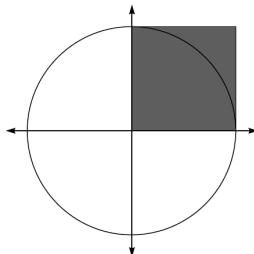


۱- در این تمرین برنامه نویسی می‌خواهیم به کمک زبان برنامه نویسی پایتون و استفاده از روش شبیه‌سازی، مسأله ریاضی محاسبه مقدار  $\pi$  را مورد توجه قرار دهیم. بدین منظور از توصیف هندسی نشان داده شده در شکل زیر استفاده می‌کنیم.

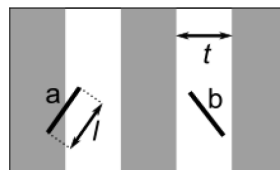
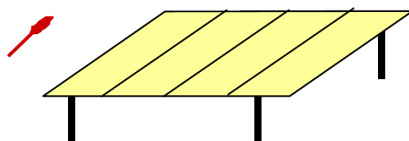


در شکل فوق اگر نسبت مساحت دایره‌ای به شعاع واحد به مساحت مربع خاکستری رنگ را با کمیت  $R$  نمایش دهیم،  $\pi=4R$  خواهد شد. از مدل‌سازی یک سیستم معادل فیزیکی برای یافتن کمیت  $R$  استفاده می‌کنیم. مثلاً دارت‌هایی را به شکل فوق پرتاب کرده و تعداد دفعات برخورد دارت را با ربع دایره مشخص می‌سازیم. پس از پرتاب تعداد زیادی دارت می‌توانیم تعداد دفعاتی را که دارت با ربع دایره برخورد می‌کند به دست آوریم. ما این پارامتر را با  $n_{cir}$  نشان می‌دهیم. در صورتی که کل تعداد دارت‌ها را با  $n_{tot}$  مشخص سازیم، داریم:

$$R = \frac{n_{cir}}{n_{tot}}$$

تجربه پرتاب دارت‌ها را با دو متغیر تصادفی  $u1 \sim U(0, 1)$  و  $u2$  برای هر پرتاب دارت شبیه‌سازی کنید. اگر فاصله از مبدأ مختصات  $(x,y)=(u1,u2)$  از شعاع دایره کوچکتر باشد، بدین معناست که دارت شبیه‌سازی شده به ربع دایره برخورد کرده است. برنامه‌ای بنویسید که این فرآیند را به تعداد دفعات زیاد شبیه‌سازی کند و از آن‌جا مقدار تقریبی  $\pi$  را محاسبه کرده و خطای آزمایش خود را به دست آورد.

۲- در برنامه دوم نیز می‌خواهیم با استفاده از روش شبیه‌سازی، مقدار تقریبی عدد  $\pi$  را محاسبه کنیم. فرض کنید مطابق شکل زیر سطحی داریم که شامل تخته‌هایی چوبی هم‌اندازه به عرض  $t$  است. سوزنی نیز به طول  $l$  در اختیار داریم. سوزن را به شکل تصادفی بر روی تخته پرتاب می‌کنیم، احتمال وقوع آن که سوزن بر روی مرز بین دو تخته بیفتد  $\frac{2l}{t\pi}$  خواهد بود.



فرض کنید سوزن را  $n$  بار پرتاب کنیم و  $h$  بار مرز بین دو تخته را قطع کند. در این صورت:

$$\frac{h}{n} = \frac{2l}{\pi} \Rightarrow \pi = \frac{2ln}{th}$$

اکنون آزمایش را به صورت عملی پیاده‌سازی کرده و مقدار تقریبی  $\pi$  را به دست آورید. نتیجه شبیه‌سازی خود را با مقدار دقیق  $\pi$  مقایسه کرده و خطای آزمایش خود را مشخص سازید.

۳- در یک سیستم جستجوی کتابخانه‌ای هوشمند، اگر حداقل زمان پاسخ گارانتی شده ۱۰ ثانیه باشد، فضای نمونه زمان دسترسی به اطلاعات درخواستی را بنویسید.

