

Pierre

IE: Mechanics n° 2

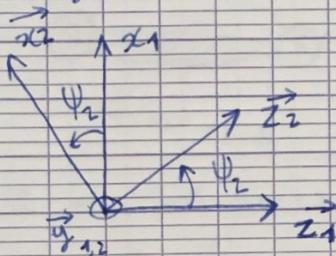
Petrella
SCAN 1m

145
de

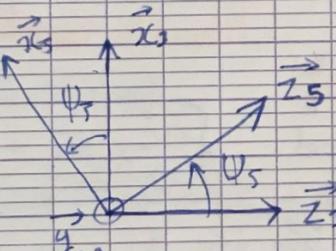
Part I: Frame definition/parameters - Constraint equations-Mobility:

I.1 change of basis diagrams:

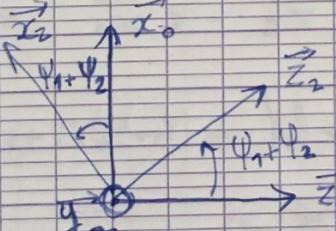
.2/1:



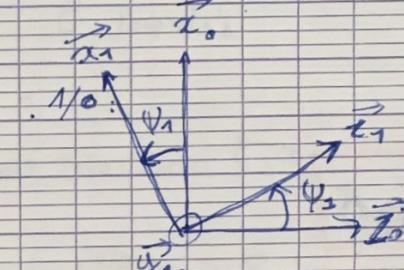
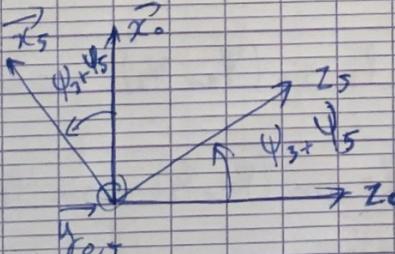
.5/3 :



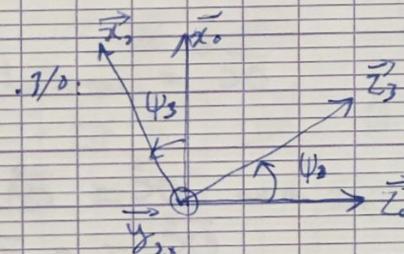
.2/0



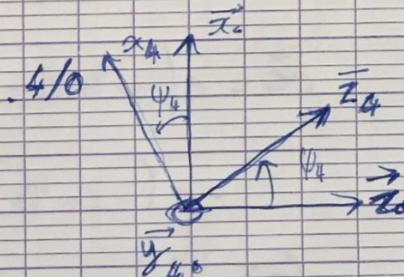
.5/0



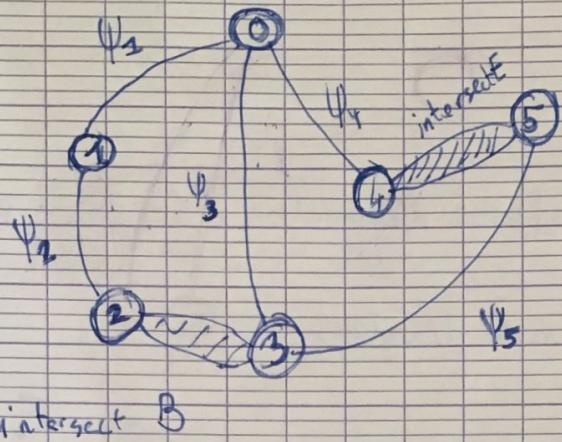
.1/0:



.4/0



I.2: Graph of links:



I.3 constraint equations associated with 2/3 at point B.

$$\vec{B}_1 \cdot \vec{B}_2 = 0$$

$B \in [2]$ and $B \in [3]$

Remember conditions for revolute joint

$\vec{OC}^2 = \text{constant.}$ and

$$\begin{cases} \vec{OC} \cdot \vec{x}_o = x_c \\ \vec{OC} \cdot \vec{z}_o = z_c \end{cases}$$

now $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC}$

$$\vec{OC} = e \vec{z}_1 - l_2 \vec{z}_2 - c \vec{z}_3 \quad \leftarrow \text{we transpose everything on } \vec{z}_1, \vec{z}_2$$

