈现随机变化，人们或者将这种现象归因于噪声或误差，或者认为这类系统不值得研究。例如天气系统、生态系统，有时即使初始状态几乎相同，但其长期行为也将完全不同，并且无任何周期性，这就是混沌系统，其特征是非线性和对初始状态的敏感依赖性。E. N. Lorenz[5]指出，任何具有非周期行为的非线性动态系统的长期预报注定是失败的。

本文认为，在一定条件下和一定意义下，混沌系统的辨识和长期预报是可能的。本文的基本思想是：由于混沌系统对初始状态的敏感性，因此利用观测数据在线估计系统未知参数的同时，应该包括对初始状态的估计，以此来在线校正对系统状态的估计和预报。

2　问题的描述

考虑非线性动态系统

$$x(k)=f[x(k-1),u(k),\theta,k] \qquad k=1,2,\cdots \tag{1}$$

$$y(k)=x(k)+e(k) \qquad k=1,2,\cdots \tag{2}$$

其中 $y(k)$ $(k\geqslant 1)$ 是一维的观测，$x(k)$ $(k\geqslant 1)$ 是一维的状态，$x(0)$ 是初始状态，θ 是 m 维的未知参数，$e(k)$ 是零均值白噪声。

假设 $f(x,\cdot,\theta,\cdot)$ 是关于 x 连续且关于 θ 连续可微的非线性函数，θ 取值使得系统(1)、(2)的状态具有混沌特性。粗略地说，即 $x(k)(k\geqslant 1)$ 对初始状态 $x(0)$ 非常敏感，且 $x(k)$ 无周期特性。

本文的问题是：基于到 N 时刻为止的输入和观测：

$$u(1),u(2),\cdots,u(N)$$

$$y(1),y(2),\cdots,y(N)$$

估计系统(1)、(2)的初始状态 $x(0)$ 和未知参数 θ，分别记为 $\hat{x}_N(0)$ 和 $\hat{\theta}_N$，进而，若输入 $u(k)$($k \geqslant 1$) 已知，则系统状态和输出的估计和预报为

$$\hat{x}_N(k) = f(\hat{x}_N(k-1), u(k), \hat{\theta}_N, k) \tag{3}$$

$$\hat{y}_N(k) = \hat{x}_N(k) \qquad k = 1, 2, \cdots, N, N+1, \cdots \tag{4}$$

我们称系统(1)、(2)为：关于参数 θ 为非线性的情形。其特殊情形之一为：关于参数 θ 为线性的情形，即

$$x(k) = \varphi[x(k-1), u(k), k]^T \theta \tag{5}$$

$$y(k) = x(k) + e(k) \qquad k = 1, 2 \cdots \tag{6}$$

其中 $\varphi(\cdot, \cdot, \cdot)$ 是 m 维向量值函数，其余符号意义同系统(1)、(2)。

3 未知参数为线性的情形

考虑动态系统(5)、(6)

假设初始状态 $x(0)$ 已知，则参数 θ 可由递归最小二乘法估计如下：

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + \frac{P(k-1)\varphi[x(k-1), u(k), k]\{y(k) - \varphi[x(k-1), u(k)k]^T \hat{\theta}_{k-1}\}}{1 + \varphi[x(k-1), u(k), k]^T P(k-1) \varphi[x(k-1), u(k)k]}$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi[x(k-1), u(k), k]\varphi[x(k-1), u(k)k]^T P(k-1)}{1 + \varphi[x(k-1), u(k), k]^T P(k-1)\varphi[x(k-1), u(k)k]}$$

其中初值 $\hat{\theta}_0 = 0, P(0) = \alpha I$($\alpha$ 为很大的正数)，$x(0)$ 已知。

假设参数 θ 已知，而初始状态 $x(0)$ 未知，则 $x(0)$ 可由[6]文的非线性随机梯度算法估计如下

$$\hat{x}_k(0) = \hat{x}_{k-1}(0) + \frac{\delta_k \nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)} \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \theta}{\| \nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)} \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \theta \|^2} \{y(k) - \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \theta\}$$

其中 $\{\delta_k\}$ 为一实数列：$\delta_k > 0$，$\delta_k \downarrow 0$，$\sum_1^\infty \delta_k = +\infty$，$\sum_1^\infty \delta_k^2 < +\infty$，而 $\varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \theta$ 表示状态方程(5)取初始状态为 $\hat{x}_{k-1}(0)$ 递推到第 k 步而得，而

$$\nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)} \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \theta = \frac{\mathrm{d}\varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \theta}{\mathrm{d}_{\hat{x}(0)}} \Big|_{\hat{x}(0) = \hat{x}_{k-1}(0)}$$

