

# 1 AI101-03 Uninformed and Informed Search

## 1.1 Einführung und Problemdefinition

Problemlösende Agenten sind zielbasierte Agenten, die atomare Repräsentationen verwenden (Zustände als Black Boxes). Der Prozess besteht aus vier Phasen:

1. **Zielformulierung:** Definition des Ziels basierend auf der aktuellen Situation.
2. **Problemformulierung:** Entscheidung über zu betrachtende Aktionen und Zustände.
3. **Suche:** Prozess des Findens einer Aktionssequenz, die zum Ziel führt.
4. **Ausführung:** Durchführung der gefundenen Aktionen.

### Wohlformuliertes Suchproblem

Ein Suchproblem wird durch fünf Komponenten definiert:

1. **Initial State (Startzustand)**  $s_0$ : Der Zustand, in dem der Agent beginnt.
2. **Actions (Aktionen)**  $A(s)$ : Die Menge der möglichen Aktionen in einem Zustand  $s$ .
3. **Transition Model (Überführungsmodell)**  $Result(s, a)$ : Beschreibt, was eine Aktion tut. Rückgabe ist der Folgezustand.
4. **Goal Test (Zieltest)**: Bestimmt, ob ein Zustand ein Zielzustand ist.
5. **Path Cost (Pfadkosten)**  $c(s, a, s')$ : Additive Kostenfunktion. Meistens sind Schrittkosten nicht-negativ.

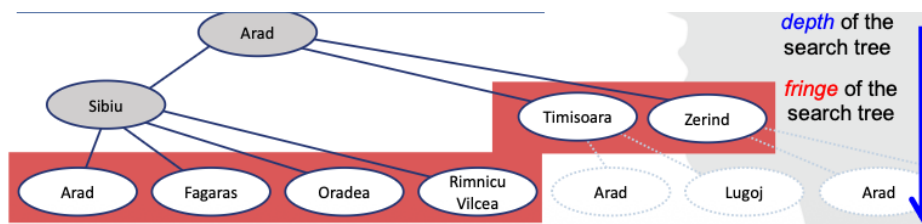
**Lösung:** Eine Sequenz von Aktionen, die vom Startzustand zum Ziel führt.

**Optimale Lösung:** Eine Lösung mit den geringsten Pfadkosten.

## 1.2 Suchalgorithmen: Tree Search vs. Graph Search

Der Kern aller Suchalgorithmen ist die Expansion von Zuständen.

- **Fringe (Open List):** Menge der generierten, aber noch nicht expandierten Knoten.
- **Expansion:** Anwenden der Aktionen auf einen Zustand, um Kindknoten zu generieren.



### Unterschied Tree vs. Graph Search

- **Tree Search:** Verfolgt nicht, welche Zustände bereits besucht wurden. Kann in Schleifen geraten und redundante Pfade mehrfach besuchen.
- **Graph Search:** Speichert besuchte Zustände in einer *Explored Set* (Closed List), um Redundanz und Schleifen zu vermeiden.

### 1.2.1 Bewertungskriterien für Suchstrategien

- **Completeness (Vollständigkeit):** Findet der Algorithmus garantiert eine Lösung, wenn eine existiert?
- **Optimality (Optimalität):** Findet er die kostengünstigste Lösung?

- **Time Complexity:** Wie lange dauert die Suche? (Anzahl generierter Knoten).
- **Space Complexity:** Wie viel Speicher wird benötigt? (Maximale Anzahl Knoten im Speicher).

#### Parameter der Komplexität:

- $b$ : Verzweigungsfaktor (Branching factor) - max. Anzahl Nachfolger eines Knotens.
- $d$ : Tiefe des flachsten Zielknotens.
- $m$ : Maximale Tiefe des Suchraums (kann  $\infty$  sein).

### 1.3 Uninformierte Suche (Blind Search)

---

Uninformierte Strategien haben keine Information darüber, wie nah ein Zustand am Ziel ist. Sie unterscheiden sich nur in der Reihenfolge der Knotenexpansion.

#### 1.3.1 Breadth-First Search (BFS) - Breitensuche

---

Expandiert den flachsten Knoten in der Fringe zuerst (FIFO-Queue).

- **Vollständig:** Ja (wenn  $b$  endlich).
- **Optimal:** Ja, aber nur wenn alle Schrittkosten gleich sind (z.B. 1). Sonst nicht.
- **Zeit:**  $O(b^d)$  (Exponentiell).
- **Speicher:**  $O(b^d)$  (Jeder generierte Knoten muss gespeichert werden).

*Problem:* Speicherbedarf ist das größte Problem der BFS.

#### 1.3.2 Uniform-Cost Search (UCS)

---

Expandiert den Knoten mit den geringsten Pfadkosten  $g(n)$  zuerst (Priority Queue).

- Äquivalent zu BFS, wenn alle Schrittkosten gleich sind.
- **Vollständig:** Ja (wenn Kosten  $\epsilon > 0$ ).
- **Optimal:** Ja.
- **Komplexität:** Hängt von den Kosten ab, kann schlechter als  $b^d$  sein, wenn viele Schritte mit kleinen Kosten existieren.

#### 1.3.3 Depth-First Search (DFS) - Tiefensuche

---

Expandiert den tiefsten Knoten in der Fringe zuerst (LIFO-Queue / Stack).

- **Vollständig:** Nein (kann in unendlichen Pfaden oder Schleifen hängen bleiben, außer bei Graph Search in endlichen Räumen).
- **Optimal:** Nein (findet irgendeinen Pfad, nicht zwingend den kürzesten).
- **Zeit:**  $O(b^m)$ . Schlecht, wenn  $m \gg d$ .
- **Speicher:**  $O(b \cdot m)$  (Linear!). Nur der aktuelle Pfad und Geschwisterknoten werden gespeichert.