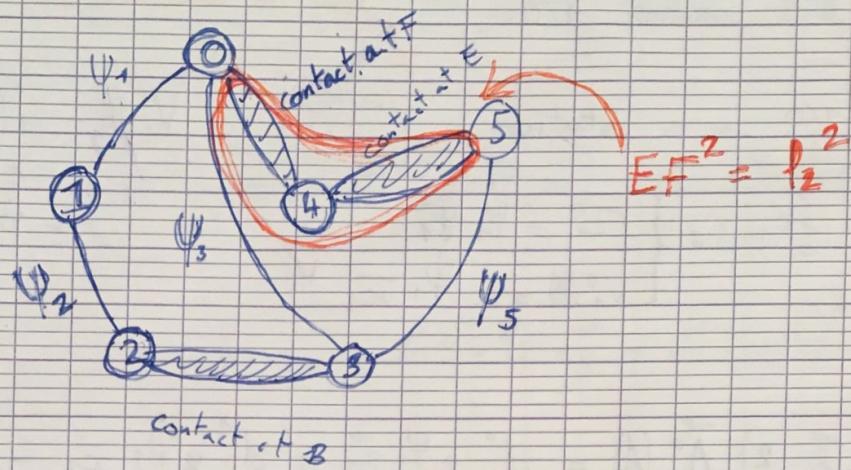
$$\vec{OC} = e \left(\cos \psi_1 \vec{z}_o + \sin \psi_1 \vec{x}_o \right) - l_2 \left(\cos (\psi_1 + \psi_2) \vec{z}_o + \sin (\psi_1 + \psi_2) \vec{x}_o \right) - c \left(-\sin \psi_3 \vec{z}_o + \cos \psi_3 \vec{x}_o \right)$$

Now: $\begin{cases} \vec{OC} \cdot \vec{x}_o = e \sin \psi_1 - l_2 \sin (\psi_1 + \psi_2) - c \cos \psi_3 = x_c \\ \vec{OC} \cdot \vec{z}_o = e \cos \psi_1 - l_2 \cos (\psi_1 + \psi_2) + \sin \psi_3 = z_c \end{cases}$

I-4 Mobility since we have 5 parameters ($\psi_1 \dots \psi_5$) to describe the whole system.
and we found 4 constraint equations the degree of mobility is
 $m = 5 - 4 = 1$

which means we just need to know one of the parameters to find out the others.

I-5: if S_4 wasn't parameterized: (ψ_4 isn't defined)



constraint at (F):

$$\|\vec{OF}\| = \text{constant}$$

$$\begin{cases} \vec{OF} \cdot \vec{x}_0 = x_F \\ \vec{OF} \cdot \vec{z}_0 = z_F \end{cases}$$

$$\vec{OF} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF}$$

$$\vec{OF} = e\vec{z}_1 - l_2\vec{z}_2 - c\vec{z}_3 - c\vec{z}_3 + a\vec{x}_5 + l_4\vec{z}_4$$

$$4 - 3 = 1$$

the mobility of the system should be the same hence $m=1$
since no extra constraints have been added.

We have more equations than parameters hence the system
equations that aren't independent

Part II : Kinematics:

II.1: motion 1/0:

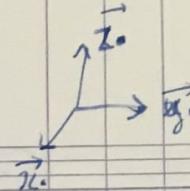
γ^o is a rotation

$$\{K_{1/o}\} = \begin{cases} \Omega_1^o = \dot{\psi}_1 \vec{y}_1 \\ V_1^o(A) = e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} \end{cases}$$

give the axis: $(0, \vec{y})$

Centre:

$$\begin{aligned} V_1^o(A) &= V_1^o(0) + \vec{AO} \times \Omega_1^o \\ &= -e \vec{z}_1 \times \dot{\psi}_1 \vec{y}_1 \\ &= e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} \end{aligned}$$



$$II.2) \vec{A}_1^o(A) = \frac{d}{dt} e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} = \frac{d}{dt} e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} + \Omega_1^o \times e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1}$$

$$= e^{\ddot{\psi}_1 \vec{x}_1} + \dot{\psi}_1 \vec{y}_1 \times e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1}$$

$$= e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} - e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} \vec{z}_1$$

$$A_1^o(A) = e^{\ddot{\psi}_1 \vec{x}_1} - e^{\dot{\psi}_1 \vec{x}_1} \vec{z}_1 \quad \text{~stupid mistake.}$$

$$II.3) V^o(D) = -c \dot{\psi}_3 \vec{x}_3$$

Find $V^o(N)$ and $A^o(N)$
we know that D and $N \in S$

$$\text{hence } V^o(N) = V^o(D) + \vec{ND} \times \Omega_5^o$$

$$= -c \dot{\psi}_3 \vec{x}_3 - d \vec{x}_5 \times (\dot{\psi}_3 + \dot{\psi}_5) \vec{y}_5$$

$$\Omega_5^o = (\dot{\psi}_3 + \dot{\psi}_5) \vec{y}_5$$

$$V^o(N) = -c \dot{\psi}_3 \vec{x}_3 - d(\dot{\psi}_3 + \dot{\psi}_5) \vec{z}_5$$

Pierre

g.

