

Mécanique des Systèmes - Interrogation Ecrite n°1

Lundi 21 novembre 2022 - 1h30 (10h15-11h45)

Sont autorisés : Formulaire (1 page A4) + 1 tableau des liaisons et calculatrice

Barème indicatif des 2 parties indépendantes : partie A : 15 pts ; partie B : 5 pts.

PARTIE A : ETUDE STATIQUE D'UN PALAN

La photographie (figure 1) et un schéma (figure 2) présentent un palan à main. Ce mécanisme est utilisé pour démultiplier l'effort manuel nécessaire pour soulever et déplacer une charge importante.



Figure 1 : Photographie d'un palan à main

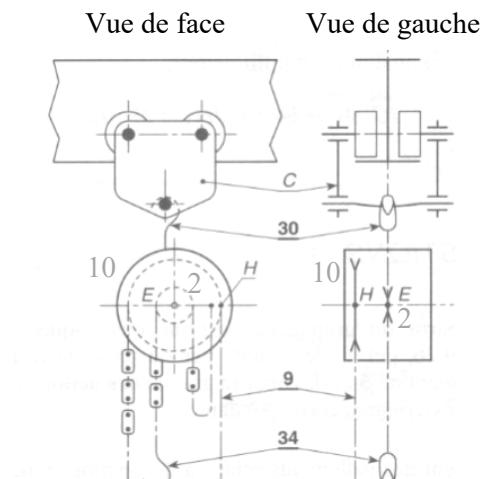


Figure 2 : Vues d'un palan à main

FONCTIONNEMENT

Le fonctionnement du mécanisme est simple (Figure 2) : l'opérateur exerce un effort de traction sur un des brins de la chaîne 9 enroulée sur la roue 10. Cette action, par transformation de mouvement du réducteur, permet alors la montée de la charge liée au crochet 34 par l'intermédiaire d'une autre chaîne enroulée sur 2. Un système de freinage non étudié dans le cadre de l'étude proposée permet alors de bloquer le mécanisme lorsque l'opérateur cesse tout effort de manutention.

OBJECTIF

L'étude s'appuie sur le schéma cinématique de la figure 4. L'analyse statique du système a pour objectif **la détermination de l'effort que doit fournir l'opérateur pour soulever la charge ainsi que la caractérisation des efforts aux points d'engrènement.**

MODELISATION

Le mécanisme dont le dessin technique et le schéma cinématique sont respectivement présentés figures 3 et 4 se compose :

- Du **bâti 0**, de repère lié $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$,
- De l'**arbre intermédiaire 4**. Cet arbre intermédiaire est guidé en rotation autour de l'axe (C, \vec{x}_0) par l'intermédiaire d'une liaison rotule en H et d'une liaison linéaire annulaire d'axe (K, \vec{x}_0) avec le bâti **0**.
L'arbre **4**, par l'intermédiaire de 2 roues à engrenages droits, (de rayons r_A et r_B) est mis en rotation par les contacts aux points A' et B' respectivement avec l'arbre d'entrée **2** et l'arbre de sortie **3**.
- De l'**arbre de sortie 3**. Cet arbre de sortie est guidé en rotation autour de l'axe (O', \vec{x}_0) par l'intermédiaire d'une liaison rotule en O et d'une liaison linéaire annulaire d'axe (O', \vec{x}_0) avec le bâti **0**. L'arbre **3** porte une roue de rayon r_{32} qui s'engrène en B' avec l'arbre intermédiaire **4**.
Une chaîne supportant la charge par l'intermédiaire du crochet (34) s'enroule dans la gorge d'une roue de centre D (de rayon r_{31}) solidaire de l'arbre de sortie **3**.
- De l'**arbre d'entrée 2**. Cet arbre d'entrée est guidé en rotation autour de l'axe (O, \vec{x}_0) par l'intermédiaire d'une liaison rotule en O' et d'une liaison linéaire annulaire d'axe (O, \vec{x}_0) avec l'arbre de sortie **3**. L'arbre **2** porte une roue de rayon r_{22} qui s'engrène en A' avec l'arbre intermédiaire **4**.

