FIMI 2ème année

Nom		Prénom		Groupe	

Mécanique des Systèmes - Interrogation écrite n°2

Lundi 12 Décembre 2022 – 1h (10h15 – 11h15)

Les réponses doivent impérativement être portées **sur ce document qui sera rendu en fin de contrôle**.

Le joint de Oldham est un mécanisme permettant de transmettre un mouvement de rotation entre deux arbres parallèles lorsque leurs axes de rotation sont légèrement décalés (quasi-coaxiaux). Il est par exemple utilisé dans le bras Maxpid, un bras robotisé utilisé pour la cueillette de fruits. Sur ce robot, un moteur à courant continu et un système vis-écrou assurent le mouvement entre le bras et l'avant-bras du robot. Le joint de Oldham est placé entre le moteur et la vis dont les axes ne sont pas forcément alignés.

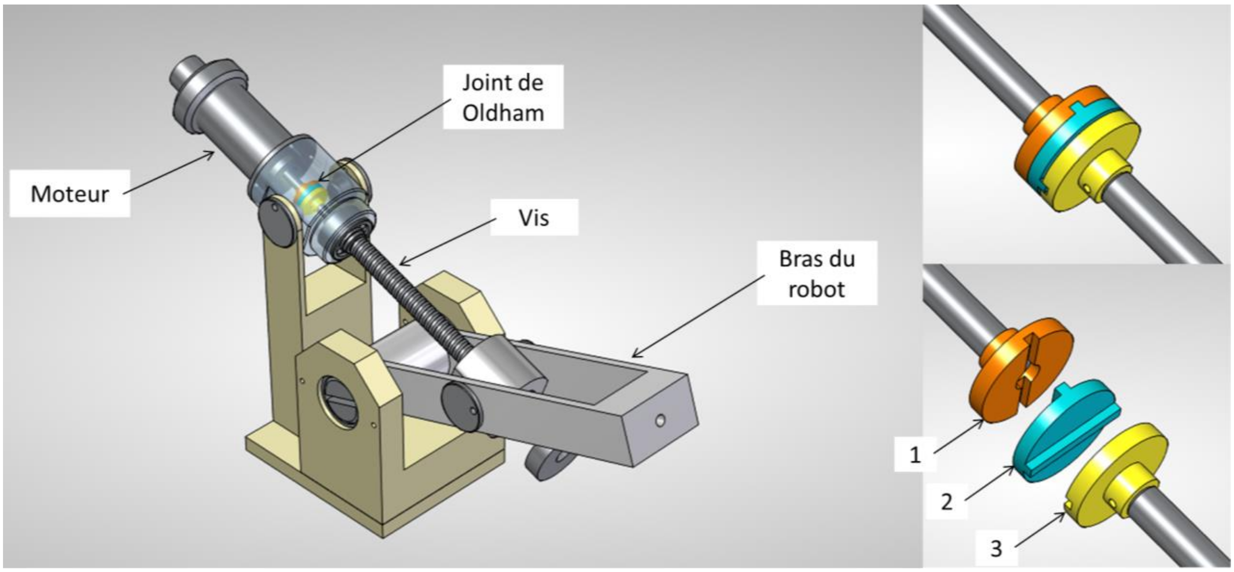


Figure 1 - A gauche : bras de robot Maxpid, à droite : zoom sur le joint de Oldham dont le schéma cinématique est proposé en figure 2