les co

II.2) sube) :

$$\vec{A}^{\circ}(N) = \frac{d}{dt} - c \dot{\Psi}_3 \vec{x}_3 - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5) \vec{z}_5$$

$$\vec{A}^{\circ}(N) = \frac{d}{dt} - c \dot{\Psi}_3 \vec{x}_3 + \Omega_3 \times (-c \dot{\Psi}_3 \vec{x}_3) + \frac{d}{dt} - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5) \vec{z}_5 + \Omega_5 \times (-d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5) \vec{z}_5)$$

$$\vec{A}'(N) = -c \ddot{\Psi}_3 \vec{x}_3 + c \dot{\Psi}_3^2 \vec{z}_3 - d(\ddot{\Psi}_3 + \ddot{\Psi}_5) \vec{z}_5 - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5)^2 \vec{x}_5$$

a réa

avant pas
sont

II.4) $\vec{V}^{\circ}(N) = -c \dot{\Psi}_3 \vec{x}_3 - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5) \vec{z}_5$

$$\vec{V}'(N) = -c \dot{\Psi}_3 (-\sin \Psi_3 \vec{z}_0 + \cos \Psi_3 \vec{x}_0) - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5) (\cos(\Psi_3 + \Psi_5) \vec{z}_0 + \sin(\Psi_3 + \Psi_5) \vec{x}_0)$$

$$\begin{aligned}\vec{x}_3 &= -\sin \Psi_3 \vec{z}_0 \\ &\quad + \cos \Psi_3 \vec{x}_0 \\ \vec{z}_5 &= \cos(\Psi_3 + \Psi_5) \vec{z}_0 \\ &\quad + \sin(\Psi_3 + \Psi_5) \vec{y}_0\end{aligned}$$

don't forget
to simplify

$$\vec{V}'(N) = -c \dot{\Psi}_3 \vec{y}_3 - c \dot{\Psi}_3 \vec{x}_1 - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5) \vec{z}_0 - d(\dot{\Psi}_3 + \dot{\Psi}_5)(\dot{\Psi}_5 + \dot{\Psi}_3) \vec{x}_0$$

$$\vec{V}'(N) = -c \dot{\Psi}_3 \vec{x}_0$$

II.5) if $\dot{\Psi}_3, \dot{\Psi}_5 \ll \dot{\Psi}_5$ ✓ lucky answer.

The motion of S/O becomes a translation along the \vec{x}_3 direction which makes the study of the waves much easier.

Les critères indiqués dans le grille ci-dessous sont indicatifs car ils ne peuvent pas représenter la réalité de chaque copie, les niveaux proposés doivent être interprétés comme suit :

- Niv. 0 : la question n'est pas abordée ou les éléments proposés sont erronés.
- Niv. 1 : la réflexion est initiée par quelques éléments pertinents
- Niv. 2 : La réflexion est initiée, plusieurs éléments pertinents sont utilisés mais de manière partielle ou inexacte
- Niv. 3 : la plupart (voire la totalité) des éléments utiles à l'analyse sont présents mais celle-ci est entachée de quelques erreurs ou d'imprécisions
- Niv. 4 : La totalité des éléments utiles à l'analyse sont présents, celle-ci est conduite sans erreurs, de manière claire, précise et les développements proposés sont justifiés

