

Übung 3: Gruppe 28

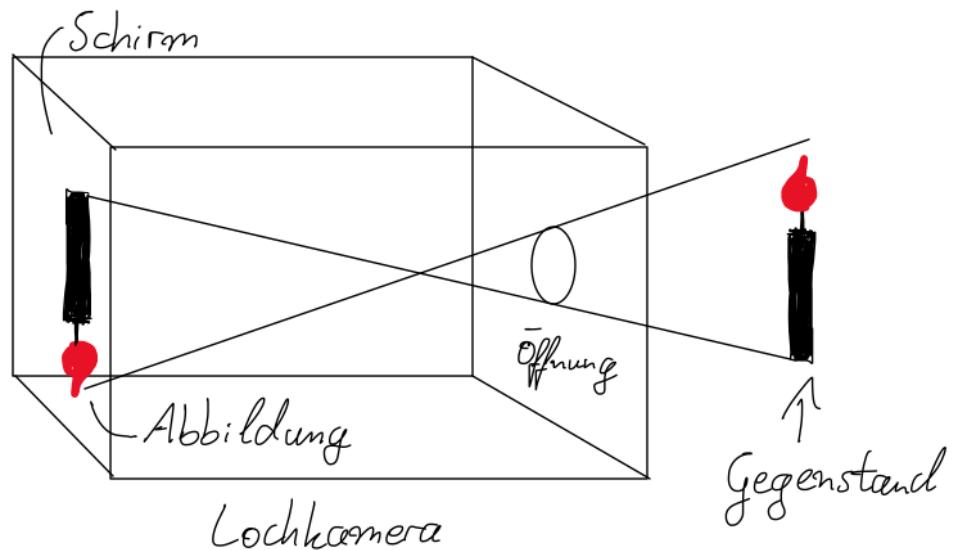
Niclas Kusenbach, 360227 Alicia Bayerl, 2633336

Mohamed Naceur Hedhili Selma Naz Öner

November 13, 2025

Aufgabe 3.1

a) Skizze einer Lochkamera



b) Unterschiede und Gemeinsamkeiten einer Lochkamera mit dem Prozess der digitalen Bildverarbeitung

Gemeinsamkeiten	Unterschiede
<ul style="list-style-type: none"> • Beide wandeln Licht in ein Bild um • Es entsteht ein zweidimensionales Abbild der Realität • Schärfe und Helligkeit hängen von der Lichtmenge und der Belichtung ab 	<ul style="list-style-type: none"> • Die Lochkamera bildet das Bild optisch durch ein kleines Loch auf einer Fläche ab • Die digitale Bildverarbeitung erfasst das Bild elektronisch mit einem Sensor und verarbeitet es anschließend rechnerisch • Die Lochkamera liefert ein direktes, aber umgekehrtes Bild; die digitale Bildverarbeitung kann das Bild nachträglich verändern

Aufgabe 3.2: Anwendung des Bayes'schen Theorems

Gegeben:

$$\begin{aligned} P(C_k) &= 0,003 \\ P(\bar{C}_k) &= 0,997 \\ P(x | C_k) &= 0,98 \\ P(x | \bar{C}_k) &= 0,015 \end{aligned}$$

- $P(C_k)$: Gepäck enthält verbotene Gegenstände
 - $P(\bar{C}_k)$: Gepäck enthält keine verbotenen Gegenstände
 - $P(x | C_k)$: Scanner schlägt korrekt Alarm
 - $P(x | \bar{C}_k)$: Scanner schlägt fälschlich Alarm
- Gesucht ist die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit

$$P(C_k | x),$$

also die Wahrscheinlichkeit, dass verbotene Gegenstände im Gepäck sind, wenn ein Alarm ausgelöst wurde.

Nach dem Satz von Bayes gilt:

$$P(C_k | x) = \frac{P(x | C_k) \cdot P(C_k)}{P(x)}.$$

Die totale Wahrscheinlichkeit berechnet sich zu:

$$P(x) = P(x | C_k) \cdot P(C_k) + P(x | \bar{C}_k) \cdot P(\bar{C}_k),$$

also

$$\begin{aligned}
 P(x) &= 0,98 \cdot 0,003 + 0,015 \cdot 0,997 \\
 &= 0,00294 + 0,014955 \\
 &= 0,017895.
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 P(C_k | x) &= \frac{P(x | C_k) \cdot P(C_k)}{P(x)} \\
 &= \frac{0,98 \cdot 0,003}{0,017895} \\
 &\approx 0,1643
 \end{aligned}$$

$$P(C_k | x) \approx 16,4\%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gepäckstück tatsächlich gefährlich ist, wenn der Scanner ausschlägt, liegt bei gerade einmal 16,4%.