把上述关于参数 θ 和初始状态 $x(0)$ 的两组估计算法交互组合，形成如下算法

$$\hat{x}_k(0) = \hat{x}_{k-1}(0) + \frac{\delta_k}{\nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)} \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \hat{\theta}_k} \{y(k) - \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \hat{\theta}_k\} \tag{7}$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + \frac{P(k-1)\varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]}{1 + \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T P(k-1) \varphi_{\hat{x}_{k-1}}[\hat{x}(k-1), u(k), k]} \{y(k) - \varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1), u(k), k]^T \hat{\theta}_{k-1}\} \tag{8}$$

$$P(k) = P(k-1) +$$

$$+\frac{P(k-1)\varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),k]\varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),k]^T P(k-1)}{1+\varphi_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),k]^T P(k-1)\varphi_{\hat{x}_{k-1}}[\hat{x}(k-1),u(k),k]} \tag{9}$$

其中初值 $\hat{\theta}_0=0, P(0)=\alpha\cdot I$（$\alpha$ 为很大的正数），$\hat{x}_0(0)$ 适当选取，而 $\{\delta_k\}$ 为一实数列：

$$\delta_k>0,\ \delta_k\downarrow 0, \sum_1^{\infty}\delta_k=+\infty, \sum_1^{\infty}\delta_k^2<+\infty.$$

4 未知参数为非线性情形

考虑动态系统(1)、(2)

类似上节，只是当 $x(0)$ 已知时，则参数 θ 亦由[6]文中非线性随机梯度算法估计，并与初始状态估计交互运行，因此得

$$\hat{x}_k(0)=\hat{x}_{k-1}(0)+\frac{\delta_k}{\nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)}f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta}_k,k]}\{y(k)-f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta}_k,k]\} \tag{10}$$

$$\hat{\theta}_k=\hat{\theta}_{k-1}+\frac{\delta_k}{\nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)}f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta}_{k-1},k]}\{y(k)-f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta}_{k-1},k]\} \tag{11}$$

其中 $\{\delta_k\}$ 为一实数列：$\delta_k>0,\ \delta_k\downarrow 0, \sum_1^{\infty}\delta_k=+\infty, \sum_1^{\infty}\delta_k^2<+\infty$，而

$f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta}_{k-1},k]$ 表示状态方程(2.1)中参数 θ 取 $\hat{\theta}_{k-1}$，初始状态为 $\hat{x}_{k-1}(0)$ 递推到第 k 步而得，而

$$\nabla_{\hat{x}_{k-1}(0)}f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta}_{k-1},k]^T\theta=\frac{\mathrm{d}f_{\hat{x}_{k-1}(0)}[\hat{x}(k-1),u(k),\hat{\theta},k]^T\theta}{\mathrm{d}\theta}\Big|_{\theta=\hat{\theta}_{k-1}}$$

5 应用于生态学中的一类种群涨落系统

设第 k 年种群增长率为 x_k，第 $k+1$ 年种群增长率 x_{k+1} 仅依赖于 x_k，并且由于种群的饥饿和竞争，x_{k+1} 与 x_k 的关系是非线性关系。一般地，当 x_k 增加时，x_{k+1} 也增加，当 x_k 增加到一定程度时，由于种群的饥饿和竞争，x_{k+1} 反而下降，有很大一类种群增长率的涨落可由下述模型描述

$$x_{k+1}=\theta x_k(1-x_k)$$

其中 θ 是一实数参数，它表示模型的某种非线性程度，如抛物线的陡度. 普林斯顿大学生物系和数学系教授R.M.May在[7,8]中详细研究了上述系统：当 $0<\theta<3$ 时，系统有一个稳定的不动点；当 $0<\theta<3$ 时，系统有一个稳定的不动点；当 $\sqrt{3}<\theta<1+\sqrt{6}$ 时，系统有一个稳定的2周期点；当 θ 继续增加时，上述系统的非线性增强；当 $3.57\cdots<\theta<4$ 时，系统产生混沌。

