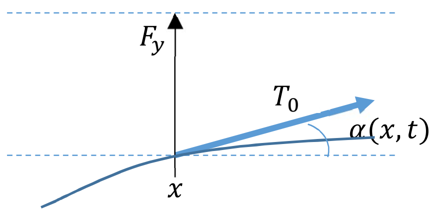
CORRECTION IE1 – S4 – PHYSIQUE du 20/03/2023

	TOTAL	**21**	**+0,25**
	Exercice 1		**15,5 +0.25 bonus**
1	**Le vibreur impose l'existence d'ondes harmoniques** le long de la corde 2. Au niveau de la perle on a **changement de milieu**, ces ondes sont en partie réfléchies, et reviennent au niveau du vibreur pour être à nouveau réfléchies etc… On a donc des réflexions multiples aux extrémités de la corde 2, avec des ondes directes et rétrogrades qui se superposent. **Ces ondes sont partiellement transmises à la corde 1.** Ces ondes partiellement transmises sont ensuite réfléchies en x=0 et puis partiellement réfléchies et transmises au niveau de la perle etc…On a donc des réflexions multiples aux extrémités de la cordes 1 avec des ondes directes et rétrogrades qui se superposent. La superposition/**somme de plusieurs ondes harmoniques de même pulsation ω, de même sens de propagation, donne une onde harmonique résultante de même pulsation ω et de meme sens de propagation.** On peut donc **réduire pour chaque corde l'ensemble des ondes directes sur chaque corde à une seule onde directe, et il en est de même pour les ondes rétrogrades**.		0.25 0,25 0,25 (multiples ondes directes et rétrogrades) 0.25 (transmission au niveau de la perle) 0,25 0,25
2	a) $\underline{u}_{1d}(x,t) = \underline{A_1} e^{j(\omega t - kx)}; \underline{u}_{1r}(x,t) = \underline{B_1} e^{j(\omega t + kx)}$ $\underline{u}_{2d}(x,t) = \underline{A_2} e^{j(\omega t - kx)}; \underline{u}_{2r}(x,t) = \underline{B_2} e^{j(\omega t + kx)}$ **Remarque: bcp d'étudiants on écrit que les ondes « directes » se propagent selon les x décroissants car ils ont confondu avec « incidentes ». L'onde étant générée en x=L, cela explique leur méprise. Compter juste l'exercice si tout est cohérent.** b) D'où $\underline{u}_{1tota}(x,t) = \underline{A_1} e^{j(\omega t - kx)} + \underline{B_1} e^{j(\omega t + kx)}$ $\underline{u}_{2total}(x,t) = \underline{A_2} e^{j(\omega t - kx)} + \underline{B_2} e^{j(\omega t + kx)}$		0,5 0,25 0,25
3	a)  b) Si on considère la force de tension exercée par le côté droit projetée sur l'axe vertical : en *x* quelconque, il vient, $F_y(x^+ \to x^-) = T_0 sin(\alpha) \approx T_0\alpha$ $= T_0 \frac{u(x+\delta x) - u(x,t)}{\delta x}$ $\approx T_0 \frac{\partial u}{\partial x}$		0.5 0.5 0,5