Aufgabe 3.3: Klassifikation

a) Klassifikationsentscheidung

Die Entscheidung für eine Klasse C an einer Stelle x basiert auf der Bayes-Entscheidungsregel (Maximum A-Posteriori). Wir vergleichen die Werte der Diskriminanzfunktionen $g_i(x)$:

$$g_i(x) = p(x|C_k) \cdot P(C_k)$$

Gegeben sind die A-priori-Wahrscheinlichkeiten:

- $P(a) = 0,33$
- $P(b) = 0,67$

Für $x = 7$: Aus der Abbildung lesen wir ab:

- $p(x = 7|a) \approx 0,4$ (orange Kurve)
- $p(x = 7|b) \approx 0,1$ (blaue Kurve)

Wir berechnen die Entscheidungswerte:

$$\begin{aligned}
 \text{Score}_a &= 0,4 \cdot 0,33 = 0,132 \\
 \text{Score}_b &= 0,1 \cdot 0,67 = 0,067
 \end{aligned}$$

Da $\text{Score}_a > \text{Score}_b$, wird an der Stelle $x = 7$ die Klasse a ausgewählt.

Für $x = 14$: Aus der Abbildung lesen wir ab:

- $p(x = 14|a) \approx 0,3$
- $p(x = 14|b) \approx 0,2$

Wir berechnen die Entscheidungswerte:

$$\begin{aligned} \text{Score}_a &= 0,3 \cdot 0,33 = 0,099 \\ \text{Score}_b &= 0,2 \cdot 0,67 = 0,134 \end{aligned}$$

Da $\text{Score}_b > \text{Score}_a$, wird an der Stelle $x = 14$ die Klasse b ausgewählt.

b)

Welche Schwierigkeit gibt es? Das Hauptproblem bei der Anwendung der Bayes Decision Theory auf hochdimensionale Daten (viele Merkmale) ist der sogenannte „**Fluch der Dimensionalität**“ (Curse of Dimensionality). Um die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x_1, x_2, \dots, x_d | C_k)$ für einen d -dimensionalen Merkmalsraum akkurat zu schätzen, wird eine exponentiell wachsende Menge an Trainingsdaten benötigt. In der Praxis stehen oft nicht genügend Daten zur Verfügung, um die Abhängigkeiten zwischen den Merkmalen korrekt zu modellieren.

Wie geht ein Naiver Bayes Klassifikator damit um? Der Naive Bayes Klassifikator umgeht dieses Problem durch eine starke Vereinfachung: die **Unabhängigkeitssannahme**. Er nimmt an, dass alle Merkmale x_1, \dots, x_d gegeben die Klasse statistisch unabhängig voneinander sind.

Statt die komplexe gemeinsame Verteilung zu schätzen, berechnet er die Gesamtwahrscheinlichkeit als Produkt der eindimensionalen Wahrscheinlichkeiten:

$$p(x_1, \dots, x_d | C_k) \approx \prod_{i=1}^d p(x_i | C_k)$$

Dies reduziert die Komplexität des Problems drastisch, da nur die Verteilungen für jedes Merkmal einzeln gelernt werden müssen.

Aufgabe 3.4: Gesichtsdetektion

a) Repräsentation des Objekts

Zuordnung der Begriffe:

- **Lokale Beschreibung:** Augen, Nase
- **Globale Anordnung:** relative Position von Augen und Mund, Symmetrie des Gesichts

b) Trainingsdaten

Virtuelle (künstlich erzeugte) Beispiele werden verwendet, um die Varianz möglicher Gesichtssituationen künstlich zu erhöhen. Dadurch können unterschiedliche Posen, Beleuchtungen und Skalierungen abgedeckt werden, ohne dass große reale Datensammlungen notwendig sind. Dies verbessert die Generalisierung des Detektors.

c) Klassifikator und Lernmethode

Schneiderman & Kanade verwenden mehrere Detektoren, weil jeder Detektor auf eine spezifische Ansicht (z. B. frontal, Profil) oder bestimmte Variationen spezialisiert ist. Durch Kombination mehrerer spezialisierter Modelle wird die Detektionsleistung robuster und deckt mehr Variationen ab.