HYPOTHESES

- Les effets de la pesanteur sur les solides du mécanisme sont négligés.
- Les liaisons sont supposées parfaites.
- Les engrènements en A' et B' sont réalisés à partir de roues à engrenages droits, d'angles de pression identiques **connus** notés α . Les torseurs d'engrènement **inconnus** sont donnés dans le repère R_0 par :

$$\{F_{24}\}_{A'} = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_{24} \\ \vec{M}_{24}(A') \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ Y_{24} \\ Z_{24} \end{pmatrix}_{R_0} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} \right\}_{A'} ; \{F_{34}\}_{B'} = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_{34} \\ \vec{M}_{34}(B') \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ Y_{34} \\ Z_{34} \end{pmatrix}_{R_0} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0} \right\}_{B'}$$

avec $Y_{24} = Z_{24} \tan \alpha$ $Y_{34} = Z_{34} \tan \alpha$

- L'opérateur soulève la charge en exerçant un effort de traction sur une chaîne enroulée dans la gorge d'une roue (de rayon r_{21}) de centre F liée solidairement à l'arbre d'entrée **2**. L'effort de traction sur la chaîne est modélisable par le torseur d'action mécanique :

$$\{F_{op}\}_{F'} = \left\{ \begin{matrix} -F_{op} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{F'} \quad \text{avec } F_{op} > 0$$

où F_{op} inconnu et F' est un point à la périphérie de la roue **2** tel que $\overrightarrow{FF'} = r_{21} \vec{z}_0$.

- La chaîne (liée à la charge) exerce un effort sur l'arbre de sortie **3** modélisable par le torseur d'action mécanique :

$$\{F_c\}_{D'} = \left\{ \begin{matrix} -F_c \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{D'} \quad \text{avec } F_c > 0$$

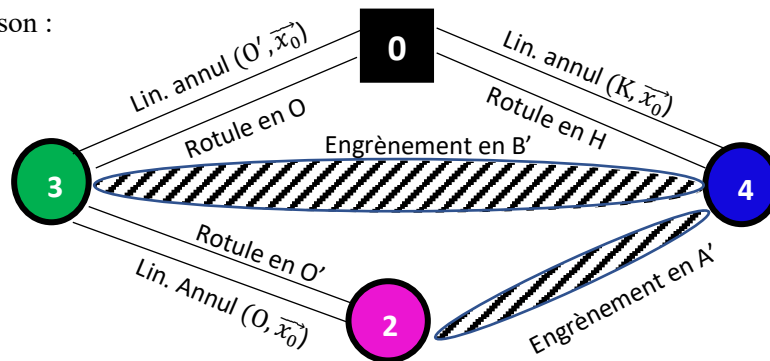
où F_c connu et D' est un point à la périphérie de la roue **3** tel que $\overrightarrow{DD'} = -r_{31} \vec{z}_0$.

NOTATIONS

L'action en P du solide i sur le solide j ($i, j \in \{0, 2, 3, 4\}$) est modélisée par un torseur exprimé au point P dans le repère R_0 par :

$$\{F_{ij}^P\}_P = \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_{ij}^P \\ \vec{M}_{ij}^P(P) \end{matrix} \right\}_P = \left\{ \begin{pmatrix} X_{ij}^P \\ Y_{ij}^P \\ Z_{ij}^P \end{pmatrix}_{R_0} \quad \begin{pmatrix} L_{ij}^P \\ M_{ij}^P \\ N_{ij}^P \end{pmatrix}_{R_0} \right\}_P$$

Soit le graphe de liaison :



QUESTIONS

- 1- Donner le nombre d'inconnues du mécanisme.
- 2- Isoler l'arbre d'entrée **2**.
Ecrire les équations scalaires données par l'application du Principe Fondamental de la Statique, les moments étant pris au point O.
- 3- Isoler l'arbre intermédiaire **4**.
Appliquer seulement le théorème du moment statique au point H en projection sur l'axe \vec{x}_0 .
- 4- Isoler l'arbre de sortie **3**.
Appliquer seulement le théorème du moment statique au point O en projection sur l'axe \vec{x}_0 .
- 5- Donner les efforts d'engrènement aux points A' et B' en fonction de F_c (le poids de la charge à soulever).
- 6- Donner l'effort F_{op} (l'effort fourni par l'opérateur) en fonction de F_c (le poids de la charge à soulever).
- 7- Application Numérique
Sachant que le poids de la charge à soulever est de 2000N, quel est l'amplitude de l'effort à fournir si :
 $r_{31} = 39 \text{ mm}$, $r_{32} = 37 \text{ mm}$, $r_{21} = 60 \text{ mm}$, $r_{22} = 8 \text{ mm}$, $r_A = 45 \text{ mm}$ et $r_B = 12 \text{ mm}$?

