

## 分位数函数

### $\alpha$ -分位数

$F$  的  $\alpha$ -分位数 (或  $\alpha$  点) 等于

$$F^{-1}(\alpha) = \inf\{x : F(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in (0, 1)$$

换句话说,  $F^{-1}(\alpha)$  是使  $F(x) \geq \alpha$  的最小值  $x$ 。

在给定的位置-尺度族的分布的分位数函数之间存在线性关系 (见描述性统计习题 2) :

$$F_{a,b}^{-1}(\alpha) = a + bF^{-1}(\alpha)$$

换句话说, 点集  $\{(F^{-1}(\alpha), F_{a,b}^{-1}(\alpha)) : \alpha \in (0, 1)\}$  在直线  $y = a + bx$  上, 也就是说同一个分位上的值, 对于一个位置分布族的分布, 乘线性关系。下图说明了两个正态分布属于同一个位置-尺度族的事实。

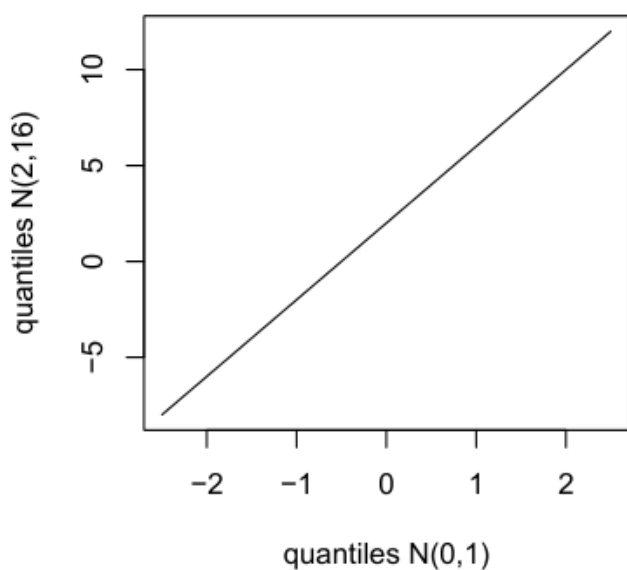


图: 将  $N(2, 4^2)$  分布的分位数 ( $y$  轴) 与  $N(0, 1)$  分布的分位数 ( $x$  轴) 绘制在一起。注意这里的  $4^2$  因为系数  $b$  作用在方差上有一个平方的效果。