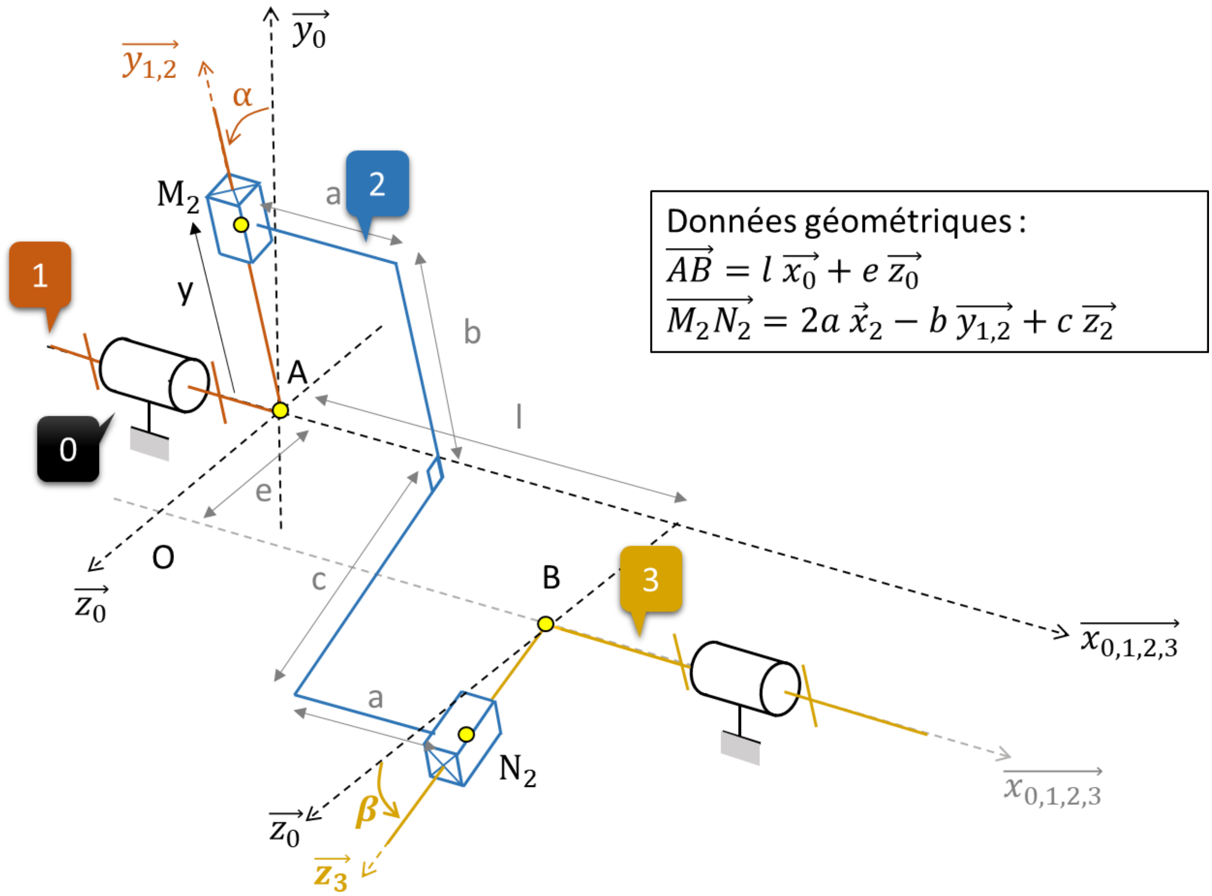


Figure 2 - Schéma cinématique du joint de Oldham

Le mécanisme est constitué

- D'un arbre d'entrée 1 en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{x_{0,1}})$ avec le bâti 0

  Paramètre de mouvement 1/0 : $\alpha = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$

- D'une pièce intermédiaire 2 en liaison glissière de direction $\overrightarrow{y_{1,2}}$ avec l'arbre d'entrée 1

  Paramètre de mouvement 2/1 : $y = \overrightarrow{AM_2}.\overrightarrow{y_1}$

- D'un arbre de sortie 3 en liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{x_{0,3}})$avec le bâti 0

