

# Abgabe 1

## Authors

Sergej Bakanow, Denis Troccolo, Anselm Koch, Robin Schüle, Marvin Simon

## Aufgabe 1

### 1.

Da jede Würfelseite die gleiche Chance hat oben zu landen und wir 6 Würfelseiten haben, hat jede Würfelseite eine Wahrscheinlichkeit von  $1/6$  ( $\sim 16,66\%$ ) oben zu landen. Um die Stärke der Würfel zu bestimmen lassen wir jeweils 2 Würfel gegeneinander antreten und bestimmen die Wahrscheinlichkeit des Sieges. Unentschieden werden in der Wahrscheinlichkeitsberechnung nicht mit einbezogen, da bei einem Unentschieden einfach wieder neu gewürfelt wird.

### Vergleich Würfel A und Würfel B

A / B	3	3	3	4	4	4
1	B	B	B	B	B	B
1	B	B	B	B	B	B
4	A	A	A	X	X	X
5	A	A	A	A	A	A
5	A	A	A	A	A	A
5	A	A	A	A	A	A

Wie im Bild zu sehen hat Würfel A eine Wahrscheinlichkeit von  $7/11 = \sim 63,63\%$  und Würfel B eine Wahrscheinlichkeit von  $4/11 = \sim 36,36\%$  zu gewinnen.

**Ergebnis: A > B**

### Vergleich Würfel A und Würfel C

A / C	1	1	1	6	6	6
-------	---	---	---	---	---	---

1	X	X	X	C	C	C
1	X	X	X	C	C	C
4	A	A	A	C	C	C
5	A	A	A	C	C	C
5	A	A	A	C	C	C
5	A	A	A	C	C	C

Wie im Bild zu sehen hat Würfel A eine Wahrscheinlichkeit von  $4/10 = 40\%$  und Würfel C eine Wahrscheinlichkeit von  $3/5 = 60\%$  zu gewinnen.

**Ergebnis: C > A**

## Vergleich Würfel A und Würfel D

A / D	2	2	2	3	6	6
1	D	D	D	D	D	D
1	D	D	D	D	D	D
4	A	A	A	A	D	D
5	A	A	A	A	D	D
5	A	A	A	A	D	D
5	A	A	A	A	D	D

Wie im Bild zu sehen hat Würfel A eine Wahrscheinlichkeit von  $4/9 = \sim 44,44\%$  und Würfel D eine Wahrscheinlichkeit von  $5/9 = \sim 55,55\%$  zu gewinnen.

**Ergebnis: D > A**

## Vergleich Würfel C und Würfel D

C / D	2	2	2	3	6	6
1	D	D	D	D	D	D
1	D	D	D	D	D	D
1	D	D	D	D	D	D
6	C	C	C	C	X	X
6	C	C	C	C	X	X

6	C	C	C	C	X	X
---	---	---	---	---	---	---

Wie im Bild zu sehen hat Würfel C eine Wahrscheinlichkeit von  $4/10 = 40\%$  und Würfel D eine Wahrscheinlichkeit von  $3/5 = 60\%$  zu gewinnen.

**Ergebnis: D > C**

## Vergleich Würfel C und Würfel B

C / B	3	3	3	4	4	4
1	B	B	B	B	B	B
1	B	B	B	B	B	B
1	B	B	B	B	B	B
6	C	C	C	C	C	C
6	C	C	C	C	C	C
6	C	C	C	C	C	C

Wie im Bild zu sehen haben Würfel C und Würfel B beide eine Wahrscheinlichkeit von  $1/2 = 50\%$  zu gewinnen.

**Ergebnis: C = B**

## Vergleich Würfel B und Würfel D

B / D	2	2	2	3	6	6
3	B	B	B	X	D	D
3	B	B	B	X	D	D
3	B	B	B	X	D	D
4	B	B	B	B	D	D
4	B	B	B	B	D	D
4	B	B	B	B	D	D

Wie im Bild zu sehen hat Würfel B eine Wahrscheinlichkeit von  $7/11 = \sim 63,63\%$  und Würfel D eine Wahrscheinlichkeit von  $4/11 = \sim 36,36\%$  zu gewinnen.

