Written Test n°4

Monday 9th May

Time Allowed : 1h30

***Indicative mark scheme** : exercise 1 : 10 points, exercise 2 : 10 points*

The test is composed of two independant exercises.
Calculator allowed. Mobile phones not allowed. No documents allowed.

Exercise 1 : Oil spills in the Arcachon basin

Following the sinking of the ship 'Grande America' in the bay of Gascogne on 12th March 2019 in the middle of the day, several oil spills were identified on 13th March. In particular in the Arcachon basin, a large quantity of kerosene (of refractive index n) formed a film of low thickness e=0.44µm that covered a large area on the surface of the water, lit by white light from the sun. When this film, or « slick », was seen from an aeroplane, iridescent colours were observed that changed according to the observation angle θ. We will make the assumption that the refractive indices of air, water and kerosene are all real and are respectively $n_0 = 1$, $n_{water} = 1.33$ et $n=1.448$.

Figure 1 : Arcachon basin and view of oil spill from an aeroplane.

Reminder : *when a plane, uniform wave arrives in* <u>*near-normal incidence*</u> *at an interface separating two non-charged dielectric materials (coming from material 1 of index n_1 towards material 2 of index n_2), the amplitude-based reflection and transmission coefficients are :* $r_{1\to2} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)$ *et* $t_{1\to2} = \dfrac{2n_1}{n_1 + n_2}$.

1) Make a sketch of the situation being studied where you will show the optical path covered by a ray of light when it hits, at oblique incidence with an angle θ, the film of kerosene on the surface of the water.

2) Give the conditions needed to observe interference phenomena. Are they met here ? Justify your answer…

3) *For a given observation angle θ, the angle of refraction in the kerosene is θ_r.* Find (using a clear diagram) the expression of the path length difference δ between the <u>two first rays</u> as a function of the parameters of the problem. We will take into account any contributions from the reflections at interfaces making the hypothesis that such contributions are the same for all angles of incidence.

4) What condition must the path length difference δ satisfy so that the interferences will be constructive ? What is the condition for destructive interference ?

5) *To a first approximation, we can consider that the observed colour of the kerosene film corresponds to wavelengths within the visible spectral region (figure 2) for which the interferences are constructive. The kerosene film is now observed vertically (at normal incidence).*

Give the literal expression of the wavelengths λ_{max} seen with the maximum intensity I_{max} as a function of n, e and p (integer). In the present case, which colour does the kerosene spill appear to be? Justify your answer with a calculation

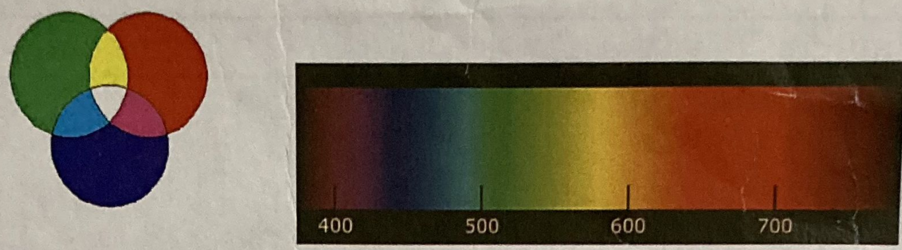

Figure 2 : Additive mixing of colors – Colours and their corresponding wavelength in μm

6) The aeroplane is getting away from the kerosene slick and the observation angle, θ, now reaches 45°. What colour does the kerosene slick now appear to be?
7) The colour of the kerosene spill at the sea's surface doesn't appear to be uniform. The validity of model is brought into doubt. Which explanation(s) could justify this iridescence?

Exercise 2 : Diffraction in a telescope

A refracting telescope is modeled by a slit (F) followed by a thin converging lens (L) of focal distance f' (see annex). The slit (F) has a long height H along $\vec{u}_y$ and a width L along $\vec{u}_x$. It will be used to describe (in a simplified way) the diffraction at the edges of the telescope.

We want to observe with this telescope a double star, which means 2 stars close to each other, considered equivalent to 2 independent point sources S_1 and S_2. These two sources are monochromatic and have the same wavelength λ_0=0.5μm in the air of index n_0=1. The stars are located in the plane of the figure and they are symmetrical with respect to the Oz axis. They are at infinity in two directions making an angle $i = \varepsilon/2$ (with $\varepsilon << 1°$) with the Oz axis.

We denote i the angle built by an incident ray with the Oz axis when illuminating the slit. The angle θ represents the angle built by a ray diffracted by the slit with the Oz axis. We will use the ***following sign convention****: "the angles of incidence and diffraction of the rays have the same sign if they lie on the same side of the normal to the slit". Moreover the positive orientation of the incidence angles is indicated on the sketch in the annex.*

We are interested in the intensity received in the image focal plane of the lens (L) of the telescope of focal distance f'=50 cm. On the screen we identify the position of the two maxima of intensity which are localized at the points of coordinates : $x' = \pm 10\ \mu m$, $y' = 0$.