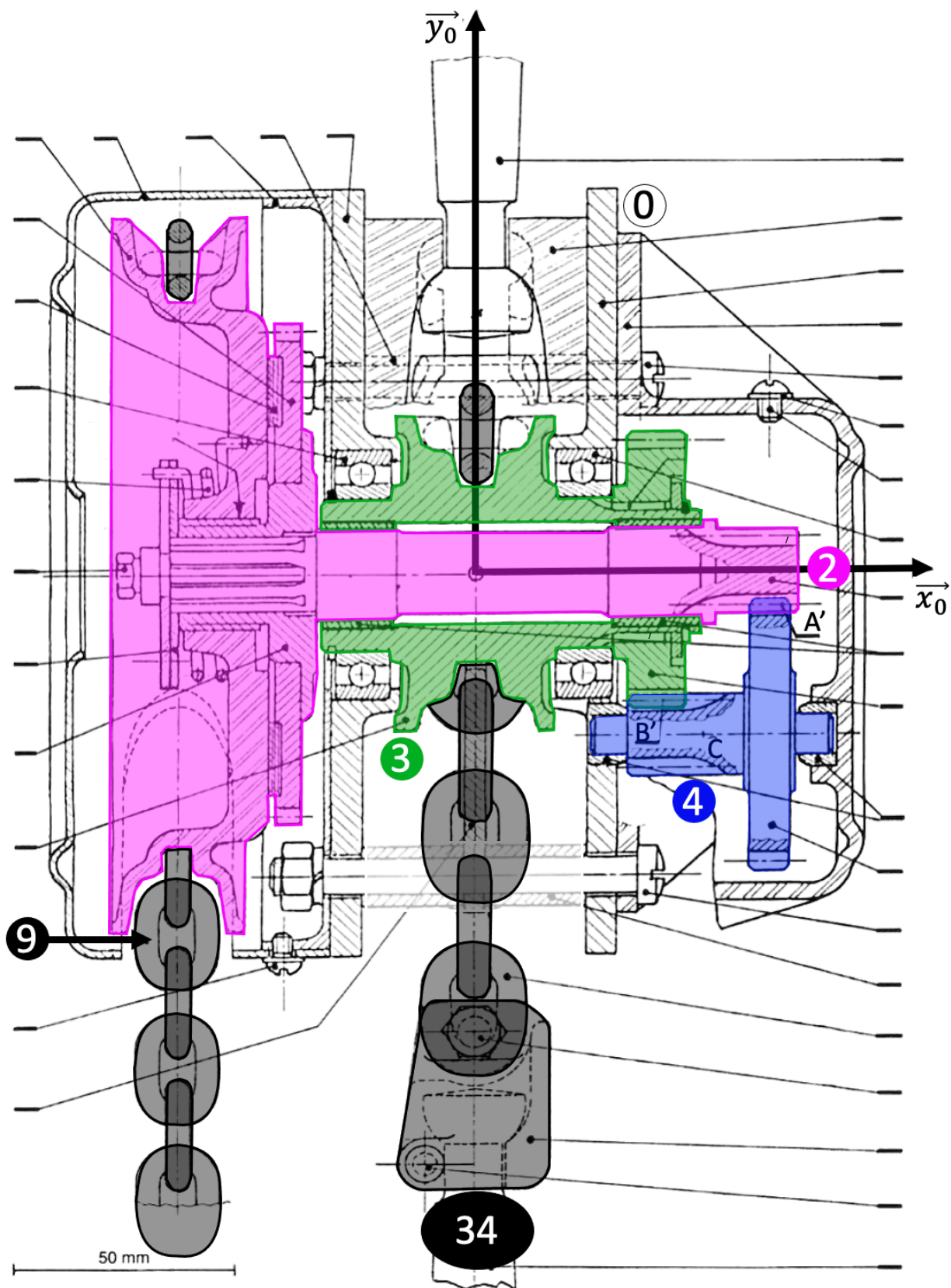


Figure 3 : Dessin technique du palan à main

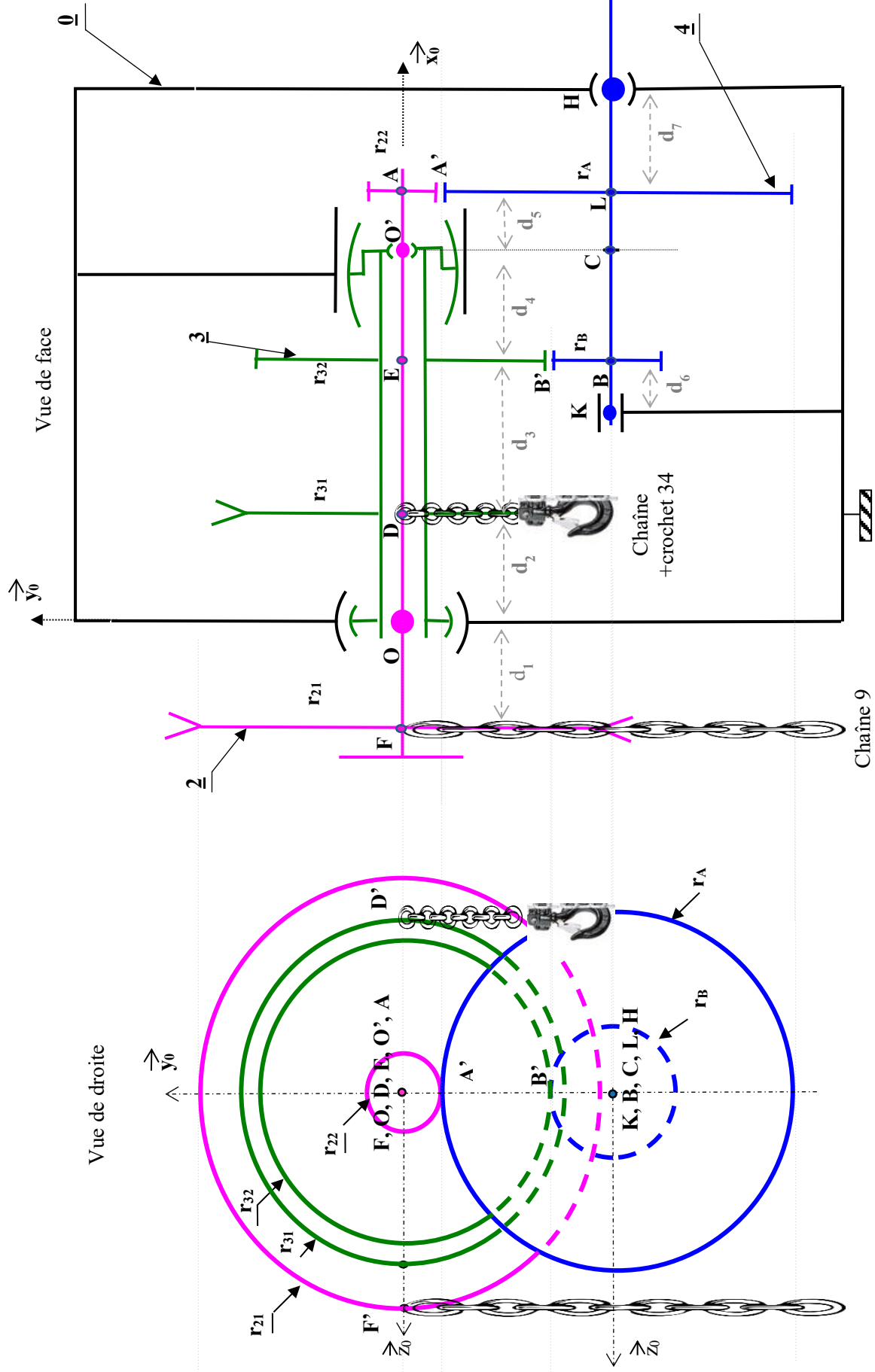


Figure 4 : Schéma cinématique du palan à main

PARTIE B : ETUDE STATIQUE GRAPHIQUE D'UNE POTENCE

Le système de potence est constitué de 2 solides $\{1\}$ et $\{2\}$ et de 2 vérins d'actionnement $V_1=\{3+4\}$ et $V_2=\{5+6\}$. Les liaisons $L_{1/0}$ en A, $L_{1/2}$ en B, $L_{3/0}$ en D, $L_{4/1}$ en E, $L_{5/1}$ en J et $L_{6/2}$ en K sont des pivots d'axe \vec{z}_0 . Un effort F connu s'exerce sur le solide 2 en P.

Sachant que 1 mm correspond à 100N, déterminer graphiquement et donner la valeur numérique des actions mécaniques dans les vérins V_1 et V_2 . Justifier votre démarche sur votre copie, notamment le choix des isoléments et les résultats numériques des forces obtenus.

Hypothèses

- problème plan
- les poids des solides sont négligés par rapport à F
- les liaisons sont parfaites
- le système est à l'équilibre