#### 1.3.4 Depth-Limited Search (DLS)

---

DFS mit einem vordefinierten Tiefenlimit  $l$ .

- Löst das Endlos-Pfad-Problem der DFS.
- Unvollständig, wenn Lösung tiefer als  $l$  ( $d > l$ ).
- Nicht optimal.

### 1.3.5 Iterative Deepening Search (IDS)

Kombiniert die Vorteile von BFS (Vollständigkeit) und DFS (Speichereffizienz). Führt DLS mit Limit  $l = 0, 1, 2, \dots$  nacheinander aus.

- **Vollständig:** Ja.
- **Optimal:** Ja (bei gleichen Schrittkosten).
- **Zeit:**  $O(b^d)$ . Knoten werden mehrfach generiert, aber da die unterste Ebene die Mehrheit ausmacht, ist der Overhead gering (ca. 11% mehr Aufwand bei  $b = 10$ ).
- **Speicher:**  $O(b \cdot d)$  (Linear).

**Fazit:** IDS ist oft die bevorzugte uninformierte Suchmethode für große Suchräume mit unbekannter Tiefe.

## 1.4 Informierte Suche (Heuristische Suche)

Nutzt problem spezifisches Wissen in Form einer **Heuristikfunktion**  $h(n)$ , um die Suche zu lenken.

### Heuristik $h(n)$

$h(n)$  = geschätzte Kosten vom Knoten  $n$  zum Ziel.

- $h(n) \geq 0$
- Für Zielknoten gilt  $h(Goal) = 0$ .

### 1.4.1 Greedy Best-First Search

Expandiert den Knoten, der dem Ziel am nächsten scheint.

- **Bewertungsfunktion:**  $f(n) = h(n)$ .
- **Vollständig:** Nein (wie DFS, kann in Schleifen geraten).
- **Optimal:** Nein.
- **Zeit/Speicher:**  $O(b^m)$  im schlechtesten Fall. Gute Heuristiken können dies drastisch verbessern.

### 1.4.2 A\* Search (A-Star)

Kombiniert UCS und Greedy. Minimiert die geschätzten Gesamtkosten des Pfades durch  $n$ .

- **Bewertungsfunktion:**  $f(n) = g(n) + h(n)$
- $g(n)$ : Tatsächliche Kosten vom Start bis  $n$  -> Vergangenheit.
- $h(n)$ : Geschätzte Kosten von  $n$  bis zum Ziel -> Zukunft.
- $f(n)$ : Geschätzte Gesamtkosten des Pfades durch  $n$ .

## 1.5 Heuristiken für A\*

Damit A\* optimal ist, muss die Heuristik bestimmte Eigenschaften erfüllen.

### 1.5.1 Admissibility (Zulässigkeit)

Eine Heuristik  $h(n)$  ist **admissible**, wenn sie die Kosten zum Ziel *niemals überschätzt*.

$$0 \leq h(n) \leq h^*(n)$$

(wobei  $h^*(n)$  die wahren Kosten zum Ziel sind).

- Notwendig für Optimalität bei **Tree Search**.
- Beispiel Luftlinie: Die direkte Distanz ist immer kürzer oder gleich der Straßenentfernung.

### 1.5.2 Consistency (Konsistenz / Monotonie)

Eine Heuristik  $h(n)$  ist **consistent**, wenn für jeden Knoten  $n$  und jeden Nachfolger  $n'$  gilt:

$$h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$$

(Dreiecksungleichung).  $a$  ist die angewandte Aktion ( $c(n, a, n')$ : die Kosten genau dieses Schritts vom Zustand  $n$  nach  $n'$  unter Verwendung der Aktion  $a$ )

- Notwendig für Optimalität bei **Graph Search**.
- Konsistenz impliziert Admissibility.
- Bei konsistenten Heuristiken steigen die  $f(n)$ -Werte entlang eines Pfades monoton an (oder bleiben gleich).

### 1.5.3 Dominanz von Heuristiken

Wenn  $h_2(n) \geq h_1(n)$  für alle  $n$  (und beide zulässig sind), dann **dominiert**  $h_2$  die Heuristik  $h_1$ .

- $h_2$  ist näher an den wahren Kosten ( $h^*$ ).
- A\* mit  $h_2$  expandiert weniger Knoten als mit  $h_1$  und ist effizienter.

$d$	Search Cost (nodes generated)			Effective Branching Factor		
	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
6	680	20	18	2.73	1.34	1.30
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
10	47127	93	39	2.79	1.38	1.22
12	3644035	227	73	2.78	1.42	1.24
14	–	539	113	–	1.44	1.23
16	–	1301	211	–	1.45	1.25
18	–	3056	363	–	1.46	1.26
20	–	7276	676	–	1.47	1.27
22	–	18094	1219	–	1.48	1.28
24	–	39135	1641	–	1.48	1.26

### 1.5.4 Beispiel: 8-Puzzle Heuristiken

- $h_{MIS}(n)$ : Anzahl der falsch platzierten Kacheln (Misplaced Tiles).
- $h_{MAN}(n)$ : Summe der Manhattan-Distanzen aller Kacheln zu ihrer Zielposition.

Es gilt:  $h_{MAN}(n) \geq h_{MIS}(n)$ . Daher dominiert die Manhattan-Distanz die "Misplaced Tiles"-Heuristik und ist für A\* besser geeignet.