۴- یک مجموعه ۱۰۰ تایی از برنامه‌های کامپیوتری برای یافتن خطاهای گوناگون مورد بررسی قرار می‌گیرد. ۲۰ برنامه دارای خطای دستوری (syntax error)، ۱۰ برنامه دارای خطای ورودی/خروجی، ۵ برنامه دارای خطاهای مختلف، ۶ برنامه دارای هر دو نوع خطای دستوری و ورودی/خروجی و همچنین ۳ برنامه دارای خطای دستوری و دیگر خطاهای مختلف و ۲ برنامه دارای خطای ورودی/خروجی و خطاهای مختلف می‌باشند و بالاخره یک برنامه نیز شامل همه انواع خطاها می‌باشند. یک برنامه به طور تصادفی از این مجموعه انتخاب می‌شود.

الف) احتمال اینکه برنامه شامل خطای دستوری یا خطای ورودی/خروجی یا هر دو باشد، چیست؟

ب) احتمال اینکه برنامه هر نوع خطایی داشته باشد چقدر است؟

ج) احتمال آنکه برنامه خطا نداشته باشد را به دست آورید.

۵- فرض کنید ۵ ترمینال مختلف توسط یک خط ارتباطی به یک سیستم کامپیوتر مرکزی متصل شده باشند. خط ارتباطی به ۵ ترمینال سرکشی میکند تا ترمینالی که آمادگی ارتباط با سیستم مرکزی را دارد مرتبط کند.

الف) فضای نمونه سیستم را به دست آورید.

ب) تعداد حالاتی را که دقیقاً ۳ ترمینال آمادگی ارتباط داشته باشند، به دست آورید.

۶- در مسأله ۴ فرض کنید A پیشامد آن باشد که برنامه حداقل یک خطای ورودی/خروجی دارد. همچنین فرض کنید B پیشامد آن باشد که برنامه حداقل یک خطای دستوری دارد. در این صورت احتمال A به شرط B را به دست آورید.

۷- فرض کنید در بررسی ۱۰۰ کامپیوتر در یک مرکز کامپیوتری، حداقل ۷۵ کامپیوتر دارای مدل پنتیوم باشند. چنانچه ۳ کامپیوتر را به شکل تصادفی یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری انتخاب کنیم، احتمال آنکه هر سه مدل پنتیوم باشند، چقدر است؟

۸- در یک فایل اصلی ۱۲۰۰۰ رکورد به شکل ترتیبی ذخیره شده است. فایل دارای بلوک‌های ۶ رکوردی می‌باشد. یک فایل تراکنشی هر روز برای بهنگام شدن (update) فایل اصلی اجرا می‌شود. این کار سبب می‌شود که در حدود ۵٪ از کل رکوردهای فایل اصلی بهنگام شوند. چنانچه یکی از رکوردهای بلوک به بهنگام شدن نیاز داشته باشد، کل بلوک باید بهنگام شود. در ضمن، همگی رکوردهای به صورت یکسان در فایل اصلی پراکنده شده‌اند. میانگین و انحراف معیار تعداد بلوک‌هایی که باید بهنگام شوند، چیست؟

۹- از قضیه چبیشف و قانون اعداد بزرگ، که در کلاس درس داده شد، استفاده کرده و تحقیق کنید که حداقل احتمالی برابر با  $\frac{35}{36}$  وجود دارد که

الف) در ۹۰۰ پرتاب یک سکه سالم نسبت شیرها بین ۴ و ۶ باشد.

ب) در ۱۰۰۰۰۰ پرتاب یک سکه سالم نسبت شیرها بین ۴۹۷ و ۵۰۳ باشد.

۱۰- نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۸۱ را از جامعه‌ای نامتناهی با میانگین ۱۲۸ و انحراف معیار ۶.۳ اختیار میکنیم. با چه احتمالی میتوان حکم کرد که مقدار برآورد شده توسط  $\bar{X}$  مابین ۱۲۶.۶ و ۱۲۹.۴ قرار نخواهد داشت؛ اگر از موارد زیر استفاده کنیم:

الف) قضیه چبیشف

ب) قضیه حد مرکزی