**Ergebnis: B > D**

Wenn wir uns jetzt die Häufigkeiten der Siege eines Würfels gegen alle anderen Würfel anschauen ergibt sich, dass:

- Würfel D gegen 2 Würfel gewinnt (A und C) und 1 mal verliert (B).
- Würfel B gewinnt gegen 1 Würfel (D), verliert gegen 1 Würfel (A) und trennt sich 1 mal unentschieden (C).
- Würfel C gewinnt gegen 1 Würfel (A), verliert gegen 1 Würfel (D) und trennt sich 1 mal unentschieden (B).
- Würfel A gewinnt gegen 1 Würfel (B) und verliert gegen 2 Würfel (C und D).

Daraus ergibt sich die Reihenfolge (von schwach zu stark): A -> B = C -> D

## 2. Vergleich Würfel A und normaler Würfel

A / W	1	2	3	4	5	6
1	X	W	W	W	W	W
1	X	W	W	W	W	W
4	A	A	A	X	W	W
5	A	A	A	A	X	W
5	A	A	A	A	X	W
5	A	A	A	A	X	W

Beide Würfel haben eine 50% Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.

**Ergebnis: A = normaler Würfel**

## Vergleich Würfel B und normaler Würfel

B / W	1	2	3	4	5	6
3	B	B	X	W	W	W
3	B	B	X	W	W	W
3	B	B	X	W	W	W
4	B	B	B	X	W	W
4	B	B	B	X	W	W
4	B	B	B	X	W	W

Beide Würfel haben eine 50% Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.

**Ergebnis: B = normaler Würfel**

## Vergleich Würfel C und normaler Würfel

C / W	1	2	3	4	5	6
1	X	W	W	W	W	W
1	X	W	W	W	W	W
1	X	W	W	W	W	W
6	C	C	C	C	C	X
6	C	C	C	C	C	X
6	C	C	C	C	C	X

Beide Würfel haben eine 50% Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.

**Ergebnis: C = normaler Würfel**

## Vergleich Würfel D und normaler Würfel

D / W	1	2	3	4	5	6
2	D	X	W	W	W	W
2	D	X	W	W	W	W
2	D	X	W	W	W	W
3	D	D	X	W	W	W
6	D	D	D	D	D	W
6	D	D	D	D	D	W

Beide Würfel haben eine 50% Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.

**Ergebnis: D = normaler Würfel**

## Aufgabe 2

1. Step 0: 1

Step 1: 1

Step 2: 1

Step 3: 2

Step 4: 5

Step 5: 12

Step 6: 30

Step 7: 78

Step 8: 205  
Step 9: 547  
Step 10: 1488  
Step 11: 4104  
Step 12: 11430  
Step 13: 32111  
Step 14: 90910  
Step 15: 259087  
Step 16: 742701  
Step 17: 2140165  
Step 18: 6195787  
Step 19: 18011450  
Step 20: 52556756  
Step 21: 153881305  
Step 22: 451948784  
Step 23: 1331141032  
Step 24: 3930882046  
Step 25: 11635856286  
Step 26: 34519968211  
Step 27: 102620956036  
Step 28: 305655819202  
Step 29: 912019030930  
Step 30: 2725831256483  
Step 31: 8159657288069  
Step 32: 24461385127725  
Step 33: 73432509958669  
Step 34: 220728914531525  
Step 35: 664296349489186  
Step 36: 2001553267953391  
Step 37: 6037376821807766  
Step 38: 18229742789073518  
Step 39: 55098666357557710  
Step 40: 166689703178220044  
Step 41: 504735649912109426  
Step 42: 1529637330718265973  
Step 43: 4639436948397129770  
Step 44: 14082460973189742652  
Step 45: 42777315167918533446  
Step 46: 130033826701010850056  
Step 47: 395543320353306199451