Question	Initialé	N° T	Niv. 0	Niv. 1	Niv. 2	Niv. 3	Niv. 4	Brevème	Points	Niv. 0	Niv. 1	Niv. 2	Niv. 3	Niv. 4
1.1	Figures de changement de base							1	1	Insuffisant ou faux	Une sur quatre	Deux sur quatre	Trois sur quatre	Quatre sur quatre
1.2	Graphe des liaison							1	1	Insuffisant ou faux	Architecture / paramètres / liaison de fermeture non finalisés	Bonne architecture mais imprécise (liaison de fermeture, paramétrage, etc.)	Une imprécision mineure	Architecture correcte + paramétrage et liaison de fermeture
1.3	Équations de liaison fermeture 2/3 en B							3	2,25	Insuffisant ou faux	Analyse initiale en écrivant par exemple la condition $B2B3=0$ ou une phrase équivaut à	Une équation correcte sur les deux ou les deux avec une erreur minimale	Une équation correcte et l'autre avec une erreur minimale	Equations de liaison correctes
1.4	Mobilité							1	1	Insuffisant ou faux	Expression formelle de la mobilité donnée	Mobilité exacte mais non justifiée	Mobilité exacte et justification peu convaincante	Mobilité exacte et justification associée
1.5	Graphe des liaison avec fermeture sur S4	NT						1	NT	Insuffisant ou faux	Architecture / paramètres / liaison de fermeture non finalisés	Bonne architecture mais imprécise (liaison de fermeture, paramétrage, etc.)	Une imprécision mineure	Architecture correcte + paramétrage et liaison de fermeture
1.5	Condition de fermeture	NT						2	NT	Insuffisant ou faux	Analyse initiale en identifiant par exemple que la fermeture est de type "joint"	Condition de fermeture donnée par du texte sans condition mathématique associée	Condition de fermeture correcte	
1.5	Mobilité							1	0,5	Insuffisant ou faux	Expression formelle de la mobilité donnée	Mobilité exacte mais non justifiée	Mobilité exacte et justification peu convaincante	Mobilité exacte et justification associée
Partie II	Sous-total							10	5,75					
II.1	mouvement 1/0							1,5	0,75	Insuffisant ou faux	Un début d'analyse (ex : "mouvement feussement nommé "circulaire")	Le mouvement 1/0 est identifié comme une rotation sans préciser son axe	Mouvement de rotation mais imprécis sur l'axe de la rotation (y seu à la place de O(y))	Le mouvement 1/0 est une rotation d'axe de O(y)
II.1	Torseur cinématique 1/0							1,5	1,5	Insuffisant ou faux	Vecteur rotation seul ou $V(O 0)=0$	Torseur cinématique correct en O	Torseur cinématique en A avec une erreur minimale	Torseur cinématique en A exact et composantes exprimées dans R1
II.2	$A(O 0)$							1,5	1,125	Insuffisant ou faux	$A(O 0)$ exprimée comme dérivée de $V(A 0)$ pour un observateur dans R0 (en respectant le formalisme "si-à-dire en définissant l'observateur")	Calcul correct mais projection plus délicate dans R0 (pas d'utilisation de la "base mobile")		
II.3	$V(N 0)$							2	2	Insuffisant ou faux	Une formule de changement de point est écrite	La formule de changement de point sur le mouvement 5/0 entre D et N est écrite		
II.3	$A(N 0)$							1,5	1,5	Insuffisant ou faux	Une expression formelle exacte de l'accélération est donnée (déviation, changement de point,...)	L'un des deux groupes de termes de l'accélération (base 3 ou base 5) est donné		
II.4	$V(N 0)$ si $ps1+ps2=0$ et $ps3$ petit							1	0,25	Insuffisant ou faux	Le calcul est initié	Suppression du terme en (ssi point 3 - ps1 point 5) ou identification des projecteurs de x3		
II.5	Nature du mouvement 5/0 et pertinence pour le fonctionnement							1	1	Insuffisant ou faux	Expression simplifiée de la vitesse $V(N 0)$	L'analyse évoque un mouvement de translation	Le mouvement de 5/0 est identifié à une translation horizontale / d'axe x0	Le mouvement de 5/0 est identifié à une translation horizontale et les conséquences sur le fonctionnement sont identifiées
Partie II	Sous-total							10	8,125					
	Justifications et méthodologie									Certaines justifications sont initierées mais pas toujours pertinentes et les calculs développés sont peu ou pas structurés	La démarche de calcul est globalement structurée mais les étapes clés ne sont pas mises en évidence ni justifiées		Les justifications principales sont présentes et la démarche de calcul est globalement structurée	
	Communiquer une analyse, une démarche scientifique, une preuve ou une solution de façon argumentée et logique							0,5	0,26	Aucune justification ni démarche de calcul	Rédaction non professionnelle; incertitude dans l'organisation et la symbolique utilisée ne permet pas de définir que très partiellement les grands résultats (vecteurs scalaires, matrices) et les objets concernés (sujets isolés, points) et leur relation entre eux.	Rédaction de qualité acceptable, les écrits de forme, d'organisation et de symbolique permettent, avec quelques efforts de décliffrage de comprendre les éléments présentés.	Les justifications utilisées à la compréhension sont présentées, les objectifs de recherche sont développés, sont clairs, la démarche de calcul est structurée au niveau des étapes clés et l'ensemble des développements est synthétique	
								0,75	0,5	Rédaction non professionnelle; incertitude dans l'organisation et la symbolique utilisée ne permet pas de définir que très partiellement les grands résultats (vecteurs scalaires, matrices) et les objets concernés (sujets isolés, points) et leur relation entre eux.	Rédaction de qualité acceptable, les écrits de forme, d'organisation et de symbolique utilisée ne permettent, avec quelques efforts de déclifrage de comprendre les éléments présentés.	Rédaction globalement de qualité, mais quelques écarts de forme (tatures, orthographe) et ou d'organisation et la symbolique ne comporte que quelques imprécisions.	Rédaction de grande qualité aussi bien dans la forme (orthographe, maîtrise des suppressions ou des corrections d'erreurs, etc. que dans l'organisation (paragraphes, paginat., etc.) et l'utilisation des grandes œuvres de communication entre vecteurs, scalaires, et matrices, point de référence et des objets concernés, ...)	