1) Describe precisely what we observe in the image focal plane of (L). Justify the presence of the maxima of intensity. What is the angle ε built beween the two rays coming from each of the stars and going to the point O (expressed in radians)?

2) By using the annex joined to this subject, trace the path taken by two parallel rays coming from S_1, passing respectively through the points O and P(x,y) of the slit and reaching point P'. Also trace the path taken by two parallel rays coming from S_2, passing respectively through the points O and P of the slit and reaching point P'.

3) Calculate the optical path difference, denoted δ, between two rays coming from the same source (S_1 or S_2 at your convenience), passing through O and P and received at point P' in such a way that: *δ=[SPP'] – [SOP'] where [SPP'] is the optical path for the ray passing through P and [SOP'] is the optical path for the ray passing through O.*

<u>Independent of the source chosen</u>, the angles ε and θ should be present in the calculated expression.

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

FIMI Deuxième Année Année 2021-2022

Interrogation de Physique n°4

Lundi 9 Mai Durée : 1h30

Barème indicatif** : **exercice 1 : 10 , exercice 2 : 10

Le sujet est constitué de deux exercices indépendants.
Calculatrice autorisée. Téléphone portable non autorisé. Tout document interdit.

Exercice 1 : Nappes d'hydrocarbure dans le bassin d'Arcachon

Suite au naufrage du navire Grande America, dans le Golfe de Gascogne le 12 mars 2019, en milieu de journée, plusieurs nappes d'hydrocarbures sont identifiées, le 13 mars. Notamment dans le bassin d'Arcachon, une grande quantité de kérosène (indice de réfraction n) forme une nappe très étendue de faible épaisseur e=0,44μm à la surface de l'eau éclairée par la lumière blanche du soleil. Lorsque cette nappe est vue depuis un avion, on observe des irisations dont les couleurs changent suivant l'angle θ d'observation. Nous ferons l'hypothèse que les indices de réfraction de l'air, de l'eau et du kérosène sont réels et valent respectivement : $n_0 = 1$, $n_{eau}=1,33$ et $n=1,448$.

Figure 1 : Bassin d'arcachon et observation aérienne d'une nappe d'hydrocarbure.

Rappel : *lorsqu'une onde plane, uniforme aborde <u>en incidence proche de la normale</u> une interface séparant deux milieux diélectriques non chargés (du milieu 1 d'indice n_1 vers le milieu 2 d'indice n_2), les coefficients de réflexion et transmission en amplitude sont :* $r_{1\to 2} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)$ *et* $t_{1\to 2} = \dfrac{2n_1}{n_1 + n_2}$.

1) Faire un schéma de la situation étudiée où vous ferez apparaître le chemin parcouru par un rayon lumineux lorsqu'il aborde, en incidence oblique, avec un angle θ, le film de kérosène déposé sur l'eau.

2) Rappeler les conditions pour observer le phénomène d'interférences. Sont-elles réunies ici ? Justifier.

3) *Pour un angle d'observation θ donné, l'angle de réfraction dans le kérosène est θ_r.* Etablir (avec un schéma clair) l'expression de la différence de marche, δ, entre <u>les deux premiers rayons</u> en fonction des données du problème. On prendra en compte l'éventuelle contribution due aux réflexions aux interfaces en faisant l'hypothèse qu'elle est la même quel que soit l'angle d'incidence.

4) Quelle condition doit vérifier la différence de marche, δ, pour que les interférences soient constructives ? Quelle est la condition pour des interférences destructives ?

5) *En première approche, on peut considérer que la couleur observée de la nappe de kérosène correspond aux longueurs d'onde du spectre visible (figure 2) pour lesquelles les interférences sont constructives. La nappe de Kérosène est observée verticalement.*

Donner l'expression littérale des longueurs d'onde $\lambda_{\max}$ qui sont vues avec une intensité maximale I_{max} en fonction de n, e et p (nombre entier). Dans le cas présent, de quelle couleur apparait la nappe ? Justifier par un calcul.

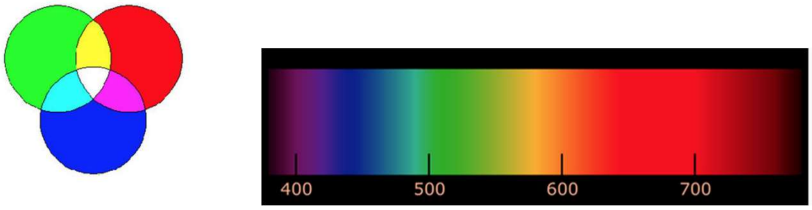

Figure 2 : Mélange additif de couleur - Couleurs et leur longueurs d'onde en µm

6) L'avion s'est éloigné de la nappe et l'angle d'observation, θ, est maintenant de 45°. De quelle couleur la nappe apparait elle ?

7) La couleur de la nappe à la surface de la mer n'apparaît pas uniforme. Le modèle est remis en question. Quelle(s) explication(s) peut-on avancer pour ces irisations ?

