



جبر خطی - تمرین اختیاری سری اول

موعد تحویل: ۷ اردیبهشت، ساعت ۲۳:۵۹

مدرس: دکتر حامد ملک

نیمسال دوم ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱

۱- درستی یا نادرستی هریک از قضایای زیر را همراه با اثبات و دلیل مشخص کنید. (a و b و c و d بردار هستند).

$$a \times (b \times c) = (a \cdot c) b - (a \cdot b) c \quad \text{الف)}$$

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c \quad \text{ب)}$$

$$(a \times b) \cdot (c \times d) = (a \cdot c)(b \cdot d) - (a \cdot d)(b \cdot c)$$

$$\|a \times b\|^2 = a^2 b^2 - (a \cdot b)^2$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{0}$$

۲- فرض کنید $4x^2 + 5y^2 + 8z^2 = 12$. بیشترین مقدار عبارت $4x + 5y + 12z$ چند است؟

۳- ثابت کنید اجتماع ۲ زیر فضا از فضای برداری V خود یک زیرفضا از V است اگر و تنها اگر یکی از ۲ زیرفضا زیر مجموعه‌ی دیگری باشد.

۴- فرض کنید v_1, v_2, \dots, v_n پایه‌ای برای R_n باشد و ماتریس $A_{n \times n}$ معکوس پذیر باشد، نشان دهید Av_1, Av_2, \dots, Av_n نیز پایه‌ای برای R_n می باشد.

۵- با استفاده از الگوریتم گرام-اشمیت و بردارهای زیر یک پایه متعامد یکه برای R^4 پیدا کنید.

$$X_1 = (1, 1, 1, 1)$$

$$X_2 = (0, 1, 1, 1)$$

$$X_3 = (0, 0, 1, 1)$$

۶- با استفاده از الگوریتم گرام-اشمیت برای مجموعه بردار داده شده یک پایه متعامد یکه پیدا کنید.

$$F = \{ \langle 4, 0, 2, -1 \rangle, \langle 2, 1, -1, 1 \rangle, \langle 1, 1, -1, 0 \rangle \}$$

۷- اگر ضرب داخلی دو تابع p و q به صورت زیر تعریف شود:

$$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x) dx$$

سپس یک پایه متعامد یکه برای مجموعه $B = \{x^2, x, 1\}$ بدست آورید.

نکات

فرمت نام‌گذاری فایل نهایی ارسالی حتماً به صورت [student name]-[student id]-Optional-HW1 باشد.
برای نمونه: Optional-HW1-12345678-MyName

توجه کنید که این تکلیف به صورت اختیاری و برای تمرین بیشتر است و هیچ نمره‌ای (به صورت اجباری یا امتیازی) ندارد.
هر گونه سوال و ابهام را می‌توانید در گروه تلگرامی مطرح نمایید.

سلامت و موفق باشید

تیم حل تمرین