



جبر خطی - تمرین سری چهارم

موعد تحویل: ۲۵ خرداد، ساعت ۲۳:۵۹

مدرس: دکتر حامد ملک

نیمسال دوم ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱

سوالات تئوری

۱. برای ماتریس زیر تجزیه SVD را به دست آورید. (با راه حل کامل)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

۲. درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی نمایید. (با ذکر دلیل و راه حل)

الف. عدد حالت ماتریس A برابر با ∞ است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

ب. ماتریس A را به صورتی در نظر گرفته‌ایم که معادله $Ax = b$ دارای جواب باشد. پس از اضافه کردن 0.001 به مقادیر b و محاسبه مجدد معادله $Ax = b$ مقدار x جدید نسبت به مقادیر x قبلی، تغییرات چشم‌گیری می‌کند. ماتریس A خوش‌حالت است.

ج. عدد حالت ماتریس B بسیار بزرگ است.

$$B = \begin{bmatrix} 3.7 & 0.9 \\ 7.8 & 1.9 \end{bmatrix}$$

۳. ماتریس $A_{n \times n}$ را قطری سازی می‌کنیم به طوری که ماتریس‌های P و D وجود دارند که D قطری است و $D = P^{-1}AP$

الف) ثابت کنید رابطه $A^m = PD^mP^{-1}$ برقرار است.

ب) ماتریس A به صورت زیر است، A^5 را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \\ -5 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

۴. مقادیر منفرد (singular values) ماتریس زیر را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۵. دستگاه معادلات زیر را با روش LU حل کنید

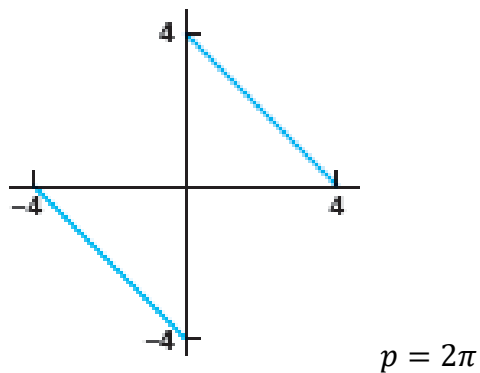
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

۶. زوج یا فرد بودن توابع زیر را نشان دهید. ضرایب فوریه را به دست بیاورید.

$$a) f(x) = 1 - \frac{x^2}{4} \quad (-2 < x < 2), \quad P = 4$$

$$b) f(x) = \cos \pi x \quad \left(-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right), \quad P = 1$$

c)



نکات

فرمت نام‌گذاری فایل نهایی ارسالی حتماً به صورت [student name]-[student id]-HW4 باشد.

برای نمونه: HW4-12345678-MyName

هر گونه سوال و ابهام را می‌توانید در گروه تلگرامی مطرح نمایید.

سلامت و موفق باشید

تیم حل تمرین