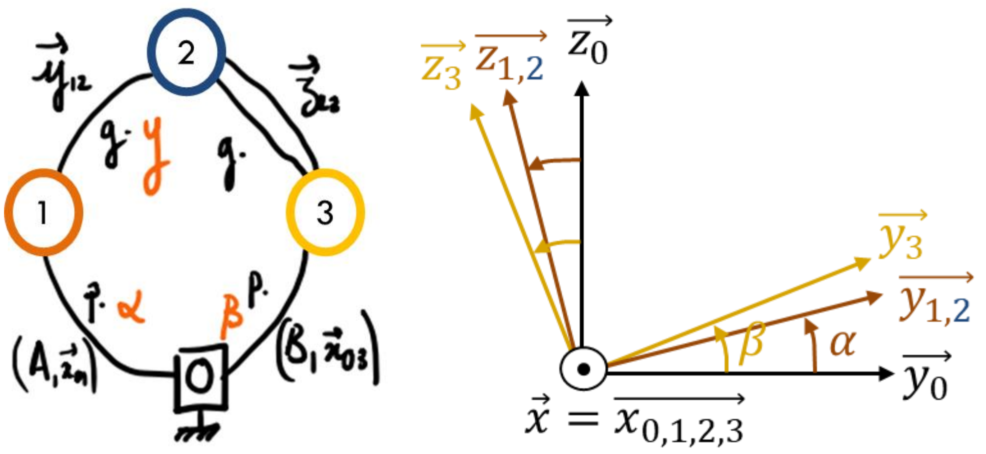
  Paramètre de mouvement 3/0 : $\beta = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_3})$

Par ailleurs, l'arbre de sortie 3 est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{z_2}$ avec la pièce intermédiaire 2. *Cette liaison n'est pas paramétrée*

Nom		Prénom		Groupe	

Questions

1. Dessiner le graphe des liaisons et les figures de changement de base.



2. Ecrire, en les expliquant, la ou les condition(s) de liaison et développer la ou les équation(s) de liaison. *Un tableau des conditions des liaisons standard est fourni en annexe page 6.*

Liaison non-paramétrée : glissière entre 2 et 3

Les conditions de liaisons sont :

- Axes équipollents : $\overrightarrow{z_2} = \overrightarrow{z_3} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{z_2}.\overrightarrow{x_3} = 0 \ \ (1) \rightarrow \text{ déjà le cas} \\ \overrightarrow{z_2}.\overrightarrow{y_3} = 0 \ \ (2) \ \Rightarrow \sin(\beta - \alpha) = 0 \Rightarrow \boxed{\beta = \alpha\ [\pi]} \end{cases}$
- N_2 est sur l'axe $(B, \overrightarrow{z_3}) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BN_2}.\overrightarrow{x_3} = 0 \ \ (3) \\ \overrightarrow{BN_2}.\overrightarrow{y_3} = 0 \ \ (4) \end{cases}$
- Pas de rotation autour de $\overrightarrow{z_3} \Rightarrow \overrightarrow{x_2}.\overrightarrow{x_3} = 1\ (5) \rightarrow$ déjà le cas

Avec $\overrightarrow{BN_2} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM_2} + \overrightarrow{M_2N_2} = -\,l\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{z_0} + y\,\overrightarrow{y_1} + 2a\,\vec{x}_2 - b\,\overrightarrow{y_2} + c\,\overrightarrow{z_2}$

$= (2a -\ l\,)\,\overrightarrow{x_{02}} - e\,\overrightarrow{z_0} + (y\ - b)\,\overrightarrow{y_{12}} + c\,\overrightarrow{z_2}$

Donc (3) $\Rightarrow -l + 2a = 0$ → condition purement géométrique

Et (4) $\Rightarrow -e\sin\beta + (y - b)\cos(\beta - \alpha) + c\sin(\beta - \alpha) = 0$

Qui devient, lorsque l'équation (2) est vérifiée : (4) $\Rightarrow \boxed{y = e\sin\beta + b}$