考虑系统

$$x(k)=\theta x(k-1)[1-x(k-1)] \tag{12}$$

$$y(k)=x(k)+e(k) \tag{13}$$

其中 $\theta=3.69$，初态 $x(0)=0.29$，而 $e(k)$ 为零均值 0.01 方差的白噪声，得到 40 个观测值，见图 1 加重图线。

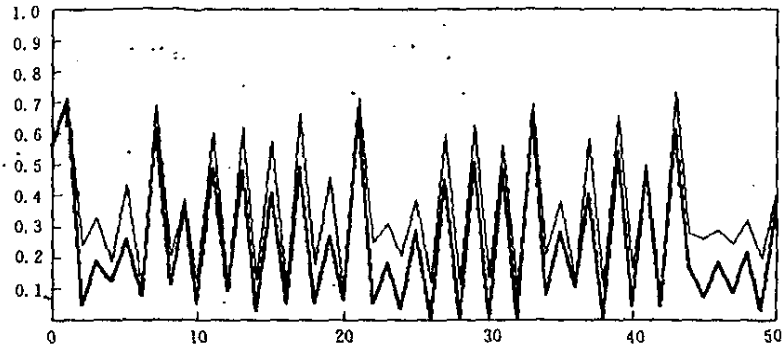

图 1　一类种群涨落系统的辨识和预报实例

应用本文算法(7)～(9)得如下算法

$$\hat{x}(0)=\hat{x}_{k-1}(0)+\frac{1}{k}\frac{1}{k\prod_{i=0}^{k-1}\hat{\theta}_k[1-2\hat{x}(i)]\{y(k)-\hat{x}(k)\}} \tag{14}$$

其中　$\hat{x}_k(0)\quad(i=0,1,\cdots,k)$ 由下式得到

$$\hat{x}(i)=\hat{\theta}_k\hat{x}(i-1)\{1-\hat{x}(i-1)\}$$

$$\hat{x}(0)=\hat{x}_{k-1}(0)\quad i=1,2,\cdots,k$$

$$\hat{\theta}_k=\hat{\theta}_{k-1}+\frac{P_{k-1}\hat{x}_k(i-1)\{1-\hat{x}(i-1)\}}{1+P_{k+1}\hat{x}(i-1)^2\{1-\hat{x}(i-1)\}^2}\left\{y(k)-\hat{x}(k)\right\} \tag{15}$$

$$P_k=\quad P_{k-1}-\frac{P_{k-1}{}^2\hat{x}(k-1)\{1-\hat{x}(k-1)\}}{1+P_{k-1}\hat{x}(k-1)^2\{1-\hat{x}(k-1)\}^2} \tag{16}$$

其中 $\hat{x}(i)(i=k-1,k)$ 由下式得到

$$\hat{x}(i)=\hat{\theta}_{k-1}\hat{x}(i-1)\{1-\hat{x}(i-1)\}$$

$$\hat{x}(0)=\hat{x}_{k-1}(0)\qquad\qquad i=1,2,\cdots,k$$

初值 $\hat{\theta}_0=3.58, P_0=10^6, \hat{x}_0(0)=0.2$，得

$$\hat{x}_{40}(0)=0.289999998\qquad\qquad\hat{\theta}_{40}=3.69$$

因此，应用(3)(4)式得到系统(12)的状态和输出的估计和长期预报结果相当理想，见图 1，细曲线为状态估计预报曲线。

6　结论

本文给出了一类混沌动态系统自适应辨识、预报算法，并将其应用于生态学中的一类种群涨落系统中，应用实例说明，在一定条件和一定意义下，对初态敏感依赖且无任何周期行为的非线性系统的辨识和长期预报是可能的。这是基于本文提出的初态与参数交互辨识的思想。

参考文献

[1] James Gleick. Chaos Making a New Science. Viking Penguin Inc.. New York, 1988

[2] H. B Stewart and J. M. Thompson. Nonlinear Dynamic and Chaos. Wiley, 1986

[3] 卢 侃等,混沌动力学.上海翻译出版社 1990

[4] 李 兵,蒋慰孙,混沌优化方法及其应用.控制理论及应用,1997,40(4)

[5] E. N. Lorenz. Irregularity: a fundomental property of the atmosphere. Tellus, 1984, 36A, 98

[6] Z. G. Han. A Recursive Estimates Methods of the Nonlinear Stochastic System and Its Convergence Analysis. 6th IFAC S. I. S. P. E washington, 1982

[7] R. May. Biological populations with nonoverlapping generations: stable points, stable cycles and chaos. Science, 1974, 645

[8] R. May and G. F. Oster. Bifurations and dynamic complexity in simple ecological models. The American Naturalist. 1976, 573

何宇新　　男　　主任工程师　　高级工程师

1963年10月10日生于黑龙江省鸡西市,1991年3月毕业于黑龙江大学自控系自动控制专业,获硕士学位

曾获省部级奖励1项

目前正在从事油田自动化控制系统的设计、研究、开发,时变动态系统的辨识、预报和控制工作

已发表学术论文9篇

通信地址:163712　黑龙江省大庆市大庆油田建设设计研究院自控室

电　　话:(0459)5902530