4	Sur la corde 2 : $F_y(x^+ \to x^-) = T_0 \frac{\partial u_{2total}}{\partial x}$ $= -jkT_0\left(\underline{A_2}e^{j(\omega t-kx)} - \underline{B_2}e^{j(\omega t+kx)}\right)$ et $k = \frac{\omega}{V}$ En x=0, on a donc $F_y(0^+ \to 0^-) = -jkT_0\left(\underline{A_2}e^{j(\omega t)} - \underline{B_2}e^{j(\omega t)}\right)$ Rq : certains écrive rapidement $F_y(0^+ \to 0^-)$ sans passer par la 2eme ligne, compter évidement 1.5 puisque c'est ce résultat qui est demandé		0.5 0.5 +0.25 1
5	La force exercée par la partie gauche sur la partie droite de la corde est $F_y(x^- \to x^+) = -T_0 sin(\alpha) \approx -T_0\alpha = -T_0\frac{\partial u}{\partial x}$ Sur la corde 1 : $F_y(x^- \to x^+) = jkT_0\left(\underline{A_1}e^{j(\omega t- \quad)} - \underline{B_1}e^{j(\omega t+kx)}\right)$ En x=0, on a donc $F_y(0^- \to 0^+) = jkT_0\left(\underline{A_1}e^{j(\omega t)} - \underline{B_1}e^{j(\omega t)}\right)$		0.5 1
6	Equation fondamentale de la dynamique sur la masse. En négligeant le poids : $m_0\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}(x=0,t) = F_y(0^- \to 0^+) + F_y(0^+ \to 0^-)$ Deux possibilités pour l'équation 1 : Si on utilise le déplacement donné par l'onde sur la corde 1 : $-m_0\omega^2\left(\underline{A_1}+\underline{B_1}\right) = jkT_0\left(\underline{A_1}-\underline{B_1}-\underline{A_2}+\underline{B_2}\right)$ Ou bien par l'onde sur la corde 2 (les deux sont justes, cf. question suivante) : $-m_0\omega^2\left(\underline{A_2}+\underline{B_2}\right) = jkT_0\left(\underline{A_1}-\underline{B_1}-\underline{A_2}+\underline{B_2}\right)$		0,5 1
7	A la jonction des deux cordes, au niveau de la perle on a <u>continuité du déplacement</u> $\underline{u}_{1total}(0,t) = \underline{u}_{2total}(0,t)$ D'où $\underline{A_1}+\underline{B_1} = \underline{A_2}+\underline{B_2}$		0,5 0,5
8	En $x = -L$ le point fixe impose (Eq. 3) : $\underline{A_1}e^{jkL} + \underline{B_1}e^{-jkL} = 0$ En $x = +L$ le vibreur impose (Eq. 4) : $\underline{A_2}e^{-jkL} + \underline{B_2}e^{jkL} = a$		0,5 0,5
9	Si $m_0 = 0$ alors il n'y a qu'une corde de longueur 2L. Il n'y a donc que deux ondes en présence, une directe et une rétrograde qui doivent vérifier les conditions aux limites, ce qui est cohérent avec les expressions données en annexe 1 car on retrouve bien avec $m_0 = 0$ que $\underline{A_1} = \underline{A_2}$ et $\underline{B_1} = \underline{B_2}$		1 1
10a	Si $kL = \pi$ alors $e^{jkL} = -1$, et $e^{j2kL} = e^{j4kL} = +1$ $\Rightarrow \underline{A_1} = \to +\infty$ Cette condition peut aussi s'écrire $L = \frac{\lambda}{2}$,		0.5 0.5

	On est donc en présence d' une onde stationnaire **résonnante** qui se forme sur la corde (des deux côtés de la masse d'ailleurs). Comme il n'y a pas d'amortissement dans le modèle, l'amplitude diverge. L'hypothèse des **déplacements faibles** n'est plus valide		0,5 0.25 0.25
10b	$$\underline{u_{1total}} = \frac{-\pi T_0 a}{4Lm_0\omega^2}\left(e^{j(\omega t-kx)} + e^{j(\omega t+kx)}\right) = \frac{-\pi T_0 a}{2Lm_0\omega^2}cos(kx)e^{j\omega t}$$ Son expression réelle est : $$u_1(x,t) = \frac{-\pi T_0 a}{2Lm_0\omega^2}cos(kx)cos(\omega t)$$ L'amplitude maximum est donc : $$U_{max} = \frac{\pi T_0 a}{2Lm_0\omega^2}\ \lvert cos(kx)\rvert$$ Accepter $U_{max} = \frac{\pi T_0 a}{2Lm_0\omega^2}$ car il y a une ambiguité dans l'énoncé		0,5 0,5

	Exercice 2		**5.5**
1	A l'angle critique, l'angle de l'onde transmise reste bloqué à $\theta_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow sin\theta_2 = 1$ (ou bien l'angle θ_2 maximal vaut $\frac{\pi}{2}$, ce qui correspond à $sin\theta_2 = 1$) D'où d'apres la loi de Snell-Descartes donne : $\theta_{1,crit} = arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$		1,5
2	$$n_1 sin\theta_1 = n_2 sin\theta_2 \Rightarrow (cos\theta_2)^2 = 1 - \left(\frac{n_1}{n_2} sin\theta_1\right)^2$$ lorsque $\theta_1 > \theta_{1,crit}$, $1 - \left(\frac{n_1}{n_2} sin\theta_1\right)^2 < 0$ donc $\cos\theta_2$ devient un imaginaire pur $$cos\theta_2 = j\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} sin\theta_1\right)^2 - 1}$$		0,5 0,5 non demandé
3	En injectant l'expression ci-dessus dans celle du coefficient de réflexion on obtient bien : $\underline{r}_{TE} = \frac{n_1 cos\theta_1 - jn_2\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 sin^2\theta_1 - 1}}{n_1 cos\theta_1 + jn_2\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 sin^2\theta_1 - 1}}$		0,5
4	On trouve $\lvert\underline{r}_{TE}\rvert = 1$, on est bien en réflexion totale, comme dit dans l'énoncé		0,5
5	$k_x = k_1 cos\theta_1 \qquad \left(= \frac{\omega}{V_1} cos\theta_1 = \frac{\omega}{c} n_1 cos\theta_1\right) \quad = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 cos\theta_1$		0.5+0.5
6	Avec les données $\Phi = -1{,}2812rd$ $k_x = 0.004431\ nm^{-1}$ mode m=1, $k_x e = \pi - \Phi \Rightarrow e = 998{,}2nm$		0.5 0.5