3. Le joint de Oldham est-il homocinétique* ? Cocher la bonne réponse et justifier dans le cadre ci-dessous.

☑ oui ☐ non

En effet, si l'on dérive la relation entre les angles obtenue en question 1) , on obtient

$$\|\overrightarrow{\Omega_{3/0}}\| = \dot{\beta} = \dot{\alpha} = \|\overrightarrow{\Omega_{1/0}}\|$$

** Un joint est homocinétique si la vitesse de rotation en sortie est identique à celle en entrée.*

4. Que vaut la mobilité du système ? Justifier.

On a 3 paramètres de mouvement liés par 2 équations scalaires donc

$$m = 3 - 2 = 1$$

Afin de connaître le rendement du joint d'Oldham, on doit caractériser les pertes par frottement dans le joint. Ces pertes sont proportionnelles à la vitesse de glissement dans les liaisons glissières.

5. Donner l'expression de $\frac{dy}{dt}$, la vitesse de glissement dans la liaison glissière entre 1 et 2. En déduire les facteurs qui augmentent les pertes par frottement.

$$\dot{y} = e\dot{\beta}\cos\beta = e\,\dot{\alpha}\cos\dot{\alpha}$$

Les dissipations sont d'autant plus élevées que :

- Le mécanisme tourne vite
- Le défaut de co-axialité est grand

Nom		Prénom		Groupe	

6. Calculer le vecteur instantané de rotation $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$ ainsi que le vecteur vitesse $\vec{V}(\mathrm{M}_2/0)$.

Vecteur instantané de rotation : $\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \dot{\alpha}\ \overrightarrow{x_{1,2,3}}$

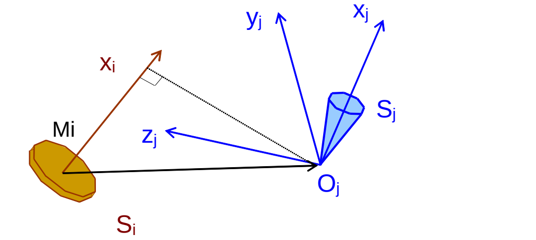
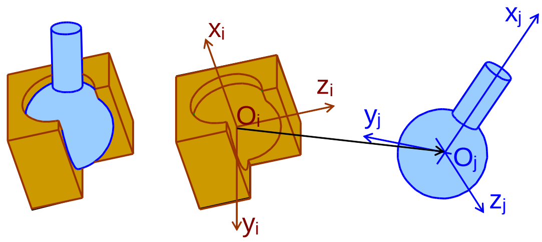
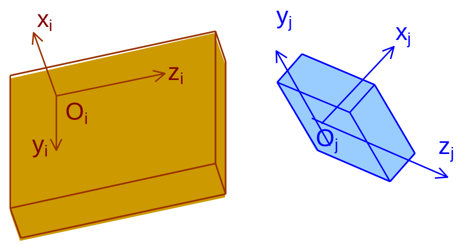
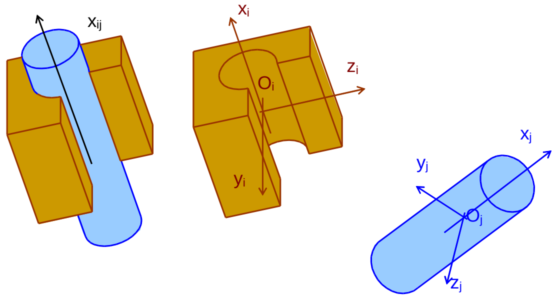
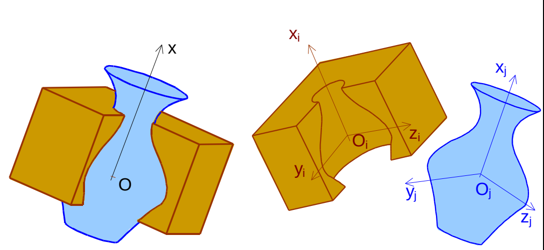
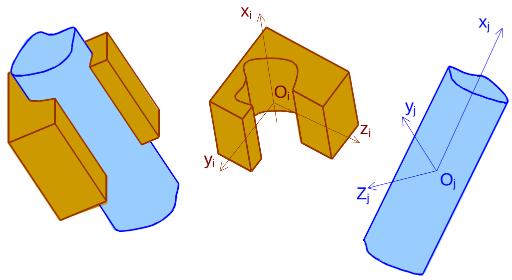
Moment : $\vec{V}(M_2/0) = \vec{V}(M_2, 2/0) = \left[\frac{d\ \overrightarrow{AM_2}}{dt}\right]_0 = \dot{y}\overrightarrow{y_{1,2}} + y\dot{\alpha}\overrightarrow{z_{1,2}}$