Step 48: 1203966764544170063758  
Step 49: 3666960664772638665846  
Step 50: 11175284019467260920046  
Step 51: 34076998460002462477556  
Step 52: 103969272833242132724291  
Step 53: 317380748380984889085147  
Step 54: 969347612878126554097240  
Step 55: 2962060008665104173649804  
Step 56: 9055571839164961403284258  
Step 57: 27697361744871204179971172  
Step 58: 84752900002826381964805658  
Step 59: 259452502764369494585450358  
Step 60: 794588194351734520714782419  
Step 61: 2434453114146430514382503803  
Step 62: 7461569393773667859828305917  
Step 63: 22878264356162983162139998618  
Step 64: 70173800946780563052422752621  
Step 65: 215318381507489179940273529949  
Step 66: 660901527079753839392710747469  
Step 67: 2029259164431428911854674961914  
Step 68: 6232742028415134504442267864505  
Step 69: 19149507520127675275634277666388  
Step 70: 58853054412787565656492713208654  
Step 71: 180929601569690846338933939296646  
Step 72: 556385628651474427910435739163063  
Step 73: 1711450800121248051980201709587293  
Step 74: 5265891307273540374885130867210138  
Step 75: 16206721464735816388067916109124804  
Step 76: 49892035660888131529731039833880254  
Step 77: 153630395274527188532683943275530829  
Step 78: 473184097564864527487805706134733758  
Step 79: 1457764966887043214445350001539410115  
Step 80: 4492071494215940212621008295264863916  
Step 81: 13845386864870716188477571092750134092  
Step 82: 4268353782084072319926383888689062458  
Step 83: 131616482470152053303914072542115886632  
Step 84: 405931235570683638820677797006111112917  
Step 85: 1252232069308590805839559811926168077971  
Step 86: 3863716464070396893539237637598206675582  
Step 87: 11923719144399075625240735839432570258138

Step 88: 36804620597847174506119313118115165476684  
 Step 89: 113625338613048851577285413612771499700378  
 Step 90: 350855635446959532853747290854519904683158  
 Step 91: 1083578515845743954330425548309277668857058  
 Step 92: 3347104541233613412893300124983775763249488  
 Step 93: 10340784425002959855150720551207503532908644  
 Step 94: 31952983416565716247409539664162914966882199  
 Step 95: 98751004463222461371607239891643934453567212  
 Step 96: 305240609470658118249431532072158698655059246  
 Step 97: 943653021450927559571739013693588543025165310  
 Step 98: 2917764153540230902497393350238662852003226070  
 Step 99: 9023073552950601695819250958215557785144367188

```

2.  function calculatePaths(numberOfSteps, currentValue, resultSave): numberOfPaths {
      if numberOfSteps == 0
        return currentValue == 0 ? 1 : 0

      for(every possible ySteps) {
        nextValue = currentValue + yStep;
        if(nextValue >= 0) {
          search resultSave for entry
          if(resultSave no entry) {
            call calculatePaths with (steps - 1, nextValue, resultSave)
            save the return value in resultSave
          }
        }
        add result in a local variable
      }
      return the local variable which are the possible paths
    }

    main {
      input steps and call the calculatePaths function with an empty map and currentValue 0
      print return value
    }
  
```

3.



```

function drawPaths(numberOfSteps, currentValue, resultSave): numberOfPaths {
  if numberOfSteps == 0
    return currentValue == 0 ? 1 : 0

  for(every possible ySteps) {
    nextValue = currentValue + yStep;
    if(nextValue >= 0) {
      search resultSave for entry
      if(resultSave no entry) {
        call calculatePaths with (steps - 1, nextValue, resultSave)
        save the return value in resultSave
      }
      if(resultSave entry) {
        drawLine from currentValue to nextValue;
      }
    }
    add result in a local variable
  }
  return the local variable which are the possible paths
}

main {
  input steps and call the drawPaths function with an empty map and currentValue 0
}

```

4.  $A = B: O(4 \cdot n)$
5.  $A = B: O(n + (n \cdot (n + 1)) / 2)$
6.  $\text{UniqueGridPoints} = (\text{Sum}(\text{map.values} \neq 0)) + 1;$