Exercice 2 : Diffraction dans un télescope

Un télescope réfracteur est modélisé par une fente (F) suivie d'une lentille mince convergente (L) de distance focale f' (voir annexe). La fente (F) a une grande longueur H selon $\vec{u}_y$ *et une largeur L selon* $\vec{u}_x$ *; elle permet de rendre compte (de manière simplifiée) de la diffraction par les bords du télescope.*

On souhaite observer à l'aide de ce télescope une étoile double, c'est-à-dire deux étoiles, proches l'une de l'autre, assimilées à deux sources ponctuelles S_1 et S_2 indépendantes. Ces deux sources sont monochromatiques de même longueur d'onde $\lambda_0 = 0{,}5$ µm dans l'air d'indice $n_0 = 1$. Ces étoiles sont situées dans le plan de figure et symétriques l'une de l'autre par rapport à l'axe Oz. Elles sont à l'infini dans deux directions qui font un angle $i = \pm\ \varepsilon/2$ (avec $0 < \varepsilon << 1°$) avec l'axe Oz.

On appelle i l'angle que fait un rayon incident sur la fente avec l'axe Oz ; on appelle θ l'angle que fait un rayon diffracté par la fente avec l'axe Oz. On utilisera ***la convention de signe suivante*** *: « les angles d'incidence et de diffraction des rayons sont de même signe s'ils sont situés du même côté de la normale à la fente » et on utilisera comme sens positif des angles d'incidence et de diffraction celui indiqué sur le schéma en annexe.*

On s'intéresse à l'intensité reçue dans le plan focal image de la lentille (L) du télescope de distance focale f'=50 cm. On repère, sur l'écran, la position de deux maxima d'intensité aux points de coordonnées : x' = ±10 µm, y'= 0.

1) Décrire précisément ce que l'on observe dans le plan focal image de *(L)*. Justifier la présence des maxima d'intensité. A quelle valeur numérique de l'écart angulaire ε entre les deux étoiles (exprimé en radian) correspondent-ils ?

2) En utilisant le schéma de l'annexe jointe au sujet, tracer le chemin parcouru par deux rayons parallèles issus de S_1, passant respectivement par les points *O* et *P*(x,y) de la fente et atteignant le point *P'*. Faire le tracé pour deux rayons parallèles issus de S_2, passant par les mêmes points *O* et *P* de la fente et atteignant *P'*.

3) Calculer la différence de chemin optique , notée δ entre les deux rayons issus d'une même source, passant par *O* et *P* et reçus au point *P' avec δ =[SPP'] – [SOP'] où [SPP'] est le chemin optique pour le rayon passant par P et [SOP'] est celui passant par O*

On fera intervenir, dans l'expression calculée <u>pour chaque source</u> l'angle ε et l'angle θ.

4) Pour l'étoile S_j (avec j = 1 ou 2), on note $d\underline{A}_j(\theta,t)$ la perturbation élémentaire qui est envoyée à l'infini dans la direction θ par une surface d'Huygens élémentaire dΣ avec :

$$d\underline{A}_j(\theta,t) = K'.e^{-j(kr_0+\varphi(O))} A_{oj}.e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)}.d\Sigma$$

Calculer :

- l'amplitude diffractée à l'infini $\underline{A}_j(\theta,t)$ pour chaque étoile dans la direction θ (avec *θ<<1°)*,
- l'intensité I_j associée en fonction de i et θ. Vous montrerez que l'intensité I_j peut se mettre sous la forme suivante :

$$I_j(\theta) = \beta \times \left[\frac{\sin\left[\pi\gamma(i+\theta)\right]}{\pi\gamma(i+\theta)}\right]^2$$

où β est une constante à exprimer en fonction des données du problème et γ est une grandeur sans unité (s'exprimant en fonction de L et λ_0).

Exprimer, ensuite, I_j en fonction des coordonnées du point *P'*.

<u>NB : un seul calcul est nécessaire. Il suffira de préciser, dans l'expression finale de I_j, les valeurs prises par l'angle d'incidence *i* de chaque étoile.</u>

5) On fait l'hypothèse dans cette question que $A_{01} = A_{02}$ et que la largeur L de la fente est de 10 cm.

a) Dessiner l'allure des intensités I_1 et I_2 des étoiles S_1 et S_2 en fonction de *x'*. Vous préciserez les valeurs (littérales et numériques) particulières de *x'* .

b) *On utilise le critère de séparation suivant : les deux étoiles sont vues séparées dans le télescope lorsque le maximum d'intensité d'une étoile correspond au premier minimum d'intensité de l'autre.* Quel est alors l'angle ε_{min} conduisant à une séparation des deux étoiles pour la lunette considérée ? Donner l'expression littérale et la valeur numérique.

NB : ε_{min} est l'angle en dessous duquel les deux images des deux objets ne peuvent être distinguées séparées par le télescope

Annexe (à rendre avec le sujet)

Nom : Prénom : Groupe :