(Ou $\vec{V}(M_2, 2/0) = \vec{V}(M_2, 2/1) + \vec{V}(M_2, 1/0) = \vec{V}(M_2, 2/1) + \vec{V}(A, 1/0) + \overrightarrow{M_2A} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$)

7. Calculer l'accélération du point M_2 par rapport à 0.

$$\vec{A}(M_2/0) = \left[\frac{d\ \vec{V}(M_2, 2/0)}{dt}\right]_0 = (\ddot{y} - y\dot{\alpha}^2)\overrightarrow{y_{1,2}} + (2\dot{y}\dot{\alpha} + y\ddot{\alpha})\ \overrightarrow{z_{1,2}}$$

Annexe – Conditions de liaisons pour les liaisons standard

Liaison	Illustration	Condition(s) géométrique(s) associée(s)
Liaison ponctuelle en O_j et de normale $\vec{x_i}$		$\boxed{\overrightarrow{O_jM_i}\ .\ \vec{x_i} = 0}$
Liaison sphérique de centre O		$\boxed{\overrightarrow{O_jO_i} = \vec{0}}$
Liaison plane de normale $\overrightarrow{x_{i,j}}$		$\boxed{\overrightarrow{O_jO_i}\ .\ \vec{x_i} = 0}$ $\boxed{\vec{x_j} = \vec{x_i} \Rightarrow \begin{cases} \vec{x_j}\ .\vec{y_i} = 0 \\ \vec{x_j}\ .\vec{z_i} = 0 \end{cases}}$
Liaison pivot-glissant d'axe $(O_i, \overrightarrow{x_{i,j}})$		$\boxed{\overrightarrow{O_iO_j} = \lambda\,\vec{x_i} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{O_iO_j}\ .\ \vec{y_i} = 0 \\ \overrightarrow{O_iO_j}\ .\ \vec{z_i} = 0 \end{cases}}$ $\boxed{\vec{x_j} = \vec{x_i} \Rightarrow \begin{cases} \vec{x_j}\ .\vec{y_i} = 0 \\ \vec{x_j}\ .\vec{z_i} = 0 \end{cases}}$
Liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{x_{i,j}})$		$\boxed{\overrightarrow{O_jO_i} = \vec{0}}$ $\boxed{\vec{x_j} = \vec{x_i} \Rightarrow \begin{cases} \vec{x_j}\ .\vec{y_i} = 0 \\ \vec{x_j}\ .\vec{z_i} = 0 \end{cases}}$
Liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_{i,j}}$		$\boxed{\overrightarrow{O_iO_j} = k\,\vec{x_i} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{O_iO_j}\ .\ \vec{y_i} = 0 \\ \overrightarrow{O_iO_j}\ .\ \vec{z_i} = 0 \end{cases}}$ $\boxed{\vec{x_j} = \vec{x_i} \Rightarrow \begin{cases} \vec{x_j}\ .\vec{y_i} = 0 \\ \vec{x_j}\ .\vec{z_i} = 0 \end{cases}}$ $\boxed{\vec{y_j}\ .\ \vec